

HOMEM DE VITRUVIUS- RAZÃO ÁREA E O ENSINO DE GEOMETRIA

Dayane Marques da Silva Massaranduba¹
Joelma Maria da Silva²
Prof.^a Orientadora: Vânia de Moura Barbosa Duarte³

¹Universidade de Pernambuco- Campus Mata Norte; dayanematupe@hotmail.com

²Universidade de Pernambuco- Campus Mata Norte; joelmasilma@hotmail.com

³Universidade de Pernambuco- Campus Mata Norte; vania.duarte@upe.com-

Resumo: Esta pesquisa um aprofundamento do artigo *Homem de Vitruvius*- Proporção Áurea e o ensino dos Números Irracionais, validando a hipótese da não utilização da Arte pelos professores de Matemática em suas aulas como um método de ensino aprendizagem, apresentado em 2016, no XII ENEM. Do tipo bibliográfico e exploratório, essa pesquisa descreveu o contexto histórico da Proporção Áurea suas aplicações, a história do surgimento dos Números Irracionais, fundamentada em pesquisas como as de Souza (2013), Flores (2010) entre outros, além de um questionário que elaboramos com o intuito de verificarmos a hipótese de que os professores de Matemática geralmente não utilizam arte nas suas aulas e se os próprios conseguiriam visualizar conceitos matemáticos na obra *Homem de Vitruvius*. A partir daí começamos a observar que a proporção áurea também pode ser trabalhada em outros campos matemáticos. Com relação a obra que escolhemos constatamos que vários dos participantes conseguiram associa-la ao ensino de geometria, mas que não utilizam em suas aulas e muito menos fazem uma contextualização entre estes campos.

Palavras chaves: Proporção Áurea, Arte, Ensino de Geometria.

INTRODUÇÃO

As dificuldades enfrentadas no ensino aprendizagem de matemática têm impulsionado diversos pesquisadores a discutir alternativas para minimizá-las. As discussões geralmente buscam maneiras que possam estimular os discentes a gostarem da disciplina, como também, fazer uma análise de todo processo de ensino e das pessoas nele envolvidas. A ideia é direcionar o ensino de conteúdos matemáticos baseados apenas nos livros, para um estudo articulados com os demais campos matemáticos, garantindo significado para quem aprende.

Então a partir do artigo *Homem de Vitruvius- Proporção Áurea e o Ensino dos Números Irracionais*, apresentada em 2016, no XII ENEM, em São Paulo. Do tipo bibliográfico e exploratório, que descreveu o contexto histórico da Proporção Áurea suas aplicações, a história do surgimento dos Números Irracionais, fundamentada em pesquisas como as de Souza (2013), Flores (2010) entre outros, além de um questionário elaborado com o intuito de verificar a hipótese de que os professores de Matemática geralmente não utilizam arte nas suas aulas e se os próprios conseguiriam visualizar conceitos matemáticos na obra *Homem de Vitruvius*, observamos que, além de apontar a arte, especificamente a obra *Homem de Vitruvius*, como um recurso didático no processo de ensino aprendizagem dos Irracionais, também era possível trabalhar com Proporção Áurea em outros campos matemáticos e serem contextualizados entre si. Assim propomos a Proporção Áurea como um recurso didático para o Ensino de Geometria através da obra *Homem de Vitruvius com* também uma conexão entre os Campos Matemáticos, ou seja, uma contextualização. Isso pode ser verificada a seguir.

RAZÃO ÁUREA: HISTÓRIA E APLICAÇÕES

Por volta de 580 a. C., Pitágoras fundou a famosa Escola Pitagórica no Porto Marítimo de Crotona. Os Pitagóricos, assim chamados por pertencerem a Escola Pitagórica, acreditavam que tudo no mundo podia ser expresso em termos de frações, isto é, números racionais (Belussi, 2005). Um dos Pitagóricos, Hipaso de Metaponto, não conseguindo exprimir como quociente entre dois números inteiros, chegou a uma determinada conclusão que deixou atordoados os Pitagóricos porque contrariava toda a lógica que conheciam e defendiam chamando Irracional. Não se sabe ao certo como Hipaso de Metaponto observou os Irracionais pela primeira vez, mas, é bastante provável que os primeiros incomensuráveis conhecidos por ele venham de

demonstrações precisas sobre, entre outros, o valor da razão entre diagonal e lado de um pentágono regular.

Se começamos um polígono regular ABCDE e traçamos as cinco diagonais, essas diagonais se cortam em pontos A'B'C'D'E' que forma outro pentágono regular. Observando que o triângulo BCD', por exemplo, é semelhante ao triângulo isóscele BCE e observando também os muitos pares os triângulos congruentes no diagrama, não é difícil ver que os pontos A'B'C'D'E' dividem as diagonais de um modo notável. Cada um deles divide uma diagonal em dois segmentos desiguais, tais que a razão da diagonal toda para o maior é igual à deste para o menor (BOYER, 1974, p. 37).

Assim essas subdivisões passaram a se chamar Secção Áurea de um segmento. Euclides, em sua obra Elementos (2009), também fala de incomensurabilidade onde magnitude se refere à reta. “As magnitudes, retas, são ditas comensuráveis as que são medidas pela mesma medida, e incomensuráveis, aquelas das quais nenhuma medida comum é possível produzir” (EUCLIDES, 2009, p. 353).

A primeira definição do que mais tarde ficou conhecido como Segmento Áureo, foi dada por volta de 300 a.C. pelo fundador da geometria, Euclides de Alexandria. Ele juntou e organizou o conhecimento matemático descoberto até então, registrando-o em sua coleção de livros intitulada “Elementos”, que é composta de treze livros (FARIA; RIBEIRO, 2009, p. 19).

A descoberta desses números assinala um dos marcos de grande significado a História da Matemática.

A Proporção Áurea, estudada pelos Gregos num contexto geométrico, aparece em muitas de suas construções como base representada pela letra grega ϕ (Phi) que é obtido pela proporção $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618034 \dots$. A designação adotada para este número é a inicial do nome do arquiteto e escultor Fídias, Phi. Segundo Marques (2013, p. 22), desde a Antiguidade já era notável a utilização da Proporção Áurea. O Parthenon Grego (Figura 2), por exemplo, é uma construção que contém a Proporção Áurea presente no retângulo que tem a fachada (largura /altura) com o intuito de obter uma obra bela e harmoniosa (Landim, 2014). Esse retângulo chama-se Retângulo Áureo (Figura 2).



Figura 1: Parthenon

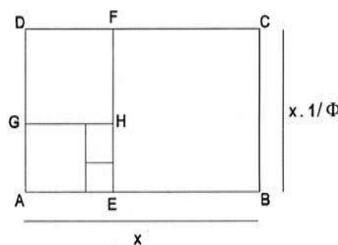


Figura 2: Retângulo Áureo

Conforme Sousa Neto (2013), Retângulo Áureo é um retângulo ABCD dado que suprimir um quadrado de lado AD, como por exemplo, ADFE, o retângulo restante, CBEF, será semelhante ao retângulo original. Já que o retângulo original tem Proporções Áureas, é possível repetir esta operação de suprimir quadrados infinitamente em que sempre encontrará retângulos semelhantes, mantendo a Proporção Áurea em cada um deles.

De acordo com Souza (2013) Fibonacci, Leonardo de Pisa, deixou grandes contribuições para o estudo da Proporção Áurea entre elas a Sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...) na qual cada termo depois dos dois primeiros é a soma dos dois antecessores. Boyer (1974,p.186 e187)afirma que “a razão entre os termos desta sequência irá convergir para o número de ouro, ou seja, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{U_{n-1}} \right)$ ”. Assim podemos perceber que desde a antiguidade até os dias atuais a Proporção Áurea ainda é calculada com o objetivo de proporcionar harmonia e beleza. No entanto, o seu contexto histórico pode nos levar a muito mais do que uma história de origem. A Proporção Áurea pode contribuir para o estudo dos Números Irracionais, Geometria, Função Quadrática, ou seja, para o Ensino de Matemática como um todo.

2.1. A Proporção Áurea, Geometria, Função Quadrática e os Números Irracionais.

É possível obter a Proporção Áurea de infinitas maneiras, dentre elas através de um segmento de reta qualquer AB e um ponto C pertencente à mesma. Segundo Azevedo; Garcia; Magro; Serres (2010, p. 14), “dado o segmento AB, dizemos que um ponto C divide este segmento em média e extrema razão se o mais longo dos segmentos é média geométrica entre o menor e o segmento todo”. Ou seja,

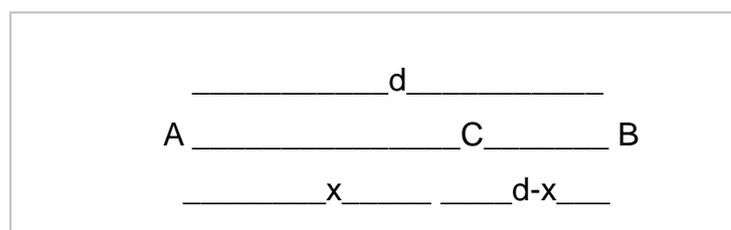


Figura 3: Segmento de retas elaborado pelas autoras

Logo $AC^2 = AB \cdot BC$ em que o segmento AC é o Áureo de AB. Algebricamente, encontra-se a partir da substituição $AC = x$, $AB = d$ e $BC = d-x$. Então, assim $x^2 = d \cdot (d-x)$ cujas raízes serão:

$$x = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 + 4d^2}}{2} \rightarrow x = \frac{-d \pm d\sqrt{5}}{2} \rightarrow x' = \frac{d(-1 - \sqrt{5})}{2} \text{ e } x'' = \frac{d(-1 + \sqrt{5})}{2}. \text{ Admitindo-se apenas a}$$

$$\text{raiz maior que 0 (zero) deve-se racionalizá-la } \frac{d}{x''} = \frac{d}{\frac{d(-1 + \sqrt{5})}{2}} \rightarrow \frac{2}{-1 + \sqrt{5}} \rightarrow \frac{2}{-1 + \sqrt{5}} \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} =$$

$$\frac{2(1 + \sqrt{5})}{5 - 1} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,6180 \dots \text{ . Ao calcular o inverso da razão entre os segmentos, resulta na}$$

Média Razão = 0,6180339. Por se tratar de medidas positivas descarta-se a raiz negativa. Pelo mesmo processo se obtém pelo ponto exterior. Enfim, a razão entre cada segmento áureo e o segmento a que ele se refere é a Proporção Áurea.

Segundo Santos (2013) para seccionar esse segmento AB por um ponto C é necessário um compasso e uma régua. Assim é possível obter a Proporção Áurea traçando BC perpendicular ao segmento AB, em que o comprimento BC seja igual à metade do comprimento AB. Depois, ligar o ponto A ao ponto C para determinar o triângulo ABC retângulo em B. Em seguida, com o centro em C, traçar a circunferência de raio BC e determinar o ponto D em AC. Por fim, com o centro em A, traçar a circunferência de raio AD, determinando o ponto C em AB. Percebe-se que a partir de uma única demonstração, por meio de um segmento de reta foi possível obter um Número Irrracional, representações geométricas sobre pontos, retas, segmentos e uma Função Quadrática e evidentemente a Proporção Áurea.

HOMEM DE VITRUVIUS

Marcus Vitruvius Pollio no período I a. C., em sua série intitulada de De Architectura, descreve as proporções do corpo humano apresentada como um modelo ideal para o ser humano, cujas proporções são perfeitas, segundo o ideal clássico de beleza. Vitruvius tentou adequar às proporções do corpo humano dentro da figura de um quadrado e um círculo, no entanto suas tentativas foram frustrantes. Mas durante o Renascimento Leonardo da Vinci interpretou os textos devidamente dentro dos padrões matemáticos. Em 1490, Da Vinci descreve a figura de um homem nu, conhecido como Homem Vitruviano ou Homem de Vitruvius, em duas posições sobrepostas com os braços inscritos num círculo e num quadrado separadas e simultâneas. O Homem Vitruviano é considerado símbolo da simetria básica do corpo humano e para o universo como um todo. Segundo Chaves (2008),

Um antebraço ou cúbito é a largura de seis palmos; Um passo é quatro antebraços; A longitude dos braços estendidos de um homem é igual à altura dele; [...] A distância do fundo do queixo para o nariz é um terço da longitude da face; A distância do nascimento do cabelo para as sobrancelhas é um terço da longitude da face (CHAVES, 2008, p.22 e 23).

Conforme podemos observar na figura abaixo:

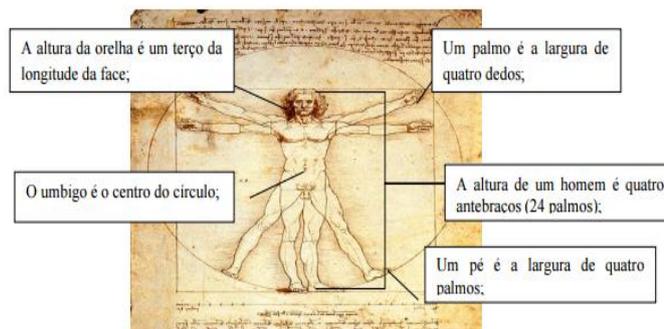


Figura 4: Homem de Vitruvius adaptado pelas autoras

Fonte: Adaptações das autoras Massaranduba; Silva; 2015.

Segundo Leonardo da Vinci citado em Sousa Neto (2013, p.49), “para que o corpo humano tenha beleza e harmonia deve respeitar uma proporção, e como o número áureo representa esta beleza, então o corpo humano deve seguir este padrão áureo”. Logo, quando se acha algo bonito, harmonioso é porque obedece a uma regra geométrica especial chamada Proporção Áurea. É interessante observar que a área total do círculo é idêntica a área total do quadrado e a figura pode ser considerada um algoritmo matemático para calcular o valor do número irracional PHI (1,618).

ARTE E O ENSINO DE GEOMETRIA

Na pré-história, a civilização da época usava o desenho como recurso para quantificar, assim como representar o próprio cotidiano. Então, observa-se que a arte poderá tanto transmitir um pensamento artístico como científico. Segundo Read apud Barbosa(2008), a arte funciona como um elemento humano agregador que interpenetrando outras disciplinas facilitam a aprendizagem pela qualidade cognitiva. Assim a mesma garante a contextualização dos objetos matemáticos, oriundos do mundo abstrato, para o mundo de representações concretas através dos gestos, imagens, enfim, porque na arte se retrata não só os conceitos matemáticos e artísticos como também seus momentos históricos.

Enfim, a educação matemática e a arte se constituem num campo de pesquisa, bem como, de possibilidades de ensino de matemática e geometria a partir do momento em que passamos a olhar tanto os saberes matemáticos construídos historicamente, quanto às obras artísticas como produções humanas, culturais e históricas. (FLORES; ZAGO, 2010, p. 342)

Quando isso acontece a Matemática passa a ter um significado singular dentro de um contexto artístico, porém não de modo superficial porque o indivíduo começa a visualizar

matematicamente a obra de arte pondo em prática definições matemáticas dentro de uma perspectiva de conteúdos didáticos. Menegat (2012) afirma que aprender Matemática nos dias atuais é muito mais que aprender técnicas, fórmulas, assim surgir a interdisciplinaridade propondo uma íntima ligação de saberes. Segundo Alves (2010), a interdisciplinaridade funciona como uma forma de integrar o conteúdo de uma disciplina isolada que não consegue responder de imediato, situações de outra a partir de diferentes visões. Assim a proposta é tornar não só o professor um pesquisador reflexivo, mas o próprio aluno.

No Ensino de Matemática muitas investigações foram e estão sendo realizadas com o objetivo de propor alternativas para minimizar as dificuldades nas aulas de Matemática, estimulando os discentes a gostarem da disciplina. Na Geometria não é diferente. Essas investigações aumentaram devido as constantes críticas sobre a forma como os conteúdos matemáticos estão sendo trabalhados nas escolas. Ou seja, ainda existem dificuldades em contextualizar a Matemática com o cotidiano do discente. Com o intuito de minimizar essas dificuldades estão se destacando várias tendências, uma delas é a utilização da arte no Ensino de Geometria como um recurso didático no processo de ensino aprendizagem.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática [...] porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. (Ibidem, p.51)

Enfim, a Geometria é uma área rica em aplicações de habilidades, dentre elas destacam-se a conexão entre matemática e outras áreas afins. Além disso, pode-se requisitar a utilização de demonstrações que é natural, considerando de suma importância a convivência e a prática delas por professores e discentes no processo educativo. No entanto, a realidade escolar é bem diferente porque nem sempre o professor possui os conhecimentos geométricos adequados *Bolema* (2009). Segundo MOYSÉS (2010, p. 59) “é como se o processo de escolarização encorajasse a ideia de que o “jogo da escola” o que conta é aprender vários tipos de regras simbólicas, aprendizagem essa que deve ser demonstrada no seu próprio interior”. Com relação ao uso da Proporção Áurea (PHI) como ferramenta para o ensino de geometria é possível utilizar a arte como elemento integrador nesse processo de ensino aprendizagem, conseqüentemente isso poderia auxiliar na concretização de conceitos geométricos.

METODOLOGIA

A Proporção Áurea pode ser obtida a partir de construções geométricas que dificilmente é explorado nas aulas de Matemática. Assim esta pesquisa além de ser bibliográfica também assume um caráter exploratório. Segundo Gil (2008), o intuito de uma pesquisa exploratória é familiarizar-se com um assunto pouco conhecido, pouco explorado. Desta forma, a mesma tem o intuito de reconhecer a Proporção Áurea e sua relação com a Geometria na obra *Homem de Vitruvius* como método diferenciado no processo ensino aprendizagem.

A partir da construção das histórias, aplicações e afins com relação a Proporção Áurea e a Matemática e sua conexão com a arte, conseguimos traçar um recorte qualitativo que tem o objetivo de investigar sobre a utilização da arte por professores de Matemática. Em seguida apontamos a mesma como um recurso didático para o Ensino de Geometria através da Obra *Homem de Vitruvius*. Segundo Abreu (2011, p.14) a pesquisa qualitativa “considera que há uma relação dinâmica entre mundo real e o sujeito, isto é um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzidos em números”. Então elaboramos um questionário, o qual foi respondido por 19 participantes, dos quais 16 eram discentes da instituição educacional de nível superior Universidade de Pernambuco, Campus Mata Norte, e 03 eram professores de Escolas públicas do município de Nazaré da Mata- PE. O critério básico para selecionarmos os participantes era que os mesmo estivessem atuando como professores de Matemática e aos que ainda eram estudantes deveriam estar, no mínimo cursando o 6º Período do curso de Licenciatura em Matemática, pois assim já teriam contato com a disciplina de História ou Laboratório de Matemática.

O questionário era composto por duas perguntas nas quais a primeira perguntava se os professores de Matemática já tinham utilizado obras de arte nas aulas de Matemática e a segunda, por meio da ilustração do Homem de Vitruvius, se através dela eles conseguiriam trabalhar conceitos matemáticos, caso positivo, quais seriam. Nosso objetivo era verificarmos a hipótese de que os professores de Matemática não usam arte em suas aulas, mesmo reconhecendo sua utilidade. Além disso, com relação a obra Homem de Vitruvius, eles não irão propor o ensino de Geometria interligado a outros campos matemáticos.

ANÁLISE DE RESULTADOS

Para a análise dos resultados usamos como critério de categorização os anos de docência dos participantes em relação a utilização da arte em suas aulas. Desta forma, criamos três categorias: professores que lecionavam de 01 á 02, 03 á 05 e mais que 05 anos. Iremos identificar os participantes por P1, P2,..., P19. O gráfico a seguir mostra a utilização da Arte

pelos Professores em função do tempo de Docência acerca das respostas obtidas na primeira questão.

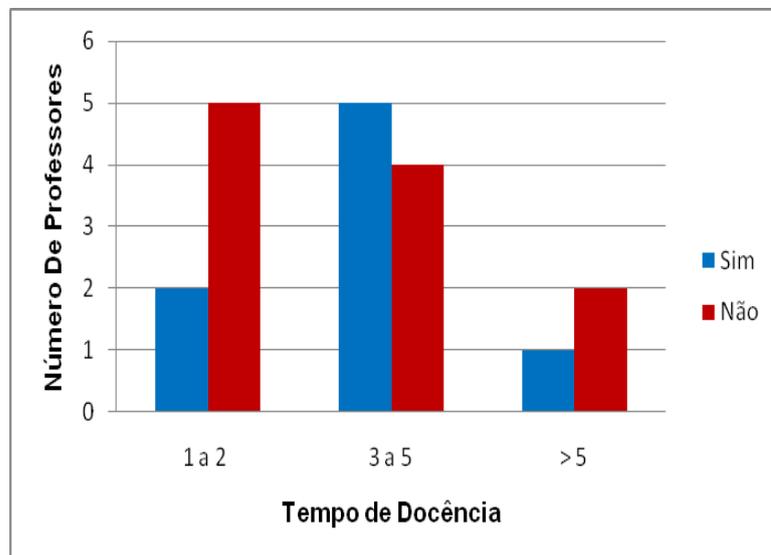


Gráfico 1: Utilização da Arte Pelos Professores de Matemática

Conforme o gráfico 1 ilustra, dos 19 participantes que responderam ao questionário apenas 8 já utilizaram a Arte como recurso facilitador nas aulas de Matemática. Dentre esses 8 o maior índice de utilização se deu por professores que estavam atuando entre 03 a 05 anos. Enquanto o maior índice do não uso é evidenciado entre 1 a 2 anos de docência. Com isso percebemos que como afirma Tardiff (2013), os saberes são elementos constitutivos da prática docente e isso representa a afirmação da ideia de que pelo trabalho o homem modifica a si mesmo, suas relações e busca ainda a transformação de sua própria situação e a do coletivo a que pertence. Percebemos ainda que entre os participantes que responderam de forma positiva a primeira questão havia os que elencavam vantagens e os que não elencavam vantagens a respeito do uso da arte nas aulas de matemática.

As vantagens foram evidenciadas entre os participantes com 3 a mais que 5 anos de atuação na área, enquanto os que atuavam de 1 a 2 anos não relatavam. Os que ensinavam de 3 á 5 anos apontaram como vantagens: melhor compreensão, maior participação e uma melhor visualização dos conceitos matemáticos; já os que ensinavam a mais que 5 anos apontaram a interdisciplinaridade. De acordo com Alves (2010) a interdisciplinaridade integra o conteúdo de uma isolada a situações de outras a partir de diferentes visões. Entretanto, observamos que nas afirmações positivas a maior parte dos participantes utilizava arte apenas

para o ensino de Conceitos Geométricos sem proporcionar uma contextualização entre os campos.

Assim, no intuito de centrar as atividades na proposta dos PCN sobre contextualização, muitas vezes, de forma equivocada, os professores têm reduzido a matemática apenas ao aspecto utilitário uma vez que trabalham apenas com o que consideram fazer parte do cotidiano do aluno. Essa ideia reduzida de contexto, não está relacionada a situações problematizadoras que estimulem os alunos a pensar em busca de uma solução para a questão proposta[...] (VASCOCELOS E RÊGO, 2012?, p.02).

Dentre os conceitos geométricos citados pelos participantes podemos destacar figuras planas, circunferência, conceito de simetria entre outros. Na segunda questão buscamos identificar se os participantes indicavam a obra para o ensino de Geometria sem contextualizá-la com outros conteúdos o que constatamos em algumas das respostas. Com isso verificamos que eles tinham conhecimento dessa utilização, validando nossa hipótese.

Proposta de Conceitos para ser Ensinados Através da Obra Homem de Vitruvius Apontados Pelos Participantes.		
Professores que Atuam Entre 1 a 2 Anos.	Professores que atuam entre 3 a 5 anos.	Professores que atuam a mais de 5 anos.
Retas	Ângulos	Figuras Planas
Figuras Geométricas	Figuras Planas	Circunferência
Inscrição	Razão, Proporção e Proporcionalidade	Raio e Diâmetro
Circunscricão	Perpendicularismo	Ângulos
Simetria	Área, Espaço e Perímetro	Círculos
Raio e Circunferência	Medidas	Polígonos
Rotação	Simetria	Simetria
Formas Geométricas	Circunferência e Elipse	Formas Geométricas
Ângulos	Escala	Área

Fonte: Construção própria.

Tabela 1: Resultados da Pesquisa Apontando as Propostas Para o Ensino Através da Obra Homem de Vitruvius.

Os participantes de 1 a 2 anos e mais que 5 anos de Docência limitaram o uso da obra apenas para ensino de Geometria planas em interligá-lo ao ensino dos Números Irracionais, Função Quadrática, ou seja a outros campos matemáticos. Da mesma forma, os que estavam incluídos na categoria de 3 a 5 anos de Docência também apontaram a figura como um recurso para o ensino de Geometria, no entanto, já apontaram conteúdos como Proporção, Razão, Escala e Medidas que poderiam ser abordados através da obra.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da pesquisa percebemos que a utilização da arte nas aulas de Matemática contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos aplicados, ampliando a forma de compreensão dos discentes. No entanto, a maioria dos participantes não utiliza a arte como um recurso

didático nas aulas de Matemática e os que utilizaram geralmente a associam a conteúdos de Geometria Plana sem relaciona-la a outros conteúdos matemáticos .

No que se refere ao uso da obra Homem de Vitruvius para o ensino de Geometria, constatamos que os participantes conseguiram associa-la ao ensino do mesmo, mas que não utilizam para a aprendizagem de outros conteúdos. Desta forma, percebemos que muito dos professores de Matemática ainda desconhece o quanto uma obra de arte pode oferecer ao ensino aprendizagem, não só da Geometria, mas de outros conteúdos matemáticos. Porque a mesma oferece desdobramentos que possibilitam a análise de fenômenos naturais, sociais, políticos e econômicos, favorecendo a interdisciplinaridade.

Assim é necessário ampliar e difundir a ideia de que o processo de ensino aprendizagem de Matemática não está limitado ao uso de um caderno e de um lápis. Mas existem inúmeros meios sejam eles: obras de arte, História da Matemática (o processo histórico), construções ou o próprio corpo humano, que podem ser utilizados no ensino matemático. Logo podemos encontrar matemática no universo como um todo.

REFERÊNCIAS

ABREU,P.R.;FERNANDES,E.P. **Caminhos do Projeto de Pesquisa ao TCC** ;Sirinhaém:Ed. do autor,2011.

ALVES, A. **Contribuições de uma prática docente interdisciplinar à Matemática do Ensino Médio**. 2010. 173 f.Tese (Doutorado em Educação: Currículo)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP, São Paulo, 2010.

AZEVEDO,T. B.; GARCIA, V. C.; MAGRO, J. Z.; SERRES, F. F. **O Número de Ouro como instrumento de aprendizagem significativa no estudo dos Números Irracionais**.2010.Disponível em: www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/mídias_digitais_II/modulo_IV/numero_de_ouro2.pdf. Acesso em: 09/06/2015 10:07.

BARBOSA,A.M.Arte na educação: interterritorialidade refazendo interdisciplinaridade. **Desingner,arte e tecnologia**.SãoPaulo:Rosari,Universidade Anhembi Morumbi,PUC-Rio e Unesp-Bauru,2008

BELUSSI, G.; PRADO, E. A.; GERALDINI, D. A.; BARISON, M. B. .O Número de Ouro. Universidade Estadual de Londrina. Londrina-PR, 2005. 21/02/2015, 10:59. Disponível em: WWW.mat.uel.br>artigos>ST-15-TC.

Bing, **Parthenon e a Razão Aurea**.São Paulo,2015.Disponível em:<<http://www.bing.com/images/search?q=parthenon+e+a+razao+aurea&view=detailv2&id=3F640352307AB9F0BE527606D4F8275965D516F9&selectedindex=12&ccid=qyal9GOS&simid=608012798254711962&thid=OIP.Mab26a5f4639224470c980e8598e0bf4do0&first=1>>Acesso em: 23/09/15 17: 35

BOYER. C. B. **História da Matemática**; Tradução de Elza F. Gomide. Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CHAVES. D. R. C. A Matemática é uma Arte: Uma proposta de explorandoligações entre arte e matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

EUCLIDES. **Os Elementos**; Tradução Irineu Bicudo – São Paulo: UNESPE, 2009.

FARIA, R.W.S.; RIBEIRO,D.S.O. **Razão Áurea**: Um Elemento Motivador Para o Estudo De Sequências Na Educação Básica. Monografia (Conclusão do Curso De Licenciatura Em Matemática) – Instituto Federal De Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. RJ. 2009.

FLORES, C. R. et al. Uma proposta para relacionar Arte e Educação Matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Relime, Vol. 13 (3), p. 337- 354, Noviembre de 2010. Recepción: Marzo 9, 2009 / Aceptación: Septiembre 17, 2010.

LANDIM, N. P. **Razão Áurea: Expressando a beleza desse número para o ensino médio**. 2014. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semiárido – UFRSA/Campus Mossoró, Rio Grande do Norte, 2014. Acesso em: 16/05/2015 20:29. Disponível em: [bit.profmat_sbm.org.br>xmlui>handle](http://bit.profmat_sbm.org.br/xmlui/handle)

MARQUES, R.A. **Razão Áurea: Uma proposta para o ensino dos Números Irracionais**. Universidade Federal de Lavras. Lavras- MG, 2013.

MENEGAT,M. F. **Uma nova forma de ensinar Razão e Proporcionalidade**. Rio Grande do Sul, 2010 Porto Alegre Disponível em: [WWW.lume.ufrgs.br>bitstream>handle](http://WWW.lume.ufrgs.br/bitstream/handle)

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**: Coleção magistério: Formação e Trabalho pedagógico. ED.Papirus. 2010.

RÊGO, Rogéria Gaudêncio; VASCONCELOS,M. B. F. **A Contextualização Na Sala De Aula**: Concepções iniciais. Universidade Federal Da Paraíba. Campina Grande PB. Disponível em http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC48251755468T.doc.< Acessado em 03 de maio de 2017.

SOUSA NETO. P. R. **A aplicação do Número de Ouro como Recurso Metodológico no Processo de Ensino-aprendizagem**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013. Acesso em: 16/05/2015 19:49. Disponível em: [bit.profmat_sbm.org.br>xmlui>handle](http://bit.profmat_sbm.org.br/xmlui/handle).

SOUZA, A. R. **Razão Áurea e aplicações: Contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos de 9º ano do Ensino Fundamental**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

TARDIF,M.**Saberes Docentes e Formação Profissional/** Maurice Tardif.13.ed.- Petrópolis,RJ:Vozes,2012.