

O ESTUDO DA PROGRESSÃO GEOMETRICA NA TORRE DE HANÓI

Leandro César Câmara¹

Elvis Flamel Alves Santana²

Francisca Rosangela Praxedes Lima³

Patricia Lopes de oliveira⁴

RESUMO

A torre de Hanói trata-se de um quebra cabeça matemático que por sua vez é formada por uma quantia de três pinos e uma quantidade mínima de três discos com ordem crescente, O problema consiste em passar todos os discos de um pino para outro qualquer, usando um dos pinos como auxiliar, de maneira que um disco maior nunca fique em cima de outro menor em nenhuma situação. O número de discos pode variar sendo que o mais simples contém apenas três. A Torre de Hanói tem sido tradicionalmente considerada como um procedimento para avaliação da capacidade de memória de trabalho, e principalmente de planejamento e solução de problemas. O quebra-cabeça foi divulgado pela primeira vez no Ocidente pelo matemático francês Édouard Lucas. Ele teve inspiração de uma lenda para construir o jogo das Torres de Hanói em 1831 Já seu nome foi inspirado na torre símbolo da cidade de Hanói, no Vietnã. Existem várias lendas a respeito da origem do jogo, a mais conhecida diz respeito a um templo Hindu, situado no centro do universo. Diz-se que Brahma supostamente havia criado uma torre com 64 discos de ouro e mais duas estacas equilibradas sobre uma plataforma. Brahma ordenara-lhes que movessem todos os discos de uma estaca para outra segundo as suas instruções. As regras eram simples: apenas um disco poderia ser movido por vez e nunca um disco maior deveria ficar por cima de um disco menor. Segundo a lenda, quando todos os discos fossem transferidos de uma estaca para a outra, o templo desmoronar se ia e o mundo desapareceria.

Palavras-chave: Educação, Matemática, Hanói..

¹ Bolsista do PIBID da universidade do estado do Rio Grande do Norte, do curso de matemática, CAP. , Leandrocâmara3018@gmail.com ;

² Bolsista do PIBID da universidade do estado do Rio Grande do Norte, do curso de matemática, CAP. , patricia_loppes@outlook.com ;

³ Bolsista do PIBID da universidade do estado do Rio Grande do Norte, do curso de matemática, CAP. , elvisflamel1@gmail.com;

⁴ Bolsista do PIBID da universidade do estado do Rio Grande do Norte, do curso de matemática, CAP. , rosangelapraxedes01@gmail.com;

INTRODUÇÃO

Para muitos é difícil imaginar de que forma a matemática poderia se relacionar com os jogos. Talvez por enxergarem a ciência dos números apenas através de cálculos e equações é que para tais pessoas torna-se incomum estabelecer um elo entre estes dois importantes ramos do conhecimento, de modo que a única maneira que conseguimos ver as letras e os números juntos se dá através de expressões matemáticas.

Desse modo temos o seguinte questionamento: poderia mesmo a matemática e os jogos trabalharem em conjunto?

Queremos propor nesse artigo um novo olhar para os jogos e a matemática, sobre como essas duas áreas tão distintas podem caminhar juntas; para isso apresentaremos os sucessos de alguns autores que decidiram trilhar este difícil caminho que é contar uma boa história com a matemática e os seus jogos especificamente a torre de Hanói.

É importante saber que este artigo procura verificar se a matemática descrita pelos autores escolhidos é verdadeira, ou seja, saber se os conhecimentos da ciência dos números foram utilizados de forma correta.

A história e como surgiu a torre de Hanói

O quebra-cabeça foi divulgado pela primeira vez no Ocidente pelo matemático francês Édouard Lucas. Ele teve inspiração de uma lenda para construir o jogo das Torres de Hanói em 1883. Já seu nome foi inspirado na torre símbolo da cidade de Hanói, no Vietnã. Existem várias lendas a respeito da origem do jogo, a mais conhecida diz respeito a um templo Hindu, situado no centro do universo. Diz-se que Brahma supostamente havia criado uma torre com 64 discos de ouro e mais duas estacas equilibradas sobre uma plataforma. Brahma ordenava-lhes que movessem todos os discos de uma estaca para outra segundo as suas instruções. As regras eram simples: apenas um disco poderia ser movido por vez e nunca um disco maior deveria ficar por cima de um disco menor. Segundo a lenda, quando todos os discos fossem transferidos de uma estaca para a outra, o templo desmoronaria-se e o mundo desapareceria. Não é claro se Lucas inventou essa lenda ou foi inspirado por ele. Existem muitas variações sobre esta lenda. Por exemplo, em algumas narrativas, o templo é um mosteiro e os sacerdotes são monges. O templo ou mosteiro pode estar em diferentes partes do mundo - incluindo Hanói, Vietnã, e pode ser associado a qualquer religião. Em algumas versões, são introduzidos outros elementos, tais como o facto de a torre foi criada no início do mundo, ou que os padres ou monges podem fazer apenas uma mudança por dia.

O jogo e as suas propostas

Primeiramente deixamos a criança em contato com o jogo para que se familiarize com as peças, com o jeito de encaixar os discos, isto é, deixamos os alunos brincarem livremente. Depois de feito isto e de ter contado a história do jogo, introduzimos as regras do jogo para os alunos. Então passamos a acompanhar o desenvolvimento do jogo segundo as

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br

regras propostas. Para facilitar o trabalho podemos solicitar que os alunos tentem transferir um disco da haste **A** para a haste **C**; depois dois discos e assim por diante segundo as regras, até um limite de, por exemplo, seis discos. Depois que dominarem os movimentos que devem ser feitos, podemos indagar se eles sabem quantos movimentos fizeram para transferir a torre de uma haste para outra, e se essa é a quantidade mínima de movimentos. Também podemos perguntar se há alguma estratégia de movimentação dos discos para obter essa quantidade mínima de movimentos.

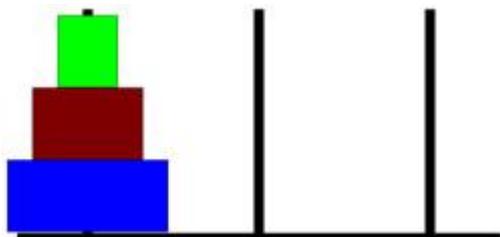
O ensino da matemática com atividades lúdicas com a torre de hanói

O ensino da Matemática está diretamente ligado ao desenvolvimento de atividades lúdicas, no intuito de estimular as crianças e os jovens. Com a implantação dos jogos no cotidiano do educando verificou-se uma evolução no aprendizado da Matemática. Os PCN's defendem e indicam a utilização de ferramentas lúdicas na educação, pois eles valorizam a criatividade do aluno, a partir do momento que a procura pela solução é desenvolvida de forma livre.

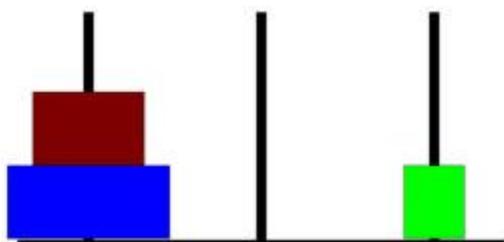
Cada aluno apresenta sua forma de resolução com todos chegando à resposta ideal. A torre de Hanói constitui num jogo estratégico capaz de contribuir no desenvolvimento da memória, do planejamento e solução de problemas através de técnicas estratégicas. O jogo se apresenta em uma base que possui três pinos na posição vertical. No primeiro pino temos uma sequência de discos com ordem crescente de diâmetro, de cima para baixo. O objetivo é passar todos os discos para o último pino com a ajuda do pino central, de modo que no momento da transferência o pino de maior diâmetro nunca fique sobre o de menor diâmetro. O jogo mais simples é constituído de três pinos, mas a quantidade pode variar, deixando o jogo mais difícil à medida que os discos aumentam. Este jogo pode ser utilizado a partir das séries iniciais do Ensino Fundamental, no intuito de aprimorar a coordenação motora, identificação de cores, noção de ordem crescente e decrescente. Nas séries mais adiantadas, como 6º, 7º e 8º, o jogo será usado no intuito do estabelecimento de estratégias na transferência de peças, na contagem dos movimentos e no raciocínio lógico. Ele também cria uma situação envolvendo o número mínimo de movimentos necessários através da seguinte expressão matemática: $2^n - 1$, onde n corresponde ao número de discos. Por exemplo:

<i>Três</i>	<i>discos</i>	=	$2^3 -$	<i>1</i>	=	<i>7</i>
<i>Quatro</i>	<i>discos</i>	=	$2^4 -$	<i>1</i>	=	<i>15</i>
<i>Cinco</i>	=	$2^5 -$	<i>1</i>	=	<i>31</i>	

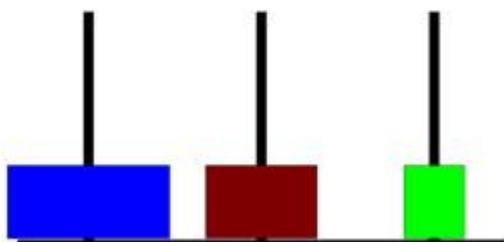
Veja os possíveis movimentos utilizando três discos:



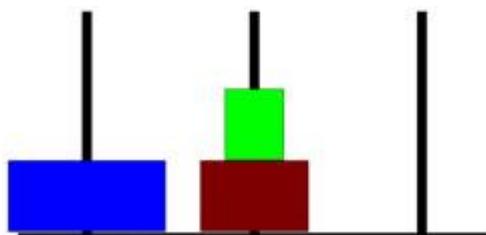
1º movimento



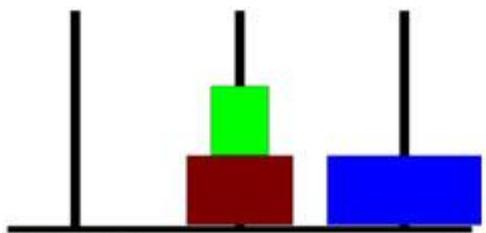
2º movimento



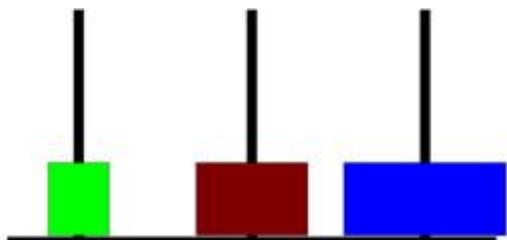
3º movimento



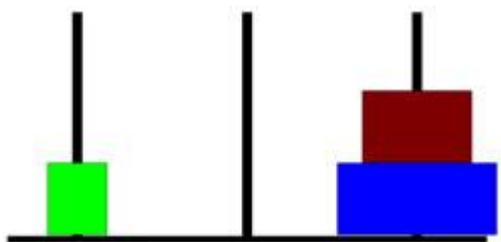
4º movimento



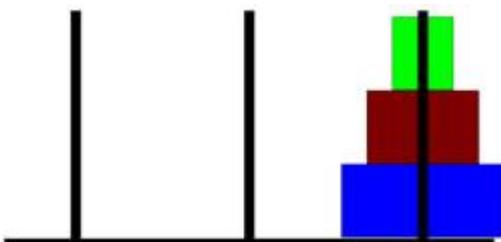
5º movimento



6º movimento



7º movimento



Resoluções para o jogo com a utilização de meios matemáticos

É interessante observar que o número mínimo de "movimentos" para conseguir transferir todos os discos da primeira estaca à terceira é $2^n - 1$, sendo n o número de discos. Logo:

Para solucionar um Hanói de 4 discos, são necessários 15 movimentos

Para solucionar um Hanói de 7 discos, são necessários 127 movimentos

Para solucionar um Hanói de 15 discos, são necessários 32.767 movimentos

Para solucionar um Hanói de 64 discos, como diz a lenda, são necessários 18.446.744.073.709.551.615 movimentos. Para mover o primeiro disco da torre original, 1 movimento é gasto. Para mover o segundo da torre original, sendo que o primeiro já foi movido e será construída uma torre com os 2 menores discos, são gastos 2 movimentos. Para deslocar o terceiro disco formando nova torre com os três menores discos, tendo a torre com os dois menores já formada, são gastos 7 movimentos. Assim se sucede com os próximos discos até que o enésimo disco (o último) seja deslocado compondo uma torre com os outros discos tendo uma torre com o penúltimo disco e os demais juntos já formados. A sucessão formada pela soma dos movimentos é uma sucessão $(1, 2, 4, 8...2^n)$

A fórmula $2^n - 1$ é provinda da soma de uma progressão geométrica.

Sabe-se que em uma progressão geométrica a soma de seus termos equivale a $[a * (q^n - 1)] / q - 1$, onde "a" é o primeiro termo e "q" é a razão.

Já que a razão é 2 e o primeiro termo é 1 temos que $[a * (q^n - 1)] / q - 1 = [1 * (2^n - 1)] / 2 - 1 = 2^n - 1$

Considerações finais

Em fim o presente trabalho teve como intuito de esclarecer a importância entre a torre de Hanói, a progressão geométrica, sua aplicabilidade e sua importância para o meio educacional que devemos dar uma grande importância para o meio em que estamos na educação matemática devemos levar em consideração que o estudo da matemática em nosso cotidiano tem muito a ver com o que queremos trabalhar que no caso são os jogos matemáticos em específico a torre de Hanói.

Referencias bibliográficas

www.realidadevirtual.com.br, acesso em 28-08-2011.

Jogos de Desafio, Vol. 1. Editorial Salvat, Barcelona, 2005.