ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE ENUNCIADOS CONDICIONAIS MATERIAIS E DEFECTIVOS

Stefânio Ramalho do Amaral [1]

RESUMO

Este artigo analisa duas diferentes concepções de enunciados condicionais, a saber, defectivo e material, tecendo críticas à ideia do ensino de condicional defectivo como suficiente para demonstrações lógicas. Tendo em vista que a implicação é necessária para demonstrações, além das complexas propriedades deste operador lógico, argumenta-se que não se torna viável a adoção do conceito de condicional defectivo como suficiente para fazer provas, por estreitar, em vez de facilitar, a compreensão de deduções lógicas. Como consequência, destaca-se a importância de desenvolvimento de novos métodos educacionais, a fim de ampliar a aprendizagem em sala de aula.

Palavras-chave: Ensino de lógica dedutiva, Enunciados condicionais, Condicionais materiais, Condicionais defectivos.

1. CONCEPÇÕES SOBRE IMPLICAÇÃO LÓGICA

Este artigo de revisão bibliográfica se insere num contexto de discussão sobre o ensino e o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, focando em duas compreensões sobre enunciados condicionais, a saber, material e defectivo. Inglis e Simpson (2009), por exemplo, que investigaram estes dois modos de compreensão, sugerem que o condicional defectivo não abstém os estudantes de realizarem deduções no campo da matemática, nem mesmo impede que tenham êxito no âmbito acadêmico. Contrapondo a ideias como estas, o presente artigo questiona estas noções, por não levar em consideração propriedades básicas dos enunciados condicionais.

A implicação lógica é fundamental para provas em matemática, por exemplo, e, portanto, de grande interesse a educadores matemáticos de níveis diversos. As pessoas em geral encontram dificuldades para lidar com os enunciados condicionais ("*se p, então q", ex.: "se Luan é pernambucano, então ele é brasileiro")* por ser contraintuitivo e difícil (SANTOS, 2007). Uma possível razão pode estar nos diferentes significados que podem ser dados enunciados deste tipo e que argumentos do tipo *modus tollens* podem ser mais difíceis do que *modus ponens*. Autores da Teoria da

---

[1] Mestre e doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Contato: amaral941@gmail.com

Lógica Mental (RIPS, 1990) afirmam que há esquemas inferenciais básicos aos seres humanos, a exemplo do *modus ponens*, que estaria sempre disponível aos seres humanos, ainda que haja erros no uso, resultando na falácia de afirmação do consequente. Esta mesma disponibilidade não aconteceria com outros esquemas, a exemplo do *modus tollens*. Isto sugere que o *modus ponens* aparece como universal na teoria e o *modus tollens* como um esquema usado apenas por algumas pessoas, podendo ser adquido, por exemplo, como produto de um treino em uma habilidade específica (SANTOS, 2007).

Este artigo foca em duas das compreensões de enunciados condicionais: condicionais materiais e condicionais defectivos[2]. Ensina-se formalmente a definição de condicional através da tabela 1 abaixo:

p	**q**	**p → q (material)**	**p → q (defectivo)**
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	I
F	F	V	I

Tabela 1: tabela verdade para *p, q* e *condicionais material e defectivo. V* significa verdadeiro*; F* significa falso *e I* denota irrelevante

Fonte: Inglis e Simpson (2009).

Conforme exposto na tabela 1, a única possibilidade de o enunciado condicional material ser falso é no caso de o antecedente (*p*) ser verdadeiro e o consequente (*q*) ser falso. Já na compreensão defectiva do condicional, importa apenas se o antecedente (*p*) é verdadeiro, sendo a enunciado verdadeiro apenas no caso de o consequente (*q*) também ser.

O entendimento do sentido do condicional material leva a algumas situações inusitadas, por exemplo: "*se 3 é par, então π é irracional*" é um condicional verdadeiro. Quine (1966) observou que esta compreensão da condição não é quotidianamente usada. Segundo este autor, "*se p, então q*" frequentemente não é tida como uma afirmação das condições de verdade do enunciado condicional (linhas 2, 4 e 5 da tabela 1), mas sim

[2] Entenda-se defectivo como *irrelevante*. Os condicionais defectivos possuem valores lógicos, mas são considerados irrelevantes para compreensão do valor de verdade do enunciado condicional.

como a afirmação do consequente verdadeiro em face ao antecedente verdadeiro (linha 2 da tabela 1).

Levando em consideração estes dois entendimentos diferentes de um enunciado condicional, questionou-se: que tipo de enunciado condicional é mais apropriado para uso nas aulas de matemática?

Inglis e Simpson (2009) pesquisaram habilidades de raciocínio lógico-matemático de 33 estudantes do primeiro ano de graduação em matemática em uma universidade britânica. Todos os estudantes obtiveram desempenho superior em matemática na escola. Os estudantes participaram de duas sessões de coleta de dados, uma no início e uma no final do ano. Em ambas as sessões, os participantes trabalharam individualmente através de um livreto de tarefas delineado para investigar o raciocínio lógico.

Dois exemplos destas tarefas serão trazidos: a tarefa da inferência do condicional e a tarefa da tabela-verdade. Foram usadas versões abstratas para evitar a confusão do tipo “teor realista”.

Quadro 1: Tarefa de Inferência do Condicional

Tarefa da Inferência do Condicional
Esta tarefa consistiu em 32 problemas referentes a um par formado por uma letra e um número imaginário. A tarefa consiste em decidir se a conclusão se segue ou não necessariamente da premissa.
<u>Exemplo:</u> *Regra: Se a letra não é G, então o número é 6.* *Premissa: O número não é 6.* *Conclusão: A carta é G.*
□ *SIM (segue)* □ *NÃO (não se segue)*

Fonte: Inglis e Simpson (2009).

Quadro 2: Tarefa da Tabela de Verdade

Tarefa da Tabela de Verdade
Esta sessão consistiu em 32 tarefas na forma de um cartão que tem uma letra maiúscula à esquerda e um número à direita. É dada uma regra, juntamente com uma foto de um cartão para que a regra seja aplicada. A tarefa é determinar se o cartão está em conformidade ou não com a regra.
Regra: Se a letra não é E, então o número não é 1. Cartão: D 1
Resposta: _____

Fonte: Inglis e Simpson (2009).

Hoyles e Küchemann (2002) sugeriram que o condicional defectivo é o mais apropriado para demonstrações matemáticas, pois este tipo de enunciado permitiria apreciar a consequência de uma implicação quando o antecedente é considerado verdadeiro. Por outro lado, Durand-Guerrier (2003) sugere que o uso do condicional material é necessário para o *modus tollens* (~q → ~p), demonstrando empiricamente não existir ligação entre a compreensão de condicional material e a demonstração através de modus tollens. Além disto, demonstrou que estudantes com alta performance na matemática adotam o condicional defectivo e que isso não parece afetar negativamente tanto suas capacidades de fazer inferências a partir de instruções condicionais abstratas ou mesmo em seus desempenhos em exames. Em suma, sob esta perspectiva, não parece haver nenhuma desvantagem para adotar a compreensão defectiva do condicional

2. SOBRE O ENSINO DE IMPLICAÇÕES LÓGICAS

Os enunciados condicionais ($p \rightarrow q$) são extremamente necessários para a realização de provas em matemática, conforme aponta Nunes, Carraher e Schliemann (2011), tendo em vista o caráter dedutivo deste campo de conhecimento. Na dedução, é logicamente impossível que numa demonstração válida a conclusão seja falsa, caso as premissas sejam verdadeiras (COPI, 1978). Nesta discussão também se inserem questões referentes às provas por induções, que não são bem vistas na matemática enquanto ciência, conforme o seguinte exemplo:

Todo número na forma ABC.ABC é divisível sem resto por 13

(*e.g.*: 789.789 : 13 = 60753).

Matemáticos não provariam este enunciado fazendo uso apenas fazendo alguns exemplos, para que então fosse generalizado. Enquanto organizada como ciência, na matemática somente são aceitas por dedução. Em se tratando de estudos realizados no âmbito do ensino acadêmico a estudantes, o uso do método dedutivo se torna então necessário e justificado (NUNES, CARRAHER E SCHLIEMANN; 2011).

Conforme aponta Luria (apud NUNES, 1997) as funções mentais superiores são mediadas por sistemas de signos, que permitem gerar compreensões, mais do que simples recordações sobre dados do mundo. Aprender sobre conectivos lógicos, por exemplo, faz com que os estudantes produzam significados, ainda que não tivessem ouvido falar anteriormente destes conteúdos. O uso de signos faz parte de um sistema culturalmente construído e socialmente transmitido e que medeia o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos. O uso de um sistema de signos é necessário na matemática por permitir que os indivíduos moldem a atividade de formas significantes. O uso da mediação não é óbvio, eles podem ser compreendidos no contexto das práticas culturais que são usados.

Neste sentido, a linguagem ordinária é codificada e cede lugar a símbolos, para que se possa operar com eles. "$p \rightarrow q$" e "$(\forall x)\ (Hx \rightarrow M\ x)$" são notações simbólicas usadas para representar essencialmente a mesma ideia: a inclusão da totalidade de uma classe na outra. Esta mesma ideia pode ainda ser representada graficamente, através do diagrama de Venn, enquanto uma representação da operação entre os conjuntos p e q. Ou seja, dominar conceitos matemáticos requer o domínio de sistema de signos, para que se possa operar com eles.

Neste sentido, cabe ressaltar a importância da compreensão da representação. Representar a negação do enunciado $(\forall x)\ (Hx \rightarrow M\ x)$ como $\sim(\forall x)\ (Hx \rightarrow M\ x))$ não é a mesma coisa que representar essa negação como $(\exists\ x)\ (Sx\ \wedge \sim M\ x)$, tendo em vista que esta última representação requer transformação nos símbolos, além de transformação do significado: não se trata apenas de mover a negação (~) para o interior do enunciado e alterar o quantificador, mas também compreender que ao negar um enunciado, mudam-se as propriedades dele, de universal para particular, de afirmativo para negativo, e consequentemente uma mudança na notação simbólica utilizada (PINTO, 2001; COPI, 1978; MORTARI, 2001).

Os enunciados condicionais podem ainda ser analisados sob a ótica da teoria dos campos conceituais. Desenvolvida por Gérard Vergnaud (MAGINA, CAMPOS, NUNES, GITIRANA, 2001), a teoria dos campos conceituais considera que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento de conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir de situações-problema. Segundo esta teoria, o desenvolvimento de um campo conceitual requer que o conceito seja visto como formado por um tripé de conjuntos, em que: o primeiro elemento, S, consiste num conjunto de situações que tornam o conceito significativo. O segundo elemento, I, consiste no conjunto de invariantes (objetivos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar estas situações. Por fim, o terceiro elemento, R, trata-se de um conjunto de representações simbólicas que pode ser usado para representar estes invariantes (I) e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles. Convém ressaltar ainda que a compreensão de um conceito, por mais simples que possa parecer, não emerge somente de um tipo de situação, assim como uma simples situação envolve mais do que apenas um conceito.

Tendo em vista estas ideias, podemos atrelar a teoria dos campos conceituais ao ensino da lógica dedutiva da seguinte forma:

a) Enquanto um conjunto de situações (S), faz-se necessário que o estudante compreenda que a relação entre os conjuntos pode acontecer de várias formas, seja de inclusão ou exclusão, parcial ou total. Enunciar “se p →q” é logicamente equivalente a dizer “todo p é q”, ou seja, incluir a totalidade de *p* em *q*.

b) Desta forma, obtêm-se invariantes nessas relações. Ao inserir *p* em *q*, “esvazio” a classe *p* e a insiro completamente na classe *q*. Por exemplo: na proposição “todo homem é mortal”, o que se afirma é que não existem homens não inseridos na classe dos mortais, ao passo que a classe dos mortais abarca toda a totalidade dos conjuntos dos homens. Ao mesmo tempo, não significa que todos os mortais sejam homens, mas sim somente uma parcela dos mortais.

c) Estas relações emergem numa variedade de representações simbólicas para que o conceito seja apreendido. *$p \rightarrow q$, todo p é q, $(\forall x)\ (Px \rightarrow Qx)$ e diagramas de Venn* são todas representações do mesmo conceito, a inclusão total da classe p na classe q. O domínio desta variedade de representações faz-se necessário então para que o estudante compreenda o conceito, para que a aprendizagem não seja fragmentada (pensar que, por exemplo, $p \rightarrow q$ e todo p é q são representações a conceitos distintos).

3. CONSIDERAÇÕES SOBRE A NOÇÃO DE *CONDICIONAL DEFECTIVO*

O estudo de Inglis e Simpson (2009) aponta diferentes modos de conceber o enunciado condicional. Os autores defenderam a ideia de que o uso do condicional defectivo é comum entre a maioria dos estudantes e que isto não os impede de ser relativamente bem sucedidos em tarefas de deduções lógico-matemáticas.

Segundo Vergnaud (MAGINA, CAMPOS, NUNES, GITIRANA, 2001), para que o estudante aprenda qualquer conteúdo, necessário que este conceito abarque o maior número de situações possíveis. Complementando essa ideia, Tall e Vinner (1981 *apud* INGLIS, SIMPSON; 2009) ressaltam que é mais apropriado que o estudante tenha o conceito que corresponda à definição mais relevante, neste sentido, não bastaria então ensinar o condicional defectivo como mais apropriados, tendo em vista que deixa de fora duas situações importantes para a compreensão do enunciado condicional. O condicional material tem a vantagem de abarcar duas possibilidades que são ignoradas pelo condicional defectivo, sendo assim uma forma mais completa e relevante para as demonstrações lógico-matemáticas. Inglis e Simpson (2009) criticam o uso do condicional material, argumentando que usando o condicional defectivo os estudantes não falham nas demonstrações matemáticas. Os autores apresentam dois argumentos centrais para defesa do condicional defectivo: a possibilidade de explicação de conceitos matemáticos e obtenção do *modus tollens* sem necessariamente depender do condicional material. Contrapondo a estas ideias, o presente trabalho tem a pretensão de contrapor as ideias trazidas por Inglis e Simpson (2009), por não levarem em consideração propriedades básicas do enunciado condicional e por falhar no entendimento de seu conceito.

Segundo Inglis e Simpson (2009), a falsidade do antecedente (~*p*) é irrelevante para a compreensão do condicional (ideia central do condicional defectivo), porém ela se faz extremamente necessária e seus próprios dados demonstram isso. Considerem-se os porquês: a lei da implicação material atrela a validade do enunciado condicional à falsidade do antecedente (~*p*) ou à veracidade do consequente (*q*) (COPI, 1978; PINTO, 2001; MORTARI, 2001, NOLT, ROHATYN, 1991). Os autores relatam correlações consideráveis entre os estudantes com perfis de uso majoritário do condicional defectivo e os acertos nas demonstrações lógico-matemáticas através da negação do antecedente e da afirmação do consequente. Ou seja, os estudantes desta forma faziam uso do da implicação material.

A correlação negativa encontrada entre os estudantes com perfil majoritário de uso do condicional material e os acertos nas demonstrações de *modus ponens*, afirmação do consequente e negação do antecedente deve ser cautelosamente analisada em face da ausência de sujeitos que foram classificados com perfil. Porém, como explicado no parágrafo anterior, os estudantes fazem sim uso da afirmação do consequente e da negação do antecedente nas demonstrações matemáticas. Além disto, a correlação encontrada entre os perfis dos estudantes que fizeram uso do condicional material e os acertos nas demonstrações usando *modus tollens* é maior do que a correlação entre estudantes que faziam uso de condicional defectivo e *modus tollens*, denotando que os estudantes com o perfil condicional material obtêm mais acertos no uso do *modus tollens*, quando comparados aos estudantes com perfil de uso do condicional defectivo.

4. À GUISA DE CONCLUSÃO

A ciência se constitui em um sistema dinâmico, passível de controvérsias e olhares alternativos. As concepções emergem dialogicamente de um processo dialético. Neste sentido, nem mesmo a lógica matemática está imune a olhares alternativos. O presente artigo explorou formas de compreensão de enunciados condicionais, especificamente duas: material e defectivo. Inglis e Simpson (2009) defendem a ideia de que o condicional defectivo é suficiente para realizar deduções matemáticas. Defendeu-se neste artigo que a noção de condicional defectivo não faz sentido quando compreendidas as noções de negação do antecedente e afirmação do consequente. Retomemos a noção de condicional defectivo: o condicional é verdadeiro quando o antecedente e o consequente também o forem, é falso quando o antecedente é verdadeiro e o consequente falso e irrelevante nos casos em que o antecedente é falso (ou seja, o consequente pode ser assim verdadeiro ou falso) (INGLIS, SIMPSON, 2009). Porém a irrelevância a que este condicional se refere nada mais é do que a falácia da negação do antecedente, ou seja, de um antecedente falso, posso ter o consequente verdadeiro ou falso. Aliada a esta ideia, temos a noção de lei da implicação material, que diz que o condicional é verdadeiro quando o antecedente for falso ou o consequente verdadeiro. Ou seja, a irrelevância a que o condicional defectivo se refere é necessariamente verdadeira e teoricamente fundamentada.

A ideia de condicional defectivo estreita a compreensão lógica deste tipo de enunciado, adotando a falsa ideia de irrelevância quando o antecedente é falso. Educacionalmente, o impacto de ensinar a noção de condicional defectivo como suficiente para compreensão do enunciado condicional é negativo, tendo em vista a incoerência da ideia, levando os estudantes a um erro. Caberia então explorar mais exemplos do condicional durante aulas, demonstrando lógico-matematicamente que a falsidade do antecedente é extremamente relevante para compreensão deste tipo de conectivo lógico.

REFERÊNCIAS

COPI, I. *Introdução à Lógica*, Trad. Álvaro Cabral, São Paulo: Mestre Jou, 1978.

COZBY, P., *Métodos de pesquisa em ciências do comportamento*. São Paulo: Atlas, 2003.

INGLIS, M., SIMPSON, The defective and material conditionals in Mathematics: does it matter? In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 225-232. Thessaloniki, Greece: PME, 2009.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. *Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.* São Paulo: PROEM, 2001.

MORTARI, C. *Introdução à Lógica*. São Paulo: UNESP. 2001.

NOLT, J., ROHATYN, D., *Lógica*. São Paulo: McGraw-Hill.1991.

NUNES, T. Systems of signs and mathematical reasoning. Em:: NUNES, T., BRYANT, P. *Learning and teaching mathematics: an international perspective*.London, Psychology Press. 1997.

NUNES, T., CARRAHER, D., SCHLIEMANN, A. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, Cortez, 2011.

PINTO, P.R.M., *Introdução à Lógica Simbólica*, Belo Horizonte: Editora UFMG, 2001, 339 p.

RIPS, Lance. Reasoning. Annual review of Psychology, 41, p.321-353.

SANTOS, C.M.M. Inferência na argumentação e na construção de conhecimento: explorando situações escolares. *Pro-Posições*, v. 18, n. 3 (54) - set./dez. 2007