

O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA POTENCIADORA NO APRENDIZADO DO CONCEITO DE LUGAR GEOMÉTRICO.

Anderson Antonio de Araujo ¹
Eloisa Marciana Kolberg Theisen ²

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo mostrar as potencialidades do software Geogebra e de suas ferramentas no ensino do tema: Lugares Geométricos (LG) e suas propriedades para alunos do Ensino Fundamental. Classificada como uma pesquisa experimental, tendo como fundamento o princípio da Engenharia Didática de Michèle Artigue, serão propostas atividades versando o tema LG pois considera-se que o mesmo é pouco visto e estudado nas salas de aula. O processo de uma visualização mais primorosa de uma construção geométrica, pode ser evidenciado nesse ambiente dinâmico do Geogebra. Desta forma, as ferramentas tais como o rastro, compasso e o mouse permitem uma constante retroalimentação, aumentando assim o processo de experimentação da construção feita pelo aluno, além de possibilitar uma quantidade enorme de conjecturas que ficaria inviável com o uso de lápis e papel. Os experimentos foram realizados para um grupo de alunos da Escola Municipal de Ensino Fundamental Dois Irmãos, no município de Venâncio Aires – RS e, com base nas atividades propostas, foi possível averiguar que o uso do software possibilitou o ensino desse tema com uma maior clareza por causa desse dinamismo e das vastas iterações máquina e ser humano, ofertadas nesse ambiente.

Palavras-chave: Lugares Geométricos, Geogebra, Engenharia Didática, Demonstração Visual.

INTRODUÇÃO

Realizando uma análise de diversos livros didáticos percebe-se nesta pesquisa uma abordagem com relação ao tema Lugar Geométrico (LG) sempre exposto como um capítulo de menor importância ou apenas como um tema de curiosidade. Diversos autores evitam dar o nome “Lugar Geométrico” quando definem por exemplo o conceito de mediatriz, a definição de um ente geométrico como um conjunto de pontos obedecendo a determinada propriedade é simplesmente omitido. De acordo com ALMEIDA (2007, P.90) observa-se que:

¹ Mestre em educação matemática pela UNIBAN. Professor EBTT do quadro efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSUL) - Campus Venâncio Aires - RS, anderson_ifsul@hotmail.com

² Graduada pelo Curso de Matemática Licenciatura Plena e Mestre em Sistemas e Processos Industriais pela UNISC-RS, contemplada com bolsa CAPES/PROSUP. Professora EBTT do quadro efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSUL) - Campus Venâncio Aires - RS, eloisatheisen@ifsul.edu.br ;

no tocante a noção sobre "lugar geométrico", na maioria das publicações, verifica-se que o termo e seu significado não são devidamente explorados, o que se encontra são definições que expressam as propriedades destes lugares geométricos, constatando-se uma tendência a favorecer o seu aspecto construtivo e não o relacionamento da propriedade com o modelo geométrico. Tal afirmativa se respalda no fato dos autores apresentarem diferentes construções para um mesmo problema, sem, contudo, apontarem as relações existentes nos diferentes métodos adotados. ALMEIDA (2007, P.90).

A partir disso, procurou-se responder ao questionamento: existe um enfoque diferente, aplicado em sala de aula, capaz de mudar a abordagem dos livros didáticos e, conseqüentemente, proporcionar um aprofundamento maior na experimentação e validação do conceito de Lugar Geométrico? A partir desse questionamento, aplicou-se uma sequência didática para a aprendizagem do conceito de Lugar Geométrico, contendo 8 atividades usando a engenharia didática de Michèle Artigue aliado ao software Geogebra. O ambiente computacional do Geogebra realizou o papel de validação das hipóteses colocadas pelos alunos, fazendo com que estes consigam de um modo diligente, mas eloquente compreender de forma ampla a validar esse assunto, tão esquecido nos livros e em sala de aula atuais.

METODOLOGIA

Este estudo tem o foco estruturado nas potencialidades do software Geogebra, das suas ferramentas, no estudo de conceitos de Lugares Geométricos abordados no meio acadêmico, que poderiam ter um enfoque diferente caso fosse considerado, de forma mais robusta, o uso desta tecnologia. A pesquisa tem um cunho experimental onde as atividades propostas pelo docente são discutidas com os discentes, no qual trocas de opiniões e suposições são feitas continuamente, aumentando a interação entre os sujeitos fazendo com que o professor deixe de ser o detentor de todo conhecimento, que o estudante se torne alguém capaz de participar ativamente do processo de aprendizagem.

Desta forma, cita-se como referencial teórico os trabalhos de ARAUJO (2011), SILVA (2017), ARAUJO (2010) e o conceito de Engenharia Didática proposto por ARTIGUE (1980). Elaboraram-se as atividades levando em conta as abordagens consideradas pelos três primeiros autores e com isso foi feita uma proposta de aprendizado, visando a existência harmoniosa entre o saber teórico e a experimentação no ambiente escolar. Na obra de CARNEIRO (2005), relata-se o significado de uma Engenharia didática:

está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino. Nesta perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de agir de forma racional, com base em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a importância da realização didática na sala de aula como prática de investigação (CARNEIRO, 2005, p.3).

Assim sendo, um problema ou exercício não deveria ser encarado como uma regra a qual visa somente repetir um conhecimento já construído e meramente transmitido pelo professor ou um livro didático. Uma real situação-problema ou exercício precisa ser um dispositivo que faça o sujeito refletir, de forma plena, sobre a situação proposta. Isso pode ser feito através de um jogo, um desafio, uma situação que gere um antagonismo, fazendo com que force o sujeito a pensar de tal modo a colocar suas próprias ideias, conservando ou mudando-as de acordo com o meio em que interage.

Levando em consideração o que foi exposto pode-se fazer uso da utilização de problemas abertos na exploração de temas envolvendo LG, bem como temas relacionados a diversos tópicos de Geometria Plana, mas o que significa um problema aberto? Na realidade, é um problema instigante no qual cada aluno poderá buscar uma solução diferente para o tema proposto. Não é um problema mecânico como o de encontrar um par de ângulos opostos pelo vértice, mas sim uma situação em que os alunos poderão se questionar trabalhando em conjunto, em prol de descobrir uma estratégia vencedora ou de procurar um caminho diferenciado, através da participação de todos para a compreensão da solução de um problema proposto. Logo, pode-se citar PATERLINI (2010, p.2) que aborda algumas características dos problemas abertos:

Para propiciar aos estudantes “fazer Matemática” sugere-se que o professor trabalhe, em sala de aula, com atividades exploratórias e investigativas. Dentre essas atividades destacamos, nesse trabalho, os denominados problemas abertos. São questões com um enunciado que delimitam um contexto, e o estudante é convidado a explorar aquela situação. O problema aberto se contrapõe ao problema fechado, e a diferença entre eles pode, de forma simples, ser caracterizada pelo fato de que este último diz o que o estudante deve demonstrar, enquanto o primeiro o deixa livre para perceber quaisquer relações matemáticas naquele contexto (PATERLINI, 2010, p.2).

Diante disso, as atividades propostas para os alunos da EMEF Dois Irmãos levaram em consideração uma postura mais investigativa, um ponto fundamental para uma melhor aprendizagem quando aborda-se o ensino de geometria envolvendo o Geogebra. Desse modo, o professor terá a oportunidade de verificar as conjecturas de cada aluno, de forma rápida e ter

uma previsão das soluções apresentadas e, com isso, poder aplicar os métodos adequados para uma validação das hipóteses levantadas.

REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com os PCN's (1998) o Ensino da Matemática está intimamente ligado ao desenvolvimento da cidadania, sendo que atualmente o uso da tecnologia se torna um recurso fundamental para a formação de uma sociedade igualitária. A Matemática aliada a esse fator social e tecnológico deve procurar desempenhar seu papel transformador na vida dos cidadãos. O processo de comunicação deve ser incentivado através de situações lúdicas onde se possa estimular a discussão, a formulação de hipóteses com os problemas propostos. Seguindo os princípios citados, o ambiente de geometria dinâmica guiado por problemas abertos, tornam os pressupostos estabelecidos viáveis para serem realizados em atividades escolares.

A aprendizagem da matemática levando em conta a reprodução passada pelo docente acaba se tornando pouco eficaz, pois dessa forma é trabalhado apenas conceitos mecânicos e com isso outras características do desenvolvimento do pensamento matemático são deixadas de lado. Os PCN's (1998, p.25) vem de encontro a esta problemática:

tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (PCN's, 1998, p.25)

Logo, as ferramentas digitais permitem outras formas de comunicação, ARAUJO (2010, p.42) faz o alerta de que o uso de uma tecnologia digital deve estar associado a um plano de ensino adequado pois, o uso desta sem um preparo prévio das etapas a serem seguidas, pode acarretar no fracasso de se tentar fazer uma nova abordagem matemática.

Assim sendo, uma Engenharia Didática foi realizada para a aplicação das atividades na referida escola, seguindo de forma criteriosa as seguintes fases:

- **Análise preliminar:** Nesta fase foi elaborada a metodologia a ser ensinada que, neste trabalho, faz o uso de problemas abertos para o aprendizado de um LG e seus efeitos na validação da aprendizagem. A dificuldade apresentada pelos alunos e como esse fator pode estar relacionado a não compreensão dos temas propostos sendo que, por último, há uma revisão criteriosa das etapas estabelecidas nessa primeira fase.

- **Análise a priori:** Aqui é realizado um levantamento global do que será feito, no experimento foi necessário averiguar a instalação do Geogebra na escola, pois a internet é muito instável e não se pode confiar apenas no “online”. Depois se confere cada atividade e o tempo estimado para a realização de cada uma delas e das aulas. Resumindo “O objetivo de uma análise a priori é determinar como as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido.” (ALMOULOUD E COUTNHO, 2008, p.67).

- **Experimentação:** Nesta etapa, foi colocada em prática os pressupostos estabelecidos anteriormente, aplicam-se as atividades em três sessões para o aprendizado do Geogebra, bem como orientações a respeito de conceitos básicos de Geometria Plana. FERNANDES, ALVES, SOUZA (2019, P.7) relatam a importância de um planejamento adequado no processo de experimentação:

Nesse momento, muitas vezes, é preciso tempo, para compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema, e perseverança dos discentes para chegar à resolução do problema envolvido. Por isso, se faz necessário o uso de uma Sequência didática para amenizar as dificuldades da relação professor – aluno – matemática, aplicando uma Didática da Matemática eficaz para acelerar e potencializar a compreensão dos alunos, já que uma falha em alguma etapa pode comprometer a aplicação da sequência e acarretar prejuízo nos objetivos esperados. Por isso, quanto mais amparado de ferramentas e metodologias o professor estiver, melhores estratégias e habilidades ele terá para solucionar os possíveis imprevistos que surgirem durante as sessões didáticas. FERNANDES, ALVES, SOUZA (2019, p.7).

Obviamente ocorreram problemas pontuais, mas esses serviram de base para futuros reajustes do experimento.

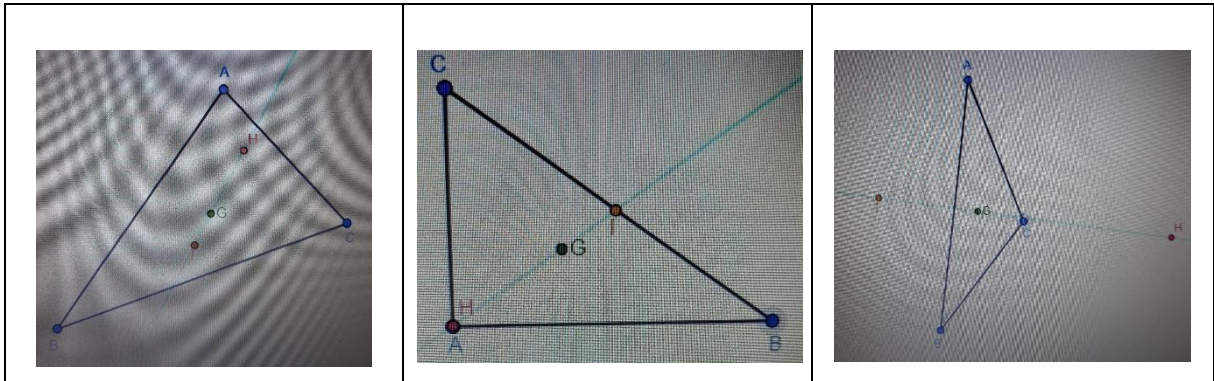
- **Análise a posteriori:** As atividades realizadas são recolhidas onde uma análise criteriosa é feita com o intuito de melhorar o que foi proposto. Os alunos apresentaram questionamentos não previstos e tomaram decisões que proporcionaram o repensar docente frente a certos tópicos, mas acabou sendo algo importante pois contribuiu para refutar ou confirmar as hipóteses levantadas no experimento.

O ambiente de geometria dinâmica e suas ferramentas facilitadoras para a compreensão do conceito de lugar geométrico

Na construção de figuras geométricas faz-se o uso de instrumentos Euclidianos, o que apresenta algumas dificuldades quando comparado a um ambiente de geometria dinâmica. No primeiro momento, apresenta-se a impossibilidade da variação de um ente geométrico tornando inviável a realização de algum tipo de conjectura. Assim sendo, quando se estuda o tema LG o uso do objeto “mover” possibilita visualizar as características de uma determinada propriedade. Por exemplo, ao se desejar verificar a propriedade da reta de Euler “em qualquer triângulo o

ortocentro, baricentro e o circuncentro são sempre colineares” pode-se arrastar os vértices do triângulo e vislumbrar de forma imediata a invariabilidade dessa propriedade, tal como pode-se observar na Figura 1.

Figura 1: Reta de Euler



Fonte: Compilação do 1º autor

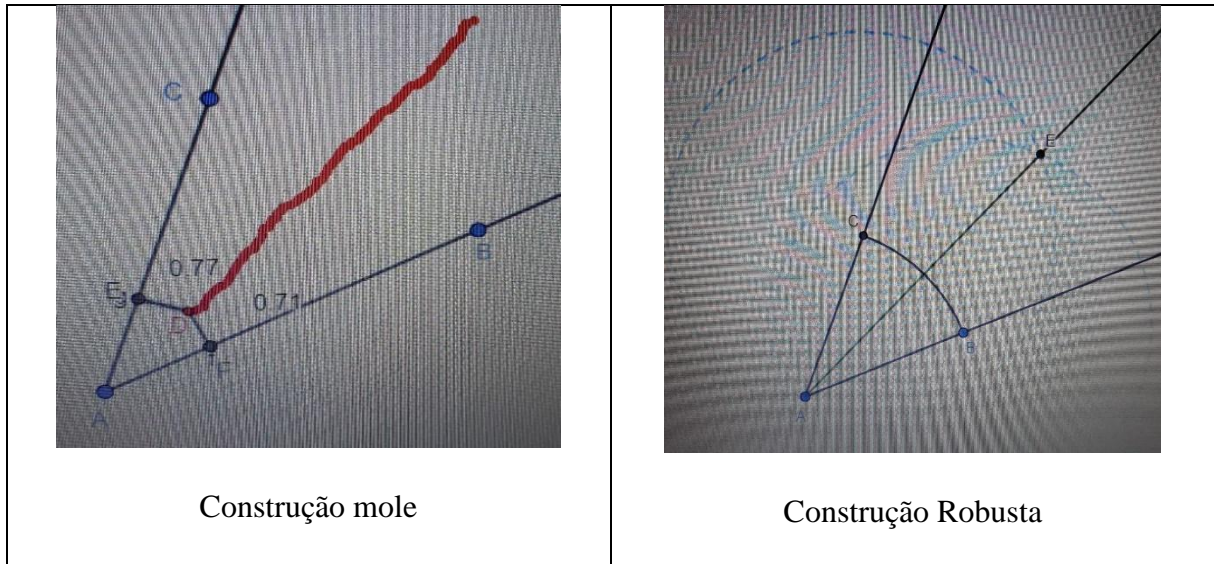
Fazendo-se uso do deslocamento há um aumento da exploração por parte do aluno, conseguindo desta forma sair da fase de conjectura e ir para o processo de uma possível demonstração, podendo focar em tópicos de alta praticidade deixando de lado temas que não requerem uma imaginação mais profunda. LOURENÇO (2002, p.88) chega a citar que “ Uma imagem ou uma sequência de imagens é capaz de convencer observadores que não têm grande habilidade em Matemática e pouca familiaridade com artifícios e demonstrações formais.” e desta forma uso do deslocamento torna-se evidenciado mais uma vez.

Outra ferramenta no Geogebra é o rastro que tem a função de ir desenhando a trajetória feita por um LG através de uma construção geométrica. Para o uso desta funcionalidade deve-se observar dois tipos de construções: mole e robusta. De acordo com HEALY (2000, p.146) a diferença está apoiada no modo como o sujeito realiza e percebe a dependência geométrica pois na construção robusta as propriedades do ente geométrico permanecem invariantes quando se arrasta a figura e na construção mole essas invariantes deixam de existir, a figura se deforma quando realiza-se o rastro.

Construindo um ângulo $C\hat{A}B$ toma-se um ponto D no seu interior e usando a ferramenta “Reta Perpendicular” traça-se a partir de D os segmentos perpendiculares às retas f e g . Na construção de figuras moles para a verificação de um LG tem-se duas ferramentas importantes: “Distância, Comprimento ou Perímetro” e “Exibir Rastro”. Desejando encontrar o LG dos pontos equidistantes das retas concorrentes (Bissetriz do ângulo), o sujeito marca o comprimento de D às semirretas f e g . Ativando a função rastro, vai movimentando o ponto D

procurando deixar essas distâncias o mais próximo possível e, com o rastro ativado, procurar identificar o LG. Um exemplo dessas construções encontra-se na Figura 2.

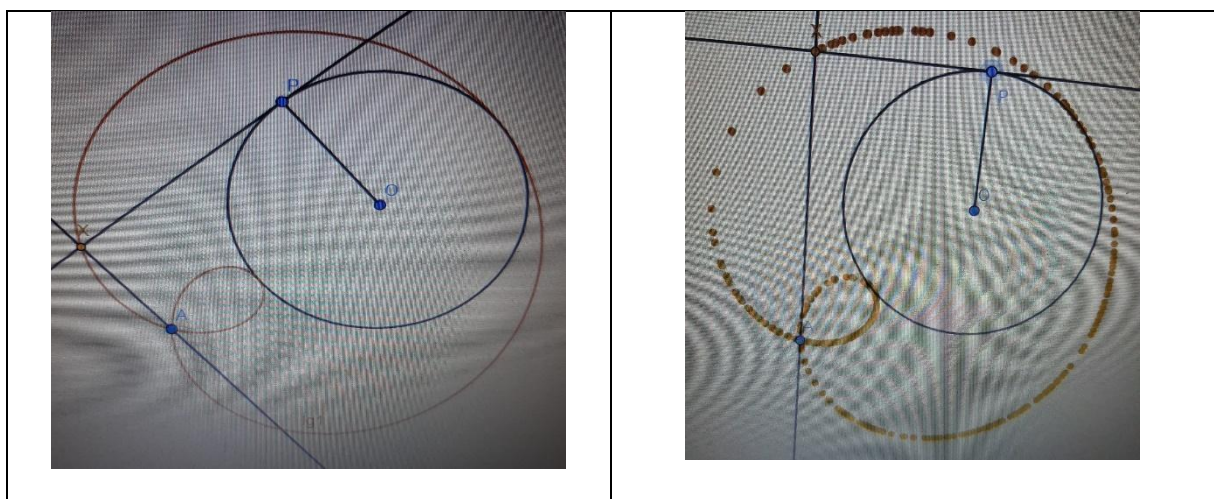
Figura 2: Construções moles e robustas



Fonte: Compilação do 1º autor

Com uma possível validação do LG feito com o uso do rastro, o professor poderá ensinar a maneira de se fazer uma construção robusta através de técnicas de desenho geométrico. Há no Geogebra a ferramenta “Lugar Geométrico” que proporciona uma visão imediata do LG desejado que, didaticamente, acredita-se não ser tão eficaz quanto o exercício de experimentação, na dedução como base de um aprendizado mais eficaz quando estuda-se geometria. Na Figura 3, construiu-se o LG “Caracol de Pascal” para evidenciar a diferença das ferramentas “Lugar geométrico” e “rastro” no Geogebra.

Figura 3: Comparação das ferramentas “Lugar Geométrico” e “Rastro”



Fonte: Compilação do 1º autor

Outras ferramentas como “compasso”, “relação”, “ponto médio” e tantas outras servem de base no auxílio da construção de diversos Lugares Geométricos, mas essas e tantas outras devem ser vistas como um suporte de aprendizado. Logo, se torna necessário que o aprendiz consiga de forma consistente compreender esse ambiente de geometria dinâmica, para somente depois procurar aplicar conceitos mais refinados, tudo em busca de uma compreensão plena a respeito das características de um LG bem como de outros tópicos envolvendo geometria plana.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O experimento foi realizado com a utilização do Geogebra envolvendo o assunto Lugares Geométricos. Foi estabelecida uma parceria com a EMEF Dois Irmãos, local em que foi disponibilizada a sala de informática para aplicação das atividades. No início, houve problemas com a instalação do software pois as máquinas eram antigas, mas com o auxílio das duas bolsistas foi possível contornar o empecilho. O projeto teve duração de 9 meses sendo que as aulas práticas começaram em abril e terminaram em novembro, com aulas quinzenais de 60 minutos.

Foi realizada uma pesquisa na escola com alunos do nono ano para saber quem gostaria de participar do projeto, sendo que 10 alunos se comprometeram com a proposta. No total foram 12 encontros, no qual 6 foram utilizados para aprender as ferramentas do Geogebra, sendo passadas a teoria e conceitos de Geometria Plana. Nesta fase, foi dado um enfoque grande nessa temática, pois fazer o uso do software sem uma base adequada poderia acarretar problemas de aprendizado. Foram também elaborados resumos do que seria ensinado e atividades a serem realizadas.

A escola apresentava 5 computadores em bom estado e a aula era apresentada com um laptop conectado a um projetor do IFSul, com as atividades realizadas em duplas e o trabalho colaborativo fazia parte dos objetivos deste trabalho. Nesta turma, 4 alunos possuíam computador em casa e fizeram a instalação do Geogebra e conseguiram ajudar os colegas contribuindo com as aulas. No início o manuseio do mouse foi uma tarefa difícil para os alunos sem tecnologia em casa, erravam muitas vezes os comandos sendo necessárias diversas intervenções que foram diminuindo com o tempo.

Nas 6 aulas iniciais, foram apresentadas as funcionalidades do software no uso da Geometria Plana, tais como usar as configurações para nomear e renomear objetos de acordo conforme o desejo do usuário, trabalhar com construções moles e robustas de triângulos

mostrando o papel do arrastar do mouse; para dar diversos tipos de definições e mostrar o uso de uma semirreta, reta e segmento de reta. O uso da ferramenta “compasso” foi solicitado pois diversos exercícios envolvendo propriedades de triângulos e quadriláteros foram realizados. A opção de ativação do rastro foi mostrada e foi proporcionado deixar os alunos experimentarem livremente.

Após essas seis aulas, foram propostas as 8 atividades nos seis encontros restantes. Não foi colocada nenhuma definição de LG e não foram definidos os conceitos de bissetriz interna, mediatriz, incentro, circuncentro ou circunferência. A intenção era de que, através das atividades, os alunos pudessem obter essa visão intuitiva antes de ser fornecida uma definição formal. Uma das atividades trabalhava o conceito de mediatriz e tinha o seguinte enunciado: “Antônio e Beatriz são grandes amigos e suas casas representadas pelos pontos A e B são unidas por uma estrada nos dando um segmento de reta AB. A prefeitura irá construir casas pertencentes ou não a essa estrada, mas que estejam à mesma distância das casas de Antônio e Beatriz. Obter o conjunto de pontos que satisfaça as condições impostas pela prefeitura.”

Nesta atividade os alunos conseguiram encontrar o lugar geométrico, mas desconsideraram o ponto médio. De início, só marcaram pontos em uma parte do plano, marcaram um ponto qualquer e uniram-se aos pontos A e B, fazendo uso da ferramenta “comprimento”. Ao encontrar o lugar desejado, os alunos fixaram o objeto, marcando outros pontos e usando o rastro, obtinham o LG geométrico solicitado no problema. Assim, a explicação formal era obtida e colocavam-se os conceitos do referido LG. Essa dinâmica foi realizada em todas as atividades. Perceberam-se algumas dificuldades, mas pelo fato de ter sido realizado um fundamento matemático prévio, com o uso do Geogebra, acabou-se por concluir que essa junção foi importante para o experimento.

Deduziu-se que esse ambiente dinâmico proporcionou uma maior compreensão do tema LG, quando comparado a um ambiente que tenha somente o uso dos instrumentos Euclidianos. Mas uma conclusão foi feita: o uso de qualquer tecnologia sem a fundamentação teórica, ou uma preparação prévia dos exercícios e análise destes para futuras intervenções, fará com que o ensino do tema proposto não alcance seus objetivos e, por esse fato, evidencia-se a importância da Engenharia Didática na realização de qualquer experimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O papel colaborativo aliado a uma fundamentação matemática são duas bases primordiais para o uso do Geogebra em sala de aula. Esse ambiente realmente proporciona ferramentas facilitadoras para a compreensão do tema Lugar Geométrico, que sozinho não teria condições de apresentar um ressignificado para o aprendizado desse tema ou qualquer outro relacionado à Geometria Plana.

Houve o apoio da escola e dos estudantes, que se empenharam para prestar atenção e realizar as atividades e esse fator ajudou no estudo. Erros de visualização e entendimento de conceitos ocorreram, mas isso faz parte do aprendizado e deve-se enxergar isso como algo positivo: pois é a partir do erro que se consegue construir qualquer base matemática. Esse ambiente dinâmico tem essa característica, de permitir que o aluno erre e consiga “apagar” da tela o que fez de errado de forma rápida e prosseguir na formulação/validação de um pensamento abstrato. Ressalta-se que o aprendizado de um LG se torna facilitado com o Geogebra, porém sem uma base metodológica adequada qualquer software computacional não terá a capacidade de alavancar o estudo de um tema proposto pelo professor.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, I. A. C. **Identificando rupturas entre significados e significantes nas construções geométricas. Um estudo em traçados de lugares geométricos bidimensionais, envolvendo pontos, retas e circunferências.** 2007. 336 f. Tese (Programa de pós graduação em educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2007.

ALMOULOUD, S.; COUTINHO, C. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT – 19 / ANPEd. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática.** UFSC, v.3, n.6, 2008. Disponível em < <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat> >. Acesso em : 25 ago. 2021

ARAUJO, A. A. **Abordagem de alguns lugares geométricos planos em um ambiente de geometria dinâmica.** 2011. 201 f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Uniban, São Paulo, 2011.

ARAUJO, P. B. **Situações de aprendizagem : a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra.** 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC /SEF, 1998. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>> Acesso em 16 ago.2021.

CARNEIRO, V. Engenharia Didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, São Paulo, v. 13, n. 23, p. 87– 117, jan/jun. 2005

FERNANDES, C., ALVES, F., SOUZA, M. Contribuições da resolução de problemas para a formação de professores de matemática através da engenharia didática, **Research, Society and development**, Universidade Federal de Itajubá, vol.8, num.10, p.01 – 16, 2019.

HEALY, L. Identifying and explaining geometrical relationship: Interactions with robust and soft Cabri constructions. In: 24TH CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 2000, Japan, CONFERENCE... Hiroshima, 2000, p. 138 – 152.

LOURENÇO, M. **A demonstração com informática aplicada à educação**, Bolema, Rio Claro - SP, n. 18, p. 82 – 92, 2002

PATERLINI, R: Aplicação da metodologia resolução de problemas abertos no ensino superior : **UFSCar**, São Carlos –SP p. 1 – 9 . Disponível em
< http://www2.ufscar.br/interface_frames/index.php?link=http://www.dm.ufscar.br > .
Acesso em: 10 set. 2021