

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Jessica da Silva Miranda ¹
Maurício de Moraes Fontes ²
Felipe Antonio Moura Miranda ³
Luiz César Martini ⁴

RESUMO

O Ensino de função exponencial grau é parte integrante do saber Matemático e como tal possui muitas aplicações dentro da matemática (Cálculo, Geometria Analítica, etc.) assim como fora dela, como por exemplo (Desenvolvimento de Vírus – Biologia, etc.). O presente trabalho tem por objetivo analisar descritivamente as vinte e quatro atividades de função do exponencial em um livro didático do primeiro ano do Ensino Médio, levando em consideração a teoria de registro de representações semióticas de Duval, e verificar o tipo de problemas que as caracterizam (aberto ou fechado), o tipo de tratamento predominante (algébrico, gráfico ou numérico), as conexões com outras áreas de ensino e finalmente as conversões e tratamentos presentes em cada questão. A amostra foi intencional tendo em vista que analisamos todas as questões que envolvem função do segundo grau no livro do primeiro ano do Ensino Médio recomendado pelo PNLD 2016/2017/2018. A Metodologia utilizada foi qualitativa com estudo descritivo. Os resultados mostram uma predominância de problemas fechados e da conversão da linguagem algébrica para o numérico.

Palavras-chave: Função Exponencial; Semiótica; PNLD; Livro Didático.

INTRODUÇÃO

A matemática é uma das principais disciplinas estudadas durante a vida escolar de um estudante. Tal matéria é de suma importância uma vez que se faz presente no cotidiano de todos os seres humanos, seja no momento de pagamento de contas, contagem das horas e minutos do dia ou até mesmo no troco recebido ao comprar uma mercadoria. A matemática prepara o cidadão para a vida como nenhuma outra disciplina, pois é a ciência que fornece o melhor instrumental para qualquer profissional ser bem-sucedido em qualquer carreira escolhida.

¹ Doutoranda do Curso Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas - SP, jessicadasmiranda@gmail.com;

² Mestre pelo Curso de Educação Matemática da Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción - AR, mauriciofontes@gmail.com;

³ Doutor pelo de Curso Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas - SP, felipeammiranda@gmail.com;

⁴ Doutor pelo de Curso Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas - SP, lucemar11@gmail.com;

Segundo Messias (2006) “Quando se aborda o conceito de função em matemática, muitos professores da área de exatas tratam o assunto de forma muito simplista, pois consideram o tópico de seu programa escolar como uma troca de variáveis entre x e y ”. Dessa forma, tais professores não utilizam os livros que abordam o assunto de maneira eficaz para que o aluno obtenha êxito em aprender a matéria, já que os próprios educadores não oferecem a devida atenção ao conteúdo função.

Contudo a construção do conceito de função, principalmente de função exponencial, no ambiente escolar é muito importante para os alunos, uma vez que este é abordado em todos os níveis de ensino, de maneiras diretas e indiretas, sendo fundamental na busca do entendimento ou explicação de muitos fenômenos. Levando em consideração a relevância do conceito de função, Rêgo (2000) destaca que:

“[...] O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas de Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais e Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis.” (RÊGO, 2000, p. 20, grifo do autor)

Além disso, a função exponencial é de extrema importância na vida escolar do aluno, pois ela pode ser aplicada em diversos problemas do cotidiano que estão presentes fora da sala de aula, como por exemplo no cálculo de juros simples ou composto em empréstimo bancário ou a evolução do número de bactérias em uma determinada região.

Considerando que muitas práticas pedagógicas, hoje, são organizadas tendo como recurso exclusivo o livro didático (BRASIL, 1998), desenvolvemos a pesquisa deste trabalho, enfocando a análise de questões de função exponencial. Para tanto optamos em analisar o livro didático utilizado por professores das escolas públicas da Educação Básica, investigando como são propostas as atividades referentes ao conceito de função exponencial.

A análise do livro didático selecionado para a pesquisa foi guiada seguindo o modelo da pesquisa de Maggio e Soares (2009), obedecendo os seguintes critérios: a) classificação das atividades em problemas abertos e problemas fechados; b) articulações entre os campos da Matemática e/ou conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento e com situações do cotidiano; c) tratamento explorado e a forma; d) conversões exploradas e enfatizadas;

Dessa forma este trabalho tem como objetivo analisar descritivamente as vinte e quatro atividades de função exponencial em um livro didático do primeiro ano do ensino

médio recomendado pelo PNLD e dessa forma verificar qual a melhor maneira que o docente pode utilizar esse livro didático em sala de aula, de modo que os alunos tenham uma aprendizagem significativa sobre o assunto.

METODOLOGIA

Utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) como fundamentação desse trabalho, pois o foco do estudo é a aquisição e organização de conhecimento matemático.

O termo semiótica tem origem grega *semeion*, que quer dizer signo, ou seja, semiótica é a ciência dos signos. Um dos principais pesquisadores desta área e que serviu de apoio teórico nessa pesquisa foi Raymond Duval. Autor de várias pesquisas, ele trata do funcionamento cognitivo, implicando, sobretudo na atividade matemática e nos problemas de aprendizagem.

Um outro conceito de semiótica que podemos apresentar é o desenvolvido por Henriques e Almouloud (2016) que consiste em:

“Representação semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua *forma* no sistema *semiótica* e de outro lado, pela *referência* do objeto representado.” (HENRIQUES & ALMOULOU, 2016, p. 467, grifo do autor).

Dando continuidade à nossa pesquisa, Duval (2003) acredita que cada objeto matemático tem sua respectiva representação, contudo não podemos confundí-los, uma vez que, a cada confusão feita, existe uma perda de compreensão e os conhecimentos absorvidos tornam-se inutilizáveis, portanto a distinção entre um objeto e sua representação é a melhor maneira de compreender a matemática.

Para Duval (2003), os objetos trabalhados nas aulas de matemática são abstratos, ou seja, não estão diretamente acessíveis à percepção com o auxílio de instrumentos como microscópios e telescópio. Sendo necessário para sua apropriação, uma forma de representação, portanto, dizemos que no ensino da matemática, toda comunicação é baseada em representações, e apenas através destas é que os conceitos matemáticos serão apropriados pelos alunos, ou seja, estas são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.

Duval (1993) acredita que existem três tipos de representações: as mentais ou subjetivas, que caracterizam um anexo de imagens, conceitos e crenças que uma pessoa pode

ter por um objeto ou uma situação. O segundo tipo de representação são as internas ou computacionais, estas são reconhecidas pela execução automática de uma atividade, ou seja, são internas, porém não conscientes do sujeito. E finalmente as representações semióticas que são externas e conscientes do sujeito. E através destas que o aluno tem acesso aos objetos matemáticos.

Existem quatro tipos de representações semióticas: a língua natural, feita com associações verbais e conceituais; os sistemas de escrita (algébrico, numérico e simbólico); os gráficos cartesianos (interpolação, extrapolação) e as figuras geométricas planas.

Para Duval (2009), em matemática, as representações semióticas não são apenas indispensáveis para fins de comunicação; estas representações são de suma importância para o desenvolvimento da atividade matemática. Além disso, o autor destaca que entre estes registros existem dois tipos de transformações semióticas muito importantes, porém muito diferentes uma da outra, são estas: tratamento e as conversões.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo, a resolução de uma equação do primeiro grau $2x - 10 = 0 \rightarrow x = 5$. Podemos perceber que temos uma transformação do registro algébrico para o algébrico novamente. Logo, “o tratamento de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna num registro.” (HENRIQUES e ALMOULOU, 2016, p.469).

Ao passo que as conversões são transformações de representações onde existe a troca de registro, conservando o objeto, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação no plano cartesiano. Logo, “a conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro” (HENRIQUES e ALMOULOU, 2016, p.469). Portanto, realizar uma conversão, não é só trocar o modo de tratamento, é também explicar as variáveis pertinentes aos registros mobilizados numa dada conversão.

Dessa maneira, iremos fazer uma análise descritiva de vinte e quatro questões sobre função exponencial grau em um livro didático do Ensino Médio aprovado no PNLD e classifica-las de acordo com a Teoria da Representação Semiótica.

DESENVOLVIMENTO

A pesquisa feita no livro didático caracteriza-se como qualitativa com estudo descritivo. Segundo Barros e Lehfeld (2007) na **pesquisa descritiva** ocorre o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos do mundo físico sem a interferência do pesquisador. Exemplos muito comuns de pesquisa descritiva são as pesquisas mercadológicas e de opinião.

A análise foi realizada durante o mês de janeiro de 2019 em um livro recomendando pelo PNLD (Quadrante Matemática – 1º ano – 2016) utilizado nas salas de aula do Ensino Médio em Escolas Públicas e Particulares em todo o Brasil. O objetivo desse trabalho foi analisar descritivamente as vinte e quatro questões sobre o tópico de função exponencial e classificá-las como mencionado anteriormente de acordo com a Teoria de Representação Semiótica.

Desse modo o professor tem a oportunidade de visualizar a maneira como os livros didáticos abordam a aplicação do assunto “função exponencial”, e então a partir dessa análise o educador poderá construir um plano de aula adequado com as questões propostas e fazer uma conexão entre a construção do conceito de função e os tipos de tratamento presentes nos exercícios.

“O livro didático constitui um elo importante na corrente do discurso da competência: é o lugar do saber definido, pronto, acabado, correto e, dessa forma, fonte única de referência e contrapartida dos erros das experiências de vida” (VESENTINI, 2007, p.166).

Seguindo a linha de pensamento do último autor citado, este apresenta o livro didático como a principal e única fonte do conhecimento em sala de aula. Em vista dos fatos mencionados acima, decidimos analisar o livro didático para uma melhor compreensão e consideração das questões presentes no mesmo.

Segundo Parterlini (2010), os problemas denominados abertos são opostos aos problemas designados fechados, e a principal distinção entre eles pode ser observada, pelo fato de que o último propõe ao aluno o que deve ser feito, ao passo que o primeiro deixa o estudante livre para compreender e perceber as relações matemáticas existentes naquele contexto.

Utilizando o conceito acima, classificamos as questões em: Problemas Abertos e Problemas Fechados. Sendo o primeiro caracterizado como atividades que envolvem o conceito de exponencial em situações problemas e contextualizadas. Enquanto que o último representa questões envolvendo uma aplicação direta do conceito de função.

Levando em consideração o primeiro critério de classificação, o número de problemas fechados no livro é dezesseis, equivalente a 70% do total de questões existentes no capítulo, enquanto que o número de problemas abertos existentes no livro é oito, equivalente a 30% do total de questões. Percebemos que existe uma diferença significativa em relação ao número de problemas, uma vez que o número de problemas fechados é mais que o dobro comparado aos abertos. Isso possibilita ao professor explorar os dois tipos de questões em suas aulas.

1. Utilizando as propriedades de potência com expoente natural, reduza a uma única potência e depois calcule.		
a) $(3^2)^2$	c) $5^2 \cdot 5^1$	e) $70^3 : 10^3$
b) $4^{18} : 4^{15}$	d) $2^2 \cdot 6^2$	f) $(10^3)^2$

Figura 1: Problema Fechado.
Fonte: CHAVANTE, 2016.

16. Suponha que determinada colônia de bactérias tenha sua população duplicada a cada período de uma hora. Se no início existiam 8 dessas bactérias nessa colônia, ao fim de 10 horas qual será a quantidade de bactérias?				
a) 2^{10}	b) 2^{11}	c) 2^{12}	d) 2^{13}	e) 2^{14}

Figura 2: Problema Aberto.
Fonte: CHAVANTE, 2016.

Na figura 1 temos um exemplo clássico de problema fechado, onde o aluno não precisa interpretar a questão para obter o resultado, apenas substituir os valores dados e encontrar a resposta. Ao passo que na figura 2, temos uma questão onde o estudante necessitará compreender a situação – problema, interpretar os valores e construir a lei da função para assim encontrar os valores solicitados na questão.

2. Escreva no caderno cada número como uma potência de base 2.	
a) 32	c) $\sqrt{16}$
b) $\frac{1}{128}$	d) 0,125

Figura 3: Questão com situação-problema de Matemática.
Fonte: CHAVANTE, 2016.

17. (UEL-PR) A mitose é uma divisão celular, na qual uma célula duplica o seu conteúdo, dividindo-se em duas, ditas células-filhas. Cada uma destas células-filhas se divide, dando origem a outras duas, totalizando quatro células-filhas e, assim, o processo continua se repetindo sucessivamente. Assinale a alternativa que corresponde, corretamente, à função que representa o processo da mitose.
- a) $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{N}$, dada por $f(x) = x^2$
 - b) $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$, dada por $f(x) = 2^x$
 - c) $f: \mathbf{N}^* \rightarrow \mathbf{N}$, dada por $f(x) = 2^x$
 - d) $f: \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$, dada por $f(x) = 2^x$
 - e) $f: \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$, dada por $f(x) = 2x$

Figura 4: *Questão conectando matemática com outras Ciências.*
Fonte: CHAVANTE, 2016.

8. Mateus tem uma pequena propriedade onde cultiva, entre outros produtos, feijão. Enquanto estava ensacando feijões para vendê-los, ele fez o seguinte desafio aos seus dois filhos, que gostavam de Matemática.
- “A massa de cada grão de feijão é cerca de $2,5 \cdot 10^{-1}$ g. Eu vou vender estes feijões em sacos de 20 kg. Quantos grãos de feijão, aproximadamente, há, no total, nos 25 sacos que eu vou vender?”
- Responda ao desafio feito por Mateus para seus filhos.

Figura 5: *Questão com situação-problema de Matemática.*
Fonte: CHAVANTE, 2016.

Em relação ao segundo critério de classificação, este verificou as situações do cotidiano, conexões internas a Matemática e também as ligações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Contabilizamos apenas duas questões (8% do total) que envolvem situações do cotidiano do aluno como por exemplo a conta feita para determinar quantos quilos de feijão cabe em um determinado número de sacos para o personagem levar à venda na Figura 5.

Na figura 3 temos um exemplo de questão com conexões internas na matemática, pois além do aluno desenvolver a habilidade de elaborar a lei da função exponencial ele precisa aplicar o conhecimento prévio racionalização e potenciação. O total de questões com esse critério de classificação é dezessete questões representando 71% das atividades.

No que tange as conexões da Matemática com outras ciências, o livro analisado deixa a desejar, pois apenas cinco das 24 atividades (que representam 21% do total) que necessitam

da utilização da função exponencial, abrangem ligações com outras áreas, tais como: a Educação Física, Geografia e a Biologia, sendo que duas dessas conexões são com a Geografia, uma com a Educação Física e por fim duas com a Biologia. Como podemos exemplificar na figura 4.

14. Em quais dos itens há uma lei de formação de função exponencial? Justifique no caderno.

a) $f(x) = 2^{x+1}$ c) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x}$ e) $f(x) = -2^{2x}$

b) $f(x) = 1^x$ d) $f(x) = 2^{\frac{x}{2}}$ f) $f(x) = 3x^2$

*Figura 6 :Tratamento Algébrico.
Fonte: CHAVANTE, 2016.*

6. Calcule as potências.

a) $64^{0\bar{3}}$ c) $81^{\frac{1}{4}}$

b) $27^{\frac{5}{3}}$ d) 0^3

*Figura 7 :Tratamento Numérico.
Fonte: CHAVANTE, 2016.*

O terceiro critério buscou explorar o tipo de tratamento utilizado nas questões do livro didático. O tratamento algébrico pode ser observado em quatro das vinte e quatro questões, representando 17% do total de questões. Esse tratamento é caracterizado pela construção de equações algébricas a partir de situações-problemas propostas nas questões de função. Podemos observar um exemplo na Figura 6. Enquanto que o tratamento numérico está presente em dezessete das vinte e quatro questões simulando 71% da totalidade das questões. Este tipo de tratamento é caracterizado pela objetividade das atividades e suas respectivas soluções. Como podemos visualizar um modelo na Figura 7.

O último tratamento analisado nas questões são os gráficos. Estes somam apenas três do total de vinte e quatro questões simulando 12% destas. De acordo com os PCN'S (1999), um dos alvos da Matemática é proporcionar ao estudante uma aprendizagem autêntica e significativa da leitura, interpretação e construção de gráficos, uma vez que a sociedade atual exige constantemente. Podemos visualizar um exemplo desse tipo de questão na Figura 8 abaixo.

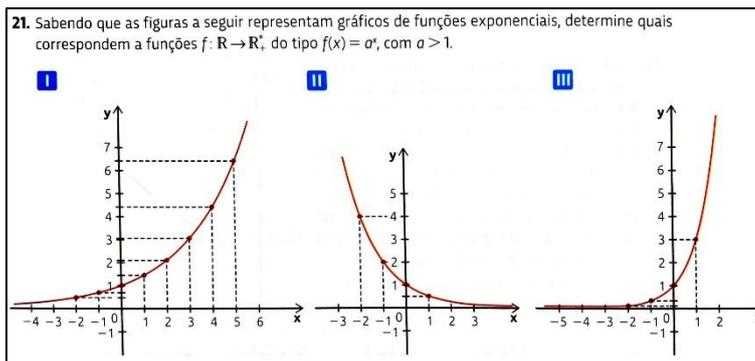


Figura 8 : Tratamento Gráfico.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O último critério analisado foram os tipos de conversões e tratamentos presentes nas atividades de função exponencial. A tabela 01 abaixo ilustrará os números das situações que abrangem os processos e de que modo eles ocorreram.

Análise das 24 questões			
Algébrico→Natural	Simbólico→Algébrico	Natural→Algébrico	Algébrico→Gráfico
3	1	3	1
Gráfico→Natural	Algébrico→Algébrico	Simbólico→Natural	Gráfico→Simbólico
1	13	1	1

Tabela 01: Tipos de Conversões e Tratamentos presentes no Livro Didático analisado.

Fonte: Próprios Autores, 2019.

No livro analisado conversões que envolvem o registro algébrico e natural da função afim são as mais exploradas, sendo destacadas as conversões no sentido Algébrico → Algébrico, que totalizam 13 das vinte e quatro questões. Cabe ressaltar que, no livro explorado, o número de tratamentos é maior quando comparado com o número de conversões, que somam apenas 11 do total de vinte e quatro questões.

O número expressivo de tratamentos em específico no sentido Algébrico → Algébrico, ocorre em razão do livro abordar várias atividades de problemas fechados, e para resolvê-las o autor aponta a necessidade do tratamento numérico e objetivo. O que induz o aluno a ler a questão, interpretá-la e finalmente fazer os tratamentos necessários.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No referido artigo, desenvolveu-se uma análise do livro didático selecionado, utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Durval (2003), tendo como foco investigativo o modo como são propostas as atividades relacionadas à função exponencial.

De acordo, com o modelo de pesquisa utilizado por Maggio e Soares (2009), tendo como base os critérios de análise já mencionados, a análise do livro didático permitiu a constatação que o autor se preocupa com a objetividade dos conhecimentos matemáticos, tendo em vista que, aborda 70% das 24 atividades analisadas como “problemas fechados”.

Além disso, o autor busca envolver o aluno com questões sobre conexões internas a própria matemática, porém, deixa uma lacuna nas situações do cotidiano e conexão entre a matemática com outras áreas do conhecimento, destinando apenas 22% das 24 atividades para esse critério.

Além do mais, o livro enfatiza o tratamento numérico associado com situações-problema, correspondendo 71% das 24 atividades, um ponto questionável, pois, o tratamento numérico é caracterizado pela objetividade das atividades. Enquanto isso, o tratamento algébrico fica em segundo plano com apenas 17% das 24 atividades. O livro não explora de maneira significativa os registros relacionados ao gráfico da função exponencial, somando apenas 12% das 24 atividades, o que não possibilita uma aprendizagem significativa dos alunos de um registro tão presente no cotidiano dos educandos.

Assim, considerando que a maioria dos professores tem como base, principalmente, os livros didáticos para planejar e conduzir suas aulas observamos que o livro analisado, ajudará nas dificuldades em trabalhar com situações objetivas, contudo o professor precisa estar atento para os registros gráficos, uma vez que estes foram pouco explorados pelo autor, tendo em vista, que o livro irá refletir no ensino da matemática na sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática - Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática - Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

BARROS, Aidil Jesus da Silveira & LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 3º Ed. Editora: Makron. 2007.

DUVAL, Raymond. **Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif la pensée**. Annales de Didactique es de Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP. 1993.

_____, Raymond. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. São Paulo: Papyrus, p. 11-33, 2003.

_____, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física. 2009.

MAGGIO, Pedroso Deise & SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Registros de Representação Semiótica e Função Afim: Análise de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio**. In: Encontro Gaúcho De Educação Matemática, 10. (X EGEM). Ijuí – RS. 2009.

PATERLINI, Roberto R. **Aplicação da Metodologia Resolução de Problemas Abertos no Ensino Superior**. UFSCAR. São Paulo. 2010.

VESENTINI, José William. **A questão do livro didático no ensino da Geografia Novos caminhos da Geografia in Caminhos da Geografia**. Ana Fani Alessandri Carlos(organizadora). 5.ed.,1ªreimpressão- São Paulo: Contexto, 2007.