

## UM RELATO DE EXPERIÊNCIA USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA PARA ENSINA GEOMETRIA PLANA

Francinário Oliveira de Araújo

*Universidade do Estado do Rio Grande do Norte  
francinariouern@gmail.com*

Jeovano Pereira da Costa

*Universidade do Estado do Rio Grande do Norte  
jeovanocosta85@gmail.com*

Thadeu Cortez de Paiva

*Universidade do Estado do Rio Grande do Norte  
cortezthadeu@gmail.com*

### Resumo

Por causa da dificuldade que os alunos sentem para aprender os conceitos matemáticos, sabemos que não existe uma metodologia que será a salvação para o ensino de matemática, ou seja, não existe uma metodologia que será unânime para o ensino de matemática. Neste trabalho, mostramos formas em que o professor pode inserir um recurso tecnológico como ferramenta facilitadora no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, a saber, o software de geometria dinâmica GeoGebra. Esta ferramenta sem dúvida pode facilitar a assimilação dos conceitos matemáticos. Com o GeoGebra podemos possibilitar experiências e simulações de atividades, que com o uso de caderno e lápis, seria possivelmente impossível. Além disso, os alunos atualmente são “anteados” em todo tipo de tecnologia, então o professor pode fazer uso deste meio para fazer com que seus alunos se interessem mais pela matemática. Diante disso, ministramos um minicurso no qual mostramos como podemos abordar conceitos da geometria plana usando o software GeoGebra, este minicurso teve como público graduandos em matemática do Campus Avançado de Patu – CAP da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN. Iniciamos o minicurso, mostrando os comandos básicos do GeoGebra, quando os participantes assimilaram esses conceitos. Feito isso, apresentamos uma lista de atividades para serem resolvidas usando o software GeoGebra, quando todos terminaram de resolver nós debatemos as resoluções, dando ênfase aos conceitos matemáticos por trás de cada solução. De modo que os participantes percebessem que o GeoGebra apenas ilustrava o problema. O objetivo maior desses minicursos foi o de apresentar propostas de atividades para os graduandos, que em breve serão professores do ensino básico com o intuito de tornar suas aulas de matemática mais dinâmica e atrativa, para todos os envolvidos, no processo de ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática, software Geogebra, Ensino de geometria plana

## INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o impacto das novas tecnologias tem provocado mudanças significativas na vida das pessoas, tanto na área da educação quanto em outros segmentos. Nessa perspectiva, é de fundamental importância que os educadores reflitam sobre essa realidade, repensando na prática para fornecer as ferramentas motivadoras aos alunos e, dessa forma, ajuda-los na construção e convicção do conhecimento.

E com esse intuito, desenvolvemos o minicurso, o qual foi voltado para o uso do software GeoGebra como ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem. A turma do minicurso foi formada por 10 graduandos do curso de Matemática do Campus Avançado de Patu - CAP, os quais nomearemos por P1, P2,..., P10. Mais adiante iremos relatar comentários dos participantes.

O minicurso foi ministrado em dois encontros de 4 horas cada aula, totalizando então 8 horas total. O tempo do minicurso parece pequeno, só que nosso minicurso foi planejado para a resolução de 07 problemas envolvendo conceitos de geometria plana.

Escolhemos o conteúdo de geometria plana por conta que muitos graduandos relatam que, não viram esse conteúdo no ensino médio. Talvez esse seja o motivo de tantas notas baixas na disciplina de Geometria Euclidiana Plana no curso de Matemática no CAP.

Pensando nisso, resolvemos preparar este minicurso para sanar dois pontos, a saber: i) passar alguns conceitos de geometria plana por meio do software GeoGebra; ii) mostrar aos graduandos que em breve serão professores uma forma de usar software no ensino de matemática.

Nosso maior objetivo foi fazer com que os alunos tivessem um maior, ou até mesmo, um primeiro contato com o software GeoGebra. É notório que esta ferramenta é facilitadora do processo de ensino/aprendizagem, pois ao manipulá-lo os alunos assimilam melhor os conteúdos trabalhados pelo professor, além dos alunos prestarem mais atenção na aula.

O GeoGebra é um software bastante conhecido de matemática dinâmica que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores. O software possui recursos que permite trabalhar não somente com a geometria e álgebra, mas como também estatística, cálculo, dentre outros.

Sobre o software Geogebra, o Instituto Geogebra no Rio de Janeiro, integrante do *International Geogebra Institutes* (IGI), apresenta algumas características acerca deste programa, realçando que:

[...] o Geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O Geogebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o Geogebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. (2014, p.1).

O software GeoGebra é uma poderosa ferramenta, e que se usada da maneira correta pode ser um excelente instrumento facilitador no processo de ensino e aprendizagem de matemática. O GeoGebra pode trazer para sala de aula dinâmicas que seriam difíceis ou até impossíveis com o uso apenas de lápis e caderno.

Sobre, os Softwares de geometria dinâmica, NASCIMENTO (2012), afirma que:

A proposta do uso de softwares de geometria dinâmica, no processo de ensino aprendizagem em geometria pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo. (NASCIMENTO, 2012, p. 3).

Nosso objetivo aqui é mostrar algumas atividades para ilustrar alguns conceitos de geometria plana. Por isso, não entraremos em grandes detalhes sobre o GeoGebra. Apresentaremos a interface do software e alguns botões que serão usados nas atividades.

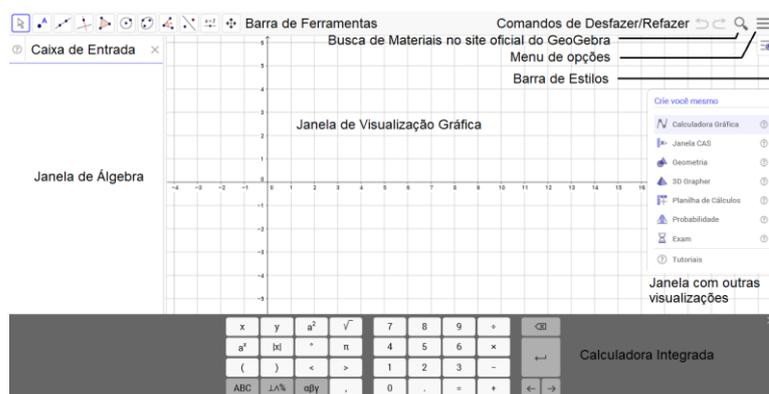


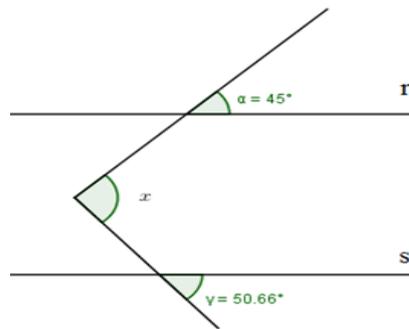
Imagem 1: Interface do *software* GeoGebra

## **METODOLOGIA DA ATIVIDADE**

Procuramos elaborar uma atividade baseada nos principais assuntos da Geometria Plana, esses que geralmente são considerados difíceis, para que ao longo do minicurso pudessem, através do software, compreender de forma dinâmica a aplicação de tais assuntos.

As atividades consistiram em 8 (oito) questões que envolviam conceitos de retas e seus resultados, figuras geométricas e seus resultados e ainda pontos e ângulos e que descreveremos a seguir.

- **Atividade 1:** Nesta atividade, o aluno tinha que construir um triângulo equilátero, suas alturas internas e ainda verificar se suas medidas coincidiam, ou seja, se eram iguais. Construído, teriam que averiguar se o resultado da divisão de qualquer um dos lados por qualquer uma das alturas desse mesmo triângulo se alteravam, justificar e verificar se era válido para qualquer triângulo.
- **Atividade 2:** Já nesta atividade, eles eram para construir triângulos: um equilátero, um isósceles e um retângulo.
- **Atividade 3:** Para solucionar a atividade 4, o aluno teria que construir o baricentro de um triângulo qualquer.
- **Atividade 4:** Na 4ª atividade, por sua vez, era necessário construir um triângulo ABC, sendo BC a hipotenusa, verificar se o teorema de Pitágoras se aplicava e após calcular a distância entre ponto médio M (referente à hipotenusa) e os vértices do triângulo ABC, descrever com suas palavras a propriedade encontrada.
- **Atividade 5:** Já na atividade 5, era dada uma imagem de duas retas paralelas e duas transversais a essas retas. O aluno deveria encontrar o ângulo de interseção dessas transversais.



**Imagem:** Figura da Atividade 5.

**Fonte:** Autoria Própria.

- **Atividade 6:** Após construir um triângulo qualquer, nesta atividade, o aluno deveria construir o baricentro, o incentro e o ortocentro e verificar se esses eram internos ou externos à esse triângulo.
- **Atividade 7:** Para solucionar a atividade 7, o aluno deveria construir um triângulo qualquer ABC. Em seguida classificá-lo de acordo com o tamanho dos lados e determinar os seus ângulos internos.
- **Atividade 8:** Por fim, na atividade 8, o aluno deveria construir um triângulo de lados 2 cm, 3 cm e 4 cm e em seguida verificar se é possível construir outro com medidas 1 cm, 1 cm, 4 cm?

Na fase de aplicação, iniciamos o minicurso apresentando os comandos básicos do GeoGebra, dando mais ênfase aos botões do software que iríamos usar com mais frequência, durante a resolução das atividades propostas. Em seguida, apresentamos as atividades propostas manualmente e através do software, para que os alunos visualizassem e entendessem melhor o propósito do problema.

Após um certo tempo, averiguamos e debatemos o método utilizado por cada aluno para resolver problema, as vezes completávamos com outras formas que poderiam ser usadas. Além disso, sempre buscamos mostrar os conceitos matemáticos que estavam por trás de cada resolução. Este roteiro foi seguido até que todos os problemas fossem resolvidos.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Iremos agora descrever as atividades propostas durante nosso minicurso, iremos organizar essa exposição da seguinte maneira: 1) vamos enunciar o problema proposto para o minicurso; 2) o resultado que esperávamos obter com a atividade;

3) colocaremos algumas respostas dadas pelos participantes do minicurso.

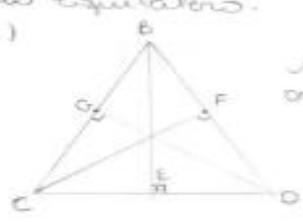
### Atividade 01:

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade que os participantes, percebessem que: no item b-i) o resultado da divisão era independente do valor dos lados do triângulo, e esse valor é sempre 32. Para o item b-ii) não altera por causa da relação entre a altura e o lado de um triângulo equilátero, que é  $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ . Para item b-iii) a divisão sempre se altera, pois o que garantia que o resultado não alterava era justamente a relação entre o lado e a altura do triângulo equilátero. Para o item b-iv) mesmo motivo do item anterior.

### Resposta dos alunos:

1. Utilizando a ferramenta de polígonos regulares, construí um triângulo equilátero.

a)



As medidas das alturas coincidem, já que os lados são iguais.

b)  $\frac{l}{h} = \frac{3,41}{2,95} = 1,15$ .

- Não.
- Sendo  $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ , temos:

$$\frac{l}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = k \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Racionalizando, temos:  $\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1,15$ .

- Não, pois como as alturas e lados são iguais no triângulo equilátero, em um triângulo qualquer, isso pode não acontecer, então o resultado pode ser diferente dependendo de qual lado e qual altura se utiliza.
- A razão entre os lados iguais e a altura relativa à base, é de 3:17. A razão entre os lados iguais e suas respectivas alturas é de 1,15. A razão entre a base e a altura relativa à ela é de 1:2. Logo, vemos que a relação não se aplica.

Podemos observar que os alunos compreenderam e verificaram as características e propriedades de um triângulo equilátero, e souberam solucionar corretamente através do software.

### Atividade 02:

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade que os participantes consigam não apenas usar os comandos do GeoGebra para as construções, mas também tenham total domínio dos conceitos matemáticos envolvidos em cada construção. Uma vez que, quando se trata de usar tecnologia no ensino de matemática, não podemos esquecer de passar para os alunos os conceitos matemáticos envolvidos nas atividades propostas.

### Resposta dos alunos:

2) Triângulo isósceles: O ponto de um segmento de reta quaisquer, pode ser traçado a mediatriz relativa a esse segmento, a distância do ponto é igual a distância entre o ponto e a mediatriz.

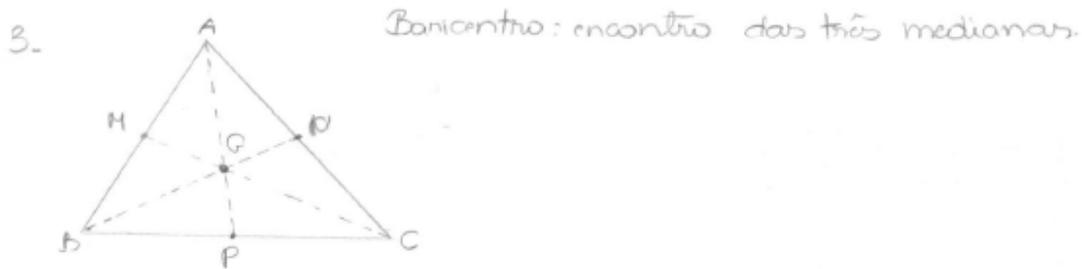
Triângulo equilátero = usando o Ferramenta (Polígono regular) que os lados vai ser igual, logo será equilátero. (ponto) pela Ferramenta do (cm) os lados vai ser igual.

Triângulo retângulo = usando o segmento de reta, colocando uma perpendicular relativa ao um ponto desse segmento e fechando a figura como um triângulo vai obter um triângulo retângulo.

O triângulo é uma das formas geométricas mais importantes no estudo da geometria e é bastante utilizado em construções. Com essa resolução, pudemos perceber que os alunos dominavam os conceitos de triângulos, quanto às suas classificações.

### Atividade 03:

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade apenas que os participantes, utilizassem os comandos do GeoGebra para resolver o problema.



Os pontos notáveis de um triângulo são elementos importantes na estrutura de formação e de caracterização dessa forma geométrica. Com essa construção, pudemos observar o domínio do conteúdo, e a facilidade com que tiveram em construir um triângulo e determinar o seu baricentro, que é o encontro das medianas.

#### Atividade 04:

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade que os participantes, percebessem que: no item a) o GeoGebra serve para ilustrar de maneira iterativa o tão famoso Teorema de Pitágoras. Para o item d) que o ponto médio da hipotenusa é equidistante dos vértices do triângulos retângulos. Além disso, os participantes poderiam perceber que existe uma circunferência cuja hipotenusa é o diâmetro.

#### Resposta dos alunos:

$$\begin{array}{l}
 4.a) \overline{AB} = 6 \\
 \overline{BC} = 10 \\
 \overline{AC} = 8 \\
 10^2 = 6^2 + 8^2 \\
 100 = 36 + 64 \\
 100 = 100 \checkmark
 \end{array}$$

$$c) \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5 \text{ cm}$$

b) A distância de M aos vértices é igual.

O Teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática. Ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo. Nessa atividade, em que enfoca a construção de tal triângulo, os participantes com facilidade construíram o triângulo e verificaram o Teorema de Pitágoras. Observaram também, que, a distância do ponto médio aos vértices é igual.

**Atividade 05:** Com o GeoGebra, sabendo que as retas  $r$  e  $s$  na figura abaixo são paralelas, construa a imagem no programa e determine o valor de  $x$ .

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade apenas que os participantes, utilizassem os comandos do GeoGebra para resolver o problema.

**Resposta dos alunos:**

5. Traçando uma paralela que corte o vértice  $x$ , temos  $X'$  e  $X''$   
 $X'$  é correspondente a  $45^\circ$  e  $X''$  é correspondente a  $50,66^\circ$   
 $x = X' + X''$   
 $x = 45 + 50,66^\circ$   
 $x = 95,66^\circ$



Na atividade número 05, os participantes demonstraram ter compreendido o que são retas paralelas, dominando o conteúdo de ângulos complementares e suplementares.

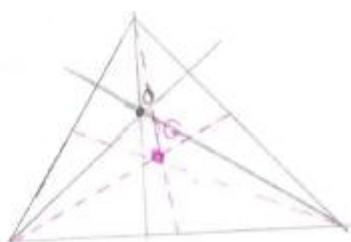
**Atividade 06:**

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade que os participantes, percebessem que a posição do baricentro, do incentro e do ortocentro estão diretamente relacionadas com os ângulos do triângulo.

**Resposta dos alunos:**

$x = 95,66^\circ$

6. Incentro  $\circ$  é interno  
 Baricentro  $\circ$  é interno  
 Ortocentro: interno também  $\circ$



Com essa atividade, foi possível verificar o domínio de Pontos Notáveis, por parte dos participantes, e observando quando os encontros forem internos ou externos.

**Atividade 07:**

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade apenas que os participantes,

percebessem uma ótima maneira de ilustrar para os alunos, as classificações dos triângulos quanto aos lados e os ângulos.

**Resposta dos alunos:**

7. a) escaleno, lados: 10, 13; 768; 6, 51  
b)  $\hat{A} = 90,77^\circ$   
 $\hat{B} = 49,28^\circ$   
 $\hat{C} = 39,95^\circ$

A partir dessa atividade, pode-se observar o domínio do conteúdo de classificação quanto aos triângulos.

**Atividade 08:**

**Resultado Esperado:** Esperávamos com essa atividade apenas que os participantes, percebessem que a construção do triângulo na segunda parte da atividade é impossível, pela desigualdade triangular.

**Resposta dos alunos:**

8. Utilizando a ferramenta "segmento com comprimento fixo", criei 3 segmentos de comprimentos 2, 3 e 4, depois liguei-os formando um triângulo obtusângulo e escaleno. Não é possível construir um triângulo de 1, 1 e 4 cm. Pois um lado deve ser menor que a soma dos outros dois, e  $4 > 1 + 1$ .

Observou-se que para a resolução dessa questão o aluno também se utilizou do software geogebra reforçando suas respostas por meio dos conceitos de desigualdade triangular, uma condição de existência de um triângulo é que a soma das medidas de dois lados quaisquer tem de ser maior que a medida do outro lado.

**CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Até mesmo quem não é da área de educação, sabe o quanto é difícil ensinar e/ou aprender os conceitos matemáticos. E essa dificuldade existe em todos os níveis de ensino, ou seja, desde o ensino básico até o ensino superior.

Para muitos alunos, a matemática é considerada uma disciplina “chata”. É claro que existem muitos fatores para esse quadro existir. Muitas vezes os alunos já ouvem desde sempre que matemática é complicada de mais, e que apenas pessoas inteligentes conseguem entender seus conceitos.

Além disso, o fato de muitos professores ainda usarem o apenas o sistema tradicional de ensino, aquela metodologia, onde o professor é detentor do conhecimento e que os alunos são apenas receptores de conhecimento. Onde, o que é mais “cobrado” dos alunos é que eles decorem e apliquem fórmulas matemáticas durante as avaliações. Acreditamos que, este tipo de quadro é mais um empecilho no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Assim, cabe ao professor buscar metodologias diferenciadas de modo que suas aulas fiquem mais dinâmicas e atrativas para os alunos. E desta forma, o aluno passe a ser bem mais que apenas um espectador das aulas, e passe a ser um agente transformador do conhecimento.

Neste trabalho, mostramos como pode ser usado o software GeoGebra para ensinar conceitos matemáticos sobre geometria plana. É notório que, podemos facilmente citar vários conceitos matemáticos que podem ser trabalhados através deste software poderoso.

Com base nos debates durante os encontros, percebemos que os participantes, se mostraram bem entusiasmados para conhecer todas as possibilidades do software GeoGebra. Podemos afirmar, que para maior parte dos participantes: o uso deste software é um excelente facilitador no processo de ensino e aprendizagem.

Por fim, temos certeza que essa proposta foi bem proveitosa para os participantes, pois eles tiveram uma mostra das possibilidades que podem ser usadas em suas futuras salas de aula. Uma vez que os participantes da atividade serão futuros professores.

## **REFERÊNCIAS**

BENTO, H. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico com a Construção de Figuras Geométricas Planas Utilizando o Software Geogebra**. 258 f. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Disponível em: < <http://www.biblioteca.pucminas.br>

/teses/EnCiMat\_BentoHA\_1.pdf >. Acesso em: 17 de jun. de 2017.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações.** 2. ed. – São Paulo: Ática, 2013.

Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro. Disponível em: < <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/index.html>>. Acesso em: 14 de jun. de 2017.

DOLCE, O.; POMPEU, J.N. **Fundamentos de Matemática Elementar.** 5.ed. São Paulo: Atual, 1993.10v.

MACHADO, R. M. **A Visualização na Resolução de Problemas de Cálculo Diferencial e Integral no Ambiente Computacional MPP.** 2008, 289f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas: 2008.

NASCIMENTO, E. G. A. do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de Geometria: reflexão da prática na escola.** In: Conferencia Latino americana de GeoGebra, 2012, Uruguai. Disponível em:< [www.geogebra.org.uy/2012/actas/67.pdf](http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/67.pdf) >. Acesso em: 14 jun. 2017.

NETO, Areft Antar. et al. **Geometria Plana e Espacial - Coleção Noções de Matemática.** v.5. Fortaleza: Ed. Vestseller, 2010.