

TRANSFORMAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE EQUAÇÃO DA RETA

Valéria da Silva Santos (1); Alan Gustavo Ferreira (1); Katy Wellen Leão (2).

Universidade federal de Pernambuco (UFPE) - valeriassantos22@hotmail.com; Universidade federal de Pernambuco (UFPE) - alan.gustavo@hotmail.com; Universidade federal de Pernambuco (UFPE) - katywellen@gmail.com

Resumo: O presente trabalho é fruto de um estudo com base na teoria advinda da Didática Matemática Francesa, Registros de Representação Semiótica, no qual foi realizada uma análise do protocolo de uma aula transcrita sobre o conceito da Equação da Reta, ministrada numa turma do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola da Rede Estadual de Pernambuco, do município do Recife-PE. Tivemos por objetivo analisar as diferentes transformações semióticas apresentadas pelo professor ao resolver as atividades propostas na aula. Concluímos, ao termino do estudo, que o professor mobilizou diferentes registros de representação semióticas como também fez uso das duas transformações semióticas apontadas por Duval, caracterizando uma possível apreensão do objeto matemático, Equação da reta.

Palavras-Chave: Transformações Semióticas, Ensino, Equação da reta.

INTRODUÇÃO

O presente estudo surgiu a partir de uma disciplina do mestrado, na qual pudemos refletir e discutir aspectos teóricos da didática da matemática. Entre os aspectos abordados, adotamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) para realizar uma análise a cerca de uma aula sobre equação da reta.

O estudo das representações apresenta-se importante para a atividade cognitiva matemática, dentre os motivos, estão o fato dos objetos da matemática não terem existência física e sua apreensão só é possível por meio desses registros; a existência de uma grande variedade de registros de representações semiótica possíveis para serem utilizadas na matemática; e o tratamento que nem sempre é o mesmo para todo tipo de representação.

E conforme argumenta D'Amore (2009) o fato da natureza dos objetos matemáticos serem essencialmente abstratos se vem obrigados a servir-se de representações. Sendo assim, o registro de representação semiótica refere-se à exposição de objetos que não existem na natureza, mas que precisam por questão de comunicação e compreensão serem representado.

Salientando que o estudo das equações de reta faz parte das noções de Geometria Analítica, estando contido no conteúdo curricular de Matemática do Ensino Médio, mas especificamente no último ano. Segundo a Base Curricular Comum do estado de Pernambuco (BCC/PE) “o trabalho com a Geometria Analítica, além de proporcionar o desenvolvimento das habilidades

de visualização, permite a articulação da geometria com o campo da álgebra” (PERNAMBUCO, 2008), e com relação ao ensino da noção de equação da reta, a BCC/PE aponta que os significados geométricos de coeficientes de equações da reta podem contribuir bastante para a compreensão das relações entre a geometria e a álgebra.

Sendo assim, o objetivo deste estudo é analisar as transformações semióticas que o professor mobiliza no ensino da Equação da Reta. E para atingi-lo realizamos uma observação de uma aula sobre o conteúdo matemático, Equação da reta, em uma turma do 3º do Ensino Médio de uma escola pública localizada no município do Recife-PE.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Teoria dos Registros de Representações semióticas (TRRS)

As representações semióticas são segundo Duval (2009) produções constituídas pelo emprego de regra de sinais. Sendo essas representações não apenas o meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais, em matemáticas, elas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática.

Granger corrobora com Duval, quando afirma que “(...) a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações.” (GRANGER, 1979 *apud* DUVAL, 2009, P.16). Partindo do pressuposto que os “objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para sua apreensão, o uso de uma representação” (DAMM, 2008, p. 169).

À vista disso, podemos considerar que as representações semióticas ou as produções de objetos que só existem na nossa imaginação, servem não somente pra expressar o que pensamos, para facilitar a nossa comunicação com o outro, mas também são necessárias para a compreensão de objetos abstratos. Logo, “as representações externas são por natureza, representações semióticas” (DUVAL, 2009, P.42), além das representações semióticas, existem as computacionais e mentais que são classificadas como representações internas.

Salientando que como o objeto matemático só é acessível por meio de sua representação semiótica é preciso tomar cuidado para não transformar a representação no próprio objeto. No estudo da equação de reta, iremos observar que este objeto matemático poderá ser representado de várias maneiras, como por exemplo, por meio da língua natural, da linguagem algébrica ou do registro gráfico cartesiano. Desta forma é importante que o aluno consiga transitar entre esses diferentes registros de representação compreendendo que esses diferentes

registros representam um mesmo objeto matemático: equação da reta. Assim, evitando a confusão entre objeto e representação.

Duval (2009) ainda classifica dois tipos de registros de representação: os registros multifuncionais - são aqueles em que os tratamentos não são algoritmizáveis e registros monofuncionais - são aqueles que os tratamentos são algoritmizados. A equação da reta, objeto matemático de estudo deste trabalho encaixam-se nos registros monofuncionais.

Queiroz (2010) assinala que um sistema semiótico é um sistema que produz, transmite e interpreta signos de diferentes tipos. E com a função de validar um sistema semiótico como um registro de representação, Duval (2009) estabelece três atividades cognitivas consideradas fundamentais, ligadas a semiose: *formação de uma representação identificável*, *tratamento de uma representação* e *conversão de uma representação*. Onde a validação desse sistema semiótico como um registro de representação, só acontecerá se o mesmo permitir as três atividades cognitivas.

A formação de uma representação identificável é a atividade que permite representar de alguma forma certo conjunto de conhecimentos. Na formação os signos utilizados pertencem a um sistema semiótico já constituído e previamente utilizado por outros, como: enunciados de uma frase, a língua natural, composição de texto desenhos de uma figura geométrica, a escrita de uma fórmula, de um gráfico, etc. Os atos mais elementares de formação segundo (DUVAL, 2009) são conforme o registro, a designação nominal, a reprodução de seu contorno percebido, a codificação de relações ou de certas propriedades de um movimento.

Como explica Duval (2003) é de extrema importância que a formação de uma representação identificável respeite todas as regras próprias do sistema em que está sendo empregado. Não apenas para que haja uma ótima comunicação, mas porque toda representação semiótica deve está contida no domínio definido pelas regras que constituem um sistema semiótico.

Dessa maneira, a formação fará uma seleção de relações e características próprias do conteúdo a representar obedecendo obrigatoriamente às regras de conformidade, sendo estas regras responsáveis por definir um sistema de representação permitindo seu reconhecimento como tal num registro determinado (DUVAL, 2003). Salientando que esta regra não possui competência pra formar representação apenas para reconhecê-las.

O tratamento de uma representação é “uma transformação de representação interna a um registro” (DUVAL, 2009, p.57), ou seja, é a transformação de uma representação em outra representação dentro de um mesmo registro. Frege foi o primeiro pesquisador a analisar esse

tipo de transformação (FREGE apud DUVAL 2009). Um exemplo na língua natural é a *paráfrase*, onde se reescreve o texto, deixando-o mais objetivo, porém sem mudar o seu sentido original.

Há, naturalmente, regras de tratamento próprio a cada registro. Cabe ao observador, respeitar essas regras. Sendo que essas regras segundo Duval (2009) não são as regras de conformidade, usadas na formação de uma representação identificável, são regras de expansão, onde a representação terminal resulta dentro do mesmo registro que a de partida.

A Conversão de representação é a transformação de uma representação de um registro considerado de partida, para outro registro considerado de chegada, mantendo totalmente ou em parte o conteúdo da representação de partida.

Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro. [...] é uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida.” (DUVAL, 2009, p. 58, 59).

Ocorre segundo Duval (2009, p. 54) “quando a transformação produz uma representação de outro registro que a representação inicial”. Sendo uma transformação ocorrida externamente em relação ao registro da representação de partida. Exemplos desse tipo de transformação são: à ilustração, que é a conversão de uma representação pictórica; a tradução que é a conversão de uma representação linguística de uma determinada língua em outra representação linguística de outra língua ou de outro tipo de linguagem; e a descrição que por sua vez é a conversão de uma representação não-verbal (esquema, diagrama, figura, gráfico) em uma representação linguística.

Duval (2009) chama a atenção para a dificuldade da conversão, pois nem sempre o aluno está preparado para realizar essa transformação. Isso ocorre porque no ensino de matemática o lugar reservado á conversão de um registro em outro é mínimo, se não nulo. Acontecendo isto por várias razões, entre elas estão, a inexistência de regras de conversão; o fato que a mudança de registro é quase sempre efetuada para fins de simplificação de tratamento, ocorrendo do indivíduo se apegar ao registro trabalhado; a crença do imediatismo e da simplicidade de uma mudança de registro.

Gerando ainda segundo Duval (2009) uma ambiguidade, já que esta atividade cognitiva é a menos espontânea e mais difícil de lidar para a grande maioria dos alunos principalmente quando se faz a conversão da língua natural para a matemática, ou seja, a colocação em

equações ou em figuras geométricas dos dados de um enunciado, constituindo para muitos uma tarefa árdua.

E na transformação de um registro de partida para outro de chegada, ou seja, na conversão, ocorre o que Duval chama de fenômeno de congruência e de não congruência. Para verificar o fenômeno de congruência Duval aponta três critérios: “Correspondência semântica entre suas unidades significantes; Univocidade Semântica terminal; Mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações” (DUVAL, 2009, p 69.).

Esses critérios de conversão estão diretamente relacionados com a dificuldade da transformação de um registro inicial para um final. No qual se a conversão obedecer aos três critérios ela será congruente, mas se não obedecer a pelo menos um dos critérios estabelecidos por Duval, à conversão passa a ser não congruente. Ademais, Silva e Barolli (2006) ainda apontam que existe congruência na conversão quando a representação final deixa transparecer a representação de inicial.

2. PROCESSOS METODOLÓGICOS

Este trabalho realizou uma pesquisa de caráter qualitativa. Onde, Pope e Mays (1995) “afirmam que quanto à forma e à ênfase, os métodos qualitativos apresentam procedimentos de cunho racional e intuitivo capazes de contribuir para a melhor compreensão dos fenômenos”. (POPE E MAYS, 1995, p. 42).

Para tanto, propomos analisar as transformações semióticas, tratamento e conversão, num protocolo transcrito de uma aula na qual, abordava o conteúdo de equação da reta. A pesquisa foi realizada numa turma do 3º ano do Ensino Médio em uma escola pública estadual situada na Região Metropolitana do Recife-PE. A coleta de dados foi realizada através de vídeo-gravação pelos participantes da pesquisa, e posteriormente transcrita e analisada.

3. ANÁLISE E DISCURSÕES DAS QUESTÕES PROPOSTAS PELO PROFESSOR LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO A OCORRÊNCIA DE TRATAMENTOS E CONVERSÕES

Fizemos uma análise geral das três questões proposta pelo professor, das quais, foram dois exemplos respondidos pelo professor durante a explanação do conteúdo, equação da reta, e uma atividade respondida ao final da aula. Salientando que todas as questões foram respondidas em parceria: professor e alunos.

Para auxiliar o leitor a compreender o teor dessa análise, serão inicialmente apresentadas as questões e em seguida as observações com base nas seguintes categorias de análise: tratamento, conversão, congruência e não congruência nas conversões.

Primeira questão:

68. P: Então vamos lá, Vamos fazer o exemplo aqui pra fixar o que a gente viu. Ó, o tipo de questão que vocês vão ser cobrados é mais ou menos assim ó: Qual a equação da reta que passa pelo ponto A e as coordenadas? Quais as coordenadas? [...]

76. P: [...] Então, ó, eu vou colocar aqui, ó, nossa equaçõzinha de forma genérica, tá certo? E depois a gente vai substituir para descobrir qual vai ser a equação da reta que vai utilizar esse ponto A e esse coeficiente angular aqui, ó. Até aqui tranquilo, né isso? Então vamos lá substituir agora, ó. Quem é meu Y.? [...]

REGISTRO DO PROFESSOR
<p>Exemplo: Qual a equação da reta que passa pelo ponto A (4,-3) e tem coeficiente angular igual a -2? Resposta: $y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - (-3) = -2(x - 4)$ $y + 3 = -2x + 8$ $y = -2x + 5$</p>

Esta primeira questão solicita que, dado um ponto e o coeficiente angular da reta, os alunos encontrem a equação da reta. Neste caso, o aluno necessita efetuar segundo a teoria de Duval (2009) uma transformação externa, ou seja, uma conversão do registro inicial que apresenta dados em registro misto, composto por língua natural e numérico para o registro final em registro algébrico. Em seguida, para o aluno chegar ao resultado final, ele precisará efetuar transformações internas dentro do registro, algébrico.

Conversão	
Registro misto (numérico e língua natural)	Registro algébrico
Exemplo: Qual a equação da reta que passa pelo ponto A (4,-3) e tem coeficiente angular igual a -2?	$y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - (-3) = -2(x - 4)$ $y + 3 = -2x + 8$ $y = -2x + 5$
	Tratamento

Ademais, de acordo com os critérios de congruência de Duval (2009): 1) Cada símbolo no registro inicial desta questão corresponde a um símbolo com o mesmo significado no registro

final. 2) Cada símbolo no registro inicial não está correspondendo a somente uma unidade significante no registro final, e vice-versa. 3) Não há uma ordem possível de apreensão das unidades significantes nas duas representações.

Logo, nesta primeira questão podemos dizer que NÃO existe congruência entre os dois registros de representação, já que dois dos três critérios não foram atendidos.

Segunda questão:

153. P: E aqui ó, próximo exemplo que é equação da reta na sua forma geral. [...] Nessa forma geral ela pode ter até três coeficientes: a, b e c. E é representado desta forma aqui ó: $ax + by + c = 0$.

REGISTRO DO PROFESSOR
<p>Exemplo: A reta que passa pelos pontos A(-1,3) e B(2,-3) possui que equação geral da reta?</p> <p>Resposta:</p> $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ $m = \frac{-3 - 3}{2 - (-1)} = -2$ $y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - 3 = -2[x - (-1)]$ $y - 3 = -2x - 2$ $2x + y - 1 = 0$

A segunda questão solicita que, dado dois pontos os alunos encontrem a equação da reta. Neste caso segundo a TRRS o aluno necessita efetuar uma transformação externa, ou seja, uma conversão do registro inicial na forma numérica/língua natural para o registro final na forma algébrica.

Diferente da anterior está questão requer dois momentos, duas conversões. Na primeira o aluno necessita encontrar o coeficiente angular da reta 'm'. E na segunda, fazendo uso também do resultado da primeira conversão, determinar a equação da reta. No primeiro momento ele sairá do registro misto (língua natural, numérico) para o numérico. E no segundo do misto (língua natural, numérico) para o algébrico.

Nos dois momentos em que foi necessário fazer conversões e para chegar ao resultado final foi preciso efetuar transformações internas dentro do registro, ou seja, no primeiro momento transformações dentro do registro numérico e no segundo, transformações dentro do registro algébrico.

Conversão

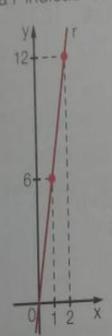
Registro misto (numérico e língua natural)	Registro Numérico	Registro Algébrico
Exemplo: A reta que passa pelos pontos A (-1,3) e B (2,-3) possui que equação geral da reta?	$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ $m = \frac{-3 - 3}{2 - (-1)} = -2$	$y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - 3 = -2[x - (-1)]$ $y - 3 = -2x - 2$ $2x + y - 1 = 0$
	Tratamento	Tratamento

De acordo com os critérios de congruência de Duval (2009) na primeira conversão do registro misto (língua natural, numérico) para o numérico: 1) cada símbolo no registro inicial desta questão corresponde a um símbolo com o mesmo significado no registro final. 2) cada símbolo no registro inicial não está correspondendo a somente uma unidade significante no registro final, e vice-versa. 3) não há uma ordem possível de apreensão das unidades significantes nas duas representações. Logo, não houve uma congruência.

Quanto à segunda conversão, do registro misto (língua natural, numérico) para o algébrico. De acordo com os critérios de congruência de Duval (2009), temos: 1) cada símbolo no registro inicial desta questão não está correspondendo a um símbolo com o mesmo significado no registro final. 2) Cada símbolo no registro inicial não está correspondendo a somente uma unidade significante no registro final, e vice-versa. 3) Não há uma ordem possível de apreensão das unidades significantes nas duas representações. Sendo assim, não houve congruência entre os registros inicial e final.

Terceira questão:

220. P. Olha! Livro, página 58, questão 52, tá? Quem tá com o livro, já pode acompanhar aí, ó. Livro, página 58, questão 52.

REGISTRO DO PROFESSOR	
<p>52. Considere a reta r indicada a seguir.</p>  <p>a) Qual é o coeficiente angular da reta r?</p> <p>b) Escreva a equação da reta r.</p> <p>c) Dados os pontos $A(3, y_1)$ e $B(-2, y_2)$ pertencentes a r, determine os valores de y_1 e y_2.</p>	

A terceira questão é composta por três alternativas. Na alternativa ‘a’ é pedido o coeficiente angular da reta a partir do gráfico dado.

240. P: Tem como a gente saber de outra forma?

242 P: Tem também, né isso? Se eu chamar isso aqui, ó, de ponto A e chamar esse daqui de ponto B, tá certo? Qual seria a coordenada do ponto A?

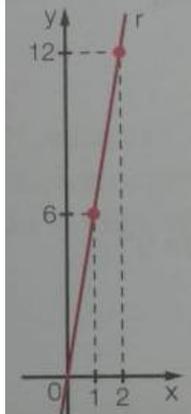
244 P: Um e seis, né isso? E qual seria a coordenada do ponto B?

246 P: Dois ou doze?

247 A: Doze (Risos)

REGISTRO DO PROFESSOR
$m = \frac{12 - 6}{2 - 1} = 6$

Nesta alternativa será necessário de acordo com a TRRS fazer uma conversão do registro misto (gráfico e língua natural) para o numérico. E para chegar ao resultado final, será necessária uma transformação interna ao registro final, ou seja, um tratamento no registro numérico.

Conversão	
Registro Gráfico e língua natural	Registro Numérico
<p>a) Qual é o coeficiente angular da reta r?</p> 	$m = \frac{12 - 6}{2 - 1} = 6$
	Tratamento

Quando a congruência ou não congruência desta alternativa segundo os critérios de Duval (2009), ela é não congruente.

Na alternativa ‘b’ é pedida a equação da reta.

288 P: Ah, beleza! E agora deu como nossa equação? Mais seis menos seis dá zero, né isso? E ficou, ó: $y = 6x$.



REGISTRO DO PROFESSOR

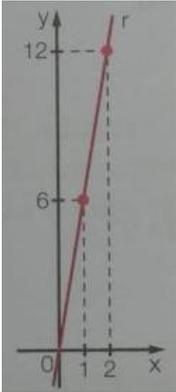
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 6 = 6(x - 1)$$

$$y = 6x - 6 + 6$$

$$y = 6x$$

Nesta alternativa será necessária uma transformação de um registro inicial para um registro final, ou seja, uma conversão do registro misto (gráfico e língua natural) para o registro algébrico. Salientando que o aluno necessitará fazer uso do resultado da alternativa 'a' e de parte das informações contidas no gráfico para chegar ao registro final. Sendo necessária uma transformação interna no registro final, algébrico, para obtenção do resultado final.

Conversão	
Registro misto (Gráfico e língua natural)	Registro Algébrico
<p>b) Escreva a equação da reta r.</p> 	$y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - 6 = 6(x - 1)$ $y = 6x - 6 + 6$ $y = 6x$
	Tratamento

Questão não congruente, por não atender pelo menos a um dos critérios de congruência da TRRS.

Na alternativa 'c' é pedido para determinar os valores de y_1 e y_2 , dado os pontos A e B pertencentes à reta r .

337 P: Então quando o meu x for 3, meu y_1 vai ser 18. O y_1 aqui ó! No ponto A.

338 P: Já no ponto B, quando o meu x ele for -2, o meu y_2 vai ser quem? - 12. Não é isso? Tranquilo?

REGISTRO DO PROFESSOR



$$\begin{aligned}y &= 6x \\y &= 6 \times 3 \\y &= 18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 6x \\y &= 6 \times (-2) \\y &= -12\end{aligned}$$

Para resolução desta alternativa será necessário duas transformações externas, ou seja, duas conversões do registro em língua natural para o registro numérico. Salientando que o aluno necessitará além da conversão fazer uso do resultado da alternativa 'b'. Sendo necessárias transformações interna no registro numérico para obtenção do resultado final.

Conversão	
Registro em língua natural	Registro Numérico
c) Dados os pontos $A(3, y_1)$ e $B(-2, y_2)$ pertencentes a r , determine os valores de y_1 e y_2 .	$y_1 = 6x$ $y = 6 \times 3$ $y = 18$ $y_2 = 6x$ $y = 6 \times (-2)$ $y = -12$
	Tratamento

Questão considerada não congruente, por não atender, há pelo menos, um dos três critérios de congruência.

CONSIDERAÇÕES

Com base nas análises ancoradas na teoria apresentada aqui, sobre o objeto matemático Equação da reta em uma turma de 3º ano do ensino médio, pôde-se observar a abordagem utilizada pelo professor ao mediar à aula como também a complexidade do ensino de matemática. Logo, traremos neste momento algumas considerações que obtivemos ao final das análises.

Com relação à utilização de registros de representações semiótica pudemos observar a presença de tratamentos e conversões. Além de uma variedade de registros de representações semióticas do mesmo objeto matemático, caracterizando uma possível apreensão do objeto Equação da reta, já que segundo Duval (2003), a compreensão de um objeto matemático se dá quando ocorre coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica.

Retomando aos objetivos desta pesquisa que teve como foco principal analisar as diferentes transformações semióticas apresentadas pelo professor ao resolver as atividades propostas na aula. E diante de tudo que foi trabalhando, tendo como base o resultado da análise, pode-se afirmar a existência das transformações semióticas na aula, e suas performances no ensino deste conteúdo.

REFERÊNCIAS

DAMM, Regina Flemming. **Registros de representação**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). Educação Matemática: Uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Educ, 2008. p. 167-188.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da matemática**. Coleção: **Ensaio transversais**. Editora: escrituras. Edição : 01 / 2005. 128 f. V. 31.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**. Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

PEREIRA, Fernando Antonio de Melo; QUEIROS, Alinne Pompeu Cunha. **A consolidação da pesquisa social qualitativa: um aporte teórico**. Revista Espaço Acadêmico-nº134, ano XII – ISSN 1519-6186, Julho/2012.

PERNAMBUCO, ministério da educação. Secretaria da educação básica. **Base Curricular Comum do Estado de Pernambuco**. Recife, PE, 2008.

QUEIROZ, João. Sistemas semióticos, artefatos cognitivos, Umwelt – uma contribuição ao Design da Informação. **InfoDesign - Revista Brasileira de Design da Informação**; Brazilian Journal of Information Design. v. 7, n. 2 [2010], p. 7 – 12. ISSN 1808-5377

SILVA, L. M.; BAROLLI, E. **Registros de representação semiótica na resolução de problemas**. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3. Águas de Lindóia – SP. Anais. Águas de Lindóia, 2006. Disponível em: <http://www.cp.ufmg.br/III_SIPEM/19_set/Lenir_Elizabeth.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2006.