

## GEOMETRIA FRACTAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM MAPEAMENTO SISTEMÁTICO

Roberta Rayane de Farias Santos<sup>1</sup>  
Ana Emília Victor Barbosa Coutinho<sup>2</sup>

### RESUMO

A Geometria Fractal possibilita um ensino contextualizado e interdisciplinar por meio da resolução de problemas nas aulas de Matemática. No entanto, na área de Educação Matemática o ensino de fractais ainda é considerado uma novidade. Nesse sentido, uma investigação sobre o estado da arte na área pode auxiliar a compreender como a Geometria Fractal está sendo inserida no ensino de Matemática. Portanto, este trabalho visa apresentar os resultados de um mapeamento sistemático de trabalhos que propõem atividades que explorem a Geometria Fractal identificando os recursos adotados. Os resultados mostram o público-alvo, o conjunto de fractais explorados e recursos adotados nos estudos publicados. Observa-se que aos poucos a Geometria Fractal vem sendo explorada no processo de ensino e aprendizagem de Matemática apoiada pelas tecnologias digitais no Brasil.

**Palavras-chave:** Geometria Fractal, Ensino de Matemática, Mapeamento Sistemático.

### INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de referência que define um conjunto de aprendizagens essenciais para todos os estudantes da Educação Básica brasileira. Nesse sentido, a BNCC está fundamentada em dez competências gerais importantes para o desenvolvimento do processo cognitivo dos alunos. Para tanto, as orientações gerais dadas visam a oferta de um ensino contextualizado e interdisciplinar com foco na resolução de problemas, criando um relação direta entre a teoria e a prática visando o desenvolvimento de habilidades e competências.

De modo geral, aos educadores cresce a necessidade de abordar temas que aguçam o interesse e a curiosidade dos estudantes de modo a atender as diretrizes curriculares nacionais. Na área de Matemática, a BNCC prevê dentre as competências específicas do Ensino Fundamental a utilização de “processos e ferramentas

---

<sup>1</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, [roberta.santos@aluno.uepb.edu.br](mailto:roberta.santos@aluno.uepb.edu.br);

<sup>2</sup> Professora orientadora: doutora, Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, [anaemilia@servidor.uepb.edu.br](mailto:anaemilia@servidor.uepb.edu.br);

matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267). Assim, o ensino da Geometria Fractal pode ser vista como uma alternativa, uma vez que permite representar formas, objetos e fenômenos da natureza presentes no nosso cotidiano e possibilita relacionar várias áreas do conhecimento (DO NASCIMENTO; DA COSTA, 2020).

De acordo com Carvalho (2005), a Geometria Fractal possibilita uma visão dinâmica da Matemática e permite aos alunos aplicar o conhecimento trabalhado em sala de aula em situações do seu cotidiano. Para Nascimento, Silva e Maciel (2012), explorar a Geometria Fractal desde o Ensino Fundamental pode ser visto como um facilitador para o ensino de explorar a Geometria Fractal, dado que a construção de muitos fractais necessita do uso de funções iterativas ou relações de recorrência.

A inclusão das tecnologias digitais na educação vai além de apenas utilizá-las como meio ou suporte para promover aprendizagens ou despertar o interesse dos alunos, mas utilizá-las como recursos que possibilitam aos alunos a construção dos conhecimentos com e sobre o uso dessas tecnologias digitais (BRASIL, 2019). Considerando esse pressuposto, as tecnologias digitais podem modificar a maneira como os estudantes compreendem a Matemática, motivando e tornando o seu ensino mais atrativo.

Nos últimos anos, alguns estudos vêm sendo propostos visando abordar a Geometria Fractal por meio de atividades com apoio de materiais manipuláveis e/ou das tecnologias digitais. Portanto, uma investigação acerca do estado da arte pode auxiliar a entender como a Geometria Fractal tem sido abordada e explorada dentro do ensino de Matemática e quais os recursos estão apoiando essas propostas. Nesse sentido, o objetivo geral deste trabalho é apresentar um mapeamento sistemático da literatura dos estudos que propõem atividades didáticas que explorem a Geometria Fractal relacionada com o ensino de Matemática.

## **METODOLOGIA**

Um mapeamento sistemático da literatura tem como objetivo realizar uma ampla revisão de estudos primários, pretendendo identificar e categorizar as pesquisas relacionadas com o tópico investigado. Este mapeamento sistemático baseou-se no

processo de revisão sugerido por Kitchenham e Charters (2007). De acordo com os autores, esse processo pode ser dividido em três etapas distintas:

1. Planejamento: identificação da necessidade da revisão, formulação das questões de pesquisa e definição do protocolo da revisão;
2. Condução: seleção e classificação dos trabalhos, extração e sintetização dos dados;
3. Publicação dos resultados: exposição dos resultados obtidos.

A descrição detalhada das atividades desenvolvidas em cada etapa do processo de revisão são descritas a seguir.

### **Planejamento**

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa preliminar em dois repositórios online (Periódicos da CAPES e Google Acadêmico) com o propósito de identificar trabalhos com objetivo semelhante ao desta revisão. Nenhuma pesquisa correlata foi identificada, o que justifica a necessidade da realização deste mapeamento sistemático. Provavelmente, a ausência de estudos sistemáticos correlatos justifica-se pelo fato de tratar-se de uma recente área de pesquisa.

Visando alcançar o objetivo desta revisão, as seguintes questões de pesquisa (QP) foram formuladas:

- **QP1:** Qual o público-alvo?
- **QP2:** Quais construções de fractais vêm sendo explorados?
- **QP3:** Quais recursos são utilizados?

Optamos pela formulação da QP3 mais ampla, de modo que fossem identificados todos os recursos sugeridos, além das tecnologias digitais, para o desenvolvimento das atividades.

Na sequência, definimos o protocolo de revisão objetivando a identificação dos estudos nacionais potencialmente elegíveis reportados nos repositórios online (bibliotecas digitais), listados na Tabela 1, publicados a partir de 2016. Aspirando obter a maior quantidade de trabalhos possível, optamos pelo uso de uma *string* de busca abrangente: “*geometria fractal*” OR “*fractal*”.

**Tabela 1** – Relação dos repositórios online.

<b>Id</b>	<b>Repositório Online</b>
F1	Bolema: Boletim de Educação Matemática
F2	Boletim Online de Educação Matemática
F3	Congresso Nacional de Educação (CONEDU)
F4	Educação Matemática em Revista
F5	EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
F6	Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)
F7	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática
F8	Periódicos CAPES
F9	Perspectivas da Educação Matemática
F10	Revista de Educação Matemática (REMAT)
F11	Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT)
F12	Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
F13	Revista Paranaense de Educação Matemática
F14	Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática
F15	TANGRAM - Revista de Educação Matemática

**Fonte:** Autoria própria.

Por último, foram especificados os critérios de inclusão e exclusão para seleção dos trabalhos relevantes dentre os identificados na busca. Para inclusão do trabalho na revisão, o artigo deve descrever atividades didáticas que explorem a relação entre Geometria Fractal e a Matemática em sala de aula. Equitativamente, foram descartados os artigos que atendiam algum dos seguintes critérios de exclusão:

- **CE1:** que não apresentam propostas de atividades didáticas;
- **CE2:** o ensino de Geometria Fractal não é o foco do trabalho;
- **CE3:** a Geometria Fractal é o foco do trabalho, mas não apresenta relação com o ensino de Matemática;
- **CE4:** estudos duplicados;
- **CE5:** indisponível para consulta.

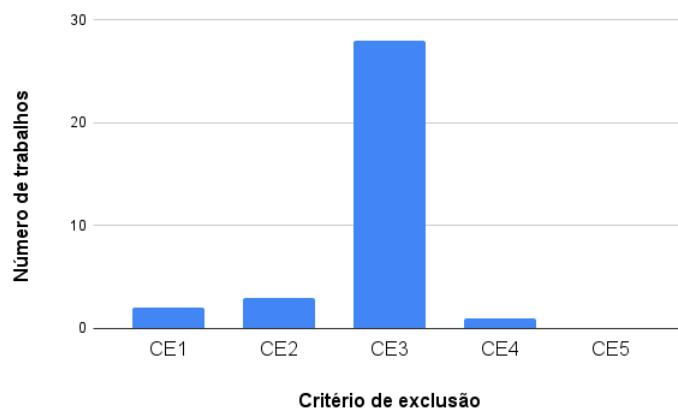
### **Condução**

As buscas por trabalhos elegíveis por meio da string de busca nos repositórios online foram executadas entre 10 e 12 de agosto de 2021, resultando em 43 artigos detectados e todos contavam com suas versões completas disponíveis para consulta.

Em seguida, foi realizada uma triagem preliminar considerando título, resumo e palavras chave com base nos critérios de inclusão e exclusão. Nessa primeira triagem, um trabalho duplicado foi identificado e excluído da pesquisa (CE4). A exclusão dos demais artigos obtidos (28) ocorreu devido ao CE3. Assim, 14 artigos foram identificados para que fosse realizada uma revisão completa do texto. Após a leitura

completa destes artigos, mais 5 trabalhos foram excluídos conforme os critérios de exclusão, sendo 2 artigos devido ao CE1 e 3 artigos por conta do CE2. A Figura 1 apresenta o número de artigos excluídos para cada critério de exclusão.

**Figura 1** – Relação dos trabalhos excluídos por critério de exclusão (CE).



**Fonte:** Autoria própria.

Na Tabela 2, é apresentado o mapeamento dos dados quantitativos dos trabalhos identificados e selecionados por repositório online após a consideração dos critérios de inclusão e exclusão.

**Tabela 2** – Resultado quantitativo de trabalhos encontrados, identificados e selecionados.

Bases	Busca	Identificação	Seleção
F1	0	0	0
F2	1	1	1
F3	0	0	0
F4	2	2	1
F5	3	3	3
F6	1	1	1
F7	34	6	3
F8	0	0	0
F9	0	0	0
F10	0	0	0
F11	2	1	0
F12	0	0	0
F13	0	0	0
F14	0	0	0
F15	0	0	0
<b>Total</b>	<b>43</b>	<b>14</b>	<b>9</b>

**Fonte:** Autoria própria.

Por fim, a etapa de seleção resultou em 9 trabalhos selecionados (listados na Tabela 3) para análise e extração dos dados de modo padronizado e individualizado de acordo com as questões de pesquisa.

**Tabela 3** – Trabalhos selecionados.

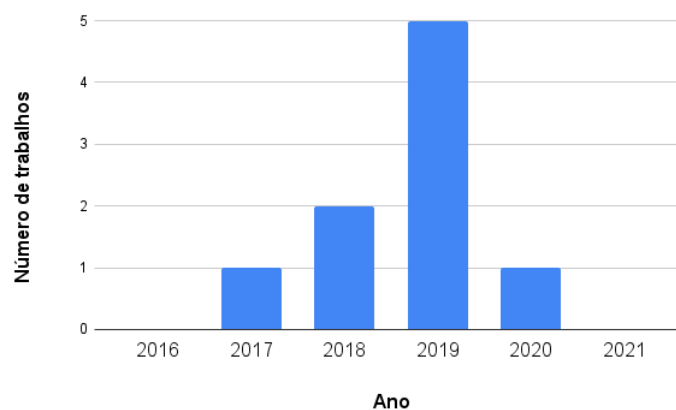
Id	Título
T1	Uma Abordagem da Geometria Fractal para o Ensino Médio (DE PAULA; DE SOUZA, 2017)
T2	O Fractal Árvore Pitagórica e Diferentes Representações: uma Investigação com Alunos do Ensino Médio (REZENDE <i>et al.</i> , 2018a)
T3	Registros de representação semiótica e sua articulação com o hexágono de Dürer nas aulas de matemática (REZENDE <i>et al.</i> , 2018b)
T4	Construindo seu fractal: experiências a partir de oficinas (FERREIRA; JULIO, 2019)
T5	Introduzindo a Geometria Fractal no Ensino Médio por meio da Perspectiva de Modelagem Matemática (ARAÚJO; MARINS, 2019)
T6	Sobre pensamento computacional na construção de um Triângulo de Sierpinski com o GeoGebra (BARBOSA; DA SILVA, 2019)
T7	Cartão Fractal Degraus Centrais: Uma Atividade com Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental (FADIN; TORTOLA, 2019)
T8	Geometria Fractal: Uma Proposta de Investigação de Conceitos Matemáticos nos Anos Finais do Ensino Fundamental (PAIXÃO FERREIRA; ARAÚJO; DO NASCIMENTO, 2019)
T9	Uma exploração do Hexágono de Dürer com professores de Matemática da Educação Básica (MORAN; REZENDE, 2020)

**Fonte:** Autoria própria.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com a Figura 2, os resultados obtidos mostram que houve um crescimento no interesse no ensino de Geometria Fractal nos últimos anos, com ápice em 2019. O número representativo de trabalhos em 2019 está relacionado com a edição do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), evento trienal, no qual foram identificados e selecionados 3 artigos.

**Figura 2** - Frequência de publicações por ano.

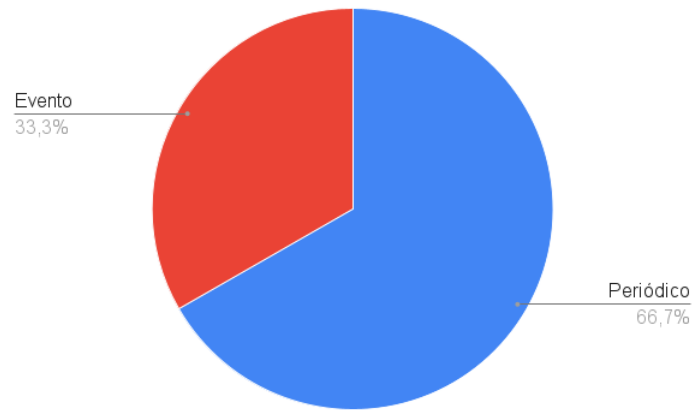


**Fonte:** Autoria própria.

Ao classificarmos os trabalhos pelo tipo/meio de publicação (Figura 3), observamos que a maior parte dos estudos foram reportados em periódicos

(jornal/revista), somando 66,66% das publicações. Os demais trabalhos selecionados foram publicados no XIII ENEM.

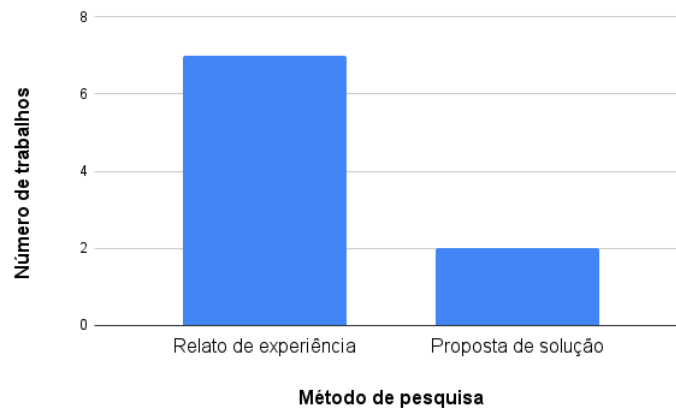
**Figura 3** – Tipo/meio de publicação.



**Fonte:** Autoria própria.

Com relação ao método de pesquisa utilizado de acordo com a classificação proposta por Petersen *et al.* (2008), constatamos de acordo com a Figura 4 que 7 trabalhos apresentam relatos de experiência e 2 podem ser classificados como propostas de solução.

**Figura 4** – Método de pesquisa adotado.



**Fonte:** Autoria própria.

Ao considerarmos os estados dos autores, a região Sul concentra a maioria dos trabalhos, sendo todos os 5 do Paraná. A região Sudeste possui 2 trabalhos, sendo 1 de Minas Gerais e 1 de São Paulo. As regiões Norte e Nordeste possuem 1 trabalho cada, sendo 1 do Pará e 1 do Ceará. Não foi identificado nenhum trabalho da região Centro-Oeste.

### QP1: Qual o público-alvo?

Para esta classificação, foi considerado o nível de ensino para o qual as atividades didáticas foram propostas. Em geral, 8 dos 9 trabalhos selecionados apresentam atividades didáticas voltadas para a Educação Básica, conforme apresentado na Tabela 4. Destes, apenas 1 trabalho é direcionado para a formação de professores da Educação Básica. Além disso, somente 1 estudo (T9) desenvolveu a pesquisa tendo o Ensino Superior como público-alvo.

**Tabela 4** – Público-alvo.

Nível de ensino	Trabalhos
Ensino Fundamental	T4, T7, T8 e T9
Ensino Médio	T1, T2, T3, T4, T5 e T9
Ensino Superior	T6

Fonte: Autoria própria.

### QP2: Quais construções de fractais vêm sendo explorados?

Os trabalhos selecionados propõem atividades didáticas que introduzem a Geometria Fractal a partir da exploração de conteúdos matemáticos básicos. Para tanto, são representativos variados fractais clássicos como podemos observar na Tabela 5, sendo o Triângulo de Sierpinski o fractal mais comumente explorado.

**Tabela 5** – Fractais explorados.

Fractais	Trabalhos
Árvore Pitagórica	T2
Cartão Fractal Degraus Centrais	T7
Conjunto de Cantor	T1 e T4
Curva de Koch	T1
Esponja de Menger	T8
Flocos de neve	T4
Hexágono de Dürer	T3 e T9
Tapete de Sierpinski	T5
Triângulo de Sierpinski	T1, T4, T6 e T8

Fonte: Autoria própria.

### QP3: Quais recursos são utilizados?

Os dados coletados para responder esta questão de pesquisa diz respeito à forma como a construção de fractais está sendo estudada a partir das atividades didáticas propostas. De acordo com os resultados reportados na Tabela 6, observa-se que dois recursos são comumente empregados: materiais manipuláveis e/ou computacionais. Em



4 trabalhos apenas recursos computacionais foram adotados para o desenvolvimento das atividades (T3, T5, T6 e T9). Materiais manipuláveis, como o uso de lápis, papel, régua e compasso, foi o único recurso utilizado em 2 trabalhos (T1 e T7). O uso de materiais manipuláveis e recursos computacionais em conjunto ocorreu em 2 trabalhos (T2 e T4). Apenas 1 trabalho não sugeriu a utilização de nenhum recurso para o desenvolvimento das atividades (T8). Dentre os recursos computacionais citados, o software GeoGebra foi utilizado em todos os estudos que fizeram uso de recursos computacionais. O Excel também foi adotado no T5.

**Tabela 6** – Recursos adotados.

Recursos	Trabalhos
Materiais manipuláveis	T1, T2, T4 e T7
Recursos computacionais	T2, T3, T4, T5, T6 e T9

**Fonte:** Autoria própria.

Vale ressaltar que durante o desenvolvimento deste mapeamento sistemático foram identificadas algumas ameaças à validade que podem comprometer os resultados apresentados (KITCHENHAM; CHARTERS, 2007). Uma ameaça é a definição dos repositórios online para busca de estudos sistemáticos, uma vez que nem todas as fontes comuns foram escolhidas. Para minimizar essas escolhas, foram utilizados motores de buscas de vários periódicos e eventos na área de Educação Matemática. A seleção dos trabalhos e extração dos dados é outra ameaça à validade, já que foi realizada por pessoas. Visando mitigar tais ameaças, todas as atividades foram desenvolvidas pelos dois pesquisadores envolvidos nesta pesquisa de modo independente.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi apresentar os resultados de um mapeamento sistemático sobre o ensino de Geometria Fractal na área de Matemática. A partir da análise dos trabalhos selecionados foi possível observar que o ensino de Geometria Fractal ainda é pouco explorado, contando com apenas 9 artigos incluídos neste mapeamento sistemático. A Educação Básica, especialmente o Ensino Médio, concentra boa parte das pesquisas desenvolvidas no Brasil. Embora o ensino de fractais esteja expressamente previsto na BNCC em Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio, muitos professores não se sentem seguros em abordar a Geometria Fractal em sala de

aula devido ao pouco ou nenhum conhecimento sobre o tema (XAVIER *et al.*, 2019). No entanto, os resultados obtidos revelam uma carência na formação de professores com apenas um estudo selecionado desenvolvido com esse propósito.

Os trabalhos analisados focam, principalmente, na exploração de conceitos básicos para a construção de fractais clássicos com o apoio de tecnologias digitais. O uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática promove novas possibilidades pedagógicas que permitem ao professor motivar seus alunos para a aprendizagem de conteúdos matemáticos (KAMPPFF; MACHADO; CAVEDINI, 2004). A adoção do software GeoGebra foi unânime em todos os trabalhos que fizeram uso de recursos computacionais, confirmando ser uma ferramenta adequada para o ensino de fractais (FARIA, 2005).

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil, através do programa PIBIC/CNPq-UEPB.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, F. G. d. S.; MARINS, A. S. Introduzindo a Geometria Fractal no Ensino Médio por meio da Perspectiva de Modelagem Matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 6, n. 18, p. 21–34, 2019.

BARBOSA, L. M.; DA SILVA, R. S. R. Sobre pensamento computacional na construção de um Triângulo de Sierpinski com o GeoGebra. **Pesquisa e Debate em Educação**, v. 9, n. 1, p. 537–559, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sitete.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sitete.pdf). Acesso em: 15 set. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica. **Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no contexto escolar: possibilidades**. Brasília, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/193-tecnologias-digitais-da-informacao-e-comunicacao-no-contexto-escolar-possibilidades>. Acesso em: 15 set. 2021.

CARVALHO, H. C. **Geometria Fractal: Perspectivas e Possibilidades para o**

**Ensino de Matemática.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

DE PAULA, C. E. S.; DE SOUZA, T. M. R. Uma Abordagem da Geometria Fractal para o Ensino Médio. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 10, n. 3, p. 1–14, 2017.

DO NASCIMENTO, R. C.; DA COSTA, L. d. F. M. A Geometria Fractal e a formação do professor de Matemática: constructos possíveis. **EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 11, n. 1, p. 1–15, 2020.

FADIN, C.; TORTOLA, E. Cartão Fractal Degraus Centrais: Uma Atividade com Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. *In: XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM)*. Cuiabá: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2019.

FARIA, R. W. S. **Padrões Fractais: Contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

FERREIRA, J. C.; JULIO, R. S. Construindo seu fractal: experiências a partir de oficinas. *In: XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM)*. Cuiabá: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2019.

KAMPPFF, A. J. C.; MACHADO, J. C.; CAVEDINI, P. Novas Tecnologias e Educação Matemática. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 2, n. 2, 2004.

KITCHENHAM, B.; CHARTERS, S. Guidelines for performing systematic literature reviews in Software Engineering. Citeseer, 2007.

MORAN, M.; REZENDE, V. Uma exploração do Hexágono de Dürer com professores de Matemática da Educação Básica. **Boletim Online de Educação Matemática**, v. 8, n. 15, p. 109–127, 2020.

NASCIMENTO, M.; SILVA, S. C. R.; MACIEL, N. A. Uma proposta didática para o ensino de Geometria Fractal em sala de aula na Educação Básica. **VIDYA**, v. 32, n. 2, p. 20, 2012.

PAIXÃO FERREIRA, L. B.; ARAÚJO, T. d. V.; DO NASCIMENTO, M. L. Geometria Fractal: Uma Proposta de Investigação de Conceitos Matemáticos nos Anos Finais do Ensino Fundamental. *In: XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM)*. Cuiabá: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2019.

PETERSEN, K. *et al.* Systematic Mapping Studies in Software Engineering. *In: 12TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON EVALUATION AND ASSESSMENT IN SOFTWARE ENGINEERING (EASE'08)*. Swindon: BCS Learning Development Ltd, 2008. p. 68–77.

RABAY, Y. S. F. **Estudo e Aplicações da Geometria Fractal**. Dissertação (Mestrado) — Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

REZENDE, V. *et al.* O Fractal Árvore Pitagórica e Diferentes Representações: uma Investigação com Alunos do Ensino Médio. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 160–171, 2018.

REZENDE, V. *et al.* Registros de representação semiótica e sua articulação com o hexágono de Dürer nas aulas de matemática. **EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 9, n. 2, p. 1–25, 2018.

XAVIER, K. L. *et al.* Análise sobre os processos de construção do Triângulo de Sierpinski no GeoGebra e Scratch. **Brazilian Journal of Development**, v. 5, n. 12, p. 29755–29771, 2019.