NÚMEROS TRANSREAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Autor: Filipe Esteves de Freitas; Orientador: Tiago Soares dos Reis

Instituto Federal do Rio de Janeiro, campus Volta Redonda, filipesteves95@gmail.com, tiago.reis@ifrj.edu.br

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq e do IFRJ.

INTRODUÇÃO

A divisão por zero na aritmética dos números reais é impossível. Podemos entender este fato pela divisão significar multiplicação pelo inverso multiplicativo. Por isso, no caso do zero, deveria existir um número real que multiplicado por zero desse resultado um. Mas, como sabemos, qualquer número real multiplicado por zero dá resultado zero. Desta forma, a divisão por zero é impossível dentro do conjunto dos números reais.

Esta impossibilidade, por um longo período na história, não se mostrou um problema. Por isso, não houve engajamento de matemáticos e de outros profissionais para resolver a questão. No entanto, com o advento da tecnologia, a divisão por zero se tornou um problema causando a necessidade de se buscar uma resolução.

Os números transreais surgem a partir de uma necessidade na programação de computadores. No processamento de um computador existem cálculos a serem feitos, inclusive as divisões. Quando o programa encontra uma divisão por zero, ele retorna mensagens de erro que ocasionam problemas em seu software e, como consequência, também em seu hardware (ANDERSON, 2014).

James Anderson – professor e pesquisador na School of Systems Engineering, University of Reading, na Inglaterra – propõe, na década de 2000, a existência dos números transreais na tentativa de buscar resolução para a divisão por zero (ANDERSON, 2005). Ele denota o conjunto dos números transreais por $\mathbb{R}^T$. Este conjunto é fechado para as quatro operações aritméticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), ou seja, qualquer uma destas operações entre dois números transreais é um número transreal. Em particular, divisão por zero é permitida. A matemática que surge a partir da divisão por zero é denominada de transmatemática (REIS, GOMIDE, ANDERSON, 2016).

Este texto visa apresentar as ideias que o presente autor tem para desenvolver em seu trabalho de conclusão de curso de licenciatura em matemática que está, no momento, em andamento. E vale comentar ao leitor que o autor deste texto ainda possui um projeto de iniciação científica em transmatemática.

O trabalho de conclusão de curso tem como objetivo apresentar os números transreais a alunos de ensino médio, ensinando-lhes sua aritmética. Depois, serão feitas atividades no laboratório de informática que mostrem aos estudantes a aplicação dos números transreais na programação de computadores, para que eles percebam as vantagens desses números.

METODOLOGIA

Na pesquisa para o trabalho de conclusão de curso do presente autor, primeiramente, serão ministradas aulas sobre o conjunto dos números transreais a algumas turmas de ensino médio do Instituto Federal do Rio de Janeiro, campus Volta Redonda.

Serão ensinados tópicos como: o fato de o conjunto dos números transreais ser uma extensão do conjunto dos números reais adicionado a três novos elementos: ∞, $-\infty$ e Φ, denominados respectivamente menos infinito, infinito e *nullity*; a localização desses novos elementos na reta transreal; o fato de Anderson ter postulado esses elementos de forma que $-1/0 = -\infty$; $1/0 = \infty$ e $0/0 = \Phi$; a lista dos 32 axiomas (ANDERSON, VÖLKER, ADAMS, 2007) que criam esse novo conjunto; e, por fim, o fato de Anderson ter se utilizado da aritmética usual das frações para axiomatizar todo o conjunto dos números transreais (REIS, 2015).

Após estas aulas sobre a aritmética transreal, os alunos serão levados ao laboratório de informática. No laboratório, eles utilizarão um programa de planilha eletrônica (Microsoft Excel ou LibreOffice Calc) para realizarem atividades orientadas pelo autor deste texto. Essas atividades têm o objetivo de mostrar aos alunos que o fato de existir um novo conjunto numérico onde há a possibilidade da divisão por zero implica em vantagens à programação de computadores.

Ao final desse conjunto de aulas, o presente autor pedirá aos alunos que respondam a uma avaliação, que contará com perguntas do tipo: O ensino do conjunto dos números transreais ajudou a você, de alguma forma, dentro da matemática? Você gostou de conhecer um novo conjunto numérico? Você acredita que a descoberta de um novo conjunto numérico é importante? Se sim, por quê? Com as aulas ministradas e as atividades aplicadas, você conseguiu perceber as vantagens que o conjunto dos números transreais possui na programação de computadores?

O presente autor analisará as avaliações com o propósito de identificar se os alunos, de uma forma geral, receberam bem o ensino dos números transreais e os motivos da boa ou má recepção. Após isso, será feita uma discussão sobre os resultados obtidos.

RESULTADOS ESPERADOS

O trabalho de conclusão de curso do presente autor está em andamento e por isso ainda não existem resultados a serem divulgados. Entretanto, para situar o leitor, encontramo-nos em fase de pesquisa bibliográfica sobre o referente assunto e de elaboração das atividades que serão aplicadas aos estudantes do ensino médio.

Esperamos determinados resultados que os alunos possam mostrar ao final do processo, como por exemplo: o aluno deverá ser capaz de resolver cálculos básicos envolvendo os números transreais se utilizando da aritmética das frações; e também deverá ser capaz de apresentar as vantagens que o conjunto dos números transreais possui com relação à programação de computadores.

Com este trabalho de conclusão de curso, esperamos que o ensino do conjunto dos números transreais em sala de aula, possa ajudar os alunos a entenderem melhor os outros conjuntos numéricos e compreenderem que a impossibilidade de uma determinada questão na matemática pode ser apenas provisória, como se mostrou com a divisão por zero. Ainda esperamos que eles entendam a relação que existe entre números transreais e a programação de computadores.

DISCUSSÃO

A transmatemática é uma nova área da ciência que está em desenvolvimento, possuindo assim diversas possibilidades de estudo na área. Anderson publicou diversos artigos sobre o assunto (2005, 2006, 2007, 2008, 2014, 2015). Além desses artigos, outros trabalhos realizados pelo próprio Anderson e por Gomide e Reis, tem sido desenvolvidos dentro do tema (REIS, ANDERSON, 2014) (REIS, ANDERSON, 2017) (ANDERSON, GOM/IDE, 2014) (GOMIDE, REIS, ANDERSON,

2015) (REIS, GOMIDE, ANDERSON, 2016). Ainda vale ressaltar ao leitor, que Reis fez seu doutorado sobre o assunto (REIS, 2015).

Acreditamos que ensinar a aritmética transreal em uma sala de aula para alunos de ensino médio, tem seu valor. Pois, este novo conjunto pode servir de ferramenta, aos alunos, para um melhor entendimento dos outros conjuntos numéricos. Além de poder despertar interesse nos próprios alunos, fazendo com que eles venham a estudar mais sobre os transreais e a própria matemática em seu sentido amplo.

A transmatemática serviu de importante instrumento ao presente autor, por mostrar que a matemática ainda está em desenvolvimento e não fechada como ele entendia anteriormente. Quando o autor utiliza a palavra fechada, é no sentido de pensar que ela estava pronta, com todos os seus resultados obtidos. Também, o autor se refere à matemática básica, na qual o conteúdo ensinado em sala de aula é quase o mesmo há anos. A matemática possui diversos tópicos em desenvolvimento, entretanto muitos deles são possíveis de ser entendidos apenas em níveis de mestrado e doutorado. Uma pessoa leiga não conhecerá esses estudos matemáticos, apenas suas aplicações, como nas tecnologias que utilizamos em nosso cotidiano. A transmatemática nasce em auxílio às tecnologias, como outros estudos matemáticos, mas diferente de tais estudos, parte dela pode ser ensinada a nível básico. Desta forma, ela mostra, mesmo a alguém que não está estudando um mestrado ou um doutorado, que a matemática está em desenvolvimento, ao contrário do que o autor pensava.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, J. A. D. W. Perspex machine II: Visualisation. Vision Geometry XIII Proceedings of the SPIE, v. 5675, p. 100-111, 2005. Disponível em <http://bookofparagon.com/Mathematics/PerspexMachineII.pdf> Acesso em 07 de outubro de 2017.

ANDERSON, J. A. D. W. Perspex machine VII: The universal perspex machine. Vision Geometry XIV Proceedings of the SPIE, v. 6066, p. 1-17, 2006. Disponível em <http://bookofparagon.com/Mathematics/PerspexMachineVII.pdf> Acesso em 07 de outubro de 2017.

ANDERSON, J. A. D. W. Perspex machine IX: Transreal analysis. Vision Geometry XV Proceedings of the SPIE, v. 6499, p. 1-12, 2007. Disponível em <http://bookofparagon.com/Mathematics/PerspexMachineIX.pdf> Acesso em 07 de outubro de

2017.

ANDERSON, J. A. D. W. Perspex machine XI: Topology of the transreal numbers. In: INTERNATIONAL MULTICONFERENCE OF ENGINEERS AND COMPUTER SCIENTISTS, 2008. Hong Kong. Anais... International Association of Engineers, 2008. p. 330-338. Disponível em <http://bookofparagon.com/Mathematics/PerspexMachineXI.pdf> Acesso em 07 de outubro de 2017.

ANDERSON, J. A. D. W. Trans-floating-point arithmetic removes nine quadrillion redundancies from 64-bit IEEE 754 floating-point arithmetic. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER SCIENCE AND APPLICATIONS, 2014. San Francisco. Anais... International Association of Engineers, 2014, p. 80-85. Disponível em <http://www.iaeng.org/publication/WCECS2014/WCECS2014_pp80-85.pdf> Acesso em 07 de outubro de 2017.

ANDERSON, J. A. D. W. Transmathematical Basis of Infinitely Scalable Pipeline Machines. In: Slawomir Koziel, Leifur Leifsson, Michael Lees, Valeria V. Krzhizhanovskaya, Jack Dongarra and Peter M.A. Sloot (editores), INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL SCIENCE, ICCS 2015 Computational Science at the Gates of Nature, Procedia Computer Science, v. 51, 1828-1837, 2015. Disponível em <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050915012168> Acesso em 07 de outubro de 2017.

ANDERSON, J. A. D. W.; GOMIDE, W. Transreal arithmetic as a consistent basis for paraconsistent logics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER SCIENCE AND APPLICATIONS, 2014. San Francisco. Anais... International Association of Engineers, 2014. p. 103-108. Disponível em <http://www.iaeng.org/publication/WCECS2014/WCECS2014_pp103-108.pdf> Acesso em 12 de outubro de 2017.

ANDERSON, J. A. D. W.; VÖLKER, N.; ADAMS A. A. Perspex Machine VIII: Axioms of transreal arithmetic. Vision Geometry XV Proceedings of the SPIE. v. 6499, p. 649903.1-649903.12, 2007. Disponível em <http://bookofparagon.com/Mathematics/PerspexMachineVIII.pdf> Acesso em 07 de outubro de 2017.

GOMIDE, W; REIS, T. S. dos; ANDERSON, J. A. D. W. Transreal Logical Space of All Propositions. Transactions on Engineering Technologies - World Congress on Engineering and Computer Science 2014, Springer, p. 227-242, 2015. Disponível em <http://centaur.reading.ac.uk/43185/1/Transreal_logical_space_of_all_propositions_author_final.pdf> Acesso em 12 de outubro de 2017.

REIS, T. S. dos. Transmatemática. 2015. 124 f. Tese (Doutorado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em <http://objdig.ufrj.br//10/teses/831952.pdf> Acesso em 12 de outubro de 2017.

REIS, T. S. dos; ANDERSON, J. A. D. W. Transreal Limits and Elementary Functions. In: Haeng Kon Kim; Mahyar A. Amouzegar; Sio-long Ao. (Org.). Transactions on Engineering Technologies, World Congress on Engineering and Computer Science 2014. London: Springer, 2015, p. 209-225.

Disponível em <https://figshare.com/articles/Transreal_Limits_and_Elementary_Functions/1311667> Acesso em 12 de outubro de 2017.

REIS, T. S. dos; ANDERSON, J. A. D. W. Transcomplex Numbers: Properties, Topology and Functions. IAENG Engineering Letters, v. 25, n. 1, 90-103, 2017. Disponível em <http://www.engineeringletters.com/issues_v25/issue_1/EL_25_1_13.pdf> Acesso em 12 de outubro de 2017.

REIS, T. S. dos; GOMIDE, W.; ANDERSON, J. A. D. W. Construction of the Transreal Numbers and Algebraic Transfields. IAENG International Journal of Applied Mathematics, v. 46, n. 1, 11-23, 2016. Disponível em <http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v46/issue_1/IJAM_46_1_03.pdf> Acesso em 12 de outubro de 2017.