

## PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA CONSTRUÇÃO DO COSSENO NO CICLO TRIGONOMÉTRICO UTILIZANDO O GEOGEBRA

Leocides Gomes da Silva<sup>1</sup>  
Maria de Fátima Oliveira Silva<sup>2</sup>  
André Tavares Cortez<sup>3</sup>  
Francisco Damares Rocha Ferreira<sup>4</sup>

### RESUMO

Diante das transformações causadas pelas ferramentas tecnológicas em nossa sociedade e consequentemente nos espaços escolares, o presente artigo apresenta uma proposta de atividade para o ensino do cosseno no círculo trigonométrico utilizando do software GeoGebra. Conforme aponta Brasil (2000; 2017) as tecnologias pode ser uma importante ferramenta para auxiliar alunos e professores no estudo de conteúdos matemáticos. Nessa perspectiva, Lopes (2013) enfatiza que softwares de geometria dinâmica possibilitam transformar a maneira como os conhecimentos são concebidos, devido aos aspectos visuais causados pelas rotações, animações e manipulação dos objetos construídos. Assim, O objetivo dessa atividade é produzir uma aprendizagem dinâmica do cosseno, ilustrando os valores que o cosseno assume em graus e radianos. Além do mais, diante de possíveis dificuldades quanto a existência de laboratório de informática na escola, o professor pode utilizar a construção no App do GeoGebra para dispositivos móveis, sendo um importante auxiliar no desenvolvimento de sua aula. Para orientar professores e alunos, a proposta ilustra passo a passo quais as ações (ferramentas) devem ser empregadas na construção, ao mesmo tempo em que propõem a reflexão sobre o conhecimento prévio necessários e os novos conhecimentos que são adquiridos.

**Palavras-chave:** Cosseno, Círculo trigonométrico, Software GeoGebra.

### INTRODUÇÃO

As transformações causadas pelas tecnologias e principalmente pela informática atingem os mais diferentes espaços, difundindo e levando informações ao alcance de todos a partir da internet e das redes de comunicação. Na sociedade do século XXI, Libâneo (2001, p. 21) destaca que é “cada vez maior número de pessoas são atingidas pelas novas tecnologias, pelos novos hábitos de consumo e indução de novas necessidades. Pouco a pouco, a população vai precisando se habituar a digitar teclas, ler mensagens no monitor, atender instruções eletrônicas”. Nesse contexto, a escola não escapa dessas transformações, uma vez que os nossos alunos estão cada vez mais conectados.

---

<sup>1</sup> Graduação em Matemática e Mestrado em Ensino pela Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN, Professor/SEEC- RN [leocids@hotmail.com](mailto:leocids@hotmail.com);

<sup>2</sup> Aluna da 3ª Série (Promédio) da Escola Estadual 20 de Setembro, SEEC - RN, [fsilva434445@hotmail.com](mailto:fsilva434445@hotmail.com);

<sup>3</sup> Aluno da 3ª Série (Promédio) da Escola Estadual 20 de Setembro, SEEC - RN, [AndreCortez909@gmail.com](mailto:AndreCortez909@gmail.com);

<sup>4</sup> Graduando do Curso de Licenciatura em matemática da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN, [damares.ferreira100@gmail.com](mailto:damares.ferreira100@gmail.com);

No que tange o ensino de matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000) destacam que a maneira como os conteúdos matemáticos são expostos necessitam se modificadas, ao mesmo tempo em que evidencia que os recursos tecnológicos podem produzir uma aprendizagem melhor da disciplina. Essa inserção, causará impacto no espaço da sala de aula, ao mesmo tempo em que:

[...] exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000, p 41).

Além dos mais, Rocha e Rodrigues (2005, p. 23) evidenciam que as formas de aprendizagem da matemática em “ambientes informatizados apresentam recursos em consonância com processo de aprendizagem construtivista, o qual tem como princípio básico que o conhecimento se constrói a partir das ações do sujeito”. Com isso, olhasse as tecnologias como ferramentas que possam contribuir para o desenvolvimento do aluno, a partir do aprimoramento de suas habilidades.

Dessa forma, considerando as potencialidades das tecnologias para desenvolver o ensino de matemática, o presente estudo traz uma proposta de atividade para ensinar trigonometria, de modo mais específico, o estudo do cosseno no círculo trigonométrico. Conforme aponta Amaral (2002).

Dos vários conteúdos de Matemática, a Trigonometria é um dos demais difícil compreensão pelos (as) alunos (as). Acreditamos que tal dificuldade se deva ao seu grau de abstração e a forma expositiva / transmissiva em que a mesma é ensinada. Os fatos e conceitos são apresentados sem que o aluno tenha oportunidade de construí-los. (AMARAL, 2002, p.11).

No âmbito da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), o conteúdo de trigonometria estar destacada na competência específica 5, onde ao final de seus estudos, o aluno deve ter habilidade para:

**(EM13MAT306)** Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. (BRASIL, 2017, p. 544).

Nessa perspectiva, os PCNEM apontam que o ensino de trigonometria deve valorizar e evidenciar para os alunos a importância e aplicação desse conhecimento nas mais diferentes situações de nosso cotidiano, de modo a favorecer o desenvolvimento de habilidades e competências. Dessa forma, seu estudo deve estar “[...] ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos”. (BRASIL, 2000, p 44).

Para dinamizar a exposição e estudo do cosseno no círculo trigonométrico, utilizaremos o Software de geometria dinâmica GeoGebra, que são softwares que “possuem um recurso que possibilita a transformação contínua em tempo real, ocasionada pelo arrastar (GODENBERG; CUOCO, 1998, p. 132 apud LOPES, 2013, p. 635)”.

Criado por Markus Hohenwarter, o software GeoGebra apresentam características importantes, entre as quais se destaca o fato de ser gratuito, podendo ser utilizado nos vários níveis de ensino, da educação básica ao universitário. Quanto aos recursos (ou ferramentas) para trabalhar conteúdos matemáticos, o GeoGebra possui muitas ferramentas de geometria (plana e espacial), álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculo diferencial e integral. Além do mais, é importante destacar que todas as ferramentas e comandos podem ser inseridos e manipulados em uma (ou mais janelas de trabalho), porém possuem relação entre si.

Ademais, quanto aos aspectos didáticos – pedagógicos e suas potencialidades para o ensino de matemática, Santos (2018) aponta que o GeoGebra se destaca:

[...] pelo seu dinamismo em agregar numa mesma interface os elementos da geometria, da álgebra, do cálculo, da estatística, dos gráficos e de tabelas, os quais podem ser combinados e explorados de diversas maneiras, o que permite o levantamento de conjecturas e a averiguação de hipóteses (SANTOS, 2018, p.19).

Logo, no âmbito de nossa proposta, destacasse os estudos de (BITTENCOURT, 2012; LOPES, 2013; SOUZA, 2014; SANTIAGO, 2015) sobre a utilização do GeoGebra no ensino da trigonometria, a partir de pesquisas que abordavam relação trigonométrica no triângulo retângulo e comportamento das funções trigonométricas.

## PROPOSTA DE ATIVIDADE<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> As construções apresentadas nessa proposta de atividade foram realizadas no **GeoGebra Classic 5.0.559-0d** (atualização de 19 de setembro de 2019).

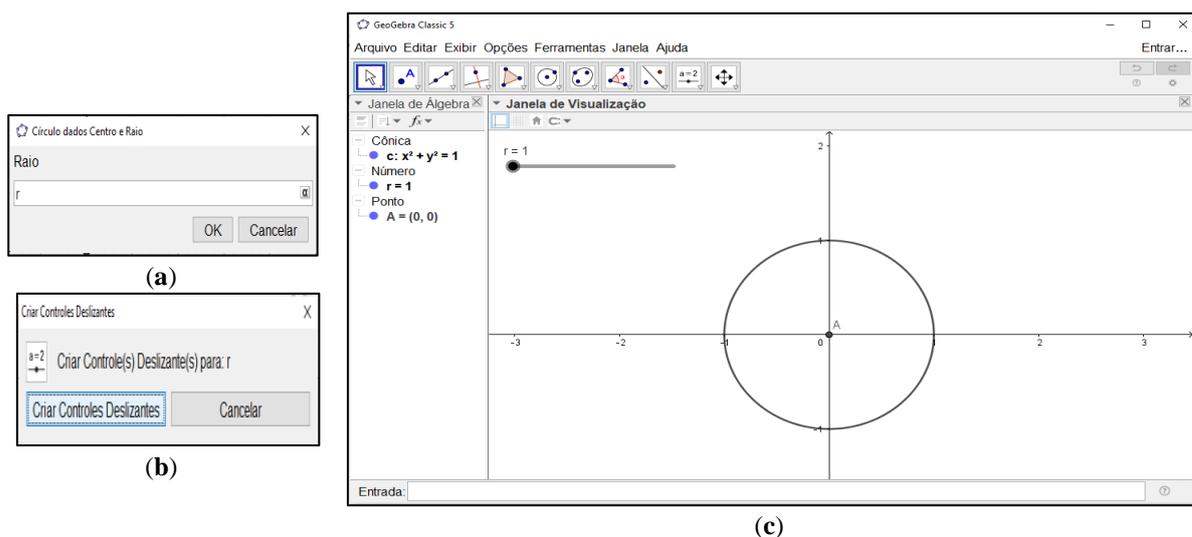
O desenvolvimento da atividade proposta pode ocorrer de duas formas, o professor orienta os alunos na construção do ciclo trigonométrico para estudar os valores que o cosseno assume em graus, radianos. Caso a escola não tenha uma sala de informática, o professor poderá construir o ciclo trigonométrico em sala de aula, discutindo com os alunos os conhecimentos produzidos durante o processo de construção.

Uma outra importante alternativa é a utilização do App GeoGebra, uma vez que a grande maioria dos nossos alunos possuem celular. Nesse contexto, o professor pode ao final da construção compartilhar o arquivo com os alunos e eles utilizarem no celular. Para cada possibilidade situação é importante que o professor planeje a atividade levando em consideração a realidade da escola e de seus alunos.

Dessa forma, para construir o ciclo trigonométrico do cosseno, devemos seguir os passos descritos a seguir.

**Passo 1:** Construa um círculo como centro na origem (0,0), utilizando a ferramenta “**Círculo dados centro e raio**”  . Na caixa de dialogo que será aberta, colocar “r” como medida conforme apresenta a Figura 1 (a) e criar um controle deslizante de acordo com a Figura 1 (b). A ferramenta controle deslizante estar habilitada entre (1 e 3), ou seja, o raio do círculo vai variar entre estes dois valores. Realizado estes passos, teremos com resultado a Figura 1(c).

Figura 1 - Passos iniciais de construção



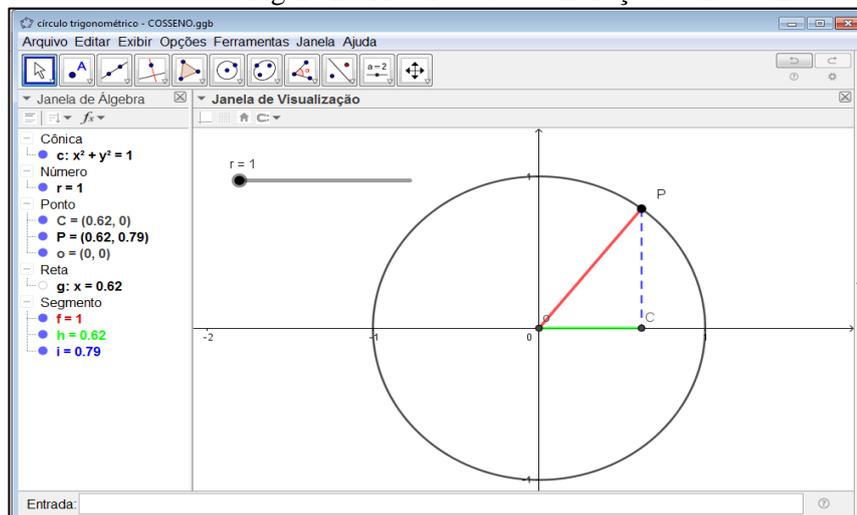
Fonte: Extraído do GeoGebra a partir da construção feita pelos autores

**Passo 2:** Utilize a ferramenta “**Ponto**”  criar um ponto sobre o círculo. Após este procedimento, selecionar a ferramenta “**Segmento**”  e ligar os pontos **A** (renomear para **O**) e **B** (renomear para **P**). Com a ferramenta “**Reta perpendicular**”  selecionar o ponto P e o eixo x. Com a ferramenta “**Intersecção de Dois Objetos**”  determinar

(83) 3322.3222

o ponto comum entre a reta perpendicular e o **eixo x**. Com isso, selecionar a ferramenta “**Segmento**”<sup>6</sup> e ligar os pontos **O** e **C**. Com a ferramenta “**Segmento**” ligar os pontos **C** e **P**, modificando o estilo do segmento **PC** (para pontilhado) e a cor azul.

Figura 2 - Resultado da construção do Passo 2

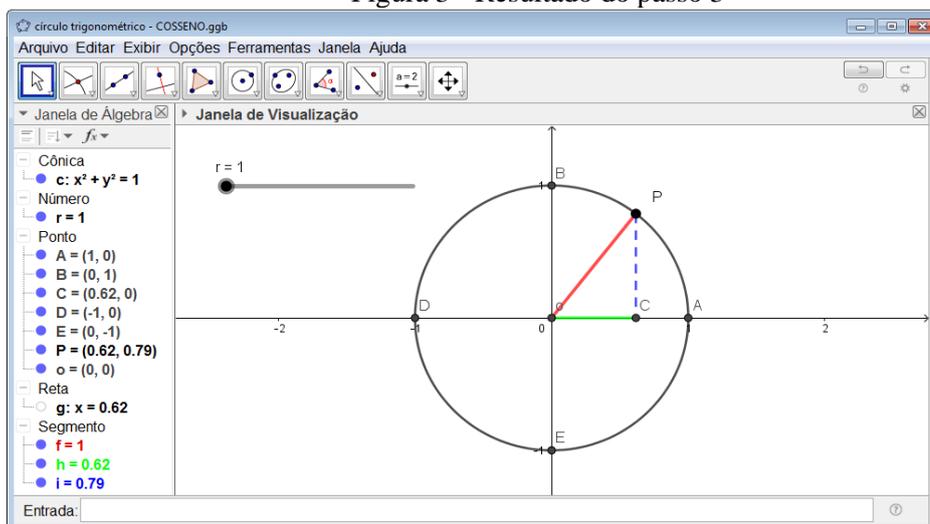


Fonte: Extraído do GeoGebra a partir da construção feita pelos autores

Após a realização desse passo, pode-se perceber que na medida em que o ponto **P** desliza sobre o círculo, a medida do segmento **OC** apresentação variação entre -1 e 1.

**Passo 3:** Utilizando a ferramenta “**Intersecção de dois objetos**”  determine os pontos de intersecção do círculo com os eixos “**x**” e “**y**” (determinando os pontos **A**, **B**, **D**, **E**).

Figura 3 - Resultado do passo 3

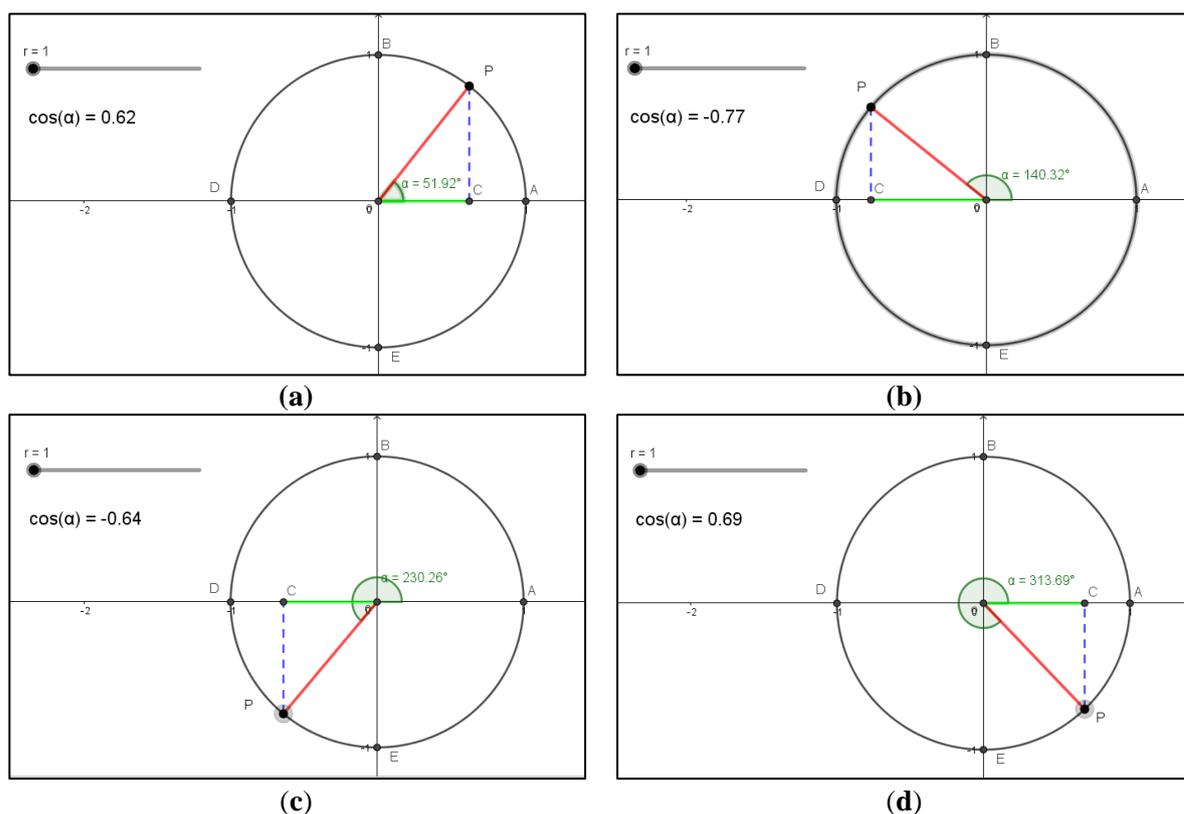


Fonte: Extraído do GeoGebra a partir da construção feita pelos autores

<sup>6</sup> Sugere-se a mudança da cor dos dois segmentos construídos. Adotamos **OP** (vermelho) e **OC** (verde).

**Passo 4:** Com a ferramenta “**Ângulo**”  selecionar os pontos **AOP** nessa ordem, determine o ângulo “ $\alpha$ ” (alfa). Determinado o ângulo, inserir o comando “**cos( $\alpha$ )=**”+(x(P))<sup>7</sup> na caixa de entrada. Este comando fornecerá o valor do “**cos ( $\alpha$ )**” na medida em que o ponto **P** se move sobre o círculo, teremos um único valor para “**cos ( $\alpha$ )**”.

Figura 4 - Representação de valores para o “**cos ( $\alpha$ )**”



Fonte: Extraído do GeoGebra a partir da construção feita pelos autores

Observando a Figura 4 (a), (b), (c) e (d) podemos perceber que “**cos ( $\alpha$ )**” apresentou valor positivo quando  $\alpha = 51.92^\circ$  e  $\alpha = 313.69^\circ$  e valor negativo quando  $\alpha = 140.32^\circ$  e  $\alpha = 230.26^\circ$ . Com isso, questionasse os alunos por que isso aconteceu e quais os valores assumidos pelo “**cos ( $\alpha$ )**” para outros ângulos.

Considerando esta situação, podemos discutir com os alunos a noção de quadrante e o comportamento do cosseno em cada um dos quatro quadrantes. Para diferenciar os quadrantes, utilizemos a ferramenta “**Texto**”  com os seguintes comandos: 1º quadrante; 2º quadrante; 3º quadrante e 4º quadrante, posicionando o texto em seu respectivo quadrante. Utilizando as ferramentas de edição de texto, colocar cores para distinguir os quadrantes onde o cosseno é positivo e negativo.

<sup>7</sup> **Importante:** As aspas fazem parte do comando, com isso, ele deve ser inserido da forma como indicado.

**Passo 5:** Utilizando a ferramenta “**Ângulo com amplitude fixa**”  selecionar os pontos C e O (nessa ordem) e digitar na janela 30°. Proceder da mesma forma para os ângulos 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150°, 180°, 210°, 225°, 240°, 270°, 300°, 315°, 330°. Realizado este procedimento, deve-se ocultar todos os ângulos criados, exceto o ângulo “ $\alpha$ ”. Conforme orienta o **Quadro 1** vamos mudar a “**legenda de texto**”, ocultar os pontos “**O e P**” e alterar a legenda de “**C**” para **coseno**. Em “**P**” trocar o formato de ponto, utilizar “**ponto aberto**”.

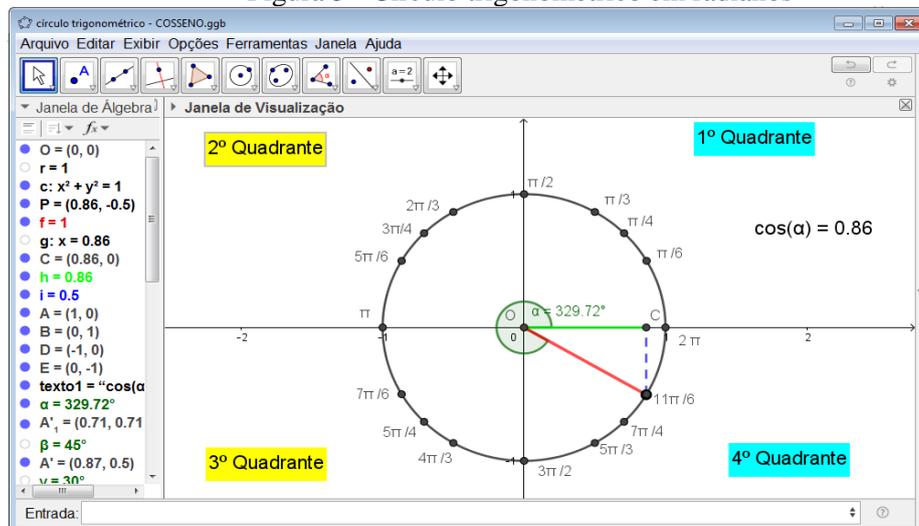
Quadro 1: Mudança de legenda de ângulo para radiano

A'	A' <sub>1</sub>	A' <sub>2</sub>	B	A' <sub>3</sub>	A' <sub>4</sub>	A' <sub>5</sub>	D	A' <sub>6</sub>	A' <sub>7</sub>	A' <sub>8</sub>	E	A' <sub>9</sub>	A' <sub>10</sub>	A' <sub>11</sub>	A
30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$

Fonte: Elaborado pelos autores

Realizado os procedimentos anteriores e as mudanças de legenda, finalizaremos o nosso círculo trigonométrico para estudo do Cosseno obtendo como resultado a seguinte ilustração.

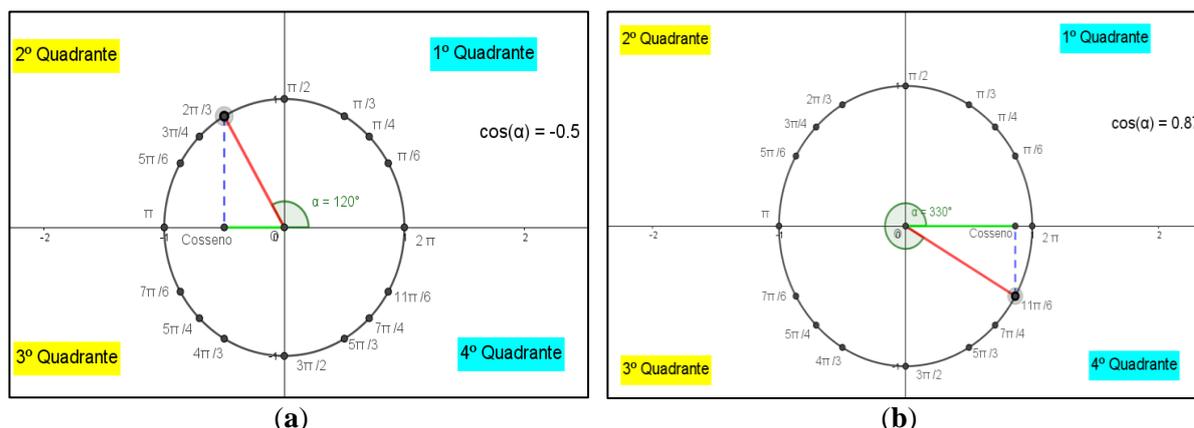
Figura 5 - Círculo trigonométrico em radianos



Fonte: Extraído do GeoGebra a partir da construção feita pelos autores

Com o círculo construído, temos os ângulos notáveis e seu simétricos em relação aos demais quadrantes. Além dos mais, é destacado em “azul” os quadrantes em que o valor do cosseno é positivos e em “amarelo” onde o seu valor é negativo. Na medida em movemos o “ponto aberto” sobre o círculo o valor do cosseno, mostrado a direita varia e quando este ponto estar sobre algum dos pontos, podemos verificar qual o valor em graus (pelo valor de “ $\alpha$ ”) e em radianos. A seguir, destacasse dois exemplos.

Figura 6 - Visualização da relação entre graus e radianos



Fonte: Extraído do GeoGebra a partir da construção feita pelos autores

Pela Figura 6 (a) temos que o  $\cos(120^\circ) = -0,5$ , este valor é negativo, pois estar no 2º quadrante e  $120^\circ$  é  $\frac{2\pi}{3}$  em radianos. De forma análoga, na Figura 6 (b) o  $\sin(330^\circ) = 0,87$ , este valor é positivo, pois o valor do cosseno é positivo no 4º quadrante e  $330^\circ$  é  $\frac{11\pi}{6}$  em radianos.

Com este resultado, podemos discutir com os alunos a definição do cosseno.

### Definição de Cosseno:

Dado um número real  $x \in [0, 2\pi]$ , seja **P** sua imagem no ciclo, denominamos **cosseno** de **x** (representado como **cos x**) a abscissa **OC** do ponto **P** em relação ao sistema  $xOy$ . Dessa forma, para cada número real  $x \in [0, 2\pi]$ , teremos uma única imagem **P** e para cada imagem de **P** temos um único valor para  $\cos x$ . Assim, o valor assumido por **OC** será o valor do  $\cos x$  (**OC = cos x**).

Com a construção finalizada, o professor pode lançar mão das mais variadas formas para discutir com os alunos as noções básicas de trigonometria, círculo trigonométrico, o valor do cosseno de cada ângulo, analisar o intervalo em que o cosseno estar definido e a relação entre o valor do cosseno em decimais, em graus e em radianos. As possibilidades de utilização são múltiplas, cabe ao professor adequar o que foi construído a sua proposta de ensino.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscar novas estratégias de ensino que contribuam para auxiliar o trabalho do professor e a aprendizagem dos alunos se tornou algo cada vez mais discutido e necessário. Conforme proposto em Brasil (2017), as práticas educativas como um todo devem formar pessoas com habilidades e competências que possibilitem resolver situações do cotidiano.

Em consonância como as discussões lançadas ao longo desse trabalho, esperasse que a proposta apresentada contribua de forma significativa com o ensino de trigonometria de modo mais específico no estudo do cosseno no círculo trigonométrico utilizando o Software GeoGebra como ferramenta auxiliar. Nessa perspectiva, esperasse que outras propostas de atividade sejam elaboradas e compartilhadas, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

AMARAL, Fábio José. **Ensino da trigonometria via resolução de problemas mediado por dinâmicas de grupo, analogias e recursos informáticos**. 2002. Dissertação de Mestrado do CEFET/MG.

BITTENCOURT, A. O. **O ensino da trigonometria no ciclo trigonométrico, por meio do software Geogebra**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática). Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria - RS, 2012.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum - BNCC: versão final**. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 23 out. 2019.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus Professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

LOPES, Maria Maroni. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. **Bolema** [online]. 2013, v. 27, n.46, pp. 631-644.

ROCHA, E. M.; RODRIGUES, J. F. A Comunicação da Matemática na Era Digital. *In: Boletim da SPM*, n. 53. 2005.

SANTOS, Anderson de Souza. **Uma proposta de ensino por meio do software GeoGebra: possibilidades no ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

SANTIAGO, Eilson. **O ensino da trigonometria usando o software GeoGebra como ferramenta de ensino – aprendizagem**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Campus Vitória da Conquista, Vitória da Conquista, 2015.

SOUZA, J. I. G. de. **Utilização do Software GeoGebra no Ensino das Funções Trigonômicas**. Dissertação de (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Ceará. Juazeiro do Norte – CE, 2014.