

A NOÇÃO DE EQUAÇÃO EM UM LIVRO DIDÁTICO DO 7º ANO: Um olha sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Andreza Santana da Silva¹; Franklin Fernando Ferreira Pachêco²

¹Universidade Federal de Pernambuco/ andrezass19@hotmail.com

²Universidade Federal de Pernambuco/ pacheco.franklin9@gmail.com

Resumo: Este estudo apresenta resultados de uma investigação documental no qual teve como objetivo geral analisar as atividades da noção inicial de equação que está disposto no livro didático de matemática (do professor) do 7º ano do Ensino Fundamental de uma coleção aprovada pelo PNLD – 2017 e adotado em uma escola pública de Surubim/PE, visando as transformações de Tratamento e Conversão, assim como a coordenação entre os registros, a correspondência semântica entre as representações e a heterogeneidade de sentido. Assim, a fundamentação teórica está pautada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Ao final da análise constatou-se que nas atividades presentes prevalece a transformação de tratamento em detrimento aos de conversão. Porém, salienta-se que são articulados diferentes tipos de representação e também diferentes tipos de conversão, mesmo não havendo a heterogeneidade de sentido em todas. No que se refere a variação de congruência Semântica houve a supremacia no baixo grau de congruência nas conversões analisadas.

Palavras-chave: Noção de equação, Livro Didático, Tratamento, Conversão, Variação de congruência semântica.

INTRODUÇÃO

Existe no âmbito escolar uma forte rejeição para com a matemática, ciência que estuda diversos conteúdos de caráter abstrato, e isso tende a aumentar no decorrer dos anos escolares principalmente com a inserção da álgebra no 7º ano. O início da álgebra é marcado pela inclusão das letras nas operações matemáticas, tanto que a ideia atribuída a ela é que esta trata de letras diferentemente da aritmética que lida com números.

No entanto, muito se fala de que a álgebra é a generalização da aritmética. Se considerarmos esse conceito para a álgebra, então os alunos já carregam a dificuldade desde a aritmética até chegar à álgebra? Ou será que a passagem da aritmética para a álgebra que é a responsável pela dificuldade desse ramo da matemática?

Não temos respostas para essas interrogações, nem muito menos a álgebra deve ser vista apenas como cálculos literais (que envolvem letras), muito do raciocínio (Pensamento algébrico) exigido para os cálculos algébricos devem estar presentes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental com atividades simples e sem o uso de letras, como aponta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

É imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências

(recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação (BRASIL, 2017, p. 268).

Contudo, como já abordado, a álgebra é marcada por sua generalização, pelo uso das letras, sendo assim é visada pela sua abstração. Isso deve-se ao uso carregado de representações e simbologias. Assim, este estudo preocupa-se em analisar como um livro do 7º ano apresenta a noção inicial de equação, pois esse é um dos conteúdos que marcam a inclusão da álgebra “literal” nos livros didáticos e que por sua vez é carregado de simbologias, por esse motivo acontecerá sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

A escolha por essa teoria dá-se exatamente pela matemática não possuir objetos observáveis, por isso necessita de representações para evoca-los, contudo, para Duval um mesmo objeto matemático tem diversas representações e cada uma delas expõe uma parte do conteúdo deste, sendo assim ele salienta que é imprescindível que haja a coordenação entre dois ou mais registros de representação para que exista a compreensão deste objeto, além de que auxilia o aluno a distinguir a representação do objeto matemático estudado e possibilita uma efetiva aprendizagem.

Diante disso, objetiva-se analisar as atividades da noção inicial de equação que está disposto no livro didático de matemática (do professor) do 7º ano do Ensino Fundamental de uma coleção aprovada pelo PNLD – 2017, visando as transformações de Tratamento e Conversão, assim como a coordenação entre os registros, a correspondência semântica entre as representações e a heterogeneidade de sentido.

Sendo assim, nas seções posteriores estarão o referencial teórico, a metodologia a discussão dos resultados e as considerações finais.

REFERENCIAL TEÓRICO

Livro didático

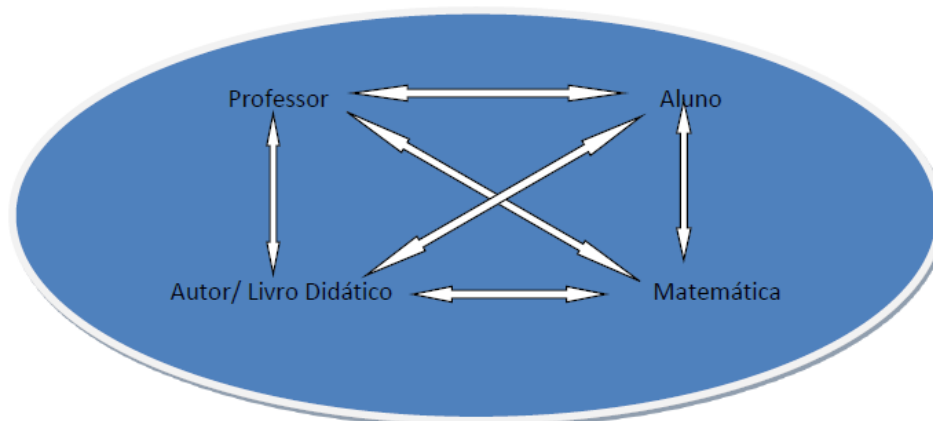
O livro didático é ainda o material mais utilizado pelos professores, portanto é essencial no sistema escolar e também o foco de muitas pesquisas acadêmicas, já que ele diz muito do que é ensinado pelos professores. Bittar (2017) em sua experiência de pesquisa com livros didáticos salienta a importância desse material, pois,

Se queremos compreender algumas das razões de dificuldades de aprendizagem enfrentadas por alunos, o livro didático utilizado por eles é uma das fontes a serem consultadas. Não é a única, porém, como o LD é o principal material utilizado pelo

professor no preparo de suas aulas, seu estudo permite, entre outros, certa aproximação com o que é ensinado pelo professor (BITTAR, 2017, p. 365-366).

Para tanto, esse material além de ser fortemente utilizado pelo professor, serve como um dos subsídios para a aprendizagem do aluno, onde o mesmo pode estudar, revisar o que foi estudado na escola e aprender ainda mais resolvendo as questões propostas. Sendo assim, Barbosa e Lins (2013) descrevem em um esquema a visão de Carvalho e Lima (2010) perante a relação dentro da sala de aula entre o professor, o autor/livro didático, o aluno e a matemática, como podemos observar abaixo:

Figura 1: O Livro Didático na Sala de Aula



Fonte: Barbosa e Lins (2013, p.339).

Pela importância dada ao livro didático, o Governo Federal criou em 1985 o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) por meio do Decreto 91.542, que propunha distribuição de livros para todos os alunos matriculados nas escolas públicas de Ensino Fundamental do Brasil, porém este programa só foi consolidado em lei perante o Decreto nº 7.084 em 27 de janeiro de 2010 (BARBOSA; LINS, 2013).

No entanto, os livros são avaliados desde 1996 (Ensino Fundamental – Anos Iniciais) e 1999 (Ensino Fundamental – Anos Finais) em parceria com instituições de Ensino Superior federal, estadual e privadas. Essas avaliações acontecem a cada três anos, onde são apresentadas as coleções disponibilizadas pelas editoras por meio do edital, para serem avaliadas, as aprovadas são apresentadas no Guia do Livro Didático.

O livro escolhido para a análise deste estudo foram aprovados pelo PNLD 2017, e o Guia do Livro Didático referente a este ano constata para importância dos mesmos, quando acentua que o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado (a Matemática), os métodos que são adotados para que os estudantes possam aprendê-lo e a organização curricular ao longo de cada ano escolar (BRASIL, 2017).

Assim, o livro não é apenas um expositor de conteúdos e atividades, mas ele também deve conter métodos “eficazes” para que os estudantes possam aprender matemática, e no que tange ao conhecimento algébrico para o 7º ano o manual do professor do LD analisado expõe:

Em relação à Álgebra, procura-se desenvolver o pensamento algébrico pela busca da *percepção de regularidades*, da capacidade de *representar simbolicamente problemas matemáticos* e de outras áreas do conhecimento ou do dia a dia do aluno. Além disso, busca-se fazer com que ele se *aproprie de técnicas e da linguagem algébrica*, de maneira que possa *expressar generalizações*, como aquelas provindas das propriedades aritméticas (SOUZA e PATARO, 2015, p.342). [*grifos nosso*]

Mediante isso, este livro aponta implicitamente para aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica, como o ato de representar simbolicamente os problemas matemáticos, e por isso este estudo está pautado na observação dos aspectos da teoria supracitada em detrimento ao conteúdo estabelecido.

Pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi desenvolvida pelo psicólogo de formação Raymond Duval, e tem como foco o funcionamento cognitivo do indivíduo na aprendizagem de matemática, tomando como fato que os objetos matemáticos não estão visíveis como em outros campos do conhecimento, ele salienta que a matemática dispõe de representações semióticas e que é por meio destas que temos acesso aos objetos matemáticos, “pois, elas estão no lugar dos objetos ou os evocam, quando esses não são imediatamente acessíveis” (DUVAL, 2011, p.23).

Contudo, para que exista aprendizagem da matemática é necessário o estabelecimento de três situações: **a diversificação de registros de representação**, ou seja, um único objeto matemático dispõe de diferentes representações e cada uma delas expressa conteúdos diferentes desse mesmo objeto; **a diferenciação entre representante e representado**, pelo qual não se pode confundir o objeto estudado com suas representações, é preciso ter consciência do que é cada um, mas isso só é possível por meio da **coordenação de diferentes registros**, pois como já supracitado, os objetos dispõem de mais de um tipo de representação, e cada uma expressa algo diferente sobre eles, dessa forma só se aprende este objeto matemático (os objetos matemáticos) se for realizada a coordenação entre esses registros, isto é a associação entre as unidades de sentido de cada uma das representações (DUVAL, 2003).

Duval (2011, p.47) salienta que “a dificuldade cognitiva vem do fato de que duas representações diferentes não apresentam ou não explicitam a mesma coisa do objeto que elas

representam”, sendo assim a coordenação entre dois ou mais registros não é uma tarefa fácil, mas é através dela que é possível aprender o objeto matemático em todas as suas “faces”.

Assim, Duval (2009) estabelece três atividades cognitivas que estão ligadas a compreensão do objeto: Formação de uma representação identificável, e as transformações de tratamento e conversão que são “a característica fundamental dos encaminhamentos matemáticos é por meio das transformações de representações semióticas” (DUVAL, 2011, p.52).

A formação de uma representação identificável preocupa-se com as regras de conformidade particular que compõem cada registro de representação, aos aspectos característicos de cada um deles, como, por exemplo, as características de um registro de representação algébrico de uma equação são diferentes das características do registro gráfico.

Com relação ao tratamento, são transformações dentro do mesmo registro, ou seja, o registro de partida é o mesmo de chegada, como por exemplo, a resolução de uma equação:

Figura 2 – Exemplo da transformação de tratamento

$$\begin{aligned}3x + 4 &= 19 \\3x + 4 - 4 &= 19 - 4 \\3x &= 15 \\ \frac{3}{3}x &= \frac{15}{3} \\x &= 5\end{aligned}$$

Fonte: Os autores (2018)

A conversão é uma transformação que acontece fora do registro de partida, ou seja, o registro de chegada é diferente do registro de partida. Sendo assim, podemos citar como exemplo a passagem do registro em língua natural para algébrica, a conversão do registro algébrico para o gráfico e vice versa ou ainda de registro pictórico (figural) para algébrico.

Essa atividade de conversão não é fácil e as dificuldades existentes nessa transformação acontecem devido a variância de congruência semântica entre os registros apresentados, para isso Duval (2009, p. 68-69) expõe os seguintes critérios para a existência dessa congruência:

O primeiro é a **possibilidade de uma correspondência “semântica” dos elementos significantes**: a cada unidade significativa simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significativa elementar. [...] O segundo critério é a **univocidade “semântica” terminal**: a cada unidade significativa elementar da representação de partida, corresponde uma só unidade significativa elementar no registro de chegada. [...] O terceiro critério é relativo à organização das unidades significantes. [...] na **ordem dentro da organização das unidades compondo cada**

uma das duas representações é pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão.

Dessa maneira, quanto mais visível for a correspondência das unidades significantes de um registro a outro maior será o grau de congruência.

Ainda com relação as conversões, Duval (2009) salienta para o fenômeno de heterogeneidade dos sentidos de conversão, isto é, é necessário realizar a conversão entre dois registro em sentidos diferentes (Registro algébrico \rightarrow Registro em Língua natural, assim como Registro em Língua natural \rightarrow Registro algébrico), já que “as regras de conversão não são as mesmas segundo o sentido no qual a mudança de registro é efetuada” (DUVAL, 2009, p. 61).

Metodologia

Este estudo é de abordagem qualitativa e consistiu em uma análise documental de um livro didático do professor do 7º ano adotado em uma escola pública municipal de Surubim/PE.

O livro analisado foi aprovado pelo PNLD 2017 pertencente a coleção VONTADE DE SABER, cujos autores são Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro, 3ª edição, 2015. O mesmo possui 12 capítulos, e o capítulo que aborda a noção inicial de equação é o capítulo 6: Expressões algébricas, fórmulas e equações, e possui 20 páginas introdutórias a álgebra nesse ano escolar, com um total de 68 atividades distribuídas com as seções de **atividades** (41), **revisão** (20) e **ENEM e OBMEP** (7). Em sua maioria, essas atividades possuem quesitos **a**, **b**, **c** entre outros, que totalizam 158 atividades que foram analisadas individualmente.

Assim, a análise terá como foco as atividades presentes neste capítulo, e os critérios para análise estão baseados nos seguintes aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Os critérios estão distribuídos da seguinte forma: 1- Tratamentos explorados; 2- Conversões enfatizadas; 3- A variação de congruência semântica; 4- Heterogeneidade de sentido.

Discussão e Resultados

Como já supracitado, antes de iniciar o conteúdo de equações o livro permeia num mesmo capítulo as expressões algébricas e as fórmulas, pelo qual é possível considerar que sirvam de subsídios para as equações que ficam no final do mesmo, sendo assim, a análise permeou todas as atividades presentes no capítulo.

Salienta-se ainda que o presente Livro Didático compõe em suas atividades situações cotidianas, que se baseiam no conteúdo matemático estudado, tais como: o cálculo do preço

de uma corrida de táxi, o cálculo para o preço do aluguel de um carro, além de compras variadas. Articula também esse conteúdo a outros da própria matemática, como: cálculo de área, perímetro, relação com a capacidade líquida de recipientes e conteúdos estatísticos. No que concerne a articulações com conhecimentos fora da matemática, as atividades foram poucas, mas houve situações que envolveram as escalas de temperatura da Física (Celsius, Fahrenheit e Kelvin).

Quanto ao primeiro critério – Os tratamentos explorados no decorrer das atividades, basearam-se em três diferentes tipos: transformações no registro figural, no registro algébrico e no registro numérico, no qual totalizam uma quantidade de 104 atividades que estão dispostas percentualmente na tabela abaixo.

Tabela 1 - Tratamentos explorados

Tratamento no Registro Figural	Tratamento no Registro Algébrico	Tratamento no Registro Numérico
1%	93%	6%

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Disso, percebe-se que a grande maioria das transformações de tratamento encontra-se no registro algébrico, ao qual prevalece o ato de resolver expressões algébricas, fórmulas e equações, em alguns quesitos é solicitado a simplificação das equações (figura 3), isso se deve consequentemente por se está adentrando no campo algébrico.

Figura 3 – Excerto de tratamento algébrico

22. Simplifique e resolva as equações.

a) $4x - 3 - x + 8 = 11$ $3x + 5 = 11; x = 2$

b) $6 \cdot (x - 2) = 12$ $6x - 12 = 12; x = 4$

c) $9 + 2 \cdot (5x - 4) = 21$ $10x + 1 = 21; x = 2$

d) $10x + 4 \cdot (3 - 2x) - 6 = 8$ $2x + 6 = 8; x = 1$

e) $3 \cdot (5 + 3x) + 5 \cdot (-x - 1) = 22$

f) $2 \cdot (9x - 4) - 7 + (6 - 5x) \cdot 3 = 18$

$4x + 10 = 22; x = 3$
 $3x + 3 = 18; x = 5$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 159)

No que tange o tratamento no Registro figural, estabeleceu-se o ato de observar e interpretar a figura e com relação ao registro numérico o foco está na transformação aritmética, ou seja, o que é pedido nos quesitos é basicamente operar com números.

Por conseguinte, no segundo critério averiguou-se quantas e quais eram as transformações de conversão presentes nas atividades do capítulo analisado. Foram encontrados praticamente a metade da quantidade de tratamentos (53), porém com uma variável de sentidos nessas transformações, como procede na tabela 2.

Tabela 2 – Conversões enfatizadas

RF → RA	RLN → RA	RA → RLN	RM (RLN e RN) → RA	RLN seguido RF → RA	RF → RN
26%	55%	2%	6%	9%	2%

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Assim, os sentidos do registro de partida e de chegada das conversões foram, seguindo ordem da tabela: Registro Figural → Registro Algébrico (RF → RA), Registro em Língua Natural → Registro Algébrico (RLN → RA), Registro Algébrico → Registro em Língua Natural (RA → RLN), Registro Misto (Registro em Língua Natural e Registro Numérico) → Registro Algébrico [RM (RLN e RN) → RA], Registro em Língua Natural seguido Registro Figural → Registro Algébrico (RLN seguido RF → RA) e Registro Figural → Registro Numérico (RF → RN).

O que preponderou em termo de conversão foi a transformação do registro em língua natural para o registro algébrico (figura 4), haja vista que houve uma forte presença de atividades contextualizadas que para serem resolvidas era necessário a mudança para o registro algébrico.

Figura 4 – Excerto de conversão no sentido RLN → RA

26. Nas três primeiras apresentações de certa peça de teatro compareceram ao todo 660 espectadores. Na 2ª apresentação compareceram 120 espectadores a mais que na 1ª, e na 3ª apresentação compareceu o dobro de espectadores da 1ª.

a) Chamando de x a quantidade de espectadores da 1ª apresentação, escreva uma equação que represente a situação acima.



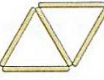
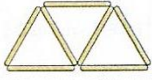
$$x + (x + 120) + 2x = 660$$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 159)

Seguidamente, o outro tipo de conversão que se destacou foi no sentido registro figural para o registro algébrico, e esse tipo de transformação se deu basicamente pelas atividades com sequências (figura 5) que pedia-se a expressão que generalizasse tal sequência para n termos e ainda pela forte presença da balança equilibrada (figura 6) como forma de representar as equações.

Figura 5 – Excerto de conversão no sentido RF → RA (sequência)

4. Uma sequência de figuras foi construída utilizando palitos.

Número da figura	1	2	3	4	...
Figura					...
Quantidade de palitos	1	3	5	7	...

Ilustrações: Raíssa H. Pereira

a) Escreva uma expressão algébrica para representar a quantidade de palitos que formam a figura p da sequência. $2p - 1$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 153)

Figura 6 – Excerto de conversão no sentido RF → RA (balança)

19. A figura a seguir representa uma balança de dois pratos em equilíbrio.



Sabendo que cada caixa tem a mesma massa x , resolva as questões.

a) Escreva uma equação para determinar o valor de x . $4x = 12$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 158)

Cabe ainda salientar, que 96% dos registros de chegada são algébricos, o que em hipótese não seria diferente devido a iniciação da álgebra “literal” nesse ano escolar.

Em relação a essas conversões verificou-se o nível de congruência pertencente a elas, ao qual nesse estudo denotou-se três níveis: Baixo, médio e alto grau de congruência em que está contabilizado percentualmente cada um dos tipos de conversão, como está disposto na tabela 3.

Tabela 3 – Variação do grau de Congruência Semântica de acordo com as conversões estabelecidas

Conversões	Grau de Congruência Semântica		
	Baixo grau de congruência	Médio grau de congruência	Alto grau de congruência
RF → RA	29%	-	71%
RLN → RA	62%	10%	28%
RA → RLN	100%	-	-
RM (RLN e RN) → RA	67%	-	33%
RLN seguido RF → RA	40%	-	60%
RF → RN	-	-	100%

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Predominantemente, a maioria das atividades que exigem a transformação de conversão, com exceção da transformação do registro figural para o algébrico e do registro figural para o numérico, possui baixo grau de congruência se estabelecida uma correspondência nos sentidos. Isso se deve principalmente ao primeiro critério estabelecido por Duval (2009, p.68) quanto a variância de congruência, em que precisa ter “a possibilidade de uma correspondência “semântica” dos elementos significantes”, o que não é facilmente visível, por exemplo, a passagem do registro na língua natural para o registro algébrico, pois quanto mais o contexto do quesito tem um grau de elaboração difícil, tanto mais o grau de congruência tende a ser baixo (como mostra a figura 5, acima), já que não é facilmente visível a coordenação entre os sentidos na conversão.

É por esse motivo que Duval (2011) salienta que a atividade de conversão não é simples, é a que exige mais conhecimento. E quando realizada a estabelecer a coordenação nos sentidos tende a gerar a aprendizagem do objeto estudado, haja vista que só há efetiva aprendizagem se houver a coordenação de ao menos dois registros do objeto, pois cada um compõe um conteúdo diferente desse mesmo objeto.

Diante disso, como quarto critério de análise atribuiu-se a heterogeneidade de sentidos, que consiste na ida e volta entre os registros de partida e de chegada na conversão. Isso só acontece nos registros em língua natural e algébrico, em que por vez, um é estabelecido como de chegada e em outra vez como de partida. Porém, isso é muito superficial, apenas um quesito pede para ser realizada a conversão no sentido: registro algébrico → Registro em língua natural, enquanto que na direção oposta estão presentes a maioria das conversões estabelecidas no capítulo analisado nesse livro didático.

Constatou-se ainda que existe uma atividade que não se caracteriza nem como tratamento, nem como conversão, pois busca verificar das sentenças algébricas dadas qual são equações. Assim, quando pensa-se em identificar o que é ou não é uma equação no seu registro algébrico é necessário compreender o que compõe esse registro, quais os aspectos que formam um registro algébrico de equação. Portanto, caracterizou-se esse quesito dentro da atividade de formação de uma representação identificável (DUVAL, 2009), que estabelece que toda e qualquer representação possui regras de conformidade que designa o tipo de registro e o objeto que se estuda.

Considerações Finais

A análise do Livro Didático de matemática (professor) do 7º ano possibilitou verificar que há uma grande variedade de questões que articulam o conhecimento matemático com as situações cotidianas, assim como, a articulação entre os próprios conhecimentos matemáticos, o que amplia o conhecimento matemático dos alunos para novos horizontes.

Como mencionado no Manual do Professor do livro didático analisado, os autores propõem em algumas de suas atividades o trabalho com sequência de regularidades a fim de construir com o aluno a capacidade de generalização e abstração tão presente no campo algébrico.

No que concerne aos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica que é o carro chefe deste estudo, há uma supremacia de tratamentos em detrimento aos de conversão. Porém, salienta-se que são articulados diferentes tipos de representação e também diferentes tipos de conversão, mesmo não havendo a heterogeneidade de sentido em todas.

Nessas conversões prevaleceu-se o baixo grau de congruência semântica, principalmente devido a complexidade nos contextos de registro em língua natural para a transformação em registro algébrico, já que este tipo de conversão foi o mais abordado no livro.

Assim, esse estudo considera que para a noção inicial de equação a variedade de registros é determinante para auxiliar a compreensão dos alunos sobre esse objeto matemático, assim como a coordenação entre esses registros.

Sugere-se ainda que em estudos posteriores possam-se verificar como este conteúdo procede nos livros das demais séries dos anos finais do Ensino Fundamental (8º e 9º anos).

Referências

BARBOSA, E. J. T; LINS, A. F. **Equações polinomiais do primeiro grau em livros didáticos: organizações matemática e didática.** Educação Matemática Pesquisa. ISSN 1983-3156. São Paulo, v.15, n.2, p. 337-357, 2013.

BITTAR, M. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos.** Zetetiké. ISSN 2176-1744. Campinas, SP, v.25, n. 3, p.364-387, set./dez.2017.

BRASIL, M. E. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério de Educação. **PNLD 2017: guia de livros didáticos – ensino fundamental anos finais.** Brasília/DF, 2017. Acessado < <http://www.fnde.gov.br/pnld-2017/>> em 25 de agosto de 2018.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus Editora, 2003, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano.** Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** In: Tânia M. M. Campos (org). Tradução: Marlene Alves Dias. – 1. ed. – São Paulo: PROEM, 2011.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de Saber Matemática.** 3ª ed. São Paulo: FTD, 2015.