

MONTANDO ESTRUTURAS SIMPLES PARA O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Autor (1): GOMES, José Robson Nunes; Co-autores: (2) NUNES, Cássia de Sousa Silva; (3) SILVA, Sílvio César Lopes

(1 – Universidade Norte do Paraná – UNOPAR, e-mail: jrngomes@hotmail.com; 2 – Faculdades Anchieta do Recife – FAR, e-mail: cassia_cia@hotmail.com ; 3 – Secretaria Estadual de Educação da Paraíba – SEE-PB, e-mail: sclopes2@yahoo.com.br)

Resumo: Este trabalho descreve a utilização de modelo distinto do tradicional para apresentação e resolução de questões que envolvem o conhecimento de trigonometria no triângulo retângulo para alunos do 9º ano. Utilizando dos conceitos e princípios da trigonometria é um assunto que nos remota aos tempos distantes, onde povos antigos tinham medições de terras, cheias e secas de rios, visualização dos astros, entre outros aspectos, a aplicação dos conhecimentos da trigonometria. Por motivos diversos, inclusive falta de tempo e o não interesse por parte dos docentes, a apresentação dos conteúdos de geometria não são favorecidos aos alunos, necessitando de metodologias que estão além das tradicionais. Estamos criando no país uma cultura de que apenas alguns mais favorecidos têm a condição de aprenderem os conteúdos relacionados à geometria, desfavorecendo a maior parte dos estudantes que não dispõem dos meios necessários para melhor entender tais assuntos. A proposta do trabalho visa além do entendimento mais elaborado e melhor compreendido em se tratando da Trigonometria no Triângulo Retângulo, a utilização desse conhecimento atrelada aos conceitos no cotidiano dos alunos, onde esses, em diversas situações futuras, podem aplicar o conhecimento adquirido. Esse trabalho vislumbra a verificação por meio de questões análogas em duas situações distintas com os mesmos integrantes, a inicial, utilizando apenas os métodos tradicionais de aprendizagem, e em seguida, a confecção de uma equipe que faz lembrar o teodolito, para grandes medições. Dessa maneira pode-se verificar um aumento de resolução de questões realizadas de forma correta em 57,86% em relação ao método tradicional.

Palavras-chave: Matemática, Trigonometria, Teodolito.

Introdução

A aplicação dos conceitos do cálculo matemático como ferramenta concretiza as indagações e questionamentos levantados pela geometria, que vem levantando cada vez as discussões da aplicabilidade e conceituação, sem deixar de lado os conteúdos que levam os alunos a discernirem qual o melhor método a ser aplicado e de como utilizar esses conhecimentos no dia a dia.

Nesse contexto, a utilização da trigonometria no triângulo retângulo e suas aplicações irão além de demonstrar os seus conceitos, propiciará aos discentes à resolução de problemas e desafios enfrentados no cotidiano fazendo uso dos conhecimentos adquiridos ao longo das aulas e mais, com técnicas bem simples, mas muito precisas nas medições e cálculos matemáticos.

Quando um aluno se depara na medição de objeto em grandes proporções (uma torre ou monte) e/ou quando tem que fazer o mesmo nas hipóteses as quais barreiras físicas

(pedras, montes, entre outros) impedem o dimensionamento da distância entre dois pontos. Nesses contextos podemos usar as definições e os conhecimentos que a Trigonometria no Triângulo Retângulo apresenta.

Assim, a apresentação do conteúdo favorecendo uma maior e melhor visualização dos métodos necessários e eficazes para desenvolver o cálculo matemático e geométrico, atrelado a confecção de material auxiliar às medições de certas alturas, unido a aulas de campo que facilitaram a aplicabilidade no cotidiano dos alunos desses questionamentos e, a apresentação e visualização gráfica através de softwares.

Todos esses argumentos e técnicas de ensino elevaram o nível crítico e intelectual e, serão auxiliares no desenvolvimento das competências necessárias para a compreensão do tema proposto, elevando a auto-estima e capacidade de percepção de novas realidades de todos os integrantes da proposta didática em questão.

O referido trabalho compreende uma demonstração de aplicabilidade em sala de aula da confecção e utilização de métodos simples para verificação das propriedades da trigonometria no triângulo retângulo.

Objetivo

Esse trabalho tem por objetivo expor a experiência de utilização de um método diferente de aplicação dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, para as turmas do 9º ano do ensino fundamental, em uma escola que ainda utiliza métodos tradicionais para apresentar os conteúdos aos alunos.

Referencial teórico

A geometria é usada desde os primórdios dos tempos, visto que, na antiguidade conforme Crescenti (2005), os povos egípcios utilizam as relações que das figuras geométricas para favorecerem medições de grandes proporções, e garantirem uma melhor e mais precisa aferição dos espaços em questão.

Buscando uma harmonia entre os conceitos de álgebra, aritmética e geometria, podemos influenciar o pensamento dos nossos alunos para sempre que possível ter relações de interações entre esses conceitos, e mais, aplicá-los a realidade de outras áreas do conhecimento. O que seria dos engenheiros sem o uso do teodolito? E dos cartógrafos, sem os conhecimentos de geometria espacial?

Ao analisar as proposições levantadas por Clemente et al. (2015) possibilitará entender e mensurar como está a aplicação nos dias atuais dos conceitos e conhecimentos

advindos da geometria, onde, as escolas cada vez mais estão deixando esses conteúdos em segundo plano, dificultando assim, a aprendizagem e aplicação desses conceitos.

Os questionamentos levantados por Luz et al. (2007), são bastantes salutares, quando vislumbra que na maioria dos livros didáticos pesquisados, vêm essa dimensão de elevar a um segundo plano os conteúdos que agregam os conceitos de geometria, favorecendo assim, por dedução que os professores irão seguir a lógica do livro didático e ficaram para os bimestres finais as aulas que contemplam tais conteúdos.

Podemos observar que em vários desses casos, os conteúdos relacionados à geometria vêm ao final do livro, justamente porque esses exigem o conhecimento prévio de conteúdos relacionados à álgebra, assim, alguns autores preferem dispor o conteúdo de álgebra no início e somente ao final os conteúdos de geometria. Esse fato não é unanimidade.

Conforme o autor supracitado, temos alguns autores de livros didáticos que na elaboração dos seus livros buscaram agregar os conhecimentos de álgebra e geometria ao decorrer do livro, ampliando os exercícios e aplicando a diversas situações do cotidiano os conhecimentos advindos das teorias apresentadas. Desse modo ampliamos a capacidade crítica dos alunos e, favorecemos uma maior discussão em relação aos conteúdos apresentados.

Durante o ano letivo da disciplina de matemática do ensino fundamental, grande parte dos professores não consegue administrar o seu plano curricular, pois seu tempo se torna escasso. Conseqüentemente a geometria não será estudada. Isso acarretará deficiências para as séries posteriores. Tais deficiências tornar-se-ão uma “bola de neve” prejudicando imensamente no que concerne ao desenvolvimento da inteligência espacial do educando. (LUZ et al., 2007 p.7)

A elaboração e execução de aulas mais dinâmicas e com maior versatilidade na aplicação dos conteúdos, além de garantir um melhor uso do tempo disponível para as atividades, busca cada vez mais integrar os conceitos e aplicações da geometria e alavancar o entusiasmo dos alunos, favorecendo um maior aprendizado.

A utilização de jogos e dinâmicas no desenvolvimento intelectual dos alunos favorece uma maior observação e percepção dos conceitos e sua aplicação nos desafios do dia a dia fixa com maior amplitude esses conhecimentos.

Assim, Cabral (2006), afirma que os jogos são grandes precursores no ensino de matemática, inclusive e com mais veemência nos conceitos de geometria, usando-os como possibilidade de explorar um determinado conceito e colocando-o para os alunos de forma

lúdica. Os quebra-cabeças, os quadrados mágicos, os problemas-desafios, dentre outras maneiras, podem ser enquadrados nessas características.

Ferramentas disponíveis na atualidade que agregam mais diversidade nas maneiras de transmitir os conhecimentos, não podemos deixar de reconhecer as inúmeras facilidades e aplicações que as tecnologias empregam. Diversos softwares que foram desenvolvidos e estão cada vez mais disponíveis para serem usados.

Na atualidade com o avanço e obtenção de smartphones, quase que a totalidade dos estudantes tem essa tecnologia nas mãos, o que garante mais uma ferramenta para ser usada e com maior expansão que as demais.

Precisamos usar e usufruir de todos os meios necessários e suficientes para promover a maior revolução que os conteúdos e conceitos exigem, em todas as áreas do conhecimento, e agregar cada vez mais os alunos nesse processo.

Trigonometria

Em se tratando de estudo de uma área da matemática, Lindegger (2000) explica que especificamente as proposições da Trigonometria (“tri” = três, “gono” = ângulo e “metria” = medida), assim, a própria morfologia da palavra já designa qual a especificidade que essa área da matemática tem a potencialidade de estudar.

Podemos observar conforme Silva (2005) que a utilização de técnicas de medidas de superfícies e de grandes áreas desde os primórdios dos tempos de civilização, onde os povos antigos faziam suas medições de terras e também entendiam as cheias e secas dos rios, através dos conceitos e aplicações dos conceitos mais básicos da trigonometria.

Não somente a utilização dos conceitos iniciais para tratar as medições de terras, mas, também pode-se elencar a utilização desses para entender e estudar a astronomia, mesmo que de maneira apenas rudimentar, porém, muitos preceitos que são utilizados até os dias de hoje, vem das observações admitidas nesse período distante.

A utilização da trigonometria está relacionada ao estudo dos triângulos e suas propriedades, observando todas as possibilidades de ângulos e suas características. Para o estudo de algumas propriedades específicas, as definições entre elas se devem, contudo estudar um triângulo em especial ou, as proposições do triângulo retângulo.

Trigonometria no triângulo retângulo

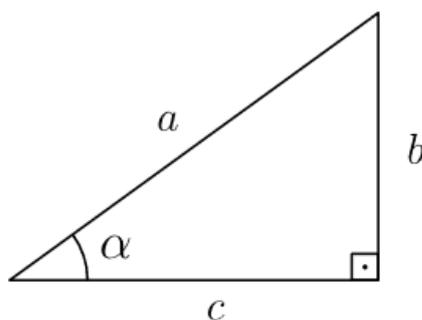
Tendo por definição conforme Lindegger (2000) o que caracteriza um triângulo retângulo, estaríamos na perspectiva de por suposição estabelecer que fosse todos os triângulos que tenha um ângulo reto (ângulo de 90°) e, outros dois ângulos menores que 90° , visto que, a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo será 180° .

Descreve Silva (2005) que os triângulos têm características que são intrínsecas aos mesmos, como três lados e três ângulos. No triângulo retângulo, o maior lado será considerado como hipotenusa, e está oposto ao ângulo reto (de 90°), os outros dois lados, são considerados catetos.

No estudo desses tipos de triângulos, podemos por definição entender que se existe o conhecimento da medida de um ângulo (90°), apenas necessitaríamos de encontrar a medida do segundo ângulo, que por definição saberíamos a medida dos três ângulos, visto que a soma dos ângulos do triângulo será de 180° .

Nesse aspecto, existem relações trigonométricas que se aplicam aos triângulos retângulos que são as mais usuais, seno, cosseno e tangente. Podemos definir um triângulo retângulo qualquer e, por dedução, determinar um dos ângulos de α , assim, teríamos:

No sentido mais dinâmico e explicativo podemos conforme Lindegger (2000), encontrarmos no triângulo retângulo genérico de medidas a , b e c abaixo, onde iremos destacar o ângulo α e as chamadas razões trigonométricas deste ângulo.



O seno de α é denotado por $\text{sen } \alpha$ e indica a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

O cosseno de α é denotado por $\text{cos } \alpha$ e indica a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

A tangente de α é denotada por $\text{tg } \alpha$ ou $\tan \alpha$ e indica a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{b}{c}$$

Dessa forma, conhecendo as razões trigonométricas e os ângulos que podem por ventura serem substituídos por α , teremos como construir e demonstrar todas as medidas de um possível triângulo retângulo, conhecendo a medida de seu ângulo e de pelo menos um lado, seja a hipotenusa ou qualquer um dos catetos.

Metodologia

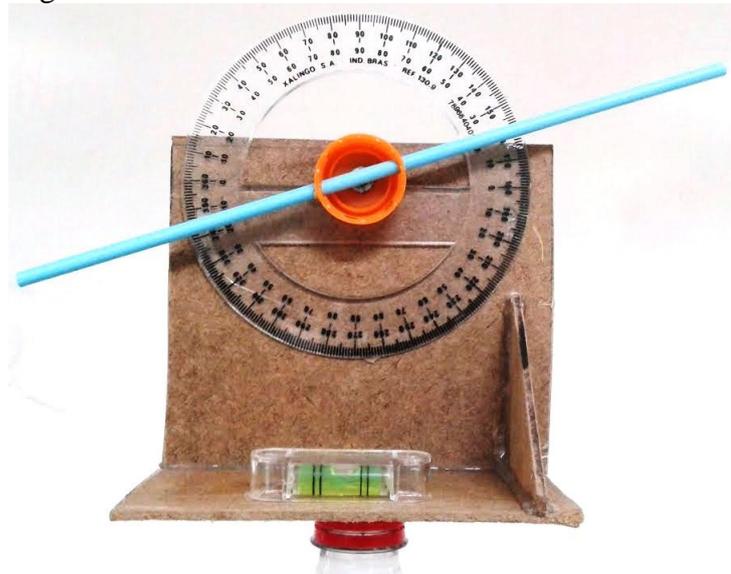
Buscando as melhores formas de apresentação do conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo para 30 alunos do 9º ano do ensino fundamental e, garantindo o uso de metodologias favoráveis e de baixo custo, tivemos a experiência de confeccionar instrumentos de medição para através da observação e medições, e com o dos cálculos matemáticos, valorizar e amplificar o conhecimento mínimo necessário para tal finalidade.

Em observação ao conteúdo apresentado em sala de aula e, observando que apenas a apresentação regular do conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, dos modos tradicionais, não vislumbra grandes incentivos e ganhos de conhecimentos pelos alunos.

Dessa forma, foi realizada a exposição do conteúdo em sala e, garantindo que todos os integrantes do processo pudessem por meio de atividades, verificar até onde se conseguiu compreender tal assunto.

Logo após, foi proposto à confecção de um teodolito de forma artesanal, utilizando materiais de baixo custo e, com o auxílio do professor da disciplina, foram feitas medições de diversos pontos turísticos da cidade, onde se realizou a comprovação e utilização dos conteúdos apresentados na sala de aula.

Imagem 1 – Modelo de teodolito caseiro



Fonte: Internet

Assim, logo após a aplicação desse novo método de aprendizagem do conteúdo e, foi aplicado um novo questionário onde se verificava em questões a aplicação do conhecimento verificado e aduzido nas aulas práticas.

Resultados e discussões

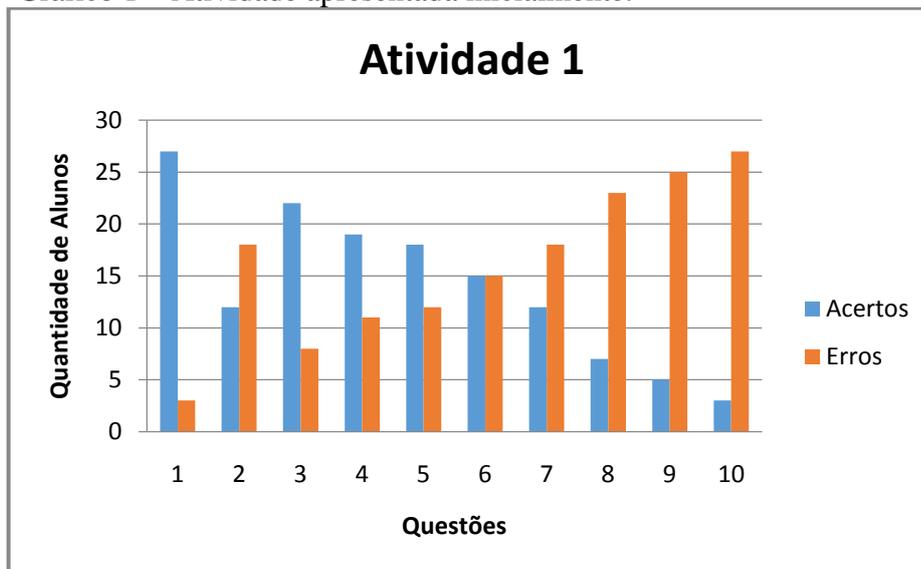
No processo de verificação inicial da forma tradicional como os alunos vinham sendo conduzidos a aprenderem os conteúdos, podemos observar que os métodos tradicionais, não favorecem aos alunos discutirem ou sequer compreender as partes do processo de aprendizagem e, além do mais, não visualizam como o cálculo matemático é utilizado para chegar ao resultado.

Assim, nessa perspectiva, os alunos chegam a apenas reproduzirem os meios pelos quais o professor apresentou na sala de aula e, de maneira apenas repetitiva apresentam os resultados nas questões propostas nas atividades e questões propostas para desenvolver o conteúdo.

Atentamos para investigar o desenvolvimento dos alunos na resolução das atividades propostas no material didático onde se apresentou 10 questões, observando que na grande maioria das questões, alguns alunos apenas conseguiram replicar o conteúdo, sem entender de fato como mudaria a resolução com a flexão de qualquer uma das variáveis.



Gráfico 1 – Atividade apresentada inicialmente.

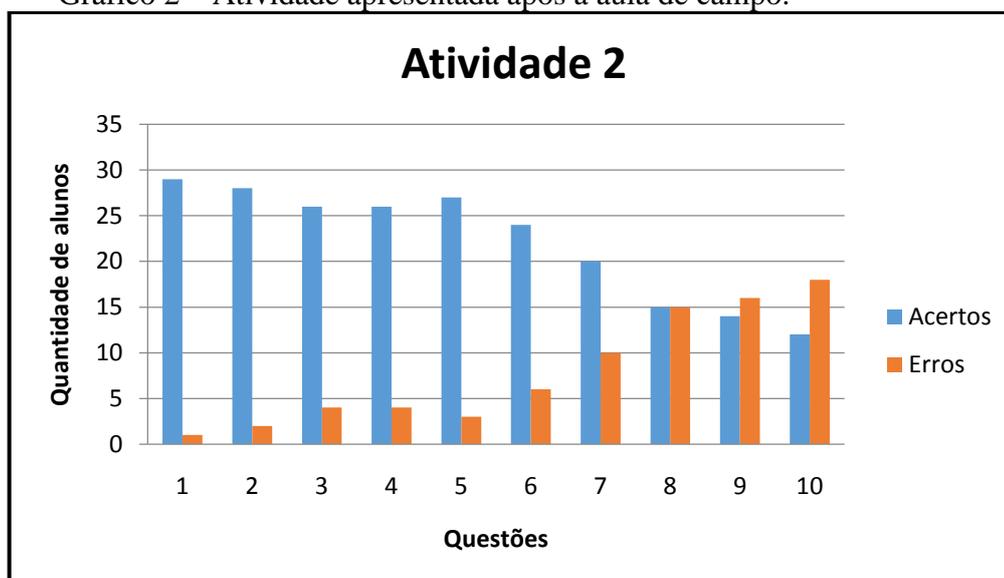


Fonte: Dados da pesquisa

Logo após a confecção e apresentação do teodolito feito com materiais de baixo custo, podemos realizar as medições de diversos lugares na cidade, onde podemos verificar e calcular a altura da torre da Igreja local, a altura de uma pedra que fica no meio da cidade, entre outros lugares.

Em seguida na sala de aula, pode-se demonstrar e apresentar as medições e os cálculos, onde em cada observação, teve-se a curiosidade de fazermos mais de duas medições por cada observação.

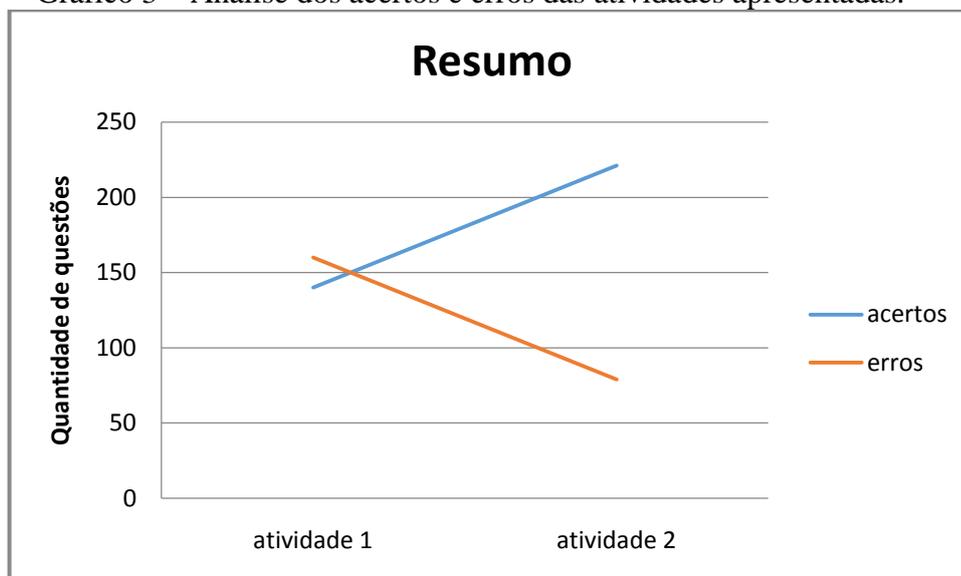
Gráfico 2 – Atividade apresentada após a aula de campo.



Fonte: Dados da pesquisa

Com esse novo método para a escola em questão, podemos observar através dos exercícios e questões análogos aos iniciais que, os alunos compreenderam melhor e com mais ênfase os conceitos do conteúdo apresentado, conseguindo valorizar e incorporar mais as definições necessárias para uma boa compreensão.

Gráfico 3 – Análise dos acertos e erros das atividades apresentadas.



Fonte: Dados da pesquisa

Podemos verificar a elevação através do método apresentado em relação ao anterior que obtivemos um aumento de 57,86% nos acertos das questões (de 140 para 221 questões). Dessa maneira, novas metodologias de apresentar o conteúdo, onde os alunos realizam os experimentos com o favorecimento de discutir e verificar fatos do cotidiano eleva o nível crítico dos mesmos.

Conclusões

O conteúdo Trigonometria no triângulo retângulo, por exigir um maior desprendimento de tempo para execução e um maior cuidado na elaboração de temas e propostas para ser desenvolvido, muitas vezes fica esquecido e/ou não é apresentado para os alunos nas séries do ensino fundamental.

A não visualização desses conceitos e falta de conhecimentos sobre o assunto, leva aos alunos a um distanciamento da percepção e capacidade de aplicabilidade nos conteúdos dados nas séries posteriores. Assim, cada vez mais, o aluno entende matemática e geometria como um “bicho de sete cabeças”.

Sendo um dos conteúdos bastante úteis no cotidiano, em diversas profissões, ou até mesmo para medir distâncias ou alturas relativamente grandes, dispomos aos alunos a maior aplicabilidade e utilidade dos conceitos da trigonometria para que a matemática se torne algo mais perto de sua realidade.

Assim a proposta de visualização dos conceitos, fabricação de material (teodolito) com recursos que os mesmos dispõem em casa, ou conseguem com um baixo custo, favorece essa aproximação e dinamiza a aplicação do conhecimento.

Dessa maneira, as utilizações desses mecanismos favorecem positivamente no desenvolvimento dos alunos e entendimento dos conceitos iniciais da trigonometria, onde, pode-se observar a maior vinculação dos conceitos com problemas do cotidiano.

Referências bibliográficas

CABRAL, Marcos Aurélio. **A utilização de jogos no ensino de matemática**. 2006. 52 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática – Habilitação em Licenciatura, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006. Cap. 06. Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/jogos/Marcos_Aurelio_Cabral.pdf>. Acesso em: 12 out. 2017.

CLEMENTE, João Carlos et al. **Ensino e Aprendizagem da Geometria: Um Estudo a partir dos Periódicos em Educação Matemática**. 2015. 12 p. Artigo (Licenciatura plena em Matemática)- Universidade Federal de Juiz de Fora, Emem, 2015. 01. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ENSINO-E-APRENDIZAGEM-DA-GEOMETRIA-UM-ESTUDO-A-PARTIR-DOS-PERI%3%93DICOS-EM-EDUCA%3%87%C3%83O-MATEM%3%81TICA.pdf>>. Acesso em: 12 out. 2017.

CRESCENTI, Eliane Portalone. **Os professores de Matemática e a Geometria: opiniões sobre a área e seu ensino**. 2005. 252 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - Sp, 2005. Cap. 01. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2380/TeseEPC.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 12 out. 2017.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Constuindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo** : uma proposta a partir da manipulação de modelos. 2000. 204 p. Dissertação (Mestre em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC - SP, São Paulo, 2000. 01. Disponível em: <<https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/11216/1/Luiz.pdf>>. Acesso em: 16 ago. 2018.

LUZ, Adriana Augusta Benigno dos Santos et al. **A GEOMETRIA NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA : A ABORDAGEM DOS LIVROS DIDÁTICOS** . 2007. 9 p. Artigo (Departamento de Desenho)- UFPR - Universidade Federal do Paraná, , Curitiba - Paraná, 2007. 01. Disponível em:
<http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/AGEOMETRIANADISCIPLINA.pdf>. Acesso em: 12 out. 2017.

SILVA, Silvio Alves da. **Trigonometria no triângulo Retângulo** : Construindo uma aprendizagem significativa. 2005. 178 p. Dissertação (Mestre em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC - SP, São Paulo, 2005. 01. Disponível em: <https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/11121/1/dissertacao_silvio_alves_silva.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2018.