MÉTODO “CUCA LEGAL” PARA CALCULAR RAÍZES QUADRADAS.

Autor: Andreilson Oliveira da Silva; Coautores: Edson de Souza Soares Neto; Jonaldo Oliveira de Medeiros; Elionardo Rochelly Melo de Almeida

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – Campus Currais Novos; e-mail: andreilson.oliveira@ifrn.edu.br

A raiz quadrada de x é simbolizada por $\sqrt{x}$, a mesma é considerada por muitos matemáticos como uma importante operação matemática, assim como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes. Neste trabalho, a partir de uma pesquisa bibliográfica, iremos apresentar uma “nova” forma de calcular a raiz quadrada que é abordada nas nossas escolas atualmente, afim de ampliar o leque de possibilidades de métodos para extração de raízes e sua utilização por alunos e docentes. Trata-se do método apresentado pelo matemático Jonofon Sérates. Batizado pelo autor de “Cuca Legal” promete facilitar o algoritmo usual conhecido na escola de tal forma que a partir de subtrações qualquer pessoa consiga encontrar o valor da raiz quadrada de um número positivo. O método na verdade é uma adequação ao conhecido método chinês de extrair raízes.

Palavras Chave: Raízes Quadradas, Algoritmo, Matemática.

INTRODUÇÃO

A raiz quadrada de x é simbolizada por $\sqrt{x}$, a mesma é considerada por muitos matemáticos como uma importante operação matemática, assim como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes, ressaltando.

O objetivo deste trabalho é descrever o método apresentado pelo matemático Jonofon Sérates, batizado pelo mesmo de “Cuca Legal” com o intuito de subsidiar alunos e professores de matemática da Educação Básica, afim de passar informações que os levem a correta manipulação desse algoritmo de extração de raízes e, consequentemente oportunizando, assim, uma ampliação do conhecimento.

METODOLOGIA

O desenvolvimento desse trabalho foi realizado a partir de uma pesquisa bibliográfica, que se define como a *modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas de estudos ou processos tendo como material de análises documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos* [2, p.71]. Dessa forma a pesquisa bibliográfica tem como objetivo o de conhecer e analisar as principais contribuições teóricas existentes sobre um tema em específico (ver [4]).

Nos aprofundamos no tema a partir do estudo dos artigos de João Bosco Pitombeira de Carvalho (ver [1]), publicado na X SBEM e de Bernard Hodgson (ver [3]) que foi publicado na Revista Gazeta de Matemática da Sociedade Portuguesa de Matemática, para estudar o método aqui descrito foi estudado o livro do Professor Jonofon Sérates, bem como assistidos vídeos de entrevistas dadas pelo professor.

MÉTODO “CUCA LEGAL”

O método aqui descrito foi apresentado pelo matemático sergipano Jonofon Sérates, Doutor em Matemática pela Universidade Federal de Brasília (ver [5]). O pesquisador o batizou de “Método Cuca Legal”.

Como exemplo, vamos extrair a raiz quadrada de 1024.

1º Passo: Separar os algarismos de dois em dois da direita para a esquerda.

$$\sqrt{10'24}$$

2º Passo: Do número que fica à esquerda, mais próximo a abertura do radical, iniciar a subtração pela sequência de números ímpares até que a subtração não seja mais definida no conjunto dos números naturais (IN). A quantidade de subtrações realizadas é o primeiro algarismo da raiz quadrada procurada.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} \\ \underline{-1} \\ 9 \\ \underline{-3} \\ 6 \\ \underline{-5} \\ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 3 \\ \underline{-1} \\ 9 \\ \underline{-3} \\ 6 \\ \underline{-5} \\ 1 \end{array}$$

3º Passo: Para prosseguir abaixar a dezena formada seguinte, imediatamente, à direita e juntar com o resto das subtrações anteriores. Colocar o número 01 abaixo das unidades do número 124 e somar o último ímpar que apareceu dentre as subtrações com valor 1 colocando o resultado ao lado esquerdo do número 1 no resto. Ou seja, fica 5 (último ímpar que foi subtraído) + 1 (fixo) = 6, colocar esse valor ao lado do algarismo 1 formando 61 para reiniciar a subtração.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 3 \\ -1 \\ \hline 9 \\ -3 \\ \hline 6 \\ -5 \\ \hline 124 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 3 \\ -1 \\ \hline 9 \\ -3 \\ \hline 6 \\ -5 \\ \hline 124 \\ -61 \\ \hline 63 \\ -63 \\ \hline 0 \end{array}$$

4º Passo: A quantidade de subtrações realizadas é o segundo algarismo do resultado.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 32 \\ -1 \\ \hline 9 \\ -3 \\ \hline 6 \\ -5 \\ \hline 124 \\ -61 \\ \hline 63 \\ -63 \\ \hline 0 \end{array}$$

Para justificar o método é fácil perceber que podemos escrever qualquer número quadrado perfeito como a soma dos n primeiros números ímpares menores que o valor que se quer encontrar a raíz quadrada.

Ou seja,

$$a_1 = 1 \; a_n = 2n - 1 \Rightarrow a_{31} = 2 \cdot 31 - 1 = 61 a_2 = 1 + 3 = 4 \; :::$$

$$k = 1 + 3 + 5 + 7 + ::: + an$$

Assim, é fácil observar que o 2º membro da última equação é a soma dos termos de uma progressão aritmética onde o $a_1 = 1$ e a razão $r = 2$, daí,

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$a_n = 2n - 1$$

E a soma é dada por

$$k = \frac{(a_1 + 2n - 1) \cdot n}{2} \qquad\qquad n = \sqrt{k}$$

O valor de n é o número de parcelas da soma da progressão aritmética.

Geometricamente a ideia é ir completando o quadrado com os números ímpares organizando-os de forma a “desgastar” a área inicial (figura 1).

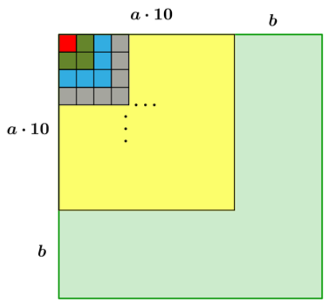

Figura 1: Interpretação Geométrica para o método apresentado pelo professor Jonofon Serates

Logo a $\sqrt{1024}$ pode ser escrita na forma ab, onde teríamos $a \cdot 10 \ + \ b$. E daí,

$$a \cdot 10 \leq \sqrt{1024} \quad a_n \ = \ 2n - 1 \Rightarrow a_{31} \ = \ 2 \cdot 31 - 1 = 61 \quad a^2 \cdot 10^2 \leq 1024$$

$$a_n \ = \ 2n - 1 \Rightarrow a_{31} \ = \ 2 \cdot 31 - 1 = 61 \quad 1024 - a^2 \cdot 10^2 \leq 0$$

Dessa forma fica fácil ver que o valor de a^2 é 9 porém o número de termos é exatamente o valor de a, ou seja, 3.

$$a_{\ 2} = \ 9 \ = \ (1 \ + \ 3 \ + \ 5)$$

Assim, ficamos com $30^2 \ < \ 1024$ o que significa dizer que a soma dos 30 primeiros números ímpares é o maior quadrado perfeito múltiplo de dez menor que o valor que desejamos extrair a raiz quadrada.

A ideia de sempre reiniciarmos a subtração colocando o número 1 na casa das unidades, dá-se pelo fato da quantidade de ímpares subtraída na verdade ser múltipla de dez. Logo, sempre o último número ímpar subtraído na sequencia tem sua unidade igual a nove e, consequentemente, temos de reiniciar a subtração a contar do algarismo das unidades igual a um.

De fato, seja n um múltiplo de dez, logo podemos escrevê-lo na forma $n \ = \ k.10i$ com k e i números naturais.

$$a_{k \cdot 10^i} \ = \ 2k \cdot 10^i \ - 1$$

Como $2k \cdot 10^{i}$ é múltiplo de 10, ao subtrairmos 1, obrigatoriamente, o resultado será um número com o algarismo das unidades igual a 9.

Outra situação é a de adicionarmos o último ímpar subtraído a um e escrevermos no “novo” número ímpar ao lado do número 1 comentando anteriormente.

Como a quantidade é múltipla de dez e o último ímpar é o terminado na unidade 9, todos os outros ímpares que iniciavam com o aquele já subtraído foram computados. Posso escrever, agora, a nova inequação $1024 - (30 + b)^2 \geq 0$, assim falta descobrir o valor de b.

Para continuar com o mesmo processo de ir diminuindo os números ímpares precisamos encontrar qual o próximo número ímpar a ser subtraído do resto da operação de 1024 – 900, porém já visualizamos que foram utilizados 30 números ímpares, e dessa forma, o próximo será o 31º , ou seja,

$$a_n = 2n - 1 \Rightarrow a_{31} = 2 \cdot 31 - 1 = 61$$

$$124 - 61 = 63 \; a_n = 2n - 1 \Rightarrow a_{31} = 2 \cdot 31 - 1 = 61 63 - 63 = 0$$

Como o resultado deu zero significa dizer que a soma da sequência de números ímpares “esgotou” o quadrado inicial. E que o valor de b é a quantidade de números ímpares que faltava para que isso acontecesse, dessa forma, b = 2 e $\sqrt{1024} = 32$.

Mas se a raiz não for exata, um número irracional por exemplo. Vamos extrair a raiz quadrada de 2 com aproximação de 3 casas decimais.

$$
\begin{array}{rl}
\sqrt{2} = 1{,}414 & \\
\underline{-1} & \\
100 & \text{acrescentamos 2 zeros para } 1^{\underline{a}} \text{ casa decimal} \\
\underline{-21} & \\
79 & \text{Próximo ímpar}: 1 \cdot 20 + 1 = 21 \\
\underline{-23} & \\
56 & \\
\underline{-25} & \\
31 & \\
\underline{-27} & \\
400 & \text{acrescentamos 2 zeros para } 2^{\underline{a}} \text{ casa decimal} \\
\underline{-281} & \text{Próximo ímpar}: 14 \cdot 20 + 1 = 281 \\
11900 & \text{acrescentamos 2 zeros para } 3^{\underline{a}} \text{ casa decimal} \\
\underline{-2821} & \text{Próximo ímpar}: 141 \cdot 20 + 1 = 2821 \\
9079 & \\
\underline{-2823} & \\
6256 & \\
\underline{-2825} & \\
3431 & \\
\underline{-2827} & \\
604 &
\end{array}
$$

Para extrairmos raízes quadradas irracionais ou não exatas, procedemos, completando com dois zeros e os associando às casas decimais.

CONCLUSÃO

A grande percepção desse método é a associação com a soma da sequência dos números ímpares menores que o valor da raiz procurada que resulta em um número quadrado o que facilitou a extração das raízes.

O método descrito pelo matemático promete facilitar o algoritmo usual conhecido na escola de tal forma que a partir de subtrações qualquer pessoa consiga encontrar o valor da raiz quadrada de um número positivo.

O método, como todos os outros também se torna exaustivo para números elevados e para aproximações com necessidade de muitas casas decimais, mas serve como mais um método que busca simplificar o cálculo das raízes quadradas exatas ou não e, dessa forma, vale a pena ser ensinado nas escolas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] CARVALHO, J. B. P. de., A raiz quadrada ao longo dos séculos. V Bienal da SBM, 2010. João Pessoa, PB, 2010.

[2] FIORENTINI, D.; LORENZATO, S., Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos, Campinas: Autores Associados, 2006.

[3] HODGSON, B. Uma breve história da quinta operação. Gazeta de Matemática, 2008. Portugal, n. 156, p. 07?30, 2008. Disponível em: <http://gazeta.spm.pt-/_chagazeta?id=156>. Acesso em: 2 mar. 2013.

[4] SERATES, J., Métodos cuca legal. São Paulo: Editora Teixeira 2011.

[5] KOCHE, J. C., Fundamentos de metodologia científica: Teoria da Ciência e Prática da pesquisa, Petrópolis: Vozes, 2001.