

## O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA<sup>1</sup>

Marileide Alves da Silva<sup>2</sup>  
Ieda Maria Giongo<sup>3</sup>  
Marli Teresinha Quartieri<sup>4</sup>

### RESUMO

Os processos de ensino e aprendizagem de Matemática têm sido amplamente discutidos em virtude dos baixos índices de aprovação nas escolas e de desempenho dos estudantes nas avaliações internas e externas. Nesse contexto, é essencial o estudo de novas metodologias que visem tornar esses processos mais significativos ao aluno. Neste artigo, então, preconiza-se a Investigação Matemática como uma estratégia com forte potencial para o Ensino de Geometria. A partir de uma tarefa desenvolvida numa abordagem qualitativa e abordando conteúdos da Geometria Espacial, buscou-se investigar as estratégias e conjecturas desenvolvidas por um grupo de estudantes do Ensino Médio ao explorarem tarefas investigativas. Os dados foram coletados por meio de diário de campo, gravação de áudio, fotografias e material escrito produzido pelos alunos. Constatou-se que os alunos desenvolveram várias estratégias e se apropriaram dos conceitos geométricos envolvidos.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática, Geometria Espacial, Ensino Aprendizagem.

### INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem de Matemática vêm sendo amplamente problematizados, dentre outros fatores, em virtude dos baixos índices de aprendizagens verificados por meio de avaliações internas e externas. Nesse contexto, a Geometria surge como um campo da Matemática em que esses problemas se acentuam. No entanto, para Schmidt, Pretto e Leivas (2016), ela é uma área de variadas disciplinas que se constituem em poderosas ferramentas para a compreensão do mundo. Conforme

---

<sup>1</sup> Este trabalho é parte integrante da dissertação de Mestrado intitulada INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA, GEOMETRIA ESPACIAL E AVALIAÇÃO FORMATIVA: POSSIBILIDADES E INDAGAÇÕES.

<sup>2</sup> Mestre do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas do PPGECE, Univates, marileide.silva@universo.univates.br.;

<sup>3</sup> Doutora em Educação, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS igiongo@univates.br

<sup>4</sup> Doutora em Educação, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS, mtquartieri@univates.br



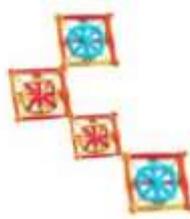
Santos e Nacarato (2014), até 1960, o ensino de Geometria baseava-se nos estudos de Euclides e, na década de 1970, sofreu fortes influências do Movimento da Matemática Moderna. Para Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 67), em consequência dessa influência, a Geometria passou a ser vista como um “parente pobre” da álgebra linear: “O seu papel era o de ilustrar o caráter axiomático e dedutivo da matemática. Na prática, os aspectos da geometria ligados à observação, à experimentação e à construção praticamente desapareceram do ensino básico”.

Kaleff (1994) já ressaltava a importância de se buscar adequar o ensino de Geometria ao contexto educacional científico e tecnológico. Para a autora, visando à formação integral do educando, o ensino de Geometria deveria:

- (a) induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico e desenvolver sua intuição espacial e seu raciocínio espacial; (b) desenvolver no aluno a capacidade de ler e de interpretar argumentos matemáticos, utilizando a Geometria como o meio para representar conceitos e as relações Matemáticas; (c) proporcionar ao aluno meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva; (d) desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade (KALEFF, 1994, p. 20-21).

Nesse sentido, é importante destacar também as ideias de Santos e Oliveira (2018) ao considerarem que o aprendizado de Geometria deve envolver tarefas de investigação, experimentação, exploração, além do uso de objetos do cotidiano e outros materiais concretos, pois, “à medida que os alunos exploram, também constroem, classificam, descrevem e representam objetos e modelos, desenvolvendo habilidades essenciais do pensamento geométrico” (SANTOS; OLIVEIRA, 2018, p. 399).

Dessa forma, discussões e reflexões no campo da Educação Matemática vêm sendo desenvolvidas com o intuito de rever práticas e métodos que favoreçam um ensino mais dinâmico e permitam, ao educando, desenvolver habilidades que lhes possibilitem a construção do conhecimento. Nesse contexto, existem diferentes tendências metodológicas de ensino que podem nortear o trabalho pedagógico e contribuir para uma melhor aprendizagem. Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) consideram propício, para o ensino de Geometria, o uso da Investigação Matemática, visto que as tarefas exploratórias e investigativas podem contribuir para uma



compreensão de propriedades que vai além da simples memorização de fórmulas. Para Ponte (2003a, p. 2):

Numa investigação matemática, parte-se de uma questão muito geral ou de um conjunto de informações pouco estruturadas a partir das quais se procura formular uma questão mais precisa e sobre ela produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas, algumas das quais, perante contra-exemplos, poderão ser desde logo abandonadas. Outras, sem se revelarem inteiramente correctas, poderão ser aperfeiçoadas. Neste processo, por vezes formulam-se novas questões e abandonam-se, em parte ou no todo, as questões iniciais. As conjecturas que resistirem a vários testes vão ganhando credibilidade, estimulando a realização de uma prova que, se for conseguida, lhes conferirá validade matemática.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 13): “Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. No contexto da sala de aula, como metodologia de ensino e aprendizagem, em tarefas de investigação, ainda conforme os autores, “O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019, p. 23). Assim, “Investigar é procurar conhecer o que não se sabe” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019, p. 13). Ademais, “[...] quem investiga está a procurar aprender e quem aprende pode ter muito interesse em investigar” (PONTE, 2003b, p. 1). Por fim, Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) preconizam a existência de três fases na realização de uma aula investigativa:

(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019, p. 25).

Nesse sentido, cabe destacar algumas atitudes importantes do professor no decorrer das etapas da Investigação Matemática. O conhecimento que ele tem acerca da metodologia, a importância que atribui a ela e a maneira como conduz a aula são fatores que poderão influenciar no nível de envolvimento dos alunos (CORRADI, 2011). A esse respeito, Ponte et al. (1998, p. 42) destacam:

No arranque da actividade, o professor procura envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a realização de uma tarefa. Durante a actividade, verifica se eles estão a trabalhar de modo produtivo, formulando questões,



representado a informação dada, ensaiando e testando conjecturas e procurando justificá-las. Na fase final, o professor procura saber quais as conclusões a que os alunos chegaram, como as justificam e se tiram implicações interessantes.

Com base nesses pressupostos e em uma abordagem qualitativa com características de estudo de caso, este artigo traz um recorte da dissertação de Mestrado que teve, como um de seus objetivos, investigar estratégias e conjecturas de um grupo de estudantes de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio ao desenvolverem as tarefas investigativas no contexto da Geometria Espacial.

## **METODOLOGIA**

Numa abordagem qualitativa com características de estudo de caso, a pesquisa foi desenvolvida com 29 alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual. Segundo Gil (2002, p. 55), o estudo de caso não visa “proporcionar o conhecimento preciso das características de uma população, mas sim o de proporcionar uma visão global do problema ou de identificar possíveis fatores que o influenciam ou são por ele influenciados”.

Entre esses fatores, vale destacar as interações ocorridas entre a pesquisadora e os estudantes durante a intervenção desenvolvida, as quais possibilitaram a elaboração de estratégias para explorar as tarefas investigativas. Os dados foram coletados por meio do diário de campo da pesquisadora, de gravadores de áudio, fotografias e material escrito produzido pelos alunos, tais como resolução das tarefas e relatórios. Esses instrumentos possibilitaram uma análise mais pormenorizada das estratégias de resolução e das dificuldades apresentadas pelos alunos.

Com base nos aportes teóricos da Investigação Matemática, foram propostas oito tarefas investigativas no contexto da Geometria Espacial, as quais foram entregues em formato impresso a cada aluno. Dessa forma, a prática foi desenvolvida em 16 encontros, sendo oito para a realização das tarefas e oito para o *feedback* das avaliações. Cada tarefa foi desenvolvida em grupos de cinco a seis alunos e no período de duas horas/aula de, aproximadamente, 50 minutos cada. No entanto, tendo em vista que “a variedade de percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage às intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019, p. 25), em quase todos os encontros foi necessário um



acréscimo de, em média, 30 minutos. Além disso, ao final de cada exploração, os grupos foram convidados a apresentar suas descobertas.

A seguir, descreve-se uma das tarefas desenvolvidas, bem como apresentam-se as discussões e reflexões efetivadas pelos alunos no momento da exploração.

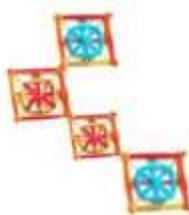
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como já mencionado anteriormente, a turma foi dividida em cinco grupos, os quais foram definidos por afinidades. Após todos se organizarem, foi entregue, para cada aluno, a tarefa impressa, destacando-se a necessidade de os grupos realizarem a leitura da questão, discutirem as estratégias, elaborarem as justificativas e fazerem as anotações de todos os passos para, posteriormente, escreverem o relatório que seria usado como instrumento de avaliação. Explicou-se ainda que, ao final, haveria a discussão dos resultados da tarefa, em grande grupo.

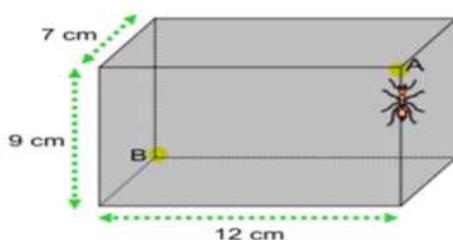
Além da tarefa impressa, cada aluno recebeu uma caixa confeccionada com papel cartão, cujas medidas conferiam com as da ilustração contida na tarefa, conforme o Quadro 1. Seguindo os pressupostos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), efetuou-se a leitura do enunciado para o grande grupo. Para esses autores, a leitura conjunta, buscando-se esclarecer termos com os quais os alunos ainda não estão acostumados, é imprescindível para a compreensão, principalmente quando esses ainda não têm experiência com esse tipo de tarefa.

A tarefa 1 (QUADRO 1), intitulada “O passeio da formiga e da abelha”, foi adaptada de Carvalho (2011), que afirma tê-la retirado de livros didáticos utilizados na escola de sua pesquisa. Neste trabalho, foi adaptada para levar o aluno a compreender o conceito de diagonal da face e do poliedro e a resolver situações que exigem o cálculo do seu comprimento. Realizou-se a exploração da tarefa em duas aulas e meia, totalizando 125 minutos.

Quadro 1 - O Passeio da formiga e da abelha



**TAREFA 1** - No vértice A de uma caixa cujas medidas estão indicadas na figura, encontram-se uma abelha e uma formiga. Imagine que a formiga, passeando pelas arestas da caixa, vá do vértice “A” ao vértice “B”, passando só uma vez pelo mesmo lugar. Qual a menor e a maior distância que ela pode percorrer? Explique detalhadamente como pensou. E se a abelha também desejasse ir ao vértice B, qual a menor distância que ela poderia percorrer?



Fonte: Adaptada de Carvalho (2011).

Para responder à primeira pergunta da tarefa, todos os grupos realizaram tentativas, simulando possíveis caminhos que a formiga poderia percorrer. O grupo (02) tentou desenvolver uma fórmula, pois os alunos acreditavam que a questão não poderia ser solucionada apenas por tentativas e não seria, em suas palavras, “tão simples”. Após algum tempo, as tentativas foram sendo refutadas, uma vez que não se verificavam. Dessa forma, o grupo desistiu e fez como os demais grupos. Os excertos a seguir mostram as tentativas e discussões decorrentes:

A12: “*Professora descobrimos que existem seis caminhos possíveis, pois a primeira decisão pode ser escolhida de três maneiras e para cada uma existe duas maneiras de prosseguir*”.

A18: “*Mas nas seis maneiras dá sempre o mesmo resultado, 28 cm, porque, de qualquer forma, para chegar ao destino, ela terá que percorrer as três dimensões da caixa: comprimento, largura e altura. Logo, o resultado será sempre 28 cm*”.

Percebeu-se, pelas falas dos alunos, que eles relacionaram a questão aos problemas de análise combinatória, mais especificamente, aos que envolviam o princípio fundamental da contagem, conteúdo que haviam estudado no bimestre anterior. Essa estratégia utilizada evidencia que os alunos mobilizaram conteúdos passados, o que remete às ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) quando afirmam que, nas tarefas de investigação, os alunos procuram integrar seus conhecimentos à situação proposta, cabendo ao professor estimular esse processo.



A maioria dos alunos se mostrou empolgada com a tarefa, porém sempre comentando que deveriam encontrar uma fórmula para confirmar os resultados. Além disso, sempre que concluía uma resposta, solicitavam a validação da professora pesquisadora. Nesse sentido, segue o diálogo com o grupo (04):

A23: *“Professora, após tentarmos todas as possibilidades, percebemos que o maior caminho é 70 cm”.*

A25: *“Verdade, achamos que o maior é aquele que a formiga passa mais vezes pelas maiores arestas,  $9 + 12 + 9 + 7 + 12 + 9 + 12$ , o resultado é 70cm. Correto?”*

A partir dessas falas, percebe-se a insegurança dos alunos ao realizarem tarefas matemáticas. Portanto, as tarefas investigativas podem ser uma oportunidade para o professor levar o aluno a “sentir que as suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019, p. 28).

Em relação à terceira pergunta, todos os grupos constataram que o percurso da abelha seria diferente, considerando que ela poderia voar. Dois grupos utilizaram as caixas confeccionadas: apoiaram duas delas sobre a mesa e colocaram uma terceira em cima de uma delas; em seguida, fizeram a medição com um barbante. Essa estratégia corrobora as ideias de Passos (2012, p. 78) quando considera que os materiais manipulativos “devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento [...]”, pois, realmente, o uso das caixas confeccionadas tornou a atividade mais clara e compreensível aos alunos.

Ainda em relação à terceira pergunta, os alunos do grupo (03) fizeram, espontaneamente, alguns questionamentos:

A13: *“A abelha deve ir pelo meio da caixa. Falta saber como encontrar essa medida”.*

A24: *“Verdade, o menor caminho é em linha reta de uma ponta a outra por dentro, como se fosse na diagonal”.*

O diálogo evidencia a compreensão do aluno de que o menor trajeto seria em linha reta e que essa seria a diagonal do paralelepípedo. Então a professora pesquisadora questionou: *“e como podemos calcular a medida dessa diagonal?”* (Professora). O grupo não respondeu prontamente, mas, alguns minutos depois, após discussões e tentativas, um dos alunos pegou uma das caixas e depois de observá-la, girando-a de um



lado para o outro, fez alguns rabiscos no caderno e expôs uma ideia:

A11: “Já sei, acho que podemos usar as medidas das arestas para calcular a diagonal, porque ela e as arestas formam um triângulo”.

A24: “É mesmo! Forma um triângulo retângulo, não é professora? Se for, é só usar Pitágoras”.

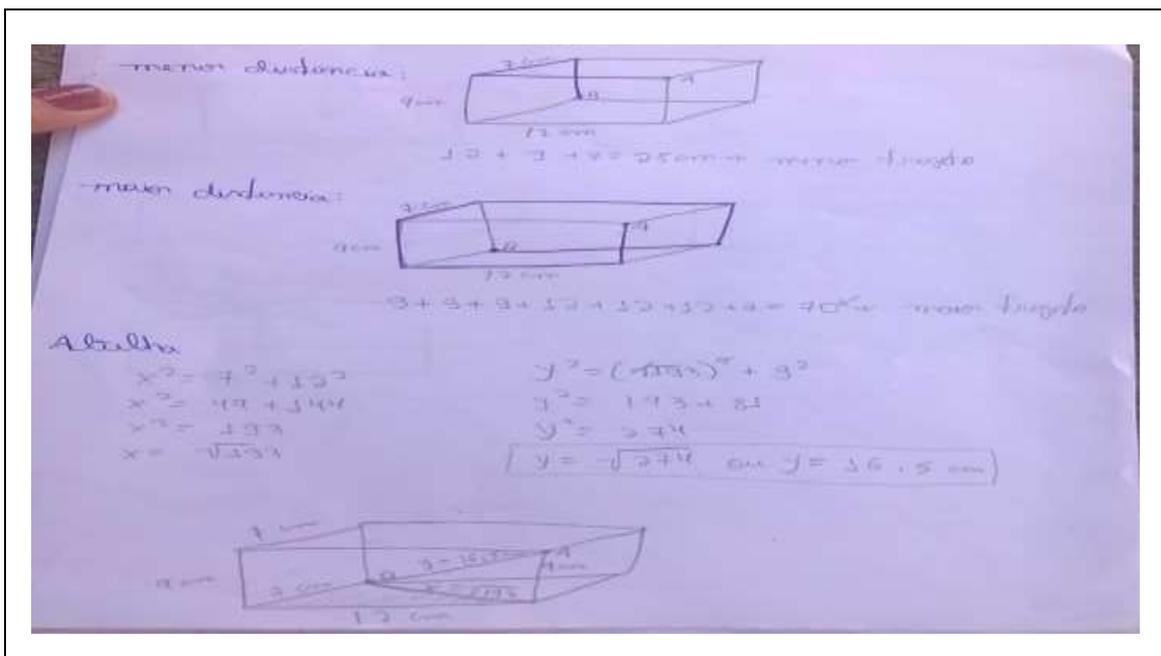
Professora: “Então, investiguem se é um triângulo retângulo mesmo”.

Os alunos optaram por planificar a caixa para verificar se realmente as arestas formavam triângulos retângulos, o que não possibilitou que alcançassem o resultado esperado. Contudo, concluíram que eram triângulos retângulos, por considerarem que a caixinha era reta, e passaram a fazer as medições. Após algum tempo, o mesmo aluno estabeleceu o seguinte diálogo:

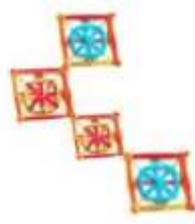
A11: “Pronto, professora, fizemos assim: essas três medidas formam um triângulo retângulo, só tínhamos a medida de um cateto, não tínhamos esse debaixo. Mas aí percebemos que embaixo também dá para formar um triângulo retângulo com os lados da base. Então usamos o Teorema de Pitágoras primeiro embaixo. Encontramos essa medida e aí usamos de novo e encontramos a que queríamos”.

Considerando essa fala, fica clara a mobilização de conceitos para a resolução da tarefa. Além de expor sua resolução de forma oral, o aluno fez uso de desenhos para justificar sua estratégia, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Elaborações do grupo (03) para a primeira tarefa investigativa



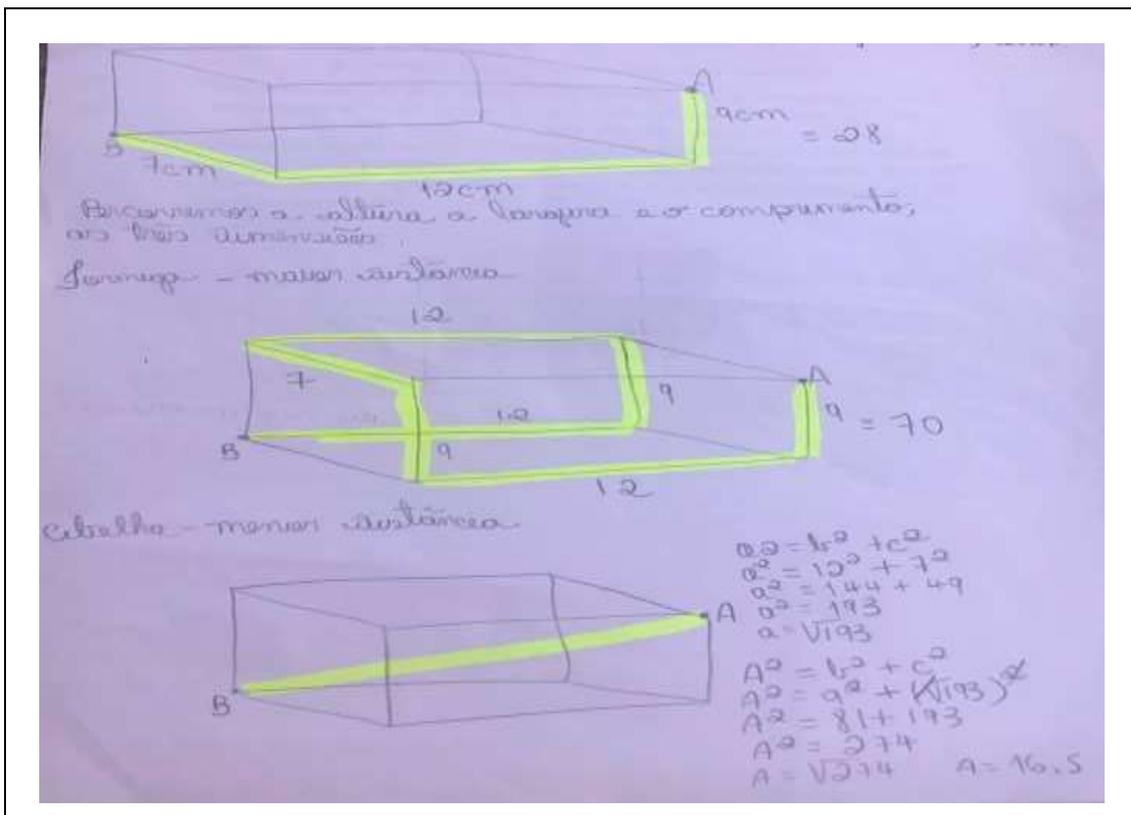
Fonte: Alunos do grupo (03) (2019).



De acordo com a Figura 1, o grupo visualizou dois triângulos retângulos. O primeiro, com catetos medindo 7 cm e 12 cm; calculando a hipotenusa, encontraram como resultado raiz de 193. E o segundo, com catetos medindo 9 cm e raiz de 193; com a hipotenusa calculada, foi raiz de 274.

Assim como ocorreu na pesquisa de Maccali (2017), alguns grupos utilizaram desenhos para representar suas respostas, conforme pode ser visualizado nas Figuras 1 e 2. Segundo Andretta e Liblik (2011, p. 5), “a representação gráfica da imagem visualizada pelo aluno é uma forma de expressar por meio de registros, situações ou objetos que já visualizou mentalmente e o levaram a pensar sobre um determinado assunto ou conceito, ainda em construção”.

Figura 2 – Elaboraões do grupo (05) para a primeira tarefa investigativa



Fonte: Alunos do grupo (05) (2019).

De modo geral, os três grupos utilizaram a mesma estratégia que está representada na Figura 2, pois todos tinham a ideia de que deveriam usar o Teorema de Pitágoras. No entanto, questionados sobre uma generalização que possibilitasse



encontrar essa medida para uma caixa com medidas quaisquer, nenhum grupo conseguiu encontrar a resposta. Percebendo o pouco tempo que restava, solicitou-se à professora da aula seguinte que cedesse alguns minutos e iniciou-se a discussão em grande grupo.

Após cada grupo expor suas estratégias e a forma como havia procedido para encontrar a medida desejada, a professora pesquisadora desenhou na lousa uma caixa de medidas  $a$ ,  $b$  e  $c$ , e questionou de que forma seria possível encontrar a medida “D” da diagonal da caixa. Não demorou para que um aluno se pronunciasse:

A06: *“Agora eu entendi, professora. Podemos usar Pitágoras aí também.*

Professora: *E como ficaria?”*

Nesse momento, os alunos que haviam utilizado o Teorema de Pitágoras começaram a fazer anotações em seus cadernos e, alguns minutos depois, dois alunos falaram ao mesmo tempo:

A06: *“Consegui!”*

A12: *“Consegui!”*

Professora: *“Gostariam de vir aqui expor?”*

A06: *“Eu encontrei primeiro  $x$ ”* [Referindo-se à diagonal da face inferior].

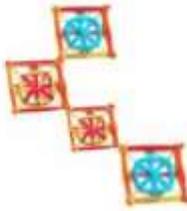
A12: *“Eu também,  $x$  é igual à raiz quadrada de “ $a$ ” ao quadrado mais “ $b$ ” ao quadrado”.*

A06: *“Pronto, aí usei Pitágoras nesse triângulo de cima de novo. Aí encontrei que a diagonal é sempre igual à raiz quadrada de todas as medidas ao quadrado”.*

Professora: *“Muito bem, é isso mesmo”.*

Apesar de não terem conseguido generalizar a ideia de diagonal do paralelepípedo durante a exploração da tarefa, no momento das apresentações, após alguns questionamentos, os alunos conseguiram fazê-lo.

Assim, as ideias de Oliveira, Segurado e Ponte (1998), quando destacam a importância do papel do professor no momento das discussões e apresentações finais tornam-se bastante produtivas. Segundo esses autores, cabe ao professor iniciar e conduzir essas discussões, envolver os alunos com questões desafiadoras e instigar para que argumentem e comuniquem suas descobertas. Dessa forma, destaca-se que, assim como na tarefa 1, nas demais tarefas, após os alunos realizarem e apresentarem os resultados de suas investigações, foi possível formalizar as relações e conceitos



matemáticos envolvidos.

Nesse contexto, os comentários dos alunos foram satisfatórios. Alguns relataram que foi bastante interessante descobrir as fórmulas, pois, dessa maneira, seria mais difícil esquecê-las. Por conta do tempo, ficou acordado que o relatório deveria ser produzido em horário extraclasse e entregue na aula seguinte.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tarefas propostas apresentaram-se com forte potencial para a criação de um ambiente motivador e investigativo. Além disso, possibilitaram aos estudantes uma diversidade de experiências matemáticas, tais como: desenvolver um modo próprio de pensar e criar estratégias de resolução; utilizar ferramentas matemáticas; elaborar e testar conjecturas, comunicando-as de forma oral e escrita. No desenvolvimento das tarefas, os grupos fizeram uso de diversas estratégias e as conjecturas surgiram de diferentes modos: por tentativas, observações, analogias, desenhos e por manipulação de fórmulas e operações matemáticas. Os alunos envolveram-se nas tarefas investigativas e apropriaram-se de diversos conceitos geométricos, além de terem desenvolvido o raciocínio espacial, o que confirma a hipótese de que o ensino de Geometria é propício ao trabalho com investigação.

## REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 1999.

ANDRETTA, P.; LIBLIK, A. M. P. **Desenho: da imagem mental à representação gráfica: uma proposta para o ensino da Matemática**. In: XV ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EBRAPEM, 2011, Campina Grande/PB. Ebrapem em movimento: desafios e perspectivas. Campina Grande/PB: Editora da Universidade Estadual da Paraíba, 2011. v. 01. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/ebrapem/2011/ced9dca353849a9db5a8d6acbc a207f.pdf>. Acesso em: 11 out. 2019.

CARVALHO, F. de P. S. **Ensino e aprendizagem e conteúdos de geometria espacial em um ambiente dinâmico e interativo**. 2011. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2011. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tde/558>. Acesso em: 15 jan. 2019.

CORRADI, D. K. Investigações Matemáticas. **Revista da Educação Matemática da UFOP**, v. 1. XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística. ISSN 2237 - 809X 162, [S.l.], 2011. Disponível em: <https://docplayer.com.br/56105631-Investigacoes-matematicas.html>. Acesso em: 03 nov. 2018.



GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino da geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 19-25, 1994. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/1334/743>. Acesso em: 15 fev. 2019.

MACCALI, L. **Atividades investigativas para o ensino da álgebra em turmas de 7º ano e 9º ano do ensino fundamental**. 2017. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2017. Disponível em: <https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/1713/1/2017LudmilaMaccali.pdf>. Acesso em: 08 fev. 2020.

OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. **Tarefas de investigação em Matemática: histórias de sala de aula**. In: Actas do VI ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Porto Alegre: SPCE-SEM, 1998. 20p. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Joao\\_Ponte2/publication/238783691\\_Tarefas\\_de\\_investigacao\\_em\\_Matematica\\_Historias\\_da\\_sala\\_de\\_aula/links/00463528156df859be000000/Tarefas-de-investigacao-em-Matematica-Historias-da-sala-de-aula.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Joao_Ponte2/publication/238783691_Tarefas_de_investigacao_em_Matematica_Historias_da_sala_de_aula/links/00463528156df859be000000/Tarefas-de-investigacao-em-Matematica-Historias-da-sala-de-aula.pdf). Acesso em: 12 set. 2017.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sergio Aparecido (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 77-92.

PONTE, J. P. **Investigações sobre investigações matemáticas em Portugal**. [S.l.:s.n.], 2003a. 75p. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Rev-SPCE\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Rev-SPCE).pdf). Acesso em: 02 set. 2018.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. In: Actas do PROFMAT. Lisboa: APM, 2003b. 23p. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf). Acesso em: 25 out. 2018.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, [S.l.], v. 7, n. 2, p. 41-70, 1998. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/340/301>. Acesso em: 10 out. 2018.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S. A prática pedagógica em geometria nos primeiros anos do ensino fundamental: construindo significados. **Revista Valore**, Volta Redonda, v. 3, n. 1, p. 388-407, jan./jun. 2018. Disponível em: <https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/download/85/102>. Acesso em: 10 jan. 2019.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. **Aprendizagem em Geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

SCHMIDT, G.M.; PRETTO, V.; LEIVAS, J.C.P. História da Matemática como recurso didático-pedagógico para conceitos geométricos. **Caderno pedagógico**, Lajeado, v. 13, n. 1, p. 41-57, 2016. Disponível em: <http://www.univates.br/revistas/index.php/cadped/article/view/986>. Acesso em: 05 mai. 2020.