

ANALISANDO A INFLUÊNCIA DO EIXO NÚMEROS E OPERAÇÕES DIANTE DOS ERROS DOS ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO NO EIXO GRANDEZAS E MEDIDAS

Autor: Anthony Ewerton Marinho de Vasconcelos

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE

anthonyemarinho@gmail.com

RESUMO

A atividade docente é uma contínua avaliação dos estudantes e cumpre a importante tarefa de identificar, com eficiência, os erros cometidos e sobre eles intervir. Entretanto, é comum que o erro seja mal diagnosticado e, por este motivo, não corrigido. Neste trabalho, buscamos destacar as situações nas quais o professor de matemática está trabalhando tópicos do eixo Grandezas e Medidas, como área e perímetro, e embora diante de erros operatórios busca intervir, também, sobre problemas conceituais. Acreditamos que muitas vezes a dificuldade não está no conceito trabalhado, mas a ação do professor se volta exatamente a isso. Assim, apresentamos uma pesquisa onde foi estudada a influência que um déficit no eixo Números e Operações pode causar no cálculo de áreas e perímetros. Isto foi feito através da aplicação de um questionário com estudantes do terceiro ano do ensino médio e do qual podemos perceber que um grande percentual de alunos domina os conceitos do eixo Grandezas e Medidas mas erra seus problemas por causa da dificuldade com o eixo Números e Operações. Esperamos com este trabalho solidificar na comunidade docente a reflexão sobre a importância de se identificar bem as dificuldades de aprendizagem dos estudantes e intervir com mais qualidade sobre elas.

Palavras-chave:

Números e Operações, Grandezas e Medidas, Dificuldades de Aprendizagem, Educação Matemática.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), homologada em 20 de dezembro de 2017, é um dos principais documentos oficiais para o ensino fundamental, a qual propõe que "a unidade temática **Números** tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades".

Estes aspectos nos levam a concluir que se espera a partir da conclusão do ensino fundamental que os estudantes já estejam aptos a manipular os números reais através de

operações e que isso não seja empecilho para desenvolver e aprimorar outros conhecimentos. Mas não é exatamente isto que ocorre.

Esta pesquisa se voltará à análise de uma situação recorrente dentro do ensino da matemática. Para tal análise, partimos da seguinte questão norteadora: De onde advém os erros dos estudantes no eixo Grandezas e Medidas? Seja a causa do erro mal identificada, em pouco se ajudará o educando a evoluir no percurso e ineficiente será o processo de aprendizagem.

Percebe-se assim o quão abundantes são os casos nos quais o problema não está no eixo matemático estudado e sim nas operações envolvidas quando precisa ser aplicado. Por esta razão, analisaremos a partir do eixo Grandezas e Medidas, mais especificamente nas relações de área e perímetro, se as dificuldades estão se voltando mais para o campo conceitual deste eixo ou simplesmente por lacunas deixadas pelo eixo Números e Operações, voltando nossas atenções para operações entre números irracionais.

Reafirma-se aqui que o nosso foco é o eixo Números e Operações, entretanto, não queremos analisar este eixo com um fim em si mesmo, a operação pela operação, visto que aprendem-se as operações matemáticas não para que sejam replicadas sem um propósito específico, mas para que alcancem determinados fins, levando-nos a uma reflexão geral de que

os algoritmos e as fórmulas, que deveriam ser instrumentos para resolver problemas, passam a ser tratados, na escola, como conteúdos com um fim em si mesmos. Como resultado, vemos que nossos alunos sabem aplicar técnicas, mas não sabem resolver problemas. (STAREPRAVO, 2004, p. 3)

Com isso, ainda que afunilemos nosso foco aos processos operatórios com números irracionais, não o faremos de maneira isolada e partindo das operações, mas tendo sua gênese em algo real, tal qual seu uso para estudar Grandezas e Medidas. O que nos leva a compreender que, no cotidiano, as operações não nos levam unicamente a totais, diferenças, produtos e quocientes, mas também a prestações, descontos, superfícies mensuradas, etc.

As situações que envolvem as operações entre números transcendem os algoritmos e ensiná-las apenas através deles acaba por privar o estudante de outras situações igualmente importantes o que, de acordo com VERGNAUD (1986), em sua Teoria dos Campos Conceituais, inviabiliza uma sólida construção dos conceitos, que pedem uma discussão completa a cerca de todas as situações que os compõem, associadas com as suas invariantes e representações simbólicas.

Portanto, consonantes com a Base Curricular de Pernambuco (BCC-PE), buscaremos nesta pesquisa formular questões pertinentes, coletar e organizar dados que sirvam como bons recursos para o que foi formulado e, através deles, interpretar os fenômenos em estudo.

1.1 Objetivo geral

O objetivo geral do seguinte trabalho consiste em verificar se as dificuldades apresentadas no eixo de estudo matemático Grandezas e Medidas, em especial nas medidas de área e perímetro, possuem um fim em si mesmas ou se estão relacionadas também com um déficit na aprendizagem do eixo de estudo matemático Números e Operações.

1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são: 1 - identificar a relação existente entre a dificuldade das operações envolvidas no problema e a taxa de erros na sua resolução; 2 - observar se o estudante que calcula corretamente as medidas da área e do perímetro de um retângulo, quando suas dimensões são dadas por números naturais, também o faz quando suas dimensões são dadas por números irracionais.

1.3 Hipótese

Acreditamos que os estudantes conseguirão, em sua maioria, desenvolver os problemas desde que as medidas envolvidas sejam convenientemente simples para se realizar operações (números naturais), mas não conseguirão desenvolver os mesmos problemas, caso as medidas envolvidas exijam mecanismos mais complexos de se operar (números irracionais).

2 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste na aplicação de um questionário com estudantes do 3º ano do ensino médio, seguida da classificação, agrupamento e análise dos resultados.

2.1 Amostra

O público alvo da pesquisa foram 84 estudantes do terceiro ano do ensino médio, num total de 3 turmas, das quais todos os estudantes da turma participaram da pesquisa. A justificativa para a escolha deste grupo é de que este, dentro do ensino básico, é o que teve uma formação matemática mais completa e, por esta razão, do qual mais poderá se tirar informações ao estudo e obter melhores conclusões em relação aos objetivos explícitos anteriormente. A escolha pela escola e cidade foi aleatória, não existindo nenhum critério em

relação a localização da cidade ou o tipo de escola (pública ou privada), pois estas não eram variáveis do nosso interesse.

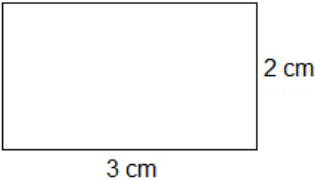
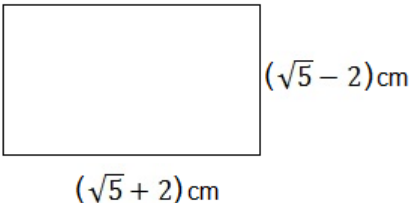
2.2 Coleta de dados

Foi realizado um questionário, com problemas matemáticos envolvendo área e perímetro, organizados de uma maneira estratégica a fim de melhor verificar as variáveis as quais a pesquisa se propõe a estudar.

2.3 Questionário

A seguir, no quadro 1, encontra-se o questionário aplicado com os estudantes e o objetivo de cada uma das suas questões.

Quadro 1 - Questionário

QUESTÃO	OBJETIVO
<p>1. Deseja-se mensurar as medidas do retângulo abaixo, tais como a medida da sua área e a medida do seu perímetro.</p>  <p>Para tal, resgatando os conhecimentos envolvendo estas medidas, determine:</p> <p>(a) a medida da sua área, em centímetros quadrados. (b) a medida do seu perímetro, em centímetros.</p>	<p>A escolha por números naturais foi feita com o objetivo de que as operações ficassem em segundo plano para que as habilidades do estudante no eixo Grandezas e Medidas fossem verificadas. Esperava-se com esta questão perceber se o estudante sabia ou não, realizar o cálculo da medida da área e do perímetro de um retângulo.</p>
<p>2. Deseja-se mensurar as medidas do retângulo abaixo, tais como a medida da sua área e a medida do seu perímetro.</p>  <p>Para tal, resgatando os conhecimentos envolvendo estas medidas, determine:</p> <p>(a) a medida da sua área, em centímetros quadrados.</p>	<p>Nesta questão, a escolha por números irracionais foi feita com o objetivo de que as operações ficassem em primeiro plano para que as habilidades do estudante no eixo Números e Operações fossem verificadas. Assim como comparar o resultado da primeira questão com o resultado desta, e a depender da combinação destes resultados</p>



<p>(b) a medida do seu perímetro, em centímetros.</p>	<p>concluir sobre como as habilidades com operações podem influenciar no estudo de Grandezas e Medidas.</p>
<p>3. Um promotor de eventos foi até uma gráfica solicitar a confecção de senhas, em formato quadrangular, e o técnico responsável verificou qual seria a dimensão ideal da aresta deste quadrado para que a imagem ficasse nítida e o tamanho do papel fosse aproveitado ao máximo, sem prejuízos financeiros para o cliente. O programa do computador, entretanto, buscando combinações para representar o mais fielmente possível as dimensões do cartão, apresentou na tela do computador uma medida equivalente a $\sqrt[3]{5}$ cm para a aresta do quadrado, como mostra a figura abaixo.</p> <div data-bbox="424 1093 740 1321" data-label="Diagram"><p>A square is shown with its side length labeled as $\sqrt[3]{5}$ cm. The label is placed to the right of the square, and another label $\sqrt[3]{5}$ cm is placed below the square.</p></div> <p>Considere $5^{0,666\dots} = 2,92$.</p> <p>Qual a medida, em centímetros quadrados, da área deste cartão?</p>	<p>A terceira questão tem como objetivo reforçar a comparação entre os resultados das duas anteriores, colocando mais uma vez as operações em primeiro plano.</p>

Fonte: O autor (2018)

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Classificação dos dados

Os dados foram classificados em três grupos principais, sendo cada um deles enunciado e justificado a seguir:

I- Conseguiu o conceito e as operações.

(O estudante conseguiu mostrar que conhece os conceitos de área e perímetro e que sabe efetuar bem as operações).

II- Conseguiu o conceito, mas não conseguiu as operações.

(O estudante conseguiu mostrar que conhece os conceitos de área e perímetro, mas tem dificuldades em efetuar as operações).

III- Deixou a resposta em branco

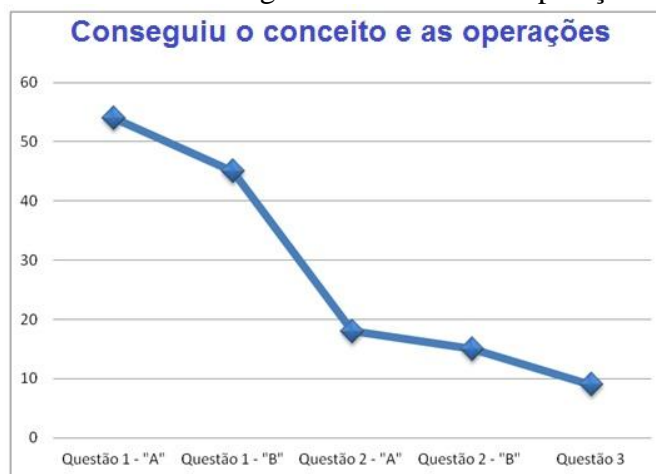
(O estudante não tentou desenvolver a questão, não apresentando nenhuma solução ao que foi solicitado).

Embora estas classificações sejam muito úteis para estruturar quantitativamente os dados obtidos de maneira prática e hábil, na análise de dados também iremos apurar, de maneira mais subjetiva, os resultados e discuti-los qualitativamente.

3.2 Registro e análise dos dados:

O gráfico abaixo traz a quantidade de estudantes inseridos na classificação *I - Conseguiu o conceito e as operações*, em cada uma das questões do questionário.

Gráfico 1 - Conseguiu o conceito e as operações



Fonte: O autor (2018)

Os conceitos trabalhados em todas as questões se enquadram num mesmo patamar de complexidade: envolvem os mesmos esquemas mentais e não estão construídos com contextualizações que os distanciem. A única coisa que se altera é o nível de complexidade em relação as operações, que ficam cada vez mais difíceis.

Portanto, um decréscimo tão drástico (de 54 na Questão 1, item (a), para 9 na Questão 3) na quantidade de estudantes que *Conseguiu o conceito e as operações*, não deve estar vinculado aos conceitos, que mantiveram seu nível de dificuldade estacionado nas questões, e sim as operações, que variaram sua dificuldade. Com isso, podemos perceber que

De um modo geral, a complexidade cresce, no interior de uma mesma classe de problemas, com a dificuldade do cálculo necessário. Os números grandes ocasionam mais dificuldades que os números pequenos, os números decimais, mais dificuldades que os números inteiros (VERGANUD, 1985, p. 212).

O pictograma abaixo explana a respeito da quantidade de estudantes que demonstraram conhecer bem os conceitos de área e perímetro, entretanto não conseguiram efetuar corretamente as operações, ou seja, aqueles inseridos na classificação *II - Conseguiu o conceito mas não conseguiu as operações*.

Gráfico 2 - Conseguiu o conceito mas não conseguiu as operações



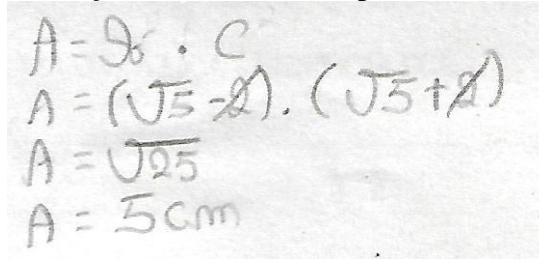
Fonte: O autor (2018)

Foi possível perceber que na Questão 1, tanto no item (a) quanto no item (b), embora alguns estudantes não tenham apresentado conhecimentos suficientes sobre os conceitos de área e perímetro, todos que construíram corretamente o conceito conseguiram acertar a questão. Isso se justifica pelo fato das operações envolvidas nesta questão serem muito simples, com números naturais.

Entretanto, na Questão 2, item (a), 21 destes estudantes voltaram a apresentar o conceito de área corretamente, montando o algoritmo impecavelmente segundo a definição, mas erraram no momento de operar os números. Isso se justifica pelo fato das operações envolvidas nesta questão serem mais complexas, por envolver números irracionais (raízes quadradas).

A exemplo, um dos estudantes ao resolver a Questão 2, item (a), apresentou a seguinte resolução:

Figura 1 - Resolução de um estudante para a Questão 2, item (a)



$$A = b \cdot c$$

$$A = (\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{5} + 2)$$

$$A = \sqrt{25}$$

$$A = 5 \text{ cm}$$

Fonte: O autor (2018)

Transcrição da resolução:

$$A = b \cdot c$$

$$A = (\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{5} + 2)$$

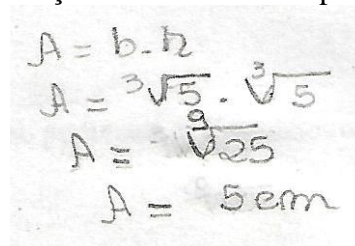
$$A = \sqrt{25}$$

$$A = 5 \text{ cm}$$

Nota-se que este estudante usou a expressão matemática correta para o cálculo da área e substituiu corretamente os valores, indicando que o conceito de área não foi uma barreira. Entretanto, no momento de operar os números envolvidos, houve um erro de execução por parte do estudante, no qual ele fez um procedimento que não é adequado.

O mesmo pode se notar na resolução de outro estudante para a Questão 3:

Figura 2 - Resolução de um estudante para a Questão 3.



$$A = b \cdot h$$

$$A = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$$

$$A = \sqrt[9]{25}$$

$$A = 5 \text{ cm}$$

Fonte: O autor (2018)

Transcrição da resolução:

$$A = b \cdot h$$

$$A = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$$

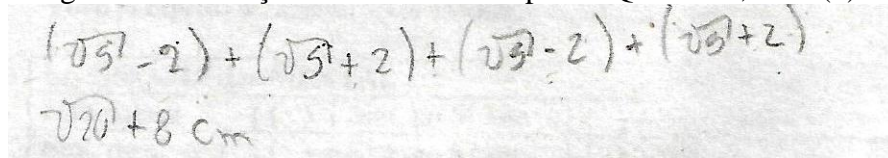
$$A = \sqrt[9]{25}$$

$$A = 5 \text{ cm}$$

Mais uma vez percebe-se que a compreensão a cerca de área está correta, contudo na hora de efetuar o produto entre os radicais, consecutivos erros aconteceram, mostrando desconhecimento em relação a algumas propriedades e a definição dos radicais, mas não de áreas.

Tratando de perímetro, apresentamos a seguir a resolução de um estudante para a Questão 2, item (b):

Figura 3 - Resolução de um estudante para a Questão 2, item (b).



$$(\sqrt{5}-2) + (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) + (\sqrt{5}+2)$$

$$\sqrt{20} + 8 \text{ cm}$$

Fonte: O autor (2018)

Transcrição da resolução:

$$(\sqrt{5}-2) + (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) + (\sqrt{5}+2)$$

$$\sqrt{20} + 8 \text{ cm}$$

A montagem da expressão para o perímetro ocorreu de forma totalmente correta, mas na hora de fazer a soma o estudante demonstrou dificuldades de aprendizagem sobre a adição de radicais e de operações com números negativos.

O que nos leva, mais uma vez, a reflexão de que estes estudantes não apresentam dificuldade em relação ao aprendizado de áreas e sim de operações. "Isso evidencia que os problemas não se classificam em função unicamente das operações a eles relacionadas *a priori*, e sim em função dos procedimentos utilizados por quem os soluciona" (BRASIL, 1967, p.69).

O gráfico abaixo traz a quantidade de estudantes inseridos na classificação *III - Deixou a resposta em branco*, em cada uma das questões do teste.

Gráfico 3 - Deixou a resposta em branco



Fonte: O autor (2018)

O perfil acentuadamente crescente do gráfico corrobora com a ideia de que o nível de complexidade das operações age diretamente sobre o rendimento dos estudantes. Na Questão 1, item (a), apenas 8 estudantes deixaram a resposta em branco, valor que sobe para 42 na

Questão 3, ou seja, 50% da amostra. Contudo, ambas as questões tratam de área da mesma forma, e de figuras com o mesmo perfil, distinguindo-se apenas em relação as operações envolvidas. Portanto, o próprio estudante já reconhece sua inabilidade com as operações.

Verificamos assim que o erro, na maioria dos casos, não envolve necessariamente o conceito de área e perímetro, mas também as operações, fonte de estudo do eixo Números e Operações e, para tal, é sobre este eixo que deve haver intervenção, mesmo que se esteja estudando outras temáticas.

4 CONCLUSÃO

Costurando todas as ideias apresentadas no percurso deste trabalho, obtemos como tecido final que muitas das dificuldades desenvolvidas na aprendizagem da matemática não se vinculam apenas a uma parte do conceito trabalhado em si, mas estão voltadas também a outras situações que completam este conceito, como as dificuldades deixadas por um mal desenvolvimento no eixo Números e Operações na formação dos estudantes. Para qualquer atividade no campo da matemática, os conceitos pedirão situações atreladas a operações e, para tal, é necessário dominar também estas situações para se atingir por completo os conceitos (VERGNAUD, 1986).

É nesta perspectiva que busca-se alertar ao docente que tenha uma visão mais periférica em relação aos erros dos seus estudantes, pois um resultado insatisfatório em uma prova de área e perímetro, por exemplo, não implica necessariamente numa deficiência a cerca de invariantes destes conceitos, muito pelo contrário, talvez as situações que os compõem estejam solidificadas no aluno, mas ele não consiga manipulá-las aritmeticamente, recaindo em outras invariantes e situações necessárias para completar o campo conceitual da área e do perímetro, como pode ser observado nesta pesquisa.

Portanto, numa situação como esta, a avaliação do professor deve diagnosticar convenientemente que isto está ocorrendo e a intervenção deve circunscrever esta dificuldade com operações entre números e não apenas repetir situações que já estão estabelecidas.

5 REFERÊNCIAS

PERNAMBUCO . Secretaria de Educação. **Parâmetros curriculares de matemática para o ensino fundamental e médio.** Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/matematica_ef_em.pdf> Acesso em: 04 de setembro de 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular.** Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>> Acesso em: 19 de março de 2018

STAREPRAVO, A. R. **O que a avaliação de matemática tem revelado aos professores: conhecimentos construídos ou informações acumuladas?.** Disponível em: <<http://www.magiadamatematica.com/uerj/licenciatura/07-o-que-a-a-avaliacao-em-matematica-tem-revelado-aos-professores.pdf>> Acesso em: 11 de abril de 2018.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Curitiba : Ed. da UFPR, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.