

A ABORDAGEM DO CONCEITO DE ÁREA COMO GRANDEZA GEOMÉTRICA A PARTIR DO JOGO PINTÁREA

Eduarda Pontes (1); Lucas Pina (1); Anderson Rodrigues (2); Verônica Gitirana (3)

Universidade Federal de Pernambuco, dudapontes25@gmail.com, lpds1004@gmail.com,
andersondouglasrprs@gmail.com, veronica.gitirana@gmail.com

Resumo: O presente artigo trata da análise de uma orquestração instrumental elaborada com o uso do jogo Pintárea, para área de polígonos. O jogo foi desenvolvido por um grupo de estudantes da Universidade Federal de Pernambuco. Tal orquestração instrumental foi vivenciada em uma escola da rede estadual de ensino, com alunos do 1º ano do ensino médio. O quadro teórico é composto da noção de grandeza como grandeza geométrica de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (pesquisadoras francesas) e a Teoria da Orquestração instrumental de Luc Trouche. Vivenciada em uma aula, a análise do experimento permitiu identificar elementos importantes para a Orquestração Instrumental, como artefatos de suporte a materiais de instrução (como as regras do jogo), as reações *ad hoc* e gestão de situações correlatas às expectativas dos estudantes. Por fim, o jogo permitiu a gênese instrumental dos estudantes para a desconstrução da área como resultado de uma fórmula e avanços na concepção de área como grandeza.

Palavras-chave: jogos matemáticos, área, grandezas e medidas.

INTRODUÇÃO

Este artigo discute resultados da aplicação, com uma turma do Ensino Médio, de uma orquestração instrumental (TROUCHE, 2004, 2005) com o Jogo Pintárea (VASCONCELOS; PINA; PONTES; LIMA, 2018), desenvolvido de 2016 a 2018, durante nossa formação como docente de matemática. Discutiremos resultados quanto à validação da orquestração instrumental elaborada, assim como algumas modificações realizadas no jogo a partir do experimento da orquestração instrumental e discussão da mesma.

O grupo de autores desse texto participou parte como estudante de quatro disciplinas de metodologia do ensino da matemática sequenciadas, e parte como docentes das mesmas. O trabalho desenvolvido, tanto da elaboração do jogo, quanto da orquestração instrumental com o mesmo, decorreu nesse período. Ao longo dessa formação, essas disciplinas promoveram o repensar sobre as práticas de ensino a adotar em sala de aula pelos futuros professores, dentre os quais dois dos autores desse texto. Nas disciplinas de metodologia do ensino da matemática e os estágios supervisionados, pode-se perceber a importância de novos recursos no processo de ensino e aprendizagem, como a utilização de tecnologias digitais e jogos.

Para estudar sobre tais processos, os licenciandos foram desafiados a elaborar um jogo matemático, que devia ser inspirado em algum já existente e que tivesse fins matemáticos, ou

seja, o intuito não seria apenas de entretenimento, tratava-se de um recurso com efeito didático (GITIRANA et al., 2010). Assim, um dos grupos desenvolveu o jogo que foi denominado Pintárea, com o objetivo de trabalhar o conceito de área.

Nosso trabalho se apoia na abordagem de área como uma grandeza de duas pesquisadoras francesas, Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989), que identificaram erros e entraves na aprendizagem de área de figuras planas por alunos franceses no nível equivalente aos anos finais do ensino fundamental no Brasil. Apesar de realizada na França, é perceptível a semelhança das dificuldades dos alunos também em nosso país.

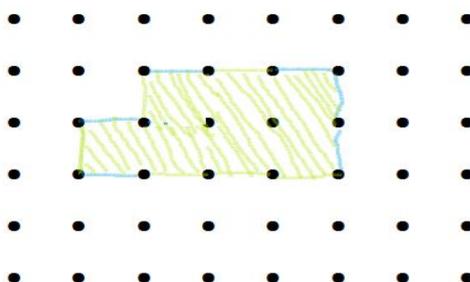
Nosso objetivo de pesquisa está ligado a como explorar o potencial lúdico que o jogo Pintárea pode proporcionar quando aplicado em sala de aula, para tanto elaboramos uma orquestração instrumental com o uso do jogo. Desenvolvemos esse trabalho a partir de um web-documento já elaborado por nós durante a disciplina do curso, Metodologia do ensino da matemática 4.

Antes de mais nada, iniciamos com a apresentação sintética do jogo, em seguida os fundamentos teóricos explicitando a abordagem de área como grandeza e a teoria da orquestração instrumental, após nossa metodologia, principais resultados e conclusão.

O JOGO PINTÁREA

Os licenciandos em Matemática (VASCONCELOS et al,2018) desenvolveram, durante a disciplina, o jogo Pintárea, inspirado no jogo Timbiriche (ou jogo dos pontinhos, como é popularmente conhecido). O Pintárea tem como objetivo formar polígonos em uma malha pontilhada, enquanto no Timbiriche o jogador busca fazer quadrado de uma unidade de área.

Figura 1: Exemplo de polígono de 6 lados, área igual a 7 (sete pontos).



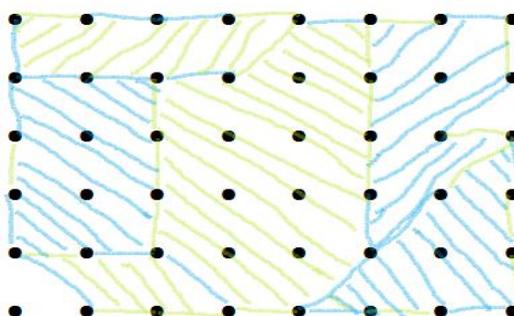
Fonte: Vasconcelos et al (2018)

Para ser jogado, utilizam-se canetas de cores diferentes para cada jogador e uma malha pontilhada-quadrícula. Inicialmente, o grupo traçou a malha com 14x16, atualmente foi diminuída para 6 x 8.

Os jogadores podem estar dispostos em duplas, trios ou grupos de 4 pessoas. Para jogar, cada jogador liga dois pontos vizinhos (vertical, horizontal e diagonal), formando um segmento de reta, com o objetivo de formar qualquer polígono, contanto que sua área seja de pelo menos uma unidade de área. Os segmentos não podem se cruzar. Cada quadrado 1x1 da malha tem uma unidade de área. Pode-se aproveitar segmentos do adversário para fechar polígonos. O jogador que fechar o polígono deverá pintá-lo com a caneta de sua cor e terá direito de jogar novamente.

Ao fechar um polígono, o jogador computa a sua área e soma aos seus pontos. A pontuação de cada jogador é dada pela área da figura formada. Ganha quem mais pontos tiver ao final do preenchimento da malha. Polígonos com 7 ou mais lados terão pontuação igual ao dobro da área. O jogo é finalizado quando não existir mais espaço na malha para fazer segmentos. O vencedor será aquele que tiver feito mais pontos.

Figura 2: Um exemplo de fim de jogo.



Fonte: Vasconcelos et al. (a publicar)

Na figura acima, apesar de haver a possibilidade de fazer mais 3 segmentos, não há como fazer mais nenhum polígono com área maior que 1 u.a. (unidade de área), o que determina o fim do jogo.

Vasconcelos et al (2018) traçaram alguns objetivos didáticos para o jogo como jogo matemático:

- Construção de polígono;
- Compreensão de área como grandeza e sua medida;
- Desconectar a relação entre área e o número de lados do polígono.
- Compreensão de medida de área como comparação com uma unidade de área.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1. Abordagem de área como grandeza

Para fundamentar a didática do conteúdo em foco, área, trazemos à tona Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989), pesquisadoras que investigaram os erros cometidos por alunos franceses no processo de aprendizagem do conceito de área.

Dentre os erros cometidos, listo alguns:

- Se duas superfícies têm o mesmo perímetro, elas têm a mesma área;
- A área é ligada à superfície e não se dissocia de outras características dessa superfície;
- Se o perímetro de uma superfície se altera sua área também (e reciprocamente).

A partir dessa análise, elas concluíram que vários dos erros cometidos pelos estudantes franceses sobre o conceito de área se davam por conta do tratamento dado às atividades relacionadas a esse tipo de conteúdo. A partir desse estudo, elas definiram três tipos de concepções de área: as numéricas, as geométricas e as grandezas. A concepção numérica está ligada a área tida como um número, ou seja, ao foco intenso no cálculo da área. Já a geométrica está relacionada à quando há uma confusão entre o que se trata da superfície e o que se trata da área, bem como contorno e perímetro. Por último, o quadro das grandezas, que se refere às áreas.

Tal pesquisa, apesar de realizada na França, nos remete aos problemas de aprendizagem aqui no Brasil também. Mesmas dificuldades, relacionada à forma como abordamos esse tema em sala de aula, aparecem.

2. O Modelo da Orquestração Instrumental

Para planejar uma aula com o uso do Pintárea, baseamo-nos no modelo teórico da orquestração instrumental, que busca organizar, a partir de uma situação, artefatos, tempo, sujeitos, ambientes com a intenção de permitir o desenvolvimento da gênese instrumental (RABARDEL, 1995) dos estudantes para o uso do artefato como instrumento, no intuito de resolver a situação proposta. Em uma orquestração instrumental, temos a parte anterior à sua vivência, denominada em Lucena, Gitirana e Trouche (a publicar) *demiseenœuvre*: composta pela configuração didática e o modo de execução, traçados a partir de uma situação (VERGNAUD, 1996), em nosso caso, matemática.

A configuração didática é a organização do ambiente de ensino e aprendizagem; é a seleção dos recursos a serem disponibilizados; é a elaboração da atividade; é a

escolha das técnicas de trabalho para apreensão dos objetos matemáticos por meio das tecnologias e o papel dessas neste processo. (DRIJVERS et al, 2010, apud LUCENA, 2014, p. 9)

O modo de execução refere-se

à forma que a atividade deverá ser desenvolvida, quando e como cada ferramenta inserida no ambiente e cada participante, seja professor ou estudante, desempenharão seu papel visando os benefícios das intenções didáticas. Esse princípio prevê e leva em conta possíveis resultados das ações instrumentadas. (DRIJVERS et al, 2010 apud LUCENA, 2014, p. 9)

Lucena, Gitirana e Trouche (a publicar) trazem a parte da colocação em prática da orquestração, como o *miseenscène*, que incorpora a vivência e análise do que Drijvers et al (2010) denominaram de performance didática

[...] didático consiste na performance alcançada pelo cenário projetado, em que se faz possível, verificar a viabilidade das intenções e o sucesso da realização da orquestração instrumental. Contemplese, também, aspectos relevantes que devem ser considerados na execução da atividade instrumentada, tais como, as decisões *ad hoc* que devem ser tomadas diante de situações inesperadas que possam surgir numa orquestração, advindas da realização da atividade matemática ou do uso da tecnologia, por exemplo. (DRIJVERS et al, 2010 apud LUCENA, 2014, p. 9)

A configuração didática consiste na forma que organizamos uma situação matemática a ser enfrentada com o uso do jogo em foco. Além desse, todos os outros artefatos que serão utilizados durante a colocação em prática da orquestração. Outros elementos precisaram ser configurados, como o tempo em que os estudantes teriam para jogar, como eles receberiam as instruções do jogo e das atividades a realizar, o papel dos professores e dos alunos, o trabalho em grupo. Já o modo de execução consiste na previsão de como os atores executarão a orquestração, e atuarão nos papéis previamente definidos, desde nós que estamos como mediadores do processo, assim como o professor que cede a aula para utilizarmos e, por último, os alunos. A performance didática, que corresponde ao último elemento, refere-se a como os sujeitos atuaram na realização da orquestração. Os resultados para os estudantes, assim como, as situações inesperadas que dão motivo a decisões dos professores e mediadores e, assim, altera a configuração didática planejada e o modo de execução.

METODOLOGIA

Elaboramos como situação matemática para os estudantes, calcular as áreas de diferentes polígonos formados a partir do jogo Pintárea. Assim, o jogo foi utilizado em uma orquestração instrumental, em uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino no estado de Pernambuco. A turma escolhida contava com 40 alunos, mas apenas 25 estavam presentes no dia da aula e participaram do momento. Utilizamos a

metodologia própria da construção de uma orquestração instrumental: com a descrição da Configuração didática e do Modo de Execução previsto.

1. Configuração didática de nossa orquestração

Tínhamos solicitado à professora, responsável pelo componente de matemática daquela turma, duas horas-aula, totalizando 1h30, tempo estimado para aplicação. Em nossa configuração inicial, a professora seria a responsável pela aula, e dois dos autores do jogo monitores da aula. Os estudantes deveriam se dividir em grupos de até 4 componentes.

Cada equipe formada recebe a malha pontilhada-quadrículada impressa em um papel e utiliza suas próprias canetas. Eles podem também utilizar um papel extra caso necessitassem fazer algumas anotações.

Nesse momento, o jogo é explicado oralmente pelos monitores, mas as regras do jogo não foram distribuídas de forma impressa. Com relação ao tempo de jogo, não foi determinado uma duração para que os alunos pudessem jogar até terminar uma partida, e após esse término uma socialização dos conhecimentos mobilizados ou descobertos, terminaria a aula.

2. Modo de execução de nossa orquestração

Aos professor e monitores cabiam o papel de explicar inicialmente o jogo, e passar entre os grupos observando seus desempenhos e mediando quaisquer dúvidas sobre regras do jogo e sobre o conteúdo em si. Durante toda a aula, os alunos podem tirar dúvidas com os monitores, bastando chamá-los.

Já os estudantes, em grupo, deveriam jogar, e cada um em sua vez desenvolver estratégias para conseguir a maior pontuação possível, e calcular seus pontos, sempre que conseguissem formar um polígono. O grupo poderia discutir o cálculo realizado e anotá-lo como pontuação.

RESULTADOS

Discutiremos os resultados, olhando a Performance didática organizada com: uma pequena descrição, os elementos relativos à gênese instrumental, as *decisões ad hoc* (Drijvers et al, 2010) e as *reações ad hoc* (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, a publicar) que afetam a configuração didática e o modo de execução.

1. Descrição

A orquestração instrumental foi vivenciada sem a professora regente da turma, a aula foi regida pelos dois monitores que atuaram como professores e monitoraram os trabalhos em grupo, atuando como mediadores.

De início, os monitores (dois dos autores deste artigo) se apresentaram como estudantes de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e explicaram que tinham desenvolvido o jogo em uma disciplina que estávamos cursando e um dos requisitos para as suas aprovações era a aplicação e análise da experiência.

Antes de explicar as regras, o material do jogo foi distribuído. Os monitores-professores entregaram o papel com malha pontilhada-quadrícula (10 x 10). O material foi base para que os estudantes entendessem melhor as regras do jogo. Eles foram solicitados a utilizar as canetas coloridas do seu próprio material escolar. Só, então, as regras foram apresentadas, oralmente, fazendo uso do quadro branco quando necessário exemplificar.

Os estudantes se organizaram em duplas ou trios, apesar do jogo também poder ser jogado por grupos de quatro pessoas. Como o professor apenas cedeu a aula para a aplicação da orquestração instrumental, as mediações e explicações que precisaram ser feitas foram realizadas pelos monitores, parte do grupo de autores do jogo. Assim, teve-se mais facilidade em observar o funcionamento da orquestração.

Ao finalizar o jogo, era previsto uma discussão entre os alunos e os monitores, os mediadores do processo. Tal momento serviria para uma síntese e compartilhamento dos conteúdos mobilizados, bem como as estratégias utilizadas. Apesar de estar dentro do planejado, não foi possível realizarmos essa parte, algo que pôde contribuir nas modificações, o tempo de jogo foi além do esperado.

2. Decisões e reações *ad hoc* que alteram a configuração didática

Apesar de tentar sanar as dúvidas durante a explicação, ficou claro que alunos não captaram logo a ideia do jogo. A medida que o jogo foi iniciado foi preciso que os mediadores fosse em algumas das equipes formadas para melhor explicar as regras do jogo e, com isso, o jogo foi melhor compreendido. Isso nos mostra a necessidade de melhor estruturar a configuração didática que permite os grupos entenderem as regras do jogo, apontando para a necessidade de ter algum suporte com as regras escritas para os alunos.

Uma situação inesperada surgiu logo no início, com a mudança na expectativa do tipo de aula que os estudantes estavam esperando. A professora tinha programado prova e não os avisou da mudança, nos deixando com a turma sem a sua presença. A turma estava bastante agitada quando chegamos, eles esperavam por provas e não por um jogo para o momento da

aula, alguns saíram quando se deram conta de que não teriam prova. Vale ressaltar que alguns alunos saíram no início do processo, bem como durante, mas também tiveram alguns que resolveram participar já quando todos estavam jogando.

A correlação entre o método adotado naquela aula, a ausência do professor regente da turma, e a mudança de método, levou a pensar em que aspectos de uma configuração didática e do modo de execução são necessários para uma aula com drástica mudança de métodos e quebras de regra de contrato. Nós, em decisão *ad hoc*, mantivemos o andar da aula, e permitimos a entrada daqueles que, em reação *ad hoc*, resolveram sair e depois voltar.

3. A gênese instrumental

Partimos nessa seção para discutir a construção do conhecimento de área por meio do uso do Pintárea como instrumento didático. Alguns dos estudantes ficaram presos à ideia do Timbiriche e elaboraram apenas quadrados 1x1, visto que consideravam mais fácil para calcular a área desejada, fugindo bastante dos desafios e aprendizagens esperados na concepção do jogo. Já outros construíram polígonos não regulares e, a um primeiro momento, apresentaram dificuldades para o cálculo da área, visto que ainda tinham a ideia de que seria necessário o uso da fórmula para que tal cálculo fosse realizado. Porém, dado o desafio, e a motivação do jogo, partiram para uma estratégia de decomposição do polígono construído em outras às quais eles conheciam a fórmula, avançando na concepção de área como grandeza, na medida em que consideravam pertinente que ao decompor um polígono em duas outras figuras a área se manteria invariante.

Conclusão

Esta pesquisa, como um primeiro momento em que um grupo de licenciandos em matemática, desenha e experimenta uma orquestração instrumental em torno de um jogo elaborado por eles, sobre o conceito de área, nos mostrou os avanços em suas percepções sobre elementos essenciais da configuração didática, como a gestão das expectativas, materiais de suporte às instruções. Além disso, o uso do Pintárea possibilitou aos alunos um pouco da desconstrução em torno do uso exagerado de fórmulas para calcular a área. O jogo parte da ideia de área como grandeza e traz outras maneiras que podem ser utilizadas para esse cálculo.

REFERÊNCIAS

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**.v.20, n.4, p. 387-424, 1989.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVMEIJER, K. The Teacher and the Tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.

GITIRANA, V.; TELES, R.; BELLEMAIN, P.; TEMISTOCLES, A.; ANDRADE, Y.; LIMA, P.; BELLEMAIN, F. **Jogos Matemáticos com Sucata**. Recife, Editora Universitária UFPE, 2010.

LUCENA, R. **Orquestração Instrumental e o Cenário da Tutoria Online de Geometria Analítica**. Síntese de uma pesquisa de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. Teoria da Orquestração Instrumental: um olhar para a formação docente. **Anais do I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática - LADIMA**. Bonito - MS -Brazil, 2016.

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ENSINO DE MATEMÁTICA COM INTEGRAÇÃO DE RECURSOS DIGITAIS: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental. **Ensino da Matemática em Debate**, a publicar em 2018.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris, Armand Colin, 1995.

SILVA, A. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica**: Um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em educação matemática). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques : quels usages pour quels apprentissages ? **Educational Studies in Mathematics**, v.55, p.181-197, 2004.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. **Recherches Didactiques Mathématiques**, v.25, p. 91-138, 2005.

VASCONCELOS, C.; PINA, L.; PONTES, E.; LIMA, N. **Pintárea: um jogo matemático**. 2018



VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. In L.P. Steffe; P.Nesher; P.Cobb, G.A. Goldin; B.Greer (Eds.) **Theories of Mathematical Learning**, p. 219-239. Mahwah, Lawrence Erlbaum Ass., 1996.