

SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA REVISÃO DE ESTUDOS

Jessie Heveny Saraiva Lima (1); Jesirreila Melo Souza do Nascimento (2); Acylena Coelho
Costa

*Universidade do Estado do Pará, Jessieheveny7@gmail.com (1) Universidade do Estado do Pará,
nascimentoreila@gmail.com (2) Universidade do Estado do Pará, acylena@gmail.com (3)*

Resumo: A aplicação de sequências de atividades pode ser considerada um importante método, que viabiliza a investigação do professor sobre o conhecimento que o aluno tem a cerca do conteúdo trabalhado, e também possibilita a experimentação, generalização, abstração e construção de novos conceitos em sala de aula. Diante disso este artigo tem por objetivo apresentar uma revisão de estudos que envolvem especificamente sequências de atividades referentes ao conteúdo de Trigonometria com alunos do ensino médio. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica de cunho teórico cujos trabalhos analisados foram selecionados no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Pela revisão feita observamos que os autores investigados tiveram em sua maioria resultados diferentes do esperado por eles, mas apesar disso, consideram que as sequências de atividades constituem uma importante ferramenta para auxiliar a prática docente.

Palavras-chave: Educação Matemática, Sequência de atividades, Trigonometria.

Introdução

Os professores, muitas das vezes, planejam suas aulas com o foco central no interesse de seus alunos. Além disso, buscam refletir o conteúdo com situações do dia a dia. Porém, esse método nem sempre garante um bom resultado, pois a valorização apenas do conhecimento do cotidiano do aluno pode levar a um conhecimento superficial. Assim, é importante que o professor torne seus alunos investigadores de novas maneiras para resolver atividades de modo prático, inovando com regras básicas para uma melhor compreensão. Por meio de uma sequência de atividades com foco também em atividades investigativas, a construção do conhecimento pode acontecer de modo a possibilitar a experimentação, generalização, abstração e formação de significados (LINS E GIMENEZ, 2001, apud PERRETTI E COSTA, 2013).

Ao voltarmos o olhar para o ensino de Trigonometria, a aplicação de sequência de atividades pode se tornar um facilitador para que os professores identifiquem as dificuldades que os alunos ainda têm a cerca do conteúdo, analisando o erro e o acerto de cada um. Oliveira (2006) entende que atividades são tarefas entregues aos alunos para serem trabalhadas individualmente ou em grupo, sob a supervisão de um professor. O autor ainda

complementa em seus estudos ao dizer que deve-se evitar que as questões sejam muito fáceis, ao ponto do aluno resolver de imediato, porém que não sejam muito difíceis, ao ponto de que eles não resolvam nenhuma tarefa, pois cada uma tem um objetivo a se atingir a partir de sua realização.

Pesquisas no âmbito da Educação Matemática apontam que o ensino da Trigonometria precisa ter seu alicerce em um trabalho pedagógico que possibilite o desenvolvimento das competências esperadas para o ensino médio, na qual o aluno construa seu próprio conhecimento e se torne investigador de novos resultados. Desse modo, apoiados em Oliveira (2006), percebemos que algumas dificuldades encontradas pelos alunos são referentes à metodologia e todas as habilidades e conceitos que não foram bem trabalhados nas séries anteriores, o que interfere na hora em que eles necessitam efetuar alguma tarefa sobre Trigonometria, tal como usar os conhecimentos de proporção para se trabalhar com as razões trigonométricas. Outra dificuldade que o autor cita é na escolha da razão trigonométrica seno, cosseno e tangente e na identificação da posição dos catetos de acordo com o ângulo. Além das dificuldades citadas por Oliveira (2006), os pesquisadores Dionizio e Brandt (2011) apontam as objeções, também, na utilização das razões trigonométricas, ao diferir as medidas de ângulos e de comprimento e na conversão para a linguagem figural.

Nesse sentido, destacamos a relevância de nosso trabalho o qual trata de uma pesquisa que se insere na área de Educação Matemática, que teve como objetivo principal fazer uma revisão bibliográfica de pesquisas que envolvam sequências de atividades para o ensino de Trigonometria com alunos do ensino médio.

Diante do exposto, temos a pretensão de compreender melhor as dificuldades presentes no ensino e na aprendizagem de Trigonometria, bem como ocorre a abordagem do tema nos diferentes âmbitos escolares, a partir da análise da produção científica da área sobre a temática aqui tratada.

Metodologia

Nosso trabalho tem como metodologia uma pesquisa bibliográfica de cunho teórico, com dissertações e teses que abordassem o tema Trigonometria, por meio de uma revisão de literaturas de produções vinculadas ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES.

Para a busca das produções acadêmicas, realizamos um mapeamento pelo título do trabalho, por meio da palavra-chave “Trigonometria no ensino médio” e encontramos 912.823.000 pesquisas. Como critério de escolha restringimos nossa procura somente para as dissertações que produziram sequências de atividades e encontramos 6.557 trabalhos.

Os dados alcançados foram tratados a partir da perspectiva qualitativa e com base na da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977). Após realizarmos uma leitura flutuante dos títulos e dos resumos, observamos que 3 trabalhos contemplaram as características procuradas, as quais encontram-se mencionadas a seguir (Quadro 1).

Quadro 1 – Dissertações selecionadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES

ITEM	TÍTULO	AUTOR	ANO	INSTITUIÇÃO
1	Trigonometria no Triângulo Retângulo: construindo uma atividade significativa	Silvio Alves da Silva	2005	Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
2	Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades	Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota	2006	PUC Minas - Belo Horizonte.
3	Um estudo sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo	Paulo Roberto dos Santos	2014	Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

FONTE: Os autores

Após finalizarmos as buscas e as leituras destas produções acadêmicas foi possível inferir sobre os resultados, os quais serão descritos a seguir.

Resultados e Discussão

Dentre os trabalhos pesquisados, realizamos uma análise das obras levantadas acerca do ensino da Trigonometria que privilegiam o desenvolvimento de atividades com materiais concretos.

O estudo produzido por Silva (2005) teve como objetivo investigar uma abordagem de ensino da Trigonometria no triângulo retângulo, em que se pretendeu introduzir as razões trigonométricas seno cosseno e tangente.

Para o desenvolvimento de sua pesquisa, Silva (2005) apoiou-se teoricamente na dialética ferramenta-objeto de Regine Douady e nos Registros de Representação Semiótica, sobretudo, no que diz respeito ao tratamento figural de Raymond Duval. Além disso, do ponto de vista metodológico, o trabalho teve como ponto de apoio a Engenharia Didática de Michele Artigue.

O percurso metodológico seguido pelo autor, iniciou com um estudo da evolução dos conceitos de Trigonometria no triângulo retângulo, nos livros de história da matemática, e de

sua abordagem no processo de ensino-aprendizagem. Para tanto, foram feitas as análises do objeto matemático nos livros atuais, das propostas curriculares para o ensino de matemática e das pesquisas correlatas para identificar os rumos da pesquisa sobre o ensino aprendizagem da Trigonometria no triângulo retângulo. Mediante isso, foi elaborada uma sequência de quatro atividades, das quais iremos analisar apenas duas, sendo as mesmas aplicadas a 13 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular de ensino fundamental e médio, localizada na cidade de São Paulo.

A primeira atividade foi preparada para que o aluno elaborasse as suas observações com relação, especificamente, ao triângulo retângulo com ângulos notáveis. Para a realização desta atividade Silva (2015), propôs quatro exercícios que foram propostos para que os alunos usassem as observações das construções da própria atividade e percebessem que cada triângulo existe e é único, como especificado a seguir:

- 1- Construa triângulos usando régua, compasso e transferidor com as especificações abaixo, seguindo a ordem entre ângulos e lados dada:
 - a) 6 cm, 90°, 6 cm
 - b) 90°, 5 cm, 10 cm
 - c) 90°, 45°, 10 cm
 - d) 90°, 60°, 10 cm
 - e) 90°, 30°, 10 cm
 - f) 8 cm, 90°, 45°
 - g) 8cm, 90°, 30°
 - h) 8 cm, 90°, 60°
- 2- Quantos triângulos nas condições do exercício 1, são possíveis de serem construídos com as informações de cada item? Justifique.
- 3- Justifique as medidas obtidas de cada lado e cada ângulo (não fornecidos) do exercício 1.
- 4- Existe alguma relação entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo? Justifique.

A segunda atividade foi elaborada para que os alunos fizessem a conversão do registro discursivo para as representações das figuras, sem o uso de régua, nem compasso, do triângulo retângulo com ângulos notáveis e passassem a calcular as medidas, ao invés de justificar as medidas obtidas pela construção dos triângulos. Para tal, foram propostos exercícios a partir da situação-problema indicada abaixo:

Dois jogadores de futebol de A e B estão alinhados no meio de campo, quando o jogador A lança a bola em linha reta, formando um ângulo β com a linha do meio de campo. Pergunta-se:

- 1- Se o ângulo β for de 45° e B correr numa trajetória perpendicular à linha do meio de campo, quanto B percorrerá para apanhar a bola e quantos metros a bola percorre até B conseguir apanhá-la, se a distância entre a e B for de:
 - a) 1 metro
 - b) 2 metros
 - c) 6 metros
- 2- Resolva a situação 1, com o ângulo β valendo:
 - a) 60°
 - b) 30°
- 3- Se o ângulo β for de 45° e B correr, em linha reta, a menor trajetória possível, quanto B percorrerá para apanhar a bola e quantos metros a bola percorre até B conseguir apanhá-la, se a distância entre A e B for de:
 - a) 1 metro
 - b) 2 metros
 - c) 6 metros
- 4- Resolva a situação 3, com ângulo β valendo:
 - a) 60°
 - b) 30°
- 5- Considere a distância entre A e B de 1 metro. Faça o ângulo β variar de 0° a 90° , de 5° em 5° e calcule, para cada um desses ângulos:
 - a) Qual é a distância mínima que B percorrerá para apanhar a bola?
 - b) Quantos metros a bola percorre até B conseguir apanhá-la, se B percorrer a distância mínima?
 - c) Quantos metros a bola percorre até B conseguir apanhá-la, se B percorrer uma trajetória perpendicular à linha do meio de campo?
- 6- Com base na situação 5, é verdadeiro afirmar que, se B percorre a distância mínima, quanto maior o ângulo β :
 - a) maior a distância mínima que B percorrerá para apanhar a bola?
 - b) maior a distância que B percorrerá até apanhá-la?
- 7- Esboce os gráficos, usando os valores obtidos nos itens a e b da situação 5.

Silva (2005) afirma, que com base na confirmação de suas hipóteses, não só foi possível produzir significado da Trigonometria no triângulo retângulo para o aluno, como também, eventualmente, pode ter minimizado suas dificuldades futuras no prosseguimento dos estudos da Trigonometria e de suas aplicações, pois introduziu uma importante conexão das relações trigonométricas com os números reais. Ademais, foi possível constatar que o

conjunto das atividades da sequência levou o aprendiz à retomada e ao aprofundamento dos conceitos trabalhados na atividade anterior, ou seja, houve um desenvolvimento conceitual promovido pela sequência.

Silva (2005) ainda aponta que foi possível notar uma evolução conceitual dos alunos na Trigonometria no triângulo retângulo. Além disso, os alunos recorreram ao tratamento figural e isso contribuiu para que fossem produzidas conjecturas a respeito das relações entre lados e ângulos nos triângulos retângulos (sobretudo quando envolviam ângulos notáveis). No entanto, durante a aplicação das atividades, notou-se que houve dificuldades em manipular os elementos figurais e as propriedades das figuras na identificação de um tratamento figural que permitisse elaborar uma estratégia eficaz para resolver os problemas.

Outro estudo que identificamos foi a dissertação realizada por Oliveira (2006) cujo objetivo geral foi a verificação do caráter e da especificidade das dificuldades sentidas por professores e alunos de matemática do ensino médio nos processos de ensino e de aprendizagem de Trigonometria baseados em sequências de atividades.

Com os objetivos em vista, Oliveira (2006) apoiou-se nos princípios da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Inicialmente, o autor realiza o estudo de alguns trabalhos relacionados com a Trigonometria e desse modo, elabora uma sequência de 12 atividades sobre o referido conteúdo, as quais foram aplicadas em uma turma do ensino médio. Elegemos dentre as atividades propostas as quatro primeiras para revisarmos.

A primeira atividade propôs ao aluno medir sombras, calcular razões e interpretar os resultados. A atividade teve como objetivo verificar que a relação entre os lados no triângulo retângulo não depende do tamanho (comprimento dos lados) deste triângulo. O pesquisador dividiu a turma em duplas e orientou para que cada dupla realizasse a medida da altura do companheiro e o comprimento de sua respectiva sombra e em seguida anotassem o resultado no caderno. De posse das anotações feitas no pátio na escola, cada dupla calculou a razão entre a altura do colega e comprimento de sua sombra. O professor dialogou com a classe para fazer com que percebessem que os valores para a razão obtida são muito próximos. Em seguida buscou com os alunos explicações para o fato.

Na segunda atividade, a proposta foi de aprender as construções básicas do desenho geométrico. O objetivo da atividade era manipular material de desenho e conhecer as construções básicas do desenho geométrico. Para tal atividade a metodologia utilizada foi formar duplas de alunos e cada dupla recebeu em mãos uma régua, um transferidor e um compasso. De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada aluno do grupo empenhou-se em resolvê-la.

As tarefas da segunda atividade foram as seguintes:

1. Construir um ângulo igual a um ângulo dado.
 - a) Construir um triângulo conhecendo um lado AB e os dois ângulos adjacentes \hat{A} e B.
 - b) Construir um triângulo, conhecendo dois lados AB e AC e o ângulo \hat{A} compreendido.
 - c) Construir um triângulo, conhecendo-se os seus três lados.
 - d) Construir um triângulo retângulo, conhecendo-se a hipotenusa e um cateto.
2. Construir um triângulo retângulo, conhecendo a hipotenusa e um ângulo agudo.
3. Usando o transferidor encontre a medida, em graus, dos ângulos dados.
4. Usando o transferidor, construa ângulos com as medidas indicadas abaixo:
 60° , 72° , 30° , 45° , 120° e 90° .

Para a realização da atividade 3, Oliveira (2006) propôs ao aluno lembrarem o assunto sobre semelhança de triângulos. Essa atividade teve como objetivo fazer com que os alunos recuperassem o conceito de semelhança estudado no ensino fundamental. A metodologia utilizada pelo pesquisador foi solicitar que os alunos desenhassem um par de triângulos semelhantes. Em seguida, os alunos justificaram porque os triângulos eram semelhantes, usando um dos critérios estudados nas séries anteriores.

Para resolver a atividade 3 foram passadas as seguintes instruções:

- a) Desenhe um par de triângulos semelhantes.
- b) Justifique porque os triângulos são semelhantes. Você se lembra dos casos de semelhança de triângulos? O caso AA? E o caso LAL? Dê exemplos usando esses critérios, ou algum outro conhecido por você.

Na atividade 4 foi proposto calcular razões entre os lados num par de triângulos retângulos não semelhantes, atentando para o fato de que, para cada razão calculada, os valores são distintos nos dois triângulos. O professor dialogou com a classe e auxiliou os grupos com dificuldade, sempre atento para que todos do grupo trabalhassem e procurassem resolver suas dúvidas dentro do grupo.

As instruções para a realização da atividade 4 foi continuação da atividade 3, que foram:

- c) Desenhar, na folha em branco que você recebeu, dois triângulos retângulos ABC e PQR não semelhantes.
- d) Em ambos os triângulos, indicar a hipotenusa como “a”, o menor cateto como “b” e o cateto maior como “c”.
- e) Medir os lados dos triângulos, calcular as razões e preencher a tabela dada ao aluno.

Após recolhimento dos dados, foram necessárias a discussão e a análise das observações das atividades aplicadas para os alunos, bem como dos dados colhidos durante as entrevistas com os coordenadores administrativos da escola e professores. Essas observações foram classificadas em cinco categorias, a saber: dificuldades relacionadas ao ambiente físico e de materiais; dificuldades relacionadas à estrutura organizacional da escola; dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional; dificuldades decorrentes dos paradigmas da profissão docente; finalmente, dificuldades decorrentes das competências e habilidades dos alunos.

- **Dificuldades relacionadas ao ambiente físico e de materiais:** Essa dificuldade, segundo Oliveira (2006), se refere ao número grande de alunos em uma sala de aula. Além do ambiente físico, ressaltam também a falta de material disponível na escola para que o professor elabore e construa os instrumentos didáticos que serão usados pelos alunos.
- **Dificuldades relacionadas à estrutura organizacional da escola:** Com relação à estrutura organizacional da escola, Oliveira (2006) observou que nesta categoria, existiam ações não programadas que interrompem o ritmo das aulas e fazem com que o professor tenha que reavaliar, constantemente, o seu planejamento de unidade.
- **Dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional:** De acordo com Oliveira (2006) outra categoria diz respeito às dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional, ainda, arraigadas ao sistema de ensino na atualidade.
- **Dificuldades decorrentes dos paradigmas da profissão docente:** Quanto a essas dificuldades, durante a preparação de aulas baseadas em atividades, o professor enfrenta desafios. Segundo Oliveira (2006), a preparação de atividades leva um bom tempo do professor, além de horas de estudos e simulações.
- **Dificuldades decorrentes das competências e habilidades dos alunos:** Segundo Oliveira (2006) algumas dificuldades relevantes foram elencadas, visto que já esperavam encontrar em sua sala de aula laboratório. A primeira delas: a demora dos alunos ao realizar as atividades. A segunda dificuldade é a falta de habilidade dos nossos alunos para manusear o material de desenho geométrico. A terceira dificuldade está intimamente relacionada às atitudes incorporadas pelos alunos em sala de aula e fora dela. Outras dificuldades estão relacionadas aos vícios que o trabalho em equipe possibilita.

As conclusões de Oliveira (2006) indicam que certamente o uso de atividades no ensino produz resultados positivos para a aprendizagem e para o desenvolvimento de competências no educando. As opções do professor são continuar com o ensino direto e tradicional ou optar pelo ensino, por meio do qual o aluno poderá aprender a construir o conhecimento com suas próprias experiências. Se sua opção for romper com o ensino tradicional, então é preciso que o professor esteja pronto para enfrentar os desafios na certeza de que, verdadeiramente, seus alunos irão aprender a “verdadeira” matemática.

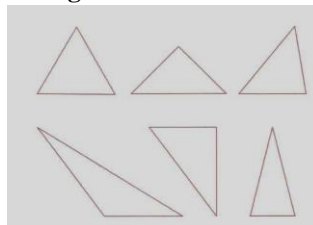
O estudo feito por Santos (2014) teve a intenção de verificar as condições que dezesseis alunos do 2º ano de Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de São Paulo sobre o conhecimento trigonométrico. Com o intuito de atender ao objetivo, foi utilizada uma pesquisa qualitativa, com técnica de análise documental.

Durante um período de tempo, o pesquisador verificou os conhecimentos anteriores relacionados à Trigonometria no triângulo retângulo. Na sequência acompanhou a mobilização desses conhecimentos para a construção de conceitos de razões trigonométricas no triângulo retângulo e como essa construção de conceitos se deu em relação à tríade: professor, aluno e saber. Por último, verificou como o aluno aplicou o que construiu de conhecimentos na etapa anterior. Para tanto, elaborou uma sequência com quatro atividades, que foram desenvolvidas em um total de oito encontros (cada encontro, com duração de duas horas-aula).

A atividade 1 permitiu verificar o conhecimento acerca da identificação dos triângulos retângulos com suas devidas justificativas. Dados 6 triângulos diferentes sem os valores dos ângulos internos, os alunos deveriam localizar 2 Triângulos Retângulos, conforme a orientação:

- 1- Observe os triângulos abaixo e indique os que forem triângulos retângulos.

Figura 5 – atividade 1



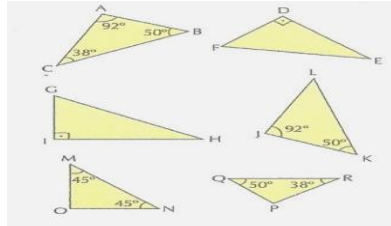
Fonte: Santos (2014, p. 65)

Justifique sua escolha.

A atividade 2 solicitava que o aluno percebesse as condições necessárias para a semelhança entre triângulos, mais especificamente, quanto aos ângulos. Segue abaixo a tarefa da atividade 2.

- 2- Podemos afirmar que três destes triângulos são semelhantes entre si. Quais são esses triângulos.

Figura 6 – atividade 2

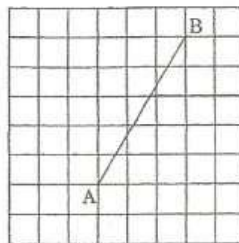


Fonte: Santos (2014, p.66)

Na atividade 3, os alunos deveriam determinar a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo, aplicando o teorema de Pitágoras, dadas as medidas dos catetos na malha quadriculada.

- 3- Se na malha abaixo, o lado de cada quadro mede 1 cm, quanto mede o segmento AB?

Figura 7 – atividade 3

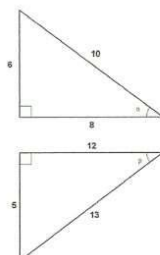


Fonte: Santos (2014, p.67)

Por sua vez, a atividade 4 pedia para que fossem calculadas as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente em relação a um dos ângulos agudos em 2 triângulos retângulos em posições diferentes, como especificado a seguir.

- 4- Com base nas figuras abaixo, determine $\text{sen } \alpha$, $\text{cos } \alpha$, $\text{tan } \alpha$ e $\text{sen } \beta$, $\text{cos } \beta$ e $\text{tan } \beta$:

Figura 8 – Atividade 4



$\text{sen } \alpha$	
$\text{cos } \alpha$	
$\text{tan } \alpha$	
$\text{sen } \beta$	
$\text{cos } \beta$	
$\text{tan } \beta$	

Fonte: Santos (2014, p.68)

De acordo com as conclusões de Santos (2014), a maioria absoluta dos alunos não dispunha dos invariantes operatórios necessários no que se refere ao triângulo retângulo e a semelhança de triângulos. Verificou-se, também, que a maioria dos alunos não conseguiu mobilizar o Teorema de Pitágoras e que poucos alunos dispunham dos conceitos-em-ação trigonométricos sobre a relação dos lados do triângulo retângulo e de seus ângulos agudos. Nesse contexto, foi possível concluir que a aplicação da sequência de atividades mostrou-se muito eficaz para o estudo das dificuldades dos alunos. Por meio dela, verificou-se, ainda, que alguns teoremas falsos não foram totalmente desestabilizados, necessitando de um trabalho mais longo e com mais situações de aprendizagem.

Os trabalhos aqui destacados demonstram que a realização de sequências de atividades possibilita um ambiente favorável à aprendizagem, bem como a construção de conhecimentos matemáticos de maneira mais significativa, instituindo desse modo uma abordagem diferente de aprender Trigonometria.

Considerações Finais

O nosso objetivo principal consistia em fazer uma revisão bibliográfica de pesquisas que envolvam sequências de atividades para o ensino de Trigonometria com alunos do ensino médio. Da revisão realizada podemos considerar que no primeiro estudo revisado, ficou evidente o quanto as sequências de atividades contribuem para que as dificuldades, de diversas naturezas, sejam amenizadas.

No entanto, no segundo estudo analisado, não percebemos o aluno sendo direcionado a situações que seriam interessantes devido à ausência de tarefas que conduzem o indivíduo a questionar e a compreender melhor o processo de desenvolvimento conceitual, como no estudo primeiro estudo analisado.

Dessa forma, as sequências de atividades constituem uma importante ferramenta para auxiliar a prática docente. No entanto devem ser consideradas as condições de aplicação, principalmente o tempo disponível. Também, é imprescindível que a sequência seja coerente com o conhecimento que os alunos já possuem; além disso, seja rica em indagações levando o aluno a questionar situações que antes passavam despercebidas.

Referências

- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- DIONIZIO, F. Q. BRANDT, C.F. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. UEPG. **X Congresso Nacional de Educação**. EDUCERE, Curitiba, 2011.
- OLIVEIRA, F, C. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. Dissertação apresentada ao Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRG, 2006.
- PERRETTI, L; COSTA, G. M. T. Sequência didática na matemática. **Revista de Educação do IDEAU**. v. 8, n. 17. Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai – IDEAU. Rio Grande do Sul, 2013.
- SANTOS, P. R. **Um estudo sobre a trigonometria do triângulo retângulo**. 2014. 92 f. Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2014.
- SILVA, S. A. **Trigonometria no triângulo retângulo: construindo uma atividade significativa**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.