

INTRODUÇÃO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRELADA AO USO DO GEOGEBRA

Rosângela Eliana Bertoldo Frare¹

RESUMO

Este texto refere-se ao relato de uma experiência vivenciada por uma professora de Matemática com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual paulista. Tem como objetivo apresentar e discutir sobre uma tarefa elaborada e proposta pela professora, tendo em vista a sua intencionalidade. A tarefa consiste na resolução de um problema, denominado de “O terreno do Seu Sebastião”, com o uso do Geogebra, para introduzir conceitos da Geometria Analítica. O percurso metodológico pautou-se em uma abordagem qualitativa dos dados, e contou com a utilização de: diário de campo da professora, registros produzidos pelos alunos na realização da tarefa, conversas e postagens nos grupos de *WhatsApp* das salas. A discussão apresentada está embasada teoricamente na perspectiva da resolução de problemas. Evidencia-se as potencialidades da tarefa proposta para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica.

Palavras-chave: Geometria analítica, Geogebra, Resolução de problemas.

INTRODUÇÃO

Ao longo da minha trajetória como professora de Matemática vivenciei² várias experiências relevantes. Neste texto revelo uma delas, envolvendo a minha prática com duas turmas do 3º ano do Ensino Médio na rede pública de ensino estadual paulista, em 2016, enquanto produzia os dados para a pesquisa de Doutorado em Educação. A investigação teve como foco as prescrições referentes às avaliações externas no meu contexto de trabalho. Assim sendo, constituiu-se uma pesquisa da própria-prática.

Com o intuito de evitar que algum fato relevante passasse despercebido, optei por acompanhar e registrar todo o trabalho desenvolvido com os alunos dessas turmas no decorrer do ano, independente de se referir ao objeto de estudo ou não. A ênfase não estava no processo de ensino e aprendizagem em Matemática na referida etapa da escolarização básica, e, por isso, muitas das informações registradas não foram elementos de análise, não compondo o texto final da pesquisa, como é o caso de algumas tarefas que desenvolvi com os alunos.

¹ Doutora pelo Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco – USF, *campus* Itatiba - SP, Professora de Matemática e Vice-diretora de Escola da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo – SEE-SP, robertoldo81@hotmail.com.

² Por de tratar do relato de uma experiência, o texto será escrita de modo narrativo.

Além das tarefas predefinidas pelo Currículo Estadual e disponibilizadas pelos Cadernos do Aluno, das que foram necessárias por determinação da escola, da Diretoria de Ensino, da Secretaria Estadual de Educação, outras foram desenvolvidas de acordo com a minha intencionalidade como professora de Matemática das turmas. Entre tais tarefas, destaco, no presente texto, a denominada de “O terreno do Seu Sebastião”.

Desse modo, o objetivo aqui é apresentar e discutir sobre esta tarefa, que versa sobre a resolução de um problema composto por diversas situações, atrelado ao uso do *software* Geogebra³, para introduzir conceitos da Geometria Analítica. Para tanto, descrevo a seguir o percurso metodológico, trago o aporte teórico, apresento e analiso alguns dados da experiência vivenciada e, por fim, exponho algumas considerações.

PERCURSO METOLÓGICO

A experiência aqui relatada contou com um percurso metodológico pautado em uma abordagem qualitativa. Para Flick (2009, p. 25), nesse tipo de abordagem o objeto é representado em sua totalidade, ou seja, dentro de seus contextos cotidianos e estudam-se “práticas e interações na vida cotidiana”. Ocorreu de março a maio de 2016, com 63 alunos de duas turmas de 3º ano do Ensino Médio da única escola estadual de um município do interior do estado de São Paulo, na época com cerca de 6.600 habitantes, dentre os quais, praticamente metade reside na zona rural.

A tarefa destacada aqui, dentre as demais que desenvolvi de acordo com a minha intencionalidade como professora de Matemática das turmas, durante a produção de dados de uma pesquisa de Doutorado, foi elaborada por mim com o intuito de abranger e proporcionar a compreensão de conceitos e termos comuns na abordagem da Geometria Analítica para posterior aprofundamento, contrariamente à típica abordagem por meio de fórmulas. Procurei relacionar o conteúdo com algo do cotidiano dos alunos. Como no município há uma quantidade significativa de moradores da zona rural, abordar características comuns de uma propriedade rural foi uma maneira de possibilitar que as tarefas fizessem sentido para os alunos. Denominado de “O terreno do Seu Sebastião”, o problema foi composto por treze situações, conforme o Quadro 1:

³ *Software* livre, de geometria dinâmica, em idioma Português, utilizado na versão 5.0, contendo ferramentas próprias para o trabalho com geometria analítica, conteúdo que relaciona **geometria** com **álgebra** e inclusive o nome *Geogebra* é uma junção de partes de ambas as palavras.

Quadro 1: O terreno do Seu Sebastião

Seu Sebastião comprou um terreno de 8 hectares e pediu ajuda ao sobrinho Marcos, que tinha acabado de entrar na faculdade de engenharia, para fazer o projeto do sítio. Marcos, que ainda não tinha aprendido a mexer com programas específicos para fazer isso, e não querendo recusar o pedido do tio, escolheu o *Geogebra*, *software* que possibilita o trabalho com geometria analítica, para fazer o projeto. Agora vocês vão se colocar na posição de Marcos e fazer o projeto, conforme deseja Seu Sebastião.

1ª situação: O terreno comprado por Seu Sebastião tem a forma de um retângulo, cujo lado menor tem a metade da medida do lado maior. Como você faria para representar esse terreno no plano cartesiano? Quais seriam as coordenadas dos vértices da projeção desse terreno? Dica: Se desejar, adote uma escala adequada para facilitar a trabalho com o plano cartesiano.

2ª situação: Seu Sebastião quer fazer a entrada do terreno usando como base um tronco de árvore seca que está localizado em um dos lados de menor medida, a uma distância de 30 m de um dos vértices. Além disso, nessa entrada ele quer colocar um portão de 5m de largura. Quais seriam as possíveis coordenadas dos pontos que representam as extremidades desse portão?

3ª situação: O fundo do terreno faz divisa exatamente com a margem de um rio de mais de 3m de largura. Segundo o novo código florestal, Seu Sebastião terá que preservar uma faixa de 30 m às margens desse rio. Quais são as coordenadas dos vértices da figura formada por essa faixa. Qual é a área dessa faixa em m^2 ?

4ª situação: Já na entrada, ele quer cercar um terreno quadrado de $2.500 m^2$ onde ficará a sede do sítio. Como vocês fariam isso e quais seriam as coordenadas da figura formada?

5ª situação: Ele deseja colocar três postes de luz, um em cada ponto médio dos lados do quadrado que forma a sede, exceto do lado em que se encontra o portão de entrada. Quais são as coordenadas dos pontos em que serão colocados esses postes?

6ª situação: Da sede sairá uma estrada até o rio. Para isso, Seu Sebastião quer cercar um espaço de 5 m de largura contados a partir da cerca da divisa com o terreno vizinho, e paralelo a ela. Qual será o comprimento dessa estrada em metros?

7ª situação: Na parte da frente do terreno, também a 30 m de seu outro vértice, está localizado um pé de jaca. Seu Sebastião quer fazer uma cerca ligando o pé de jaca ao vértice do quadrado que determina a sede do sítio, para formar um pomar. Como vocês fariam isso? Qual será o formato do terreno ocupado pelo pomar? Quais seriam as coordenadas dessa figura representada no plano cartesiano?

8ª situação: Como vocês fariam para calcular a área ocupada pelo pomar em m^2 ? Qual é a distância em metros entre cada par de vértices consecutivos dessa figura? É possível calcular a distância em metros entre os dois vértices do maior lado? Como? Se Seu Sebastião resolvesse cercar o pomar com alambrado, seria possível calcular em metros a quantia de tela que ele iria utilizar?

9ª situação: Ele quer construir uma cerca em linha reta para dividir o terreno em duas áreas: a que faz divisa com a sede será destinada à pastagem e a outra à plantação. Essa cerca será perpendicular às margens do rio, e vai da cerca que determina a área a ser preservada às margens do rio até o ponto médio do lado maior da figura que forma o pomar. Como vocês fariam para determinar as coordenadas desse ponto médio? Quais devem ser as coordenadas das extremidades dessa cerca? Qual é o comprimento dessa cerca em metros?

10ª situação: Há também uma nascente, localizada na parte que será destinada à pastagem. Ela está a 90m da margem do rio e a 50 m da divisa do terreno do Seu Sebastião com o terreno vizinho. Segundo o código florestal, ele terá que conservar em torno da nascente, uma área circular com 50 m de raio. Determinem essa região no plano cartesiano. Quais são as coordenadas dessa nascente? Se ele cercar essa área, quantos metros de comprimento a cerca terá?

11ª situação: Equidistante dos dois vértices do lado que representa o fundo do terreno e a 60 m da margem do rio está localizada outra nascente de água. Quais são as suas coordenadas no plano cartesiano? Qual é a área de terreno em m^2 que ele terá que preservar em torno da nascente?

12ª situação: Ao ver o projeto, Seu Sebastião decidiu fazer uma cerca concorrente a cerca que separa a parte destinada à plantação da destinada à pastagem, para deixar toda a área que contivesse as nascentes, como reserva. Para aproveitar melhor o espaço, de modo que, tanto a área a ser plantada, quanto a área utilizada como pasto, seja a maior possível, como vocês fariam essa cerca, mantendo essas exigências? Quais seriam os vértices que representam as suas extremidades? Qual seria o seu comprimento? Qual seria a sua inclinação?

13ª situação: A nascente localizada no ponto mais próximo da sede está a que distância dela em metros? A que distância em metros, ela está da cerca que seria construída para dividir a pastagem da plantação? Qual é a distância em metros da nascente à cerca que Seu Sebastião decidiu fazer para demarcar a área que deixará como reserva?

Fonte: Arquivo da professora

Os dados analisados no presente texto são provenientes do diário de campo da professora, das conversas e postagens nos grupos de *WhatsApp* das salas e dos registros produzidos pelos alunos na realização da tarefa – tanto os escritos nas folhas de questões e respostas, bem como os contidos nos arquivos das construções no Geogebra.

Para o desenvolvimento da tarefa os alunos se organizaram em grupos de 3, 4 ou 5 integrantes. Como a proposta envolvia a utilização de um *software*, foi necessário verificar com os grupos, quais teriam a possibilidade de levar *notebooks* para as aulas. Para os que não possuíam o equipamento, disponibilizei os que eu possuía e o da escola. Isso foi necessário devido à inviabilidade de uso da sala de informática da escola, pois, havia computadores com problemas, exigia tempo antes das aulas para organização do espaço, instalação do *software* etc. Utilizamos, na maioria das vezes, a sala de vídeo da escola, visto que esta possuía mesas redondas para o trabalho em grupos e havia tomadas suficientes para carregamento dos aparelhos, diferentemente das salas de aula.

No início de cada aula os alunos que havia levado o *notebook* recebiam um *pendrive* para a utilização do *software* e para o salvamento do arquivo da construção requerida pelo problema. Os grupos que utilizavam os disponibilizados por mim faziam isso no próprio equipamento. Cada grupo recebeu folhas com as questões propostas e com espaço para os registros das resoluções. Além disso, como cada turma possuía um grupo de *WhatsApp* de Matemática, foi utilizado como recurso para registros, discussões, dúvidas e postagens a respeito do desenvolvimento da tarefa.

Durante as aulas eu circulava pela sala observando as discussões que ocorriam nos grupos e realizando mediações. Os registros no diário de campo aconteciam após o

término das aulas do período, e era composto por reflexões sobre as minhas atitudes, por observações, impressões, sentimentos, planejamento etc (FLICK, 2009).

Tendo como objetivo apresentar e discutir sobre o desenvolvimento da tarefa proposta, que consiste na resolução de um problema, com o uso do Geogebra, para introduzir conceitos da Geometria Analítica, os dados obtidos foram analisados de modo qualitativo, a partir da seleção de episódios relevantes. Conforme Lüdke; André (1986, p. 45, grifo das autoras) “analisar os dados qualitativos significa ‘trabalhar’ todo o material obtido”, identificando relações e padrões.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O USO DA TECNOLOGIA

A “aprendizagem é um resultado do processo de Resolução de Problemas”. (VAN DE WALLE, 2009, p. 58). Um problema consiste em qualquer tarefa para a qual os alunos não conheçam nenhum método pronto e específico de solução. De acordo com Hiebert et al. (1997) algo só será um problema para um aluno se ele encarar isso como um desafio e quiser encontrar a resposta.

Para Van de Walle (2009, p. 57) “os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática”. Nesse sentido, Onuchi (1999, p. 207) defende a perspectiva de ensino através da resolução de problemas, em que “ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis”. A autora defende que o papel da resolução de problemas no currículo não pode ser limitada às atividades aplicadas após a aquisição de algum conceito ou técnica, no final de capítulos de livros didáticos; pelo contrário, precisa ser um meio de aquisição de novos conhecimentos pelos alunos, podendo haver a utilização de conhecimentos anteriormente construídos.

Nessa perspectiva o problema é proposto antes que determinado conteúdo matemático seja apresentado formalmente. Assim, “é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo” (ONUCHIC; ALEVATTO, 2011, p.80). Somente após a dinâmica de resolução de problemas é que o professor faz a sistematização dos novos conhecimentos e propõe outros problemas ou tarefas envolvendo-os.

Tendo em vista o avanço das tecnologias digitais no cotidiano dos alunos, o emprego delas nas aulas de Matemática é algo imprescindível. Considerando o papel da resolução de problemas na Educação Matemática, é possível trabalhar na perspectiva da resolução de problemas e explorar as possibilidades oferecidas pelo computador, inclusive, pelos *softwares*. Allevato, Onuchic e Jahn (2010), apresentam uma reflexão sobre o modo como a resolução de problemas está associada à tecnologia, indicando que a utilização do computador como ferramenta para resolução de problemas requer a adequação do problema ao objetivo pretendido e a proposição de problemas abertos que permitam a construção e a conexão entre conhecimentos matemáticos.

De acordo com Richit (2016, p. 118) ao aliar as tecnologias digitais às atividades de resolução de problemas é possível “ampliar as investigações matemáticas, favorecer a elaboração e verificação de novas conjecturas, facilitar e otimizar o processo de execução das estratégias de solução pré-definidas”. Na visão da autora, a articulação entre a resolução de problemas e o uso de tecnologias digitais para a apropriação de conceitos, propicia uma formação ampla dos estudantes, com possibilidade de se manifestar como práticas sociais qualificadas, críticas e conscientes, e ampliando a capacidade comunicativa e expressiva das pessoas.

Uma das maneiras de aliar a tecnologia à resolução de problemas envolve a utilização dos softwares de Geometria Dinâmica, que são “ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem” (GRAVINA, 2001, p. 82). Assim sendo, proporcionam não só a criação, mas também a manipulação e a visualização de construções geométricas na tela do computador. Dentre eles, o Geogebra é um dos mais conhecidos. Vários estudos vêm sendo desenvolvidos a respeito da utilização desse *software* no ensino e aprendizagem de Matemática, conforme apontam Tenório, Souza e Tenório (2015), inclusive, no campo da Geometria Analítica.

A EXPERIÊNCIA COM A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Um motivo de preocupação no desenvolvimento da minha prática em sala aula no 3º ano do Ensino Médio era o modo como a Geometria Analítica era proposta no material didático da rede para a referida etapa. Denominado de Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014), tal material, muitas vezes, introduzia os conceitos de modo direto, por

meio de exercícios, sem trazer previamente situações contextualizadas, que tivessem significado para os alunos e envolvessem contextos reais (VAN DE WALLE, 2009), não possibilitando um processo de apropriação. E, também, sem oferecer condições para as generalizações, apresentava as fórmulas a serem utilizadas nas questões seguintes. Embora o material pressupunha que os alunos haviam se apropriado de alguns termos específicos necessários ao desenvolvimento deste conteúdo, isso não ocorria na prática: tinham muita dificuldade na compreensão dos exercícios propostos devido à palavras próprias da Geometria Analítica que não lhes faziam sentido.

Além disso, se eu recorresse aos livros didáticos disponíveis, encontraria apenas abordagens com foco em explicação do conceito, demonstração de fórmulas, exemplos e exercícios de aplicação do conteúdo apresentado, pautadas no “paradigma do exercício” descrito por Skovsmose (2007). É uma perspectiva em que o professor é o responsável por expor os conteúdos e as técnicas de resolução. Os alunos limitam-se a resolver os exercícios individualmente, aplicando as técnicas apresentadas para chegar a uma única solução correta. Não há preocupação com estratégias de resolução, ideias, pensamento matemático, socialização das ideias, problematizações e investigações.

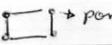
Objetivando abranger conceitos e termos mais comuns da Geometria Analítica para posterior aprofundamento, de modo contrário ao que propõem os materiais acima citados, elaborei e trabalhei com os alunos das duas turmas de 3º ano do Ensino Médio, o problema do terreno do Seu Sebastião, apresentado na seção metodológica.

Antes de propor a resolução da tarefa, para contextualizar e possibilitar o contato com algumas ideias iniciais da Geometria Analítica, exibi três vídeos envolvendo a resolução de problemas do projeto Matemática M³: Tesouro cartesiano, Jardim de números e Um ponto de vista⁴. Em seguida, fizemos uma roda de conversa a respeito.

Na aula seguinte, após a organização dos grupos e a distribuição dos materiais, solicitei que realizassem a leitura das situações propostas. É uma etapa importante para a compreensão do problema, o conhecimento de dificuldades iniciais, a identificação de palavras desconhecidas (ONUICH, ALLEVATO, 2011). Para auxiliar na compreensão do vocabulário próprio no estudo da Geometria Análítica, anexa à folha de questões e respostas distribuída, havia um quadro que os grupos deveriam ir preenchendo à medida que se deparassem com novas palavras e atribuíssem significados a elas – conforme exemplifica a Figura 1 – para posterior sistematização.

⁴ Disponível em: <<https://m3.ime.unicamp.br/recursos?filter=videos>>.

Figura 1: Recortes do quadro com palavras indicadas e significados atribuídos

Coordenadas ^(localização)	ponto $\Rightarrow (x,y)$	
Vértices	 pontos	
Retas paralelas	\parallel retas que não se cruzam	
Retas perpendiculares	\perp retas que se cruzam formando um ângulo de 90°	
Retas concorrentes	\times retas que se cruzam em qualquer ângulo.	
Vértice	é o ponto de cada lado	
Equidistante	a mesma distância de um lado p/ outro	
1 hectare	10.000 m ²	
Perpendicular	formam ângulo de 90°	

Fonte: Arquivo da professora

Nessa ocasião, foi indispensável realizar uma discussão coletiva, principalmente sobre a introdução do problema e a 1ª situação, que abrangia conhecimentos sobre as diferentes unidades de medida de área de terrenos e as relações entre elas, e o conceito de escala. Antes de deixar os alunos trabalharem, o professor precisa estar seguro de que compreenderam o problema (VAN DE WALLE, 2009). Cada grupo adotou uma escala para a representação do terreno no plano cartesiano, com o Geogebra. Tratava-se de um terreno de 8 hectares e, portanto, de 80.000 m² de área. Uns utilizaram a escala 1:10 – cada unidade da representação do plano cartesiano correspondia a 10 m – e, outros 1:20 ou 1:50. A Figura 2 retrata uma das resoluções utilizadas para definir como ficaria a representação do terreno.

Figura 2: Resolução da Situação 1 de um dos grupos

1ª) A escala é 1:20 m, já tínhamos a informação que o terreno era retângulo e sua área 80.000 m². Achamos cada comprimento dos lados, simplificamos em um valor mais baixo. Em seguida, desenhamos o retângulo no plano cartesiano onde 400 m \Rightarrow 20 m e 200 m \Rightarrow 10 m
Vértices $\Rightarrow A = (0,10)$; $B = (0,0)$; $C = (20,0)$; $D = (20,10)$

Fonte: Arquivo da professora

Durante o desenvolvimento das situações propostas, circulei pelos grupos fazendo mediações, pois, ao trabalhar com resolução de problemas, o professor é quem “leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários” (ONUICHIC, 1999,

que demandou tempo e provocou a dispersão dos alunos em alguns momentos. O excerto do meu diário de campo, elucida essa questão, apontando para a importância da reflexão do professor sobre a sua prática.

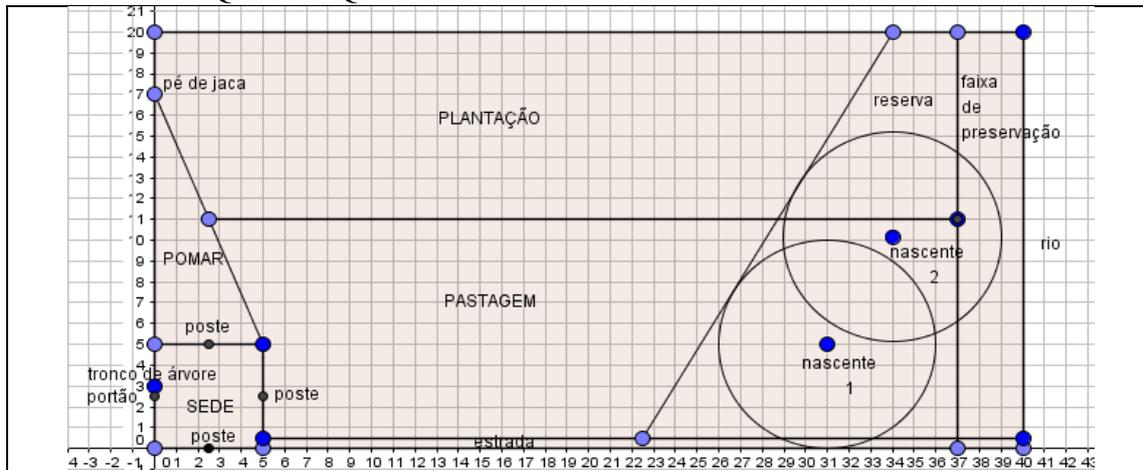
[...] *preferem aulas em que estão entretidos em resoluções, em que estão agindo na prática, do que ouvirem e serem provocados a expor suas opiniões e resoluções. [...] Talvez fosse mais interessante se tivesse projetado os resultados finais de cada grupo para a sala toda e feito uma discussão com eles a partir disso, mas pensei que apenas o oral bastaria, não surtindo o efeito esperado. [...]*

Também parece que foi muita informação de uma vez só. [...]

Isso servirá para que eu vá aprimorando o desenvolvimento dessa tarefa para o trabalho com futuras turmas. (Arquivo da professora, Diário de campo de 07/04/2016)

Findada a etapa de socialização, as turmas se dedicaram a realização das tarefas propostas no Caderno do Aluno. Ao término do assunto no referido material, elaborei e propus uma nova tarefa, conforme o Quadro 2.

Quadro 2: Questões finais sobre “O terreno do Seu Sebastião”



Na figura você tem uma possível solução para o projeto que Seu Sebastião queria. Observando-a faça o que se pede:

- Calcule a distância do pé de jaca à nascente 1.
- Encontre as coordenadas do ponto médio do segmento que liga as duas nascentes.
- Determine a inclinação do segmento que une o troco da árvore à nascente 2?
- Os pontos que representam as nascentes 1 e 2 e o ponto de encontro da cerca que divide a plantação e a pastagem com a cerca que limita a faixa de preservação às margens do rio, são alinhados. Por quê?
- Indique dois segmentos que são paralelos, dois que são concorrentes e dois que são perpendiculares.
- Encontre a equação da reta cujo segmento representa a cerca que separa as nascentes da área destinada à plantação e à pastagem.
- Calcule a distância entre o ponto de encontro da cerca que divide a plantação e a pastagem com a cerca que limita a faixa de preservação às margens do rio, e a cerca que separa as nascentes da área destinada à plantação e à pastagem.

- h) Encontre as inequações que determinam a área ocupada pelo pomar.
- i) Determine a equação das circunferências que determinam as áreas preservadas em torno das nascentes 1 e 2.

Fonte: Arquivo da professora

O intuito foi realizar o fechamento dos conceitos mobilizados com a proposição do problema do terreno do Seu Sebastião e aprofundados com as tarefas do material da rede: distância entre dois pontos, ponto médio, inclinação da reta, posição relativa de duas retas, distância entre ponto e reta, alinhamento de três pontos, inequação, equação da reta e equação da circunferência. Com a tarefa, pude observar se os alunos haviam se apropriado dos conceitos trabalhados, esclarecer algumas dúvidas, identificar o que precisava ser reforçado. Além disso, trouxe novos subsídios para o desenvolvimento da proposta com as minhas próximas turmas de 3º ano do Ensino Médio.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A experiência foi de extrema importância para o desenvolvimento da minha prática como professora de Matemática, pois encontrei uma possibilidade para fugir da típica abordagem da Geometria Analítica, que me incomodava. É imprescindível ao professor investir em propostas que façam sentido para ele e para os seus alunos.

Além de introduzir os conceitos próprios da Geometria Analítica, e trabalhar com a apropriação de termos específicos, a tarefa elaborada proporcionou a retomada e a mobilização de outros conceitos como escala, área, perímetro, construção e elementos de figuras geométricas, entre outros. A utilização do Geogebra como recurso para as representações do projeto do terreno do Seu Sebastião, a medida que caminhavam pelas situações que compunham o problema, contribuiu para essas aprendizagens. O *software* viabilizou as construções, a visualização, a precisão, a determinação de medidas, etc.

Ressalto que, faz-se necessário, após a implantação do Novo Ensino Médio na rede estadual paulista, a realização de novos estudos sobre o ensino da Geometria Analítica e a viabilidade do desenvolvimento de tarefas como a aqui apresentada.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R.; JAHN, A. P. O computador no ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de

problemas. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (org.). **Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores**. Recife: SEBEM, 2010.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de Geometria Dinâmica e o pensamento lógico-dedutivo**. 2001. 277f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2001. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/2545/000321616.pdf?sequen>>. Acesso em: 25 set. 2021.

HIEBERT, J. et al. **Making sense: teaching and learning mathematics with understanding**. Portsmouth: Heinemann, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, SP: EPU, 1986.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

RICHIT, A. Interfaces entre as tecnologias digitais e a resolução de problemas na perspectiva da educação matemática. **Revista Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, v. 11, n. 21, p. 109-122, jan-abr. 2016. Disponível em: <<http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/65/39>>. Acesso em: 20 set. 2021.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno: Matemática, Ensino Médio**, volume 3. São Paulo: SE, 2014.

TENÓRIO, A.; SOUZA, S. M. R.; TENÓRIO, T. O uso do software educativo GeoGebra no estudo de Geometria Analítica. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 4, n.2 p.103-121, 2015. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/24003/18244>>. Acesso em 26 set. 2021.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.