

ANÁLISE ENTRE O PARADOXO DE CANTOR E A PÓS-MODERNIDADE

Erika Ianissa Oliveira Vanderlei ¹
Caren Beatriz dos Santos Felix da Silva ²
Maurício Costa Goldfarb ³

RESUMO

O presente artigo teve como objetivo principal a análise de possíveis relações entre o Paradoxo de Cantor, conteúdo da matemática, mais especificamente, da teoria dos conjuntos, e a Pós Modernidade, importante conceito das ciências sociais. Além destas distinções, os conteúdos abordados diferem na cronologia e no contexto social; a matemática situa-se na Alemanha do final do século XIX, enquanto que, nas ciências sociais, a Pós Modernidade encontra-se entre teóricos franceses e americanos da segunda metade do século XX. Nessa perspectiva, fez necessário à realização de um estudo metodologicamente caracterizado como revisão sistemática, a qual consiste em um estudo exploratório para reunir, avaliar e conduzir os resultados dos estudos. Observa-se, entre outras coisas, que apesar das diferenças entre os conteúdos analisados, as questões relacionadas a impossibilidade de definição estão fortemente presentes nos dois casos.

Palavras-chave: Paradoxo de Cantor, Pós-modernidade, Georg Cantor.

INTRODUÇÃO

O Conjunto de Cantor desempenham um papel de suma importância na matemática, mostrando que conjuntos infinitos não têm o mesmo tamanho (potência, cardinalidade), diferenciando os conjuntos enumeráveis e não enumeráveis, e dessa forma ocasiona diversas discussões entre os matemáticos. Cantor define conjuntos da seguinte maneira: *por conjuntos entendemos qualquer coleção numa totalidade M de objetos distintos, produto de nossa intuição ou pensamento.*

Segundo Júnior, (2015, pág.36) nessa definição de conjunto “Cantor está apenas explicando, em linguagem imprecisa que seja sua percepção do conceito de conjunto, que, diga-se de passagem, era a única que poderia ocorrer a qualquer matemático do seu tempo.” Assim, para Cantor um conjunto tem a mesma cardinalidade, ou a mesma potencia, quando é possível estabelecer uma correspondência que levem elementos distintos de um conjunto em elementos distintos do outro conjunto.

¹ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Pernambuco - UPE, erika.ianissa@gmail.com;

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Pernambuco - UPE, carenbeatriz_13@hotmail.com;

³ Professor orientador: Doutor, Universidade Pernambuco - UPE, mccgoldfarb@yahoo.com.br.

O Paradoxo vem para desconstruir os pensamentos lógicos sobre conjuntos, onde George precisou definir conjuntos infinitos, criar o próprio teorema, denominado Teorema de Cantor, infinidade dos números transfinitos e por fim, o paradoxo, que contradiz a suposição inicial, de que existe um conjunto universal U , ou conjunto de todos os conjuntos, pois conclui que $P(U) > U$, através do seu próprio teorema. (Tem que explicar melhor o Paradoxo de Cantor – Vê no Wikipédia)

Segundo Freitas (2012) a Pós-modernidade, modernidade líquida, modernidade em um estágio ‘avançado’, é notável que a contemporaneidade uma série de transformações em setores tão diversos como o social, o econômico e o artístico, todas compreendidas em algum desses termos. Fredric Jameson e Michel Maffesoli encaram a pós-modernidade como um fenômeno cultural. Nessa perspectiva, pode-se observar que o termo pós-modernidade não tem uma definição geral sobre esses setores. Featherstone afirma que em seus estudos Jameson “fala em pós-modernismo como uma lógica cultural, ou dominante cultural, que conduz à transformação da esfera cultural da sociedade contemporânea”. (FEATHERSTONE, 1995, p. 26).

Ao analisarmos, os diversos posicionamentos e pensamentos existentes, através da revisão da literatura, como o de Adelman (2009), no qual aborda enfoques atuais e discursos sobre a pós-modernidade na Sociologia e na teoria social contemporâneas, identificando alguns debates centrais (por exemplo?). Freitas (2012) traça um paralelo entre os elementos mais marcantes da pós-modernidade, levando em consideração a complexidade na conceituação do termo, e as características mais proeminentes observadas na videoarte contemporânea.

Tendo em vista a importância do Paradoxo de Cantor e da Pós-modernidade em diversos aspectos da ciência contemporânea, o objetivo deste trabalho é analisar e relacionar os dois conceitos, buscando o que ambas têm em comum, fundamentando-os com diferentes teóricos, para abranger os conteúdos como um todo e assim ampliar as perspectivas dos mesmos. O artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a revisão da literatura e alguns trabalhos relacionados, a Seção 3 apresenta os procedimentos metodológicos adotados, a Seção 4 descreve os resultados obtidos e, por fim, a Seção 5 apresenta as considerações finais.

DESENVOLVIMENTO

Conjunto é um dos conceitos base da matemática, utilizado em muitas outras definições, no entanto, muitos estudiosos o consideram como um conceito matemático primitivo, no qual não existe discussão com relação a isso. Nesse sentido, temos como noção intuitiva que um conjunto é a reunião de objetos, os quais são chamados de elementos do conjunto, que podem ser iguais, distintos e até mesmo o próprio conjunto, não tem restrição nenhuma para o que possa ser um elemento de um conjunto.

A não ser que o conjunto esteja definido, como por exemplo, o conjunto dos números primos, que de acordo com Carvalho (2013, Pág.19) “Número Primo: é todo número maior que 1 e é divisível apenas por 1 e por ele mesmo.”, ou seja, este conjunto terá como elemento apenas os números que atendem a esta definição.

A partir das inquietações de Georg Cantor, causadas por problemas observados durante seus estudos na área matemática chamada de Análise Matemática, o mesmo desenvolveu a teoria dos conjuntos, tendo como restrição que os elementos de um conjunto devem ser definidos e distintos. De acordo com Cantor, entende-se “por um conjunto qualquer coleção reunida em uma totalidade M de objetos m definidos e distintos (os quais são chamados de ‘elementos’ de M) de nossa intuição ou pensamento.” (KRAUSE, 2002, p.73). Dessa forma, qualquer coleção pode ser um conjunto. De acordo com Carvalho (2017)

Cantor criou uma teoria verdadeiramente genial, mostrando que há diversos tipos de conjuntos com infinitos elementos; há o conjunto dos números naturais (uma quantidade ‘enumerável’), cuja quantidade de elementos, ou (mais precisamente) cardinal, denotava por \aleph_0 (alefe-zero, sendo alefe a primeira letra do alfabeto hebraico). Há o conjunto dos números reais, cujo cardinal é denotado por ‘ c ’ (para indicar o ‘contínuo’), e muitos outros conjuntos aos quais se associam cardinais. (KRAUSE E COSTA, 2017, pág. 100)

Ao prosseguir com os estudos sobre conjunto, Cantor percebeu que se dois conjuntos têm o mesmo número de elementos e se for possível fazer uma correspondência bijetora entre eles, dessa forma, eles possuem a mesma cardinalidade⁴. Segundo Ribeiro (2013, pág. 07) “Se cada elemento de um conjunto pudesse ser emparelhado com um único elemento de outro conjunto, então os conjuntos teriam ambos à mesma cardinalidade”.

Dessa maneira, Georg Cantor utilizou esse conceito para os infinitos, utilizando dois conjuntos, os naturais e racionais, pois o conjunto dos naturais está contido nos racionais positivos, já que existem mais números racionais positivos que naturais. Podendo escrever um

⁴ A cardinalidade de um conjunto é uma medida do “número de elementos do conjunto”.

número racional da seguinte forma: $\frac{a}{b}$, onde a e b são números naturais quaisquer, (com b diferente de 0).

Se fizermos uma tabela com o numerador na vertical e os denominadores na horizontal, podemos então escrever todos os racionais positivos em cada quadrado, como a tabela abaixo:

A/B	1	2	3	4	5	...
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$...
2	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$...
3	$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$...
...

Tabela 1

Ao escrever os números racionais assim, podemos enumera-los com os números naturais, e assim relacionando-os conseguimos fazer uma correspondência bijetora entre os números naturais e os números racionais de cada quadrado, chegando à conclusão de que a cardinalidade dos números naturais e números racionais são a mesma.

Utilizaram-se também os números reais, para demonstrar que existem infinitos maiores que outros. Dessa forma Cantor percebeu que o conjunto dos números reais infinitos são maiores que os números racionais, pois os números racionais são demonstrados pela representação decimal finita, mas essa representação decimal finita pode ser escrita em uma dízima periódica infinita, como por exemplo:

$$0,35 = 0,34999999...$$

E para demonstrar isso, ele utilizou seu método da diagonal para provar a não-enumerabilidade dos números reais, com o intervalo $[0,1]$ e demonstrou que esse intervalo não podia ser enumerado e que ao tentarmos provar levaria para uma redução ao absurdo, que designa uma forma de argumentação lógica na qual se parte da negação do que se quer provar, algo sem sentido algum.

O método de diagonalização consiste em criar uma nova expansão decimal x a partir da alteração do n-ésimo algarismo da expansão decimal de x_n de que para Ribeiro (2013)

Processo de diagonalização pode ser usado para provar que é sempre possível encontrar conjuntos maiores e maiores - que não existe o conjunto infinito maior de todos. Assim, os números transfinitos (ou ordens de infinito), tal como os números finitos usuais, são infinitos. (RIBEIRO, 2013, pág.09)

Logo Cantor demonstrou que o conjunto dos números reais são incontáveis, chegando à conclusão de que a cardinalidade do conjunto dos reais é maior que a cardinalidade do conjunto dos racionais positivos. Dessa maneira, Andrade (2010, pág.05) demonstra o “Teorema 2.1: (Cantor) $\#A < \#P(A)$. Logo dado qualquer número cardinal, sempre existe um número cardinal maior que o número cardinal dado”. Para representar os números ordinais transfinitos⁵, ele utilizou a primeira letra do alfabeto hebraico.

ℵ

Alef

Ainda segundo Andrade (2010. Pág. 06) alef “representa a natureza infinita e unicidade de Deus - um novo começo para a Matemática: o começo do infinito real”. Para Britto (2016)

Os números transfinitos estão associados com totalidades infinitas absolutamente completas e atuais. Ou seja, a noção de cardinalidade permite conceber o infinito como um todo, pois considera o conjunto em sua totalidade. Por isso, Cantor afirma que o infinito é um objeto acabado e atual. (BRITTO, 2016, P.13)

Um novo cenário é evidenciado para a sociedade, levando-nos a questionar o que ou qual foi o período que antecedeu a Pós-Modernidade. Esse período em questão é chamado de Modernismo. O modernismo foi um movimento que tomou força no século XIX e se estendeu até meados do século XX, esse tempo foi marcado por um conjunto de revoluções e discursões ligadas a rejeição das tradições à princípios, voltando-se para a busca do novo, de mudanças experimentando novas técnicas e conceitos de acordo com a realidade social da época.

Conforme Bauman (1999, p. 299-300)

“[...] chamo de ‘modernidade’ um período histórico que começou na Europa Ocidental no século XVII, com uma série de transformações sócioestruturais e intelectuais profundas, e atingiu sua maturidade primeiramente como projeto cultural, com o avanço do Iluminismo e depois como uma forma de vida socialmente consumida, com o desenvolvimento da sociedade industrial capitalista e, mais tarde, também a comunista” (Apud COSTA, 2009, v. 2, pág. 94)

⁵ É usado para contar o número de elementos de conjuntos infinitos.

A modernidade a princípio questiona a forma tradicional seguida por tudo e todos, substituindo as ideias convencionais por ideias baseadas em seu próprio arbítrio, que de acordo com Vattimo (2002)

Do ponto de vista de Nietzsche e Heidegger, que podemos considerar comum, não obstante as diferenças nada ligeiras, a modernidade pode caracterizar-se, de fato, por ser dominada pela ideia da história do pensamento como uma ‘iluminação’ progressiva, que se desenvolve com base na apropriação e na reapropriação cada vez mais plena dos ‘fundamentos’, que frequentemente são pensados também como as ‘origens’, de modo que as revoluções teóricas e práticas da história ocidental se apresentam e se legitimam na maioria das vezes como ‘recuperações’, renascimentos, retornos (VATTIMO, 1996, p. VI).

Na metade do século XX, marcado pelo fim da Primeira Guerra Mundial, nesse período caracterizado pela expansão do sistema capitalista e a globalização. O conceito de Pós-Modernidade deixa de ser considerado um conceito hipotético e passa a ter um sentido real para a sociedade. Segundo Apud Costa (2009) entende-se por Pós-Modernidade “a condição Sócio-Cultural e estética do capitalismo contemporâneo, também chamado de pós-industrial ou financeiro.” (Apud Costa, 2009, p. 94).

O conceito de pós-modernidade é bastante devoluto no que desrespeita a sua definição geral. De acordo com Adelman (2005)

No campo específico da Sociologia, vários dos autores consagrados do nosso momento dizem não gostar do conceito – desde Anthony Giddens, que prefere falar de “modernidade radicalizada” até Zygmunt Bauman, que, em tempos recentes, preferiu o termo de “modernidade líquida” ao conceito de pós-modernidade que ele empregava em obra anterior. (ADELMAN, 2005, PÁG. 03)

Nessa perspectiva, o conceito da Pós-Modernidade é bem contestado pelos estudiosos da época, Acreditando - se que sua definição é relativa, revolucionando a estrutura que é existente. Para Anderson (1999) a chave para a compreensão do que é a pós-modernidade é a instantaneidade. De acordo com o autor, o termo pós-moderno “é sempre em princípio o que se deve chamar um presente absoluto. [...] Ele cria uma dificuldade peculiar para a definição de qualquer período posterior, que o converteria num passado relativo” (ANDERSON, 1999, p. 20).

METODOLOGIA

Nesta seção são abordados os procedimentos metodológicos adotados para cumprir o objetivo presente na introdução, que consiste em analisar e relacionar o Paradoxo de Cantor e

a Pós-modernidade, evidenciando o que ambas têm em comum, perante a sociedade e a área acadêmica.

Inicialmente, escolheu o conteúdo da matemática, por desenvolver varias indagações no meio acadêmico e em seguida o conteúdo das ciências sociais, também por ocasionar questionamentos. Diante disso, a pesquisa realizada configura-se como uma Revisão Sistemática, que de acordo com Cordeiro et al. (2007, p.429), consiste em um tipo de investigação que objetiva “reunir, avaliar criticamente e conduzir uma síntese dos resultados de múltiplos estudos primários”.

Realizou-se um estudo exploratório a partir da leitura dos resumos dos artigos relacionados, dissertações e teses encontradas, para análise geral do tema proposto e seleção dos que abordassem a temática de interesse do estudo, para então iniciar a análise mais aprofundada dos trabalhos selecionados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao analisarmos, percebemos que um dos primeiros paradoxos da teoria dos conjuntos, surgido com Cantor, tinha a seguinte definição de acordo com Ávila (2000):

Podemos conceder o conjunto U de todos os conjuntos. Esse conjunto U seria, por assim dizer, o *conjunto universal*; assim, teria a potência máxima, já que reuniria todos os conjuntos passíveis de consideração. Em particular, ele teria de ser um elemento de si mesmo, o que já é, em si, um pouco estranho. (ÁVILA, 2000, pág.03)

E ao considerarmos o conjunto $P(U)$, onde $P(U)$ é dito um conjunto das partes de U , seguindo o próprio teorema de Cantor, concluímos que $P(U) > U$. Assim, contradiz com a hipótese inicial de que existe um conjunto universal U , ou o conjunto de todos os conjuntos.

No entanto, Cantor (1883) em seu livro deixou a seguinte reflexão:

Dado que entreguei estas páginas à apreciação pública, que fique claro que eu as escrevi tendo em vista dois tipos de leitor – para filósofos que estão a par dos mais recentes desenvolvimentos na matemática, e para matemáticos que estejam familiarizados com os mais importantes resultados tanto da antiga, quanto da moderna filosofia. (Cantor, 1883, p. 881)

Assim compreende-se que o todo poder ser do mesmo tamanho da sua parte, comparar o tamanho de conjuntos infinitos e encontrar outros infinitos de tamanhos diferentes, poderem contar o infinito.

O desafio da pós-modernidade é a construção de uma ‘definição’, causada por falta de referências e de recursos coletivos para apoiar o desenvolvimento de uma teoria sólida, pois

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br

as possibilidades existentes são criadas a partir da perspectiva de cada teórico e torna-se de certa forma intuitivas, frágeis e aptas à mudança e adaptações.

Segundo Esperandio (2007)

Não há como buscar uma verdade que se chama pós-modernidade. Mas há, sim, como colocar em evidência a construção de sentido sobre um processo de recomposição de diversos elementos (políticos econômicos, culturais, religiosos etc.), que leva à emergência do que se tem chamado hoje de pós-modernidade. (ESPERANDIO, 2007, p. 9, grifo da autora)

Dessa forma, a pós-modernidade é aceita como uma idealização do que o movimento representou a mesma passa a ser ‘definida’ por um aporte teórico do que se acredita ser a pós-modernidade. Observando que não temos uma definição de fato do que é o modernismo, e por consequência o que seria o pós-modernismo, pois eles podem ser definidos a partir da interpretação de cada pesquisador em seus estudos.

Conforme Vattimo (2002, 1996, pág. VIII) “Se assim é, porém, qualquer discurso sobre a pós-modernidade parece ser contraditório – e, por sinal, é precisamente uma das objeções mais difundidas, hoje, contra a própria noção de pós-moderno”.

De fato isso ocorre, pois não se tem uma exatidão na definição do que é o moderno, cada pesquisador defende de acordo com seus estudos um ponto de vista para essa definição e assim torna essa definição frágil e sujeita a alterações. Ainda de acordo com Vattimo (2002):

O que legitima e torna dignas de discursões as teorias pós-modernistas é o fato de que sua pretensão de uma “reviravolta” radical com respeito á modernidade não parece carecer de fundamento, se forem validas as constatações sobre o caráter pós-histórico da existência atual. (VATTIMO, 1996, p. XVII).

Dessa forma, pode-se observar diante dos resultados obtidos, que ambos os temas têm comum a não definição. Estas são geradas a partir da perspectiva de cada pesquisador em seus estudos e pelo fato de serem aceitas mesmo com a falta de exatidão, no entanto os questionamentos criados a partir destas abrem um leque de possibilidades a serem exploradas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Poderíamos pensar que as teorias de Cantor, trouxeram soluções para tantos problemas de longa data e que foi acolhida pelos matemáticos do século, mas não foi o que ocorreram, as teorias de imediato foram desprezadas, ridicularizadas, consideradas até um pouco loucas, da mesma forma aconteceu com a pós-modernidade, no qual até o momento não tem um conceito pré-estabelecido entre teóricos e filósofos, no qual há ainda teóricos que não consideram como uma ciência social.

Longe de ser totalizadora a pós-modernidade, para o conhecimento, deve ser a potencialização de um antagonismo que vem se destacando cada vez mais no mundo contemporâneo, como o paradoxo de Cantor, que com seu infinito nos faz duvidar de nossas crenças, convicções, intuições e experiências, pois vemos o mundo de uma maneira que não pode ser real.

E o que ambos têm em comum é a não definição, a não exatidão para convencer pesquisadores, no entanto deixaram a fascinação para os grandes pesquisadores e filósofos, a concordarem, discordarem e criarem novas definições e conceitos que possam ser considerados como uma verdade absoluta.

REFERÊNCIAS

ADELMAN, M. **Visões da Pós-modernidade: discursos e perspectivas teóricas.** Congresso da Sociedade Brasileira de Sociologia, Belo Horizonte – MG. 2005.

ANDERSON, P. **As origens da pós-modernidade.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1999.

ANDRADE, M. G. C. **Um Breve Passeio Ao Infinito Real De Cantor.** V Bienal da SBM – Sociedade Brasileira de Matemática. UFPB – Universidade Federal da Paraíba. 18 a 22 de outubro de 2010.

ÁVILAR, G. **Cantor e a Teoria dos Conjuntos.** Sociedade Brasileira de Matemática – Revista do Professor de Matemática 43. Universidade Federal de Goiânia – UFG – Goiânia. 2000.

BRITTO, S. V. dos S. **Contanto O Infinito: A Natureza Paradoxal Da Infinitude.** Anais eletrônicos do 15º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia. Florianópolis, Santa Catarina, 16 a 18 de novembro de 2016.

CANTOR, G. **Foundations Of A General Theory Of Manifolds: A Mathematical-Philosophical Investigation Into The Theory Of The Infinite** (1883). IN: EWALD, W (Ed.) From Kant to Hilbert, A Source Book in the Foundations of Mathematics. Volume II. Oxford: Clarendon Press, 2000.

CARVALHO, G. C. A de. **Números Primos - Pequenos Tópicos.** Universidade Federal de Goiás – UFG. Programa de Mestrado Profissional e Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Goiás, Goiânia, mar. 2013.

COELHO, Teixeira. **Moderno pós-moderno: modos e versões**. São Paulo: Iluminuras, 2005.

CORDEIRO, A. M.; OLIVEIRA, G. M.; RENTERÍA, J. M.; GUIMARÃES, C. A. **Revisão sistemática: uma revisão narrativa**. *Revista do Colégio Brasileiro de Cirurgiões*, 34(6): p. 428- 31, 2007.

COSTA, J. C. de C. **Trilhas do Aprendiz - Sociologia Educacional II**. Universidade Aberta do Brasil; Universidade federal da Paraíba, v.2, 2009.

ESPERANDIO, M. R. G. **Para entender pós-modernidade**. São Leopoldo: Sinodal, 2007.

FEATHERSTONE, Mike. **Cultura de consumo e pós-modernismo**. São Paulo: Studio Nobel, 1995.

FREITA, S. E. C. **As características da pós-modernidade como influência estética da videoarte contemporânea**. Florianópolis – SC. 2012

KRAUSE, D.; DA COSTA, N. C. A. **O que é um conjunto?** C.Q.D.– *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, Bauru, v. 11, p. 99-107, dez. 2017.

RIBEIRO, C. N. **Fundamentos Da Matemática**. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. 2013.

VATTIMO, G. **O fim da modernidade – Nihilismo e Hermenêutica na cultura pós-moderna**. Tradução Eduardo Brandão. São Paulo: Martins Fontes, 1996.