Porque ensinar cálculo aplicado é mais funcional?

Éder Carlos Moreira (UFES)

edercmoreira@hotmail.com

RESUMO

Esse trabalho tem como objetivo discutir o ensino de cálculo diferencial e integral de forma aplicada. Essa forma de ensinar cálculo aplicado surgiu a partir dos trabalhos desenvolvidos no Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde (CCENS) da Universidade Federal do Espírito Santo (Alegre, ES) em um projeto de ensino que apóia alunos com dificuldade de aprendizagem em cálculo. O projeto de ensino tem como temática ensinar cálculo de forma aplicada e contextualizada, vem no sentido de facilitar o entendimento dos discentes quanto ao significado do conteúdo de forma algébrica, analítica e gráfica. A experiência no ensino de cálculo aplicado tem mostrado que os discentes aprendem mais facilmente o cálculo aplicado.

Palavras-chave: cálculo aplicado; ensino; aprendizagem; exemplos práticos.

INTRODUÇÃO

A importância de ensinar cálculo de forma aplicada e contextualizada vem no sentido de facilitar o entendimento dos discentes quanto ao significado do conteúdo de forma algébrica, analítica e gráfica. Neste trabalho será apresentado um exemplo de aplicação com a apresentação da derivada de forma gráfica, analítica e prática.

É muito importante o conhecimento do cálculo diferencial e integral. O conhecimento e a desmitificação da linguagem em termos acessíveis e coloquiais levam pelo menos 70% do público ouvinte a entender o cálculo. Alguns autores buscam apresentar exemplos de aplicação em diferentes campos do conhecimento como Swokowski (1983) e Anton (2007).

Esse trabalho tem como objetivo discutir a importância do ensino de cálculo de forma aplicada. Ensinar cálculo de forma aplicada surgiu da solicitação de alunos que estavam reprovando constantemente em cálculo 1 e 2, ou Cálculo Diferencial e Cálculo integral comparativamente. Assim, foi criado o projeto de ensino Matemática Aplicada e Cálculo Diferencial e Integral Aplicado, com apoio do DAA/PROGRAD/UFES.

METODOLOGIA

O método utilizado neste trabalho é apresentar um exemplo de aplicação em cálculo diferencial. Tratou-se de exemplificar a apresentação da derivada por diferentes métodos, destacando-se inicialmente que o exemplo prático é o melhor exemplo para introduzir o assunto para os discentes dos cursos de cálculo no Brasil. É certo que as aplicações podem ser as mais diferenciadas nas diferentes áreas do conhecimento, como nas áreas exatas (como no exemplo aqui apresentado), biológicas (poderia tratar do crescimento de colônia de bactérias), saúde (número de pessoas infectadas por covid-19) e outras. Um exemplo é apresentado no campo do cálculo de integrais. Finalmente, uma breve avaliação é realizada.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Podemos começar com um exemplo de derivada. A derivada é uma taxa de variação (infinitesimal). Essas palavras por si podem trazer dificuldade de entendimento e a explicação dos termos é muito importante para a aprendizagem. Começo explicando o movimento de um veículo saindo de Alegre (ES) e indo para Vitória (ES), numa distância de 200 km. Esse veículo vai gastar 2h30min para percorrer esta distância. Isto possibilita calcular a velocidade média que é $V_m = \Delta s/\Delta t$, sendo que Δs é a variação do espaço (200km) e Δt é a variação do tempo (2,5 horas). O que resulta numa velocidade média V_m igual a 80km/h. Observe que a taxa de variação é uma razão, é uma fração. Se o movimento do veículo é explicado por uma função crescente, a inclinação da reta (que liga Alegre até Vitória) é a velocidade média (Figura 1).

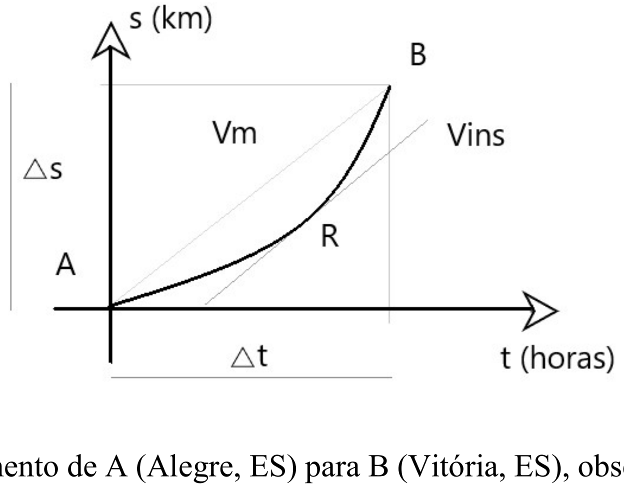

Figura 1: Deslocamento de A (Alegre, ES) para B (Vitória, ES), observando-se o cálculo da velocidade média e da velocidade instantânea.

Se num dado momento na estrada, existe um radar móvel, esse equipamento vai medir a velocidade instantânea. Vamos entender o porquê de se falar instantânea. É a velocidade medida naquele momento, isto é, num curto tempo, num espaço muito pequeno. Comparativamente com o que tínhamos antes é um valor muito pequeno, isto é, 200km percorridos em 2h30min são valores mensuráveis e grandes; enquanto essa distância, vamos supor, percorrer 2m em milésimos de segundos, são valores muito pequenos ou infinitesimais. É extremamente importante traduzir esses termos de forma coloquial para o melhor entendimento. De volta ao exemplo, vamos agora calcular a velocidade instantânea (no ponto R) que é a derivada (infinitésimos) do espaço, dividida pela derivada (infinitésimos) do tempo. Ou seja, V_{ins} = ds/dt. A inclinação da reta tangente que toca o ponto R é a velocidade instantânea e é esta taxa de variação infinitesimal. Desse modo, podemos obter uma velocidade instantânea de 75 km/h, por exemplo. Ainda, observando o gráfico, pode-se observar a distância entre o ponto A e o ponto B, agora, aproxime os pontos A e B em direção ao ponto R, deslocando-os sobre a curva. Desse modo, pode-se tornar a distância muito pequena de modo que se pode escrever que a inclinação dessa reta tangente é o limite da velocidade média quando Δt tende a zero:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v_{ins}$$

Essa expressão acima é conhecida como limite da razão incremental, escrita de forma aplicada para o caso analisado. Pode-se constatar também que o limite da razão incremental da velocidade instantânea é a aceleração. Graficamente, esta expressão poderia ser analisada conforme é apresentado na Figura 2.

A DERIVADA COMO TAXA DE VARIAÇÃO

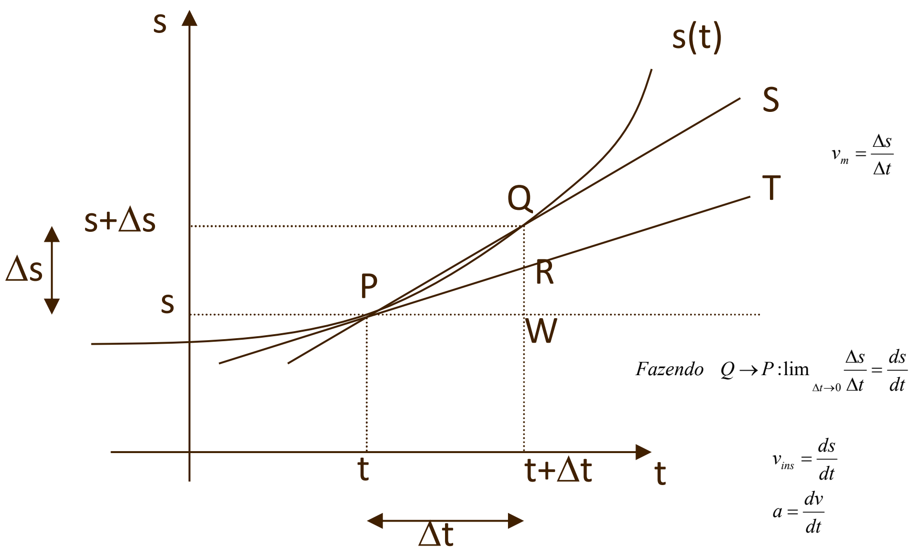

Figura 2: Apresentação da velocidade média e velocidade instantânea como formas aplicadas para ilustrar a derivação.

Na Figura 2, ressalta-se que a velocidade média é uma taxa de variação de P a Q, aproximando o ponto Q de P, a distância diminui, até que se pode escrever o limite da razão incremental, corresponde ao cálculo da velocidade instantânea. Destaca-se também que a derivada da velocidade instantânea é a aceleração.

É importante contextualizar o conhecimento para que depois seja apresentada uma forma gráfica e algébrica para apresentar a derivada como Guidorizzi (2000), como se observa na Figura 3.

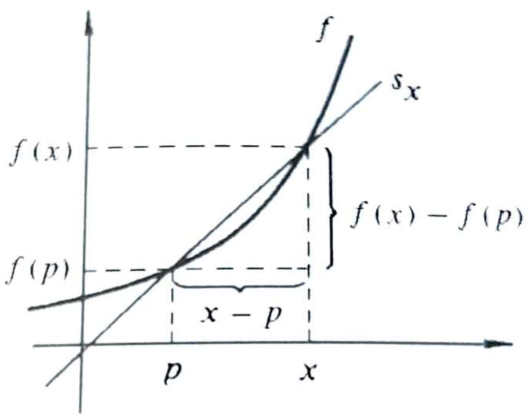

Figura 3: Demonstração gráfica da derivada de Guidorizzi (2000).

Na Figura 3, pode-se observar que a inclinação da reta secante é S_x e o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico em p é a derivada da função. O coeficiente angular de Sx é dado por: $S_x = \frac{f(x)-f(p)}{x-p}$. Quando x tende a p, o coeficiente angular de S_x tende a f′(p), sendo que se pode escrever: $\lim_{x \to p} \frac{f(x)-f(p)}{x-p} = f'(p)$. Ainda, observando o gráfico na Figura 3, se entendemos que y = f(x), então, pode-se escrever: $\frac{dy}{dx} = f'(x)$. Boulos (1999) faz uma excelente apresentação do significado do sinal do coeficiente angular da reta tangente com o comportamento da função; o que poderia ser apresentado logo após a forma gráfica da interpretação da derivada.

Assim sendo, continuamente, poderia se apresentar com mais facilidade a regra geral de derivação, demonstrando-se a aplicação dessa fórmula para uma função do tipo $y = x^2$ e entendendo que a derivada de $y = x^2$ é $y'=2x$, como cita Ávila (1994). Essa demonstração pode ser realizada utilizando-se o limite da razão incremental. Também é possível entender que a derivada de uma função é a inclinação da reta tangente num determinado ponto, bem como é a taxa de variação (de um parâmetro) naquele ponto.

No caso de integral, tratar-se-ia de um tanque de combustível sendo esvaziado e essa taxa de variação permitiria calcular o volume que está no tanque de combustível, considerando um tanque cilíndrico e conhecendo a altura do combustível neste, utilizando-se uma integral definida.

O cálculo diferencial e integral é uma ferramenta muito poderosa para o ensino, a aprendizagem e a prática e o desenvolvimento de conceitos, ferramentas, programas nas ciências. O conhecimento e a desmitificação da linguagem em termos acessíveis e coloquiais levam pelo menos 70% do público ouvinte a entender o cálculo. Alguns autores buscam apresentar exemplos de aplicação em diferentes campos do conhecimento como Swokowski (1983) e Anton (2007). É importante destacar que Moreira (2018) vem trabalhando no sentido de incentivar a aprendizagem de cálculo de forma aplicada em vários campos do conhecimento científico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Ensino de cálculo para alunos dos cursos de áreas diferentes daqueles da matemática deve ser realizado de forma aplicada. É muito importante que o aluno entenda primeiramente o porquê estar aprendendo cálculo para depois conseguir entender o uso de todas as regras e cálculos necessários ao bom e completo desenvolvimento de um programa de cálculo diferencial e integral. Essa tarefa aplicada traz motivação e vence o paradoxo que cálculo é uma disciplina difícil. Esse amargo que o aluno traz de séries anteriores, pode ser dissolvido quando se traduz o cálculo e a matemática em aplicações, trazendo sentido e contexto para o aprendizado.

Os resultados colhidos são apresentados com os elogios aos monitores do projeto e as aprovações dos discentes nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Também é possível sempre ouvir "o cálculo deveria ser ensinado assim, pois fica muito mais fácil aprender".

REFERÊNCIAS

Anton, H. Cálculo um novo horizonte. Vol. 1. Ed. Bookman, 640p.. 2007

Ávila, G. Cálculo I Funções de uma variável. LTC Ed. 355p. 1999.

Boulos, P. Cálculo Diferencial e Integral. Vol. 1, Makron Books, 377p. 1999.

Guidorizzi, H. L. Um Curso de Cálculo. LTC Ed. 634p. 2000.

Moreira, E. C.; Mamprim, J. C.. Mathematics: playful tool for education. Journal of basic and applied research international, v. 24, p. 50-57, 2018.

Swokowski, E. W. Cálculo com geometria analítica. Vol. 1, Mcgraw Hill Ed., 744p. 1983.