

AS ESCALAS MUSICAIS TEMPERADA, DIATÔNICA E PENTATÔNICA, COMO MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO DAS PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

Wuesley Jezreel Medeiros de Andrade¹

Rivaldo Lopes de Andrade²

Weydson Bruno Barbosa de Lima³

Filipe Andrade da Costa⁴

INTRODUÇÃO

O conhecimento matemático, por alguns é considerado abstrato, devido a ser estruturado por uma linguagem própria, onde seus objetos de estudo mantem-se geralmente no plano das ideias. Nessa perspectiva, alguns indivíduos, por não compreenderem a matemática ou os seus processos, ignoram ou desprezam a importância da mesma na estrutura do mundo que conhecemos.

As progressões geométricas, são uma boa amostra disto. Visto que no nosso cotidiano a mesma se faz presente. Alguns exemplos disso, são a representação do crescimento de populações, cálculos de juros compostos, nascimento de novos galhos em uma árvore, na estrutura de uma escala musical e tudo que aumente ou diminua segundo uma constante, a razão. Inclusive, as sequências, progressões aritméticas e progressões geométricas também estão no programa dos conteúdos a serem estudados no ensino médio, mais especificamente no 1º ano.

Por isso, a pesquisa em questão foi voltada a uma turma de 1º ano da EREM Coronel João Francisco, com o intuito de fazê-los melhorar sua compreensão sobre as progressões geométricas, como também a disposição para se estudar e compreender a matemática.

A matemática pode ser utilizada em vários ramos das ciências, é por este exemplo das progressões, e por muitos outros, que a matemática é uma ciência universal, estando presente em muitas outras áreas de conhecimento, até mesmo na música.

Inclusive, a música também já fez parte dos conteúdos matemáticos das escolas antigas, juntamente com a astrologia, aritmética e a geometria. E, ficando conhecido como *Quadrivium*. A propósito, a música é uma das formas de comunicação e entretenimento mais antigas da humanidade. E partindo dos estudos de Pitágoras de Samos, a matemática influenciou na evolução da mesma.

Essa implementação da matemática na música, proporcionou novas formas e métodos de estudá-la, pois até então não existia uma “lógica” que fundamentasse a mesma. Diante disso,

¹ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco / Campus - Mata Norte - PE, wuesleyjezreel@gmail.com;

² Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco / Campus - Mata Norte - PE, rivaldoandra@gmail.com;

³ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco / Campus - Mata Norte - PE, weydsonbruno@icloud.com;

⁴ Professor orientador: Doutor, Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, filipe.ac13@gmail.com.

a música deixou de ser uma “arte das sensações” e passou a ser uma área de estudo com meios mais elaborados para se desenvolver.

Dessa forma, o sistema musical estabelecido por Pitágoras ocasionou várias mudanças na compreensão da música. Portanto, as relações matemáticas encontradas e desenvolvidas na estrutura musical, apresentou-se como alicerce para a “música” conhecida atualmente.

O filósofo e matemático alemão G.W. Leibniz (1646-1716) compreende a relação entre a matemática e a música como: “Musica est exercitium arithmetica occultum nescientis se numerare animi” (A música é um exercício oculto de aritmética de uma alma inconsciente que lida com números).

A afirmação de Leibniz, serve para reforçar que a matemática e a música, de fato, estão associadas. Perante isso, é interessante verificar como essas relações matemáticas são fundamentadas nas escalas musicais, servindo como proposta para motivação do estudo de alguns objetos matemáticos.

Em suma, os objetivos dessa pesquisa foram de forma mais geral verificar se a definição de progressão geométrica é contemplada nas estruturas das escalas musicais diatônica e pentatônica. E de forma mais específica averiguar se as escalas musicais quando tem suas afinações alteradas entre a natural e a temperada, sofrem alguma mudança quanto as comparações que serão feitas sobre a relação das progressões geométricas nas mesmas. Inclusive, analisando se a forma como são organizadas as notas musicais atualmente, quanto pelo método dos ciclos de quintas, acarretam em mudanças nas comparações já feitas sobre as escalas musicais.

Perante o que já foi supracitado, é possível perceber que a matemática tem um papel muito maior do que apenas contar, codificar e interpretar dados. Por isso em sala de aula, é preciso existir uma contextualização sociocultural dos objetos matemáticos. E, é algo requisitado nos PCNs do Ensino Médio (Parâmetros Curriculares Nacionais), onde na parte direcionada a matemática, afirma que é necessário “Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 2000, p.46).

Portanto, abordando o conceito de progressões geométricas nas escalas musicais temperada, diatônica e pentatônica, a pesquisa se desenvolve como motivação para o ensino e o estudo das progressões geométricas. E então, além corroborar com o que é proposto pelos PCNs, tal abordagem servirá para motivar os discentes perante o estudo de um objeto matemático tão importante. Inclusive, além de facilitar a compreensão do conceito de progressões geométricas é esperado instigar o conhecimento e interesse dos alunos pela matemática.

METODOLOGIA (OU MATERIAIS E MÉTODOS)

Em um primeiro momento, foi necessário se fazer um questionário-diagnóstico para mensurar o quanto os alunos do 1º ano “A” da EREM Coronel João Francisco, conheciam sobre sequências, e conseqüentemente sobre as progressões geométricas.

Após realizar o questionário, foram feitas intervenções para que os alunos compreendessem alguns termos simples da música, e o que seria uma escala musical. Assim, seria possível fazer a associação entre as escalas musicais e o objeto matemáticos discutido na pesquisa.

Os alunos foram levados a investigar as relações existentes na música com a matemática, e através da análise dos intervalos das escalas musicais em questão, isso foi possível. Dessa maneira, os discentes foram capazes de classificar as escalas musicais nas que podem ser progressões geométricas, quando tiverem intervalos divididos por uma mesma razão. E, também nas que não podem ser progressões geométricas, e isso ocorreria à medida que os

intervalos aparentam ter uma mesma razão, mas existe um intervalo ou outro diferente dos demais. E esses dados foram organizados em tabelas. Permitindo assim, a comparação das escalas musicais estudadas.

A intenção de tal pesquisa foi obter dados que possam evidenciar e dar sentido as indagações feitas da relação da matemática na estrutura das escalas musicais. Assim, entendeu-se que a pesquisa qualitativa não busca enumerar ou medir eventos. Ela serve para obter dados descritivos que expressam os sentidos dos fenômenos.

Dessa maneira, se iniciou como uma pesquisa quantitativa em vista do questionário de entrada, para mensurar quantos alunos compreendiam o conceito de progressão geométrica. Entretanto, a abordagem da pesquisa vai se caracterizando por ter um cunho qualitativo, uma vez que a pesquisa enfatiza as informações que são reunidas e são usadas para explicar o porquê, e não para mensurar esses dados. (GOLDENBERG, 1997, p. 34).

As informações foram obtidas diante de uma pesquisa bibliográfica através de livros, artigos, websites, teses de doutorado e documentos de diversos autores que explanam nesta área. No entanto, a leitura e análise de documentos e livros que retratassem o viés matemático como ponto principal, não foi exclusivo apenas a esse âmbito. Também foram analisados os que tinham um interesse maior para com a teoria musical que engloba a sua história, conceitos e definições. Percebendo assim, que a música atualmente é uma área de estudo, tendo teóricos e estudiosos que buscam conhecimentos sobre a mesma.

Diante dos fatos mencionados, e como será melhor explanado ao decorrer do texto, na estrutura da escala musical temperada, o viés da progressão geométrica está presente. Os intervalos de suas notas, são divididos por uma mesma razão, ou constante que ordena seus elementos (suas notas). Sendo a análise dessa relação a base do trabalho em questão, pois apoiado nela, outras escalas musicais, como a pentatônica e a diatônica foram analisadas, com o intuito de verificar se suas estruturas, também se comportam como uma progressão geométrica.

Assim, foi perceptível que os alunos ao se depararem com essas analogias, relacionando o objeto matemático, com as escalas musicais, algo diferente do que estavam acostumados, o interesse, a curiosidade os fez prestar mais atenção e compreender melhor o que estava sendo discutido em sala.

Por fim, após serem feitas mais intervenções com o intuito de fixar os conceitos musicais, e atrelá-los aos conceitos matemáticos, foi realizado um novo questionário-diagnóstico que foi possível perceber a melhora na compreensão do conceito da progressão geométrica.

DESENVOLVIMENTO

Antes de desenvolver a pesquisa foram realizadas intervenções para poder analisar a estrutura das escalas musicais, com o intuito de verificar se em seus intervalos existe um comportamento que pode caracterizar tal escala como uma progressão geométrica, se fazendo necessário definir o conceito de razão e o que é uma progressão geométrica.

Com efeito, a razão é a relação entre dois números, dizemos que a razão entre a e b , onde $b \neq 0$, pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$. Ou ainda, a razão de duas grandezas é igual a divisão dos números que as representam, sendo, porém, medidas com a mesma unidade.

A progressão geométrica pode ser definida da seguinte maneira:

“Chama-se *progressão geométrica* (P.G.) uma sequência dada pela seguinte fórmula

de recorrência: $\begin{cases} a_1 = a \\ a_n = a_{n-1} \cdot q, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$ onde a e q , são números reais dados.

Assim uma P.G. é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é produto do anterior por uma constante q dada. (IEZZI, Gelson, Fundamentos de Matemática

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br

Diante dessas definições, também é possível indagar que essa constante “q”, seria o intervalo entre todos os elementos de um determinado grupo, e nesse caso seriam as escalas musicais temperada, diatônica e pentatônica, que cada uma tem seus elementos próprios, e existe uma distância entre uma nota e outra, definida por uma razão, e isso é possível analisando a frequência que cada nota emite.

A Escala musical é uma sucessão ascendente e descendente de notas diferente e consecutivas, separadas por intervalos de tom e semitom. (Bohumil, 1996). A palavra “escala” tem a sua origem no latim “*scala*”, que significa gama ou escada. Elas são classificadas, quanto ao número de notas: de 5 notas (pentatônica), de 6 notas (hexacordal), de 7 notas (heptatônica), de 12 notas (artificial ou cromática).

Assim, como em uma progressão geométrica devem existir os elementos daquela sequência, em cada escala musical as notas são esses elementos próprios que a compõem. E, Wisnik (2002; p.71) ainda ressalta que “A escala é um estoque simultâneo de intervalos, *unidades distintivas*, que serão combinadas para formar *sucessões melódicas*”.

Vale ressaltar a semelhança entre a afirmação de Wisnik sobre as escalas musicais e o conceito de progressão geométrica, o que reforça a ideia de ser plausível essa associação entre as mesmas.

Pela definição dada anteriormente, é possível presumir que uma escala musical é um conjunto de notas. Entretanto, cada uma possui suas peculiaridades. Assim, é possível deduzir que as escalas musicais são subconjuntos das notas musicais contidas dentro de uma oitava.

Uma oitava, termo utilizado na teoria musical. Dizer que uma nota está uma oitava acima significa dizer que a nota é a mesma, porém ela está em uma região mais aguda do instrumento. Imagine um piano. Nele, as teclas da esquerda são mais graves do que as teclas da direita. Se você for apertando as teclas brancas, partindo de dó, da esquerda para a direita, vai seguir a sequência: dó, ré, mi, fá, sol, lá, si, dó...continuando nesse ciclo até terminarem as teclas do piano.

Durante a apresentação do conteúdo aos alunos, também foi utilizado o exemplo da reta numérica, onde os números vão aumentando da esquerda para a direita, sendo assim também possível ilustrar a ideia de uma oitava, onde a esquerda estariam as notas mais graves, e a medida que vai “subindo” para a direita, as notas vão se tornando mais agudas, devido ao aumento da frequência dessas notas. E, como existem 12 notas musicais definidas, embasado na estrutura do sistema musical ocidental, ao fim das doze, e seja dada uma décima terceira nota, é plausível afirmar que se tinha “retornado” à primeira nota só que mais aguda.

Então, as notas musicais além de possuírem uma sonoridade específica, e utilizando das frequências das mesmas em Hertz (Hz), é admissível medir a distância entre uma nota e outra, ou seja, verificando os seus intervalos. E, agora transformando essa distância em números, a verificação de existir uma razão única por toda uma escala musical se torna viável.

Nessa perspectiva, após os alunos estarem familiarizados com os termos musicais necessários, foi apresentada como é a estrutura da escala musical temperada. Inclusive, expondo que a razão entre as notas é a mesma por toda a escala. E, devido a esse fato, a escala musical temperada é estruturada com o conceito da progressão geométrica.

Posteriormente, a sala foi dividida em dois grupos, onde um grupo ficou com a escala diatônica, e o outro grupo com a escala musical pentatônica. Após isso, foi exposto no quadro uma tabela com a frequência das notas musicais. Foi dado também aos grupos as escalas musicais estruturadas na forma atual, e por ciclos de quintas. Com esses números, e estruturas conhecidos os alunos se utilizaram de calculadoras para tentarem entender qual a razão existente entre as notas que compunham as suas escalas, e se elas configuravam ou não em uma progressão geométrica.

Deste modo, dando autonomia para que os alunos pensassem por si próprios. Pois, os dados, e as informações foram apresentados e os mesmos tiveram que verificar a existência ou não de um padrão de progressão geométrica nas escalas musicais por eles analisadas.

E, após algum tempo de análise e debate entre os alunos, foi observado que as escalas musicais pentatônica e diatônica não partilham deste vínculo com esse conteúdo matemático, pois seus intervalos não são os mesmos por toda a extensão da escala.

Portanto, foi mostrado aos alunos essa forma de observar as notas musicais por suas respectivas frequências, e a sua organização dentro de uma escala, para que o conceito de progressão geométrica fosse sendo construído.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados quantitativos, foram expressos partindo da análise do questionário de entrada e do questionário de saída. Inclusive, foi possível perceber a melhora da compreensão dos alunos sobre o tema em questão, as progressões geométricas.

Além disso, foi possível notar a satisfação e interesse gerado pelos alunos ao perceberem a relação intrínseca entre a matemática e a música, fazendo com que a percepção sobre o que estava sendo discutido fosse maior.

E a participação e interação dos alunos para tentarem entender como as escalas musicais se constroem, indica que ao fazer o discente se inserir no processo de construção do conhecimento é fundamental para uma aprendizagem melhor dos conteúdos trabalhados durante as aulas.

Por fim, os resultados obtidos mostram que essas analogias e relações entre o objeto matemático e situações reais, fazem com que o aluno além de aprender, sinta prazer em estar estudo aquele assunto. É possível afirmar, nesse sentido, que a realização de atividades, oficinas envolvendo os objetos matemáticos com outras áreas de conhecimento é de suma importância para que os alunos compreendam, e queiram compreender o que é proposto em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao fim desse trabalho, averiguou-se que apenas a escala musical temperada tem em sua estrutura o conceito de progressão geométrica. Assim, as escalas pentatônica e diatônica não partilham deste vínculo com esse conteúdo matemático, pois seus intervalos não são os mesmos por toda a extensão da escala.

A princípio os alunos imaginaram que se tratando das escalas musicais, após a análise da divisão dos intervalos da escala temperada, todas as outras deveriam ter tal propriedade, no entanto, ao olharmos mais detalhadamente foi verificado que existem sutilezas na formação das outras escalas que fazem com que a estabilidade que tínhamos na escala temperada se perca em algum dos intervalos entre as notas.

Dessa forma, as análises feitas acerca das escalas musicais e suas estruturas só corroboraram com a ideia de que matemática é fortemente ligada com as outras áreas de conhecimento, nesse caso com a música. Dessa maneira, as observações que foram feitas tiveram a finalidade de elucidar, e chamar a atenção dos alunos para a aplicabilidade do conteúdo de progressões geométricas.

Por fim, esperamos ter deixado um pouco mais claro para os alunos o conceito de progressão geométrica, e como a matemática se faz presente até mesmo na área musical. Assim, trazendo a luz a ideia que essas áreas de conhecimento se relacionam. Inclusive, vale salientar que existe um campo muito vasto para a exploração de atividades interdisciplinares envolvendo esses saberes. Muito por conta que a música é algo de grande interesse da sociedade num todo.

Palavras-chave: Música, Escalas Musicais, Progressão Geométrica.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Matemática. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2000.
- GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**. Rio de Janeiro: Record, 1997.
- IEZZI, Gelson, **Fundamentos de Matemática Elementar 4**, 2. ed. São Paulo, SP: Atual editora LTDA.
- Leibniz, G. W., **Dois cartas sobre música**. Tradução e apresentação de Juvenal Savian Filho, discurso nº37, 2007.
- MED, Bohumil, **Teoria da Música**, 4. ed. Brasília, DF: MusicMed, 1996.
- WISNIK, José Miguel, **O som e o sentido: uma outra história das músicas**, São Paulo: Círculo do Livro, Companhia das Letras, 1989.