SITUAÇÃO DE MEDIDA DE ÁREA DE PARALELOGRAMOS: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Jailson Cavalcante de Araújo

Universidade Federal de Pernambuco – jailsoncavalcante1@hotmail.com

Resumo

Este artigo tem por objetivo analisar como alunos do 9º ano do ensino fundamental lidam com uma situação de medida de área de diferentes paralelogramos (quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos não retângulos e não losangos). A fundamentação teórica apoia-se na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990). Adota-se o modelo de área enquanto grandeza autônoma proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) e as situações que dão sentido ao conceito de área desenvolvidas por Baltar (1996), mais especificamente a situação de medida de áreas. Os procedimentos metodológicos consistem na aplicação de uma questão que comtempla o cálculo de área de diferentes paralelogramos a alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal. Como resultados, nenhum aluno expressou a medida da área em centímetros quadrados, ou seja, confundem unidades de medida de comprimento e de área. Fizeram confusão entre os conceitos de área e perímetro e também soma de dados inexistentes, além de erros de cálculo numérico. Foi identificado indícios de teoremas em ação falsos, como, por exemplo, a área de uma figura geométrica plana é calculada a partir da soma das medidas dos comprimentos dos seus lados. Nenhum aluno expressou fórmulas para calcular a área das figuras, o que contradiz as expectativas e o que apontam os documentos de orientação de curricular para esse ano de escolaridade. De modo geral, observa-se um desempenho pouco satisfatório para esse nível de ensino no que se refere ao cálculo de área de diferentes paralelogramos, com forte presença do quadro numérico. Constatou-se ainda que o repertório de esquemas desses alunos para o cálculo de área de paralelogramos não está efetivamente construído, mesmo já tendo vivenciado diversas situações relativas ao conteúdo em estudo, conforme preconizam os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco, no qual apontam que o conceito de área deve ser trabalhado a partir do 3º ano do ensino fundamental.

Palavras-chave: Situação, Medida, Área de Paralelogramos.

Introdução

Dentre as grandezas geométricas (área, volume, comprimento e abertura de ângulo), optamos pelo conceito de área, por suas relações com a geometria e as grandezas e medidas, conforme os Parâmetros na sala de aula (PERNAMBUCO, 2013) propõem que “o trabalho com grandezas geométricas deve ser fortemente articulado com a geometria” (p. 151). Nesse sentido, discutimos nesse artigo aspectos relacionados ao processo de aprendizagem e ensino da área de paralelogramos e seus casos particulares como o quadrado, o retângulo e o losango.

Adotamos a abordagem da área como uma grandeza autônoma, elaborada por Douady e Perrin-Glorian (1989), que corresponde a distinguir e articular três quadros[1]: o quadro geométrico, constituído por superfícies planas; o quadro numérico que consiste na medida da área das superfícies; o quadro das grandezas que, de acordo com Bellemain e Lima (2002),

[1] Para Douady e Perrin-Glorian (1989) um quadro é constituído por objetos de um ramo matemática, de suas formulações eventualmente diversas, das relações entre esses objetos, e das imagens mentais que o sujeito associa a um momento dado aos objetos e suas relações.

refere-se a noção de área, que envolve expressões compostas de um número e uma unidade medida, caracterizado como classes de equivalência de superfícies de mesma área. Os Parâmetros na sala de aula (PERNAMBUCO, 2013, p. 138) orientam que "é importante que o estudante diferencie objeto, grandeza e medida dessa grandeza".

Douady e Perrin-Glorian (1989) relatam que ora os alunos consideram a área como sendo a superfície (concepção forma ou geométrica), ora consideram-na como sendo o número (concepção número ou numérica). Ou que eles poderiam também desenvolver ambas as concepções, mas de forma independente, o que provocaria certos problemas no tratamento de situações envolvendo esse conceito. Ao mobilizar uma concepção geométrica o aluno entende que ao mudar a superfície de uma figura sua área também se altera. Nas situações em que se constatam às concepções numéricas, os alunos consideram apenas os aspectos pertinentes para o cálculo, levando-os a fazer extensões incorretas de fórmulas, omissão e/ou utilização inadequada das unidades de medida.

A proposta apresentada por essas autoras traz como exigência a diferenciação nítida dos conceitos de área e superfície, da mesma forma que entre área e número. A partir dessas ideias, Facco e Almouloud (2004, p. 05) afirmam que "a área pode ser definida como uma classe de equivalência a partir de uma função medida, ao se reconhecer que se tem a mesma área a partir do recorte-colagem ou da medida de área".

Enfatizamos nesse trabalho a situação de medida de área de paralelogramos, a qual pertence a uma grande classe de situações que dão sentido ao conceito de área, propostas por Baltar (1996) nas quais categoriza como situação de comparação de áreas, medida de áreas, e produção de superfícies. Nas situações de medida, Bellemain e Lima (2002) afirmam que se destacam o quadro numérico e a passagem da grandeza ao número por meio da escolha de uma unidade. Com isso, espera-se como resultado de para este tipo de situação, um número acompanhado de uma unidade de medida.

Estudos como os realizados por Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Santos (2005) e Souza (2013) apontam dificuldades dos alunos em situações envolvendo a área de paralelogramos, como confusões entre as variações da área e do perímetro por considerarem que os paralelogramos são retângulos deformados, não os reconhecer em outra posição, em outra inclinação e emprego de fórmulas erradas.

As pesquisas desenvolvidas por Teles (2007), Ferreira (2010) e Silva (2016), contemplando alunos do ensino fundamental e ensino médio, apontam que há uma predominância do tratamento numérico nas situações sobre área de figuras planas.

Algumas dificuldades são mais gerais e também são apresentadas na maioria das pesquisas relatadas anteriormente, tais como a confusão entre os conceitos área e perímetro e, também, o uso inadequado das unidades de medida.

Considerando que nosso objetivo é analisar como alunos do 9º ano do ensino fundamental lidam com uma situação de medida de área de diferentes paralelogramos (quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos não retângulos e não losangos), de forma mais específica, verificar o desempenho desses alunos e identificar teoremas em ação mobilizados por eles na realização da questão, achamos conveniente a escolha da Teoria dos Campos Conceituais construída por Gérard Vergnaud (1990) e seus colaboradores, pois ela tem por objetivo discutir o comportamento cognitivo do sujeito diante de situações de aprendizagem. Como são as situações que dão sentido ao conceito, "um campo conceptual pode ser definido como um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão (VERGNAUD, 1996, p. 84).

Este autor considera o conceito (C) como sendo mais que uma simples definição, ou seja, é um tripé indissociável: C = (S, IO, R), em que S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito, que o tornam significativo; IO o conjunto dos Invariantes Operatórios, teoremas em ação (verdadeiros ou falsos) e conceitos em ação (pertinentes ou não), que justificam a operacionalidade dos esquemas e constituem o seu significado; e R o conjunto das representações simbólicas do conceito, de suas propriedades, das situações e dos procedimentos de tratamento das situações, constituintes do seu significante.

Um teorema em ação é uma proposição considerada como verdadeira pelo sujeito, porém pode ser falsa para o domínio da matemática, cuja solução de um problema depende da sua ativação, e o conceito em ação é uma categoria do pensamento considerada como pertinente que possibilita a identificação dos elementos importantes para resolver o problema. Os teoremas em ação falsos que ajudam a compreender os erros cometidos pelos alunos. Neste sentido, quando notamos que o aluno mobiliza que "duas superfícies que possuem mesma área, possuem o mesmo perímetro", ele está usando um teorema em ação falso, que é um invariante operatório, para justificar as operações realizadas para resolver uma determinada tarefa.

Em relação aos esquemas, Gitirana, Campos, Magina e Spinillo (2014, p. 17), apoiada nos estudos de Vergnaud, apontam que "esquema diz respeito à forma como a pessoa (o aluno) organiza seus invariantes de ação ao lidar com uma classe de situações". Ao enfrentarmos situações já conhecidas utilizamos os esquemas já conhecidos. Porém, quando estamos diante de uma situação nova, devemos buscar novos esquemas, novas estratégias para esta situação, desenvolvendo assim, novas competências.

Segundo Muniz (2009, p. 46):

> Para a resolução de um problema matemático, Vergnaud propõe duas fases que constituem o processo resolutivo. A primeira é aquela de seleção das informações. A segunda diz respeito aos processos de resolução das operações em si. Cada uma dessas etapas comporta objetivos, regras, representações e inferências.

Em outras palavras, a citação anterior diz respeito ao cálculo relacional que se refere às operações do pensamento necessárias à resolução dos problemas, e ao cálculo numérico que é voltado para o desenvolvimento dos algoritmos, para as operações usuais.

De modo geral, não é apenas a definição de área de paralelogramo que vai dar sentido ao seu conceito, mas um conjunto de situações, de teoremas e conceitos em ação e de representações utilizadas no tratamento de tarefas utilizando essa figura geométrica.

Procedimentos Metodológicos

O universo da pesquisa foi uma escola pública municipal escolhida por conveniência, que atende a modalidade de ensino fundamental, situada no município de Ferreiros, estado de Pernambuco.

Os participantes foram alunos do 9º ano do ensino fundamental dessa escola, os quais estão em processo de transição do ensino fundamental para o ensino médio e, segundo os documentos de orientação curricular, já deveriam ter vivenciado diversas situações relativas ao conteúdo em estudo. Os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco propõem que o conceito de área deve ser trabalhado a partir do 3º ano do ensino fundamental. Em relação ao 9º ano, este documento destaca que o aluno deve ser capaz de "resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo de medida da área de triângulos, paralelogramos e trapézios, inclusive pela utilização das fórmulas" (PERNAMBUCO, 2012, p. 111).

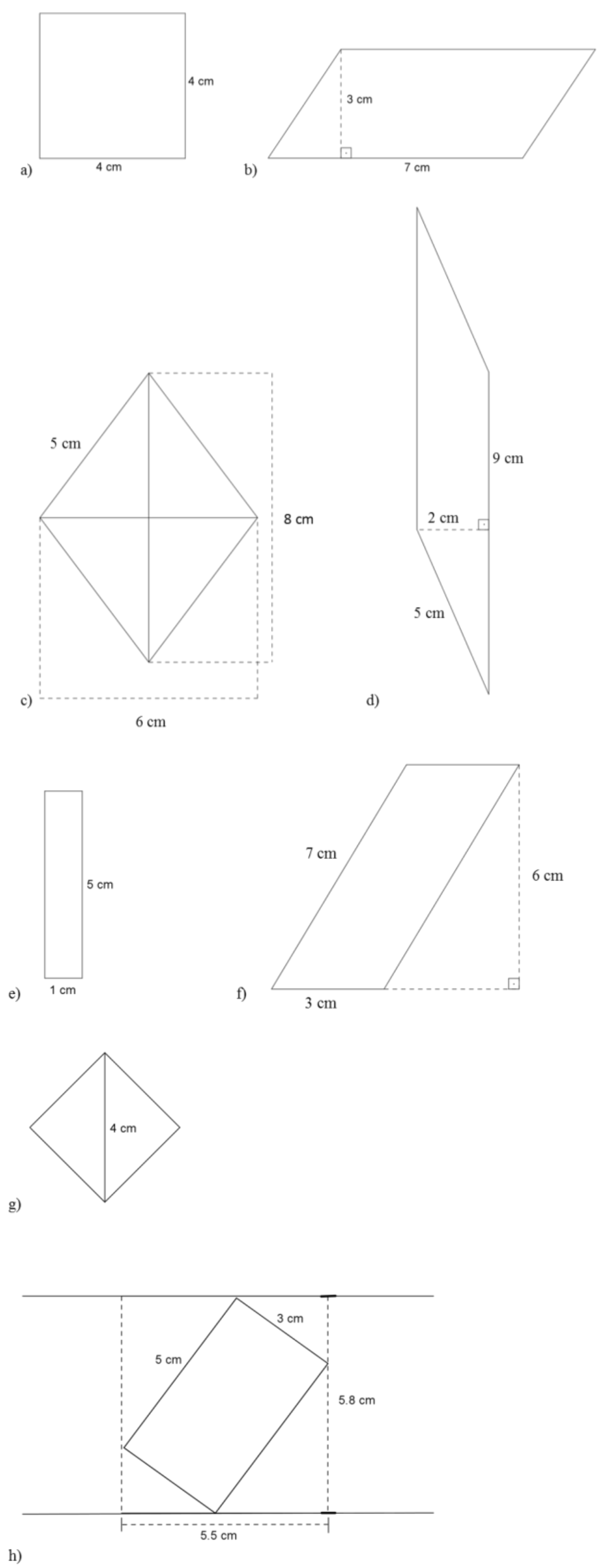
A atividade foi aplicada a cinco alunos sorteados aleatoriamente pelo professor regente, em que ele abria a caderneta e perguntava se o aluno cujo nome foi sorteado aceitava participar da pesquisa. Buscando preservar a identidade dos sujeitos pesquisados, codificaremos cada aluno por uma letra e um número, isto é, por A1, A2, A3, A4 e A5.

O instrumento de coleta de dados foi um teste diagnóstico contendo uma situação de medida de área de diferentes paralelogramos[2], como veremos a seguir:

[2] As figuras propostas aos alunos estavam todas em verdadeira grandeza. As que apresentamos aqui foram reduzidas devido a limitação de páginas.

Figura 1: Questão aplicada aos alunos do 9º ano do ensino fundamental

Calcule a área das figuras abaixo:



Fonte: elaborada pelo autor

A figura do item (a) é um quadrado prototípico[3], com comprimentos dos lados medindo 4 cm e área 16 cm^2; no item (b) temos um paralelogramo não retângulo e não losango prototípico, com o lado de maior comprimento na horizontal, altura interna e inclinação para a direita, cujo lado tomado como base mede 7 cm e a altura relativa a ele tem 3 cm, correspondendo a uma área de 21 cm^2; o item (c) traz um losango em posição não prototípica contendo dados extras para o cálculo da área, com diagonais medindo 6 cm e 8 cm, com uma área de 24 cm^2; no (d) temos um paralelogramo não retângulo e não losango não prototípico, com o lado de maior comprimento na posição vertical e com dados extras para o cálculo, de base 9 cm e altura relativa a ela de 2 cm, de área igual a 18 cm^2; o item (e) contém um retângulo em posição não prototípica, com o lado de maior comprimento na vertical medindo 5 cm, a outra dimensão é 1 cm e a área é 5 cm^2; a figura do item (f) é um paralelogramo não retângulo e não losango em posição não prototípica, com o lado de maior comprimento na posição oblíqua, inclinação para a direita, com dados extras, altura externa medindo 6 cm e base 3 cm, de área 18 cm^2; na figura do item (g) temos um quadrado não prototípico contendo apenas a medida da diagonal de 4 cm e sua área é de 8 cm^2; o item (h) traz um retângulo não prototípico, com dados extras para o cálculo da área, no qual devem ser considerados os comprimentos 5 cm e 3 cm para se obter uma área de 15 cm^2.

As respostas corretas esperadas são 16 cm^2 para o item (a), 21 cm^2 para o (b), 24 cm^2 para o (c), 18 cm^2 para o item (d), 5 cm^2 para o (e), 18 cm^2 para o item (f), 8 cm^2 para o (g) e, finalmente, 15 cm^2 para o item (h).

Algumas dificuldades poderão ser encontradas na escolha dos dados necessários e suficientes para o cálculo da área, bem como na decisão do lado tomado por base, considerando que algumas figuras possuem dados extras e estão em posições diferentes do habitual. Como procedimentos esperados podem aplicar corretamente a fórmula, uma vez que seu uso é indicado para esse nível de ensino. Procedimentos errôneos poderão surgir como os apontados por Baltar (1996), que diz respeito a considerar a área do paralelogramo como o produto das medidas de seus lados. Também podem multiplicar todas as medidas ou até mesmo somá-las, fazendo confusão entre área e perímetro, como relatado por Santos (2005).

Não descartamos a possibilidade de emprego de fórmulas erradas, fazendo o produto dos comprimentos dos lados da figura ou cálculos de diferentes maneiras envolvendo todos os dados fornecidos, conforme verificado na pesquisa de Souza (2013).

[3] Consideramos como figuras prototípicas as mais presentes nos livros e/ou mais utilizadas pelo professor, ou seja, são figuras mais usuais.

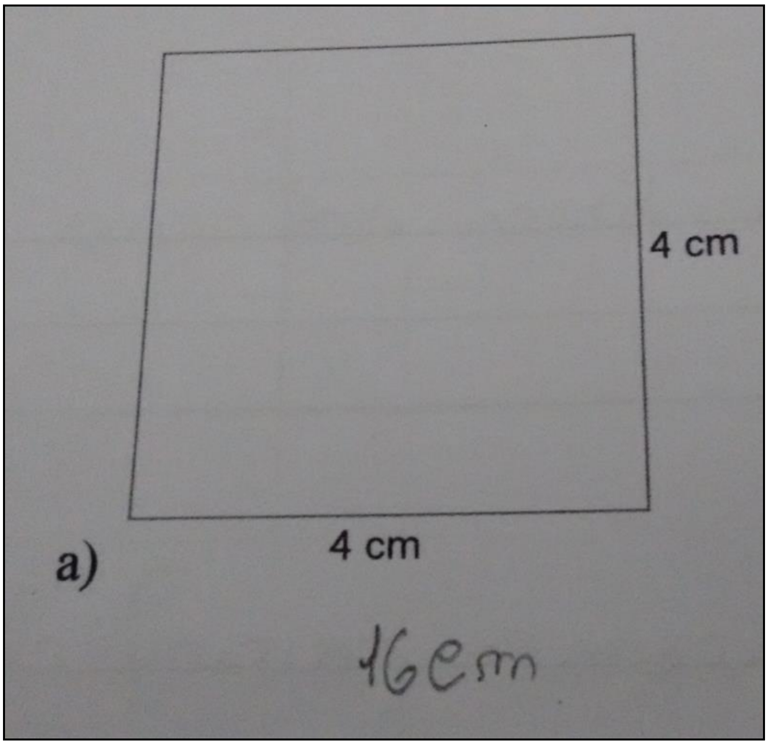
Análise e Discussão dos Resultados

Ao receberem a questão a ser respondida, um deles falou “não lembro mais disso, foi do ano passado”. Outro disse “não, foi do 7º ano! Não lembro mais de nada”, dentre outras afirmações e/ou indagações que, a priori, já demonstrava que teriam dificuldades em resolver a questão proposta.

Colocamos sobre uma mesa papel branco, quadriculado, pontilhado e réguas graduadas, alertando-os que poderiam levantar e pegar qualquer um desses materiais ou solicitar que levaríamos até eles, de acordo com as necessidades emergentes. Todos solicitaram apenas a régua, fato que nos conduz a pensar sobre uma concepção numérica de área, em que predomina o quadro numérico.

Do total de alunos, apenas três tentaram responder à questão proposta, sendo que nenhum deles expressou a medida da área em centímetros quadrados, ou seja, fazem confusão entre unidades de medida de comprimento e de área, corroborando com as pesquisas citadas na parte introdutória deste trabalho, no que se refere a utilização inadequada das unidades de medida. Vejamos um exemplo:

Figura 2: Exemplo de uso inadequado da unidade de medida

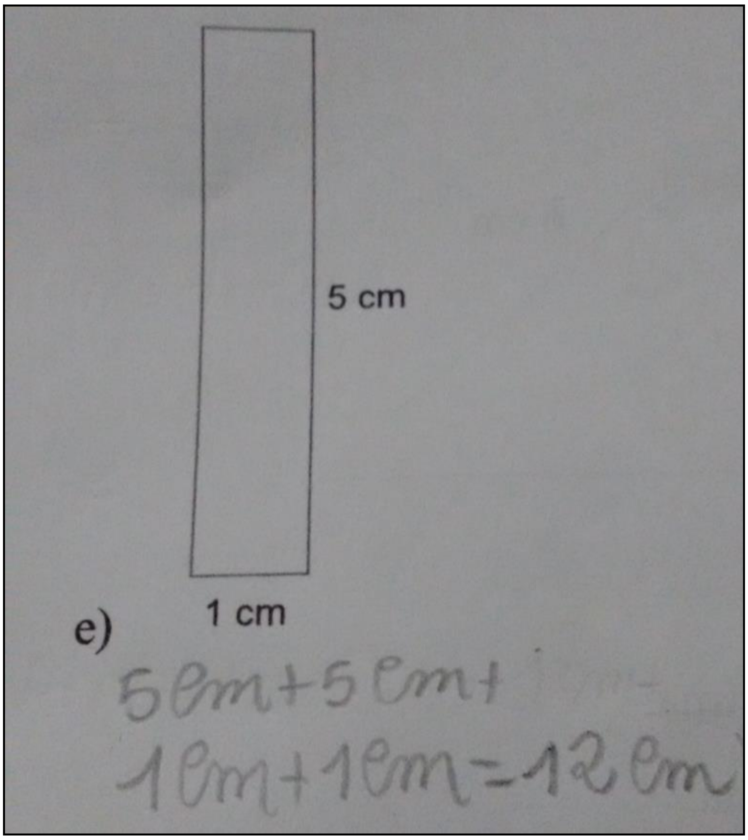


Fonte: Protocolo A1

Nesse item da questão a medida da área é igual a medida do perímetro, ou seja, o número associado a ambos é dezesseis, levando o aluno a mobilizar raciocínios diferentes, mas que conduzem a mesma medida, diferenciando-se apenas pela utilização adequada da unidade de medida.

Dois alunos fizeram confusão entre os conceitos de área e perímetro, somando os dados fornecidos na questão, fato também observado em pesquisas anteriores, como é o caso do estudo realizado por Santos (2005).

Figura 3: Exemplo de um aluno que confundiu os conceitos de área e perímetro

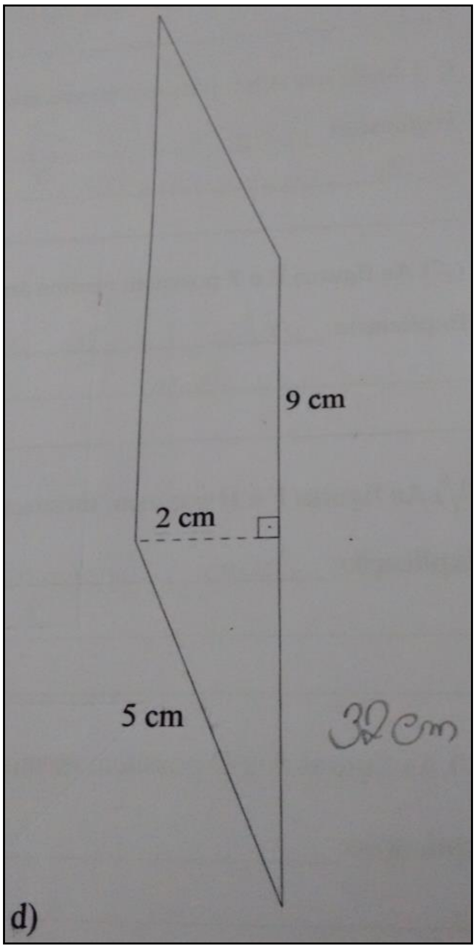


Fonte: Protocolo A2

Na ótica da Teoria dos Campos Conceituais notamos que o aluno possivelmente mobilizou o teorema em ação falso de que a área de uma figura geométrica plana é calculada a partir da soma das medidas dos comprimentos dos seus lados.

Ainda em relação a confusão entre os conceitos de área e perímetro, um aluno, embora não apresente a operação de adição explícita como no exemplo anterior, faz a soma dos dados fornecidos na questão, das medidas dos lados correspondentes e, além disso, duplica a soma das alturas, ou seja, considera que a figura possui duas alturas, conforme podemos observar abaixo:

Figura 4: Exemplo de um aluno que confundiu os conceitos de área e perímetro e somou dados repetidamente



Fonte: Protocolo A1

Percebemos que ele faz (5 + 5 + 9 + 9 + 2 + 2 = 32), ou seja, soma a medida da altura duas vezes como faz com os outros dados numéricos que possuem medidas correspondentes. Esse fato assemelha-se ao que Souza (2013) diagnosticou em sua pesquisa no sentido de que os alunos fazem cálculos de diferentes maneiras, procurando utilizar os dados da questão e, às vezes, medidas inexistentes.

Outro aluno identificou nas questões algumas medidas que representa como L, A e B, que supomos que se refira a largura, altura e base, respectivamente, embora some as medidas em alguns casos. Também houve erros de cálculo numérico e vários itens da questão não foram respondidos, na maioria deles, o item (h). Nenhum aluno expressou fórmulas para calcular a área das figuras, o que contradiz nossas expectativas e o que apontam os documentos de orientação de curricular para esse ano de escolaridade.

Considerações Finais

Fazendo uma retrospectiva, ainda que breve, inicialmente tínhamos o objetivo de analisar como alunos do 9º ano do ensino fundamental lidam com uma situação de medida de área de diferentes paralelogramos (quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos não retângulos e não losangos), de forma mais específica, verificar o desempenho desses alunos e identificar teoremas em ação mobilizados por eles na realização da questão. Acreditávamos ainda que a utilização da fórmula seria o procedimento predominante para esse ano escolar.

A partir da aplicação da questão podemos observar um desempenho insatisfatório para esse nível de ensino no que se refere ao cálculo de área de diferentes paralelogramos. Em relação aos quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1989), observamos forte presença do quadro numérico, com ênfase na medida.

A Teoria dos Campos Conceituais nos possibilitou identificar teoremas em ação errôneos mobilizados pelos alunos, tais como a área de uma figura geométrica plana é calculada a partir da soma das medidas dos comprimentos dos seus lados, e averiguar que o repertório de esquemas desses alunos para o cálculo de área de paralelogramos não está efetivamente construído, mesmo já tendo vivenciado diversas situações relativas ao conteúdo em estudo, conforme preconizam os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco, no qual aponta que o conceito de área deve ser trabalhado a partir do 3º ano do ensino fundamental.

Por fim, sugerimos que sejam efetivamente realizadas intervenções que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem do conceito de área, no sentido de contribuir para melhoria do desempenho desses alunos e ampliar seu repertório de esquemas para lidar com situações que envolvam o cálculo de área de diferentes paralelogramos, uma vez que não tivemos tempo suficiente para desenvolver tal estratégia.

Referências

BALTAR, P. M. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au céllege.** (Tese Doutorado) Grenoble, França: Universidade Joseph Fourier, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental** / Paula Moreira Baltar Bellemain, Paulo Figueiredo Lima. Natal: SBHMata, 2002.

DOUADY R.; PERRIN-GLORIAN M. J. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. Educational Studies in Mathematics**. vol.20, n. 4, p. 387-424, 1989.

FACCO, S. R.; ALMOULOUD, S. A. Uma abordagem de Ensino-Aprendizagem do Conceito de Área. **Anais...** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental:** estudos sob a óptica da teoria dos campos conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife-PE, 2010.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando – Multiplicação e Divisão – contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** 1ª edição, Proem Editora Ltda. São Paulo, 2014.

MUNIZ, C. A. O conceito de "esquema" para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais** / Marilena Bittar, Cristiano Alberto Muniz (organizadores). – 1. ed. – Curitiba: Editora CRV, 2009.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco:** Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2012.

______**Parâmetros na sala de aula.** Matemática. Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2013.

SANTOS, M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo:** um estudo sob a ótica das variáveis didáticas e do contrato didático. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – UFRPE, Recife-PE, 2005.

SILVA, A. D. P. R. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica:** um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife-PE, 2016.

SOUZA, E. R. **Análise de estratégias de alunos do ensino médio em problemas de cálculo de área do paralelogramo.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife-PE, 2013.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar:** um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas.Tese (Doutorado em Educação) – UFPE, Recife-PE,2007.

VERGNAUD, G. La théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, nº 2.3, p. 133-170, 1990.

______. Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN. J. (Ed.). **Didácticas das Matemáticas.** V. 62. Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 1996. p. 155-191[4].

[4] Tradução do texto de Vergnaud: La théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, nº 2.3, p. 133-170, 1990.