



**II CONEDU**  
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

## **O USO DE PROVAS E DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS E SUAS VERIFICAÇÕES NO APLICATIVO GEOGEBRA**

Marcella Luanna da Silva Lima<sup>1</sup>; Abigail Fregni Lins<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual da Paraíba – marcellaluanna@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Estadual da Paraíba – bibilins2000@yahoo.co.uk

### **Introdução**

Nossa pesquisa em andamento é fruto de um Projeto intitulado *Trabalho colaborativo com professores que ensinam Matemática na Educação Básica em escolas públicas das regiões Nordeste e Centro-Oeste*, que faz parte do Programa Observatório da Educação OBEDUC/CAPES. Este Projeto é em rede, ou seja, possui três núcleos, um na UFMS, outro na UEPB e outro na UFAL. Na UEPB contamos com uma equipe de 20 pessoas, dentre essas 5 mestrandos, 7 professores da educação básica e 8 graduandos da UEPB, mais a coordenadora Abigail Fregni Lins. Nesse projeto, o trabalho é de cunho colaborativo e fazemos parte da equipe de *Provas e Demonstrações na Educação Matemática*. Essa equipe é composta por 5 membros, sendo 2 mestrandos, 1 professor da educação básica e 2 graduandos da UEPB e estudamos três perspectivas: provas e demonstrações, aplicativos e trabalho colaborativo.

Nossa equipe *Provas e Demonstrações na Educação Matemática* atua na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Carlota Barreira, localizada na cidade de Areia – Paraíba (PB), a qual consta com 6 professores de Matemática, sendo dois deles integrantes da nossa equipe. Dessa forma, atuamos nos três anos do Ensino Médio (1º, 2º e 3º anos) e buscamos analisar as percepções dos alunos em relação à Geometria quando trabalham com provas e demonstrações aliadas ao aplicativo GeoGebra.

Com as leituras realizadas em equipe e individuais, percebemos que as pesquisas em andamento no Brasil mostram que as provas e demonstrações matemáticas ainda são assuntos pouco abordados nas aulas de Matemática da Educação Básica (ALMOULOUUD 2007, NASSER e TINOCO, 2003). Mesmo sendo as provas e demonstrações em Matemática uma das competências indicadas nos PCN para o Ensino Fundamental e Médio, Aguilar Jr e Nasser (2012) nos afirmam que as avaliações internas no Brasil, a exemplos da Prova Brasil e o ENEM, e as avaliações internacionais, como o PISA (Programme for International Student Assesment), mostram que nossos alunos não dominam a Matemática.



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Além disso, de acordo com Fusco, Silva e Almouloud (2007), verifica-se que não se dá ênfase ao ensino de demonstrações em Matemática. Ao contrário do que se pede nos PCN, que de acordo com Jahn, Healy e Pitta Coelho (2007), a preocupação com a argumentação e a produção de uma prova pode ser encontrada neles (Brasil, 1998), o qual recomenda que o currículo de Matemática deva contemplar experiências e atividades que possibilitem aos alunos o desenvolvimento e a comunicação de argumentos matematicamente válidos.

Dessa forma, para que a utilização das provas e demonstrações matemáticas voltem a ter um papel significante na aprendizagem dos alunos, é necessário tomarmos conhecimento de que, segundo Balacheff (2000), a educação para prova matemática não deve iniciar enfatizando a forma, mas pelo seu significado como atividade matemática. Ou seja, os alunos e os professores devem ver a prova matemática como uma atividade que está intrinsecamente relacionada à própria Matemática, a qual não pode ser vista separada desta área de conhecimento.

Nesse sentido, concordamos que ensinar por meio de uma prova “consiste em mostrar ao educando a validade da declaração feita, exibindo as etapas do processo dedutivo, para assim desenvolver no educando o raciocínio lógico-dedutivo” (AGUILAR JR e NASSER, 2012, p. 136). Para que isso seja feito de forma correta, sem exigir demasiado dos alunos, é necessário entendermos que a argumentação lógico-dedutiva não é uma habilidade que pode ser ensinada em algumas aulas, isto é, o processo de argumentação, justificação, explicação até chegar a prova deve ser desenvolvido desde os primeiros anos, ao longo de toda escolaridade, em uma constante gradação dos níveis de argumentação, com o intuito de conduzir o aluno a construir justificativas que possam ser aceitas como provas de resultados matemáticos.

À vista disso, pensamos em realizar uma pesquisa que motivasse os alunos a argumentarem, justificarem e provarem com mais frequência alguns enunciados da Geometria, aliando a sua verificação no aplicativo GeoGebra. Dessa forma, nosso objeto de estudo centrou nos alunos de 2º Ano do Ensino Médio, onde buscamos investigar as percepções desses alunos em relação à Geometria, quando trabalham com provas e demonstrações matemáticas após a utilização do aplicativo GeoGebra.

### **Metodologia**

Como mencionado na introdução, nosso trabalho no Projeto OBEDUC/CAPES é de cunho colaborativo e tomamos como referência para este trabalho a escrita de Ibiapina (2008), uma vez que todos têm voz e vez dentro deste Projeto, como também temos pesquisadores, professores da educação básica e graduandos trabalhando juntos. Sabendo que não há hierarquia e que todos trabalham juntos para o desenvolvimento da pesquisa, compreendemos que o trabalho colaborativo satisfaz as necessidades de formação dos professores e as necessidades investigativas dos pesquisadores, já que envolve os participantes em processos



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

de reflexão sobre suas práticas, proporcionando a partilha de experiências e ideias e mobilizam a ampliação do nível de aprendizagem docente.

Além disso, as estratégias escolhidas para abordagem metodológica consistiu, primeiramente, de uma pesquisa bibliográfica e um estudo dessas, com o intuito de aprimorar mais os conhecimentos com relação ao ensino e aprendizagem da Geometria, a utilização das provas e demonstrações nas aulas de Matemática, e a verificação dessas demonstrações no aplicativo GeoGebra. Dessa forma, este estudo norteou a escolha dos referenciais teóricos que nos auxiliou na elaboração da Proposta Didática e na análise dos dados (LAKATOS e MARCONI, 2008).

Nossa Proposta Didática foi dividida em quatro partes, as três primeiras continham questões que levavam os alunos a argumentarem, justificarem e provarem seus resultados matemáticos e a última continha questões que iriam nortear o trabalho com o aplicativo GeoGebra. A primeira parte continha oito questões sobre o Teorema de Pitágoras, a segunda com três questões a respeito do Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um triângulo, a terceira com duas questões sobre o Teorema do Ângulo Externo e, finalmente, a quarta com cinco questões orientadoras sobre o Teorema de Pitágoras e o Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um triângulo, para o trabalho no aplicativo GeoGebra. Dessa forma, totalizando 18 questões.

A metodologia adotada faz parte da pesquisa qualitativa (BOGDAN e BIKLEN, 2003), por meio da qual elaboramos nossa Proposta Didática e fizemos um estudo de caso com duplas de alunos da turma de 2º Ano do Ensino Médio, no período da tarde, da Escola Estadual Carlota Barreira, localizada em Areia-PB, a qual analisaremos a prática das provas e demonstrações por parte dos alunos, como também a verificação das mesmas no aplicativo GeoGebra.

Dessa forma, dividimos nossa fase de trabalho na Escola em três momentos. esse modo, dividimos nossa fase de trabalho na Escola em três momentos. No primeiro momento, propomos a redação sobre Provas e Demonstrações Matemáticas, na qual os alunos estavam livres para escreverem o que pensam e sabem a respeito desse tema. Além disso, fizemos uma revisão de alguns conteúdos relacionados a triângulos, como definição, classificações quanto aos lados e ângulos, tipos de triângulos, entre outros, que possivelmente iriam auxiliar a responder as atividades da Proposta.

No segundo momento, trabalhamos as Partes I e II da Proposta Didática, que diz respeito aos assuntos de Teorema de Pitágoras e Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um triângulo. No último momento, trabalhamos as Partes III e IV da Proposta, que versam sobre o Teorema do Ângulo Externo e atividades a serem realizadas no GeoGebra. Esta Parte IV foi desenvolvida somente pela turma de 2º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual Carlota Barreira.



# II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Dessa forma, durante esses dois últimos momentos de aplicação da Proposta, realizamos o estudo de caso, buscando observar as concepções dos alunos com relação aos conteúdos de Teorema de Pitágoras e Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um triângulo ao utilizarem provas, demonstrações e as verificações no aplicativo GeoGebra. Para isso, utilizamos fotos e áudios nos momentos de desenvolvimento das atividades, como também utilizamos notas de campo, feitas a partir das observações durante a aplicação da nossa Proposta (BOGDAN e BIKLEN, 2003; LAKATOS e MARCONI, 2008).

## Resultados e Discussão

Em nossa pesquisa consideramos que provas e demonstrações não são palavras sinônimas, isto é, tomaremos a prova em um significado mais amplo, podendo ser entendida como um discurso para estabelecer a validade de uma afirmação, não necessariamente aceita no domínio matemático. Dessa forma, as justificativas encontradas nas produções dos alunos serão aceitas dentro do contexto escolar dos mesmos, em termos do raciocínio envolvido, mesmo sabendo que muitas vezes estes não consigam atingir a formalização necessária. Já a demonstração ou prova formal será considerada um tipo de prova aceita pela comunidade dos matemáticos, a qual é baseada em um conjunto de axiomas e de outras propriedades já demonstradas, devendo ser obtida por meio de um processo hipotético-dedutivo.

Para análise dos dados, estamos considerando os quatro tipos de provas propostos por Balacheff (2000), somando a definição de prova ingênua de Gila Hanna, uma vez que iremos considerar o grau de maturidade e a idade dos alunos, como também consideraremos que os alunos não são incentivados a trabalharem com as provas desde cedo, o que torna inviável esperar que os mesmos provem formalmente determinadas afirmações.

Sobre os quatro tipos de provas propostos por Balacheff (2000): o *empirismo ingênuo* centra na validade de uma conjectura baseada em observações de um pequeno número de casos; a *experiência crucial* consiste na colocação da generalização de modo explícito, ou seja, o aluno realiza experiências como no empirismo ingênuo, porém aqui ele começa a tomar consciência de que está em busca de um resultado geral; o *exemplo genérico* centra no trabalho sobre um objeto particular, mas o aluno tem em mente a classe de objetos do qual o primeiro é um representante, ou seja, nesse tipo de prova, o aluno já busca a generalização baseada em exemplos, procurando justificá-la com a teoria geométrica; e a *experiência crucial* consiste em interiorizar a ação e separá-la de seu representante particular, isto é, o aluno não faz mais referência ao caso particular e a afirmação é elaborada para uma classe de objeto e a sua validação é inteiramente sustentada pela teoria.

Além desses tipos de prova, consideramos outros tipos propostos por Nasser e Tinoco (2003), que dizem respeito à *justificativa pragmática*, onde o aluno atesta a veracidade de uma afirmativa com alguns exemplos particulares; a *recorrência a uma autoridade*, isto é, o



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

aluno afirma que algo é verdadeiro porque o professor falou ou porque está no livro; o *exemplo crucial*, onde o aluno desenvolve através de um exemplo o raciocínio que poderia fazer no caso geral; e a *justificativa gráfica*, na qual o aluno mostra por meio de uma figura por que o resultado é verdadeiro.

Nesse sentido, ao analisarmos os dados percebemos, primeiramente, que os alunos se intimidaram ao folhear a nossa Proposta Didática, uma vez que, segundo eles, continham muitas questões a serem resolvidas, mesmo tendo dividido a resolução da proposta em dois momentos, nos quais eles não iriam fazer mais de dez questões no dia. Além disso, percebemos que a maioria não resolveu as questões, deixando grande parte das questões em branco.

Tivemos um pequeno imprevisto durante a aplicação, uma vez que em um dia da aplicação foi dado como feriado nas escolas estaduais, não tendo ônibus para levar os alunos até a escola. Dessa forma, no primeiro momento da aplicação tínhamos dez duplas de alunos e no segundo momento tivemos três duplas de alunos, visto que a maioria dos alunos é da zona rural e não tinham como ir à escola por conta da falta de ônibus.

Percebemos, inicialmente, nas escritas das três duplas de alunos que estiveram presentes nos dias de aplicação da Proposta que eles não conseguiram explicar de forma coerente às suas colocações nem tampouco desenvolver seu raciocínio matemático, estando, nesse caso, no empirismo ingênuo proposto por Balacheff (2000). Além disso, percebemos que os alunos esqueceram-se dos conteúdos vistos nos anos anteriores, uma vez que não conseguiram desenvolver muitas das questões relacionadas às áreas de figuras geométricas, a construção de triângulos, entre outras.

### Conclusões

Em vista de toda essa discussão e análises iniciais de nossa pesquisa, percebemos que se faz necessário modificar o ensino e aprendizagem da Matemática, visto que notamos que os alunos não conseguem assimilar a importância dos mesmos para suas vidas nem conseguem explicar o porquê de um simples resultado. Lembramos que a argumentação não é importante somente para a Matemática, mas também para formarmos cidadãos críticos e conscientes em uma sociedade moderna e globalizada que necessita de trabalhadores e pesquisadores atualizados em seus estudos, perspectivas e afirmações. Ou seja, nossos alunos devem ser capazes de argumentar, justificar, explicar, provar e demonstrar seus resultados, seus raciocínios e pensamentos em todos os âmbitos da vida.

Portanto, acreditamos que é importante e necessário se trabalhar com as provas e demonstrações matemáticas em sala de aula com o aluno, uma vez que se começarmos desde os primeiros anos de escolaridade, levando o aluno a pensar, argumentar e justificar suas ideias, e assim aumentando o nível de raciocínio ano após ano, considerando sua faixa etária e



# II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

seus conhecimentos matemáticos, estaremos ajudando a formar um cidadão crítico e capaz de defender suas ideias e argumentos, não só matematicamente, mas também socialmente.

## Referências Bibliográficas

AGUILAR JR, C. A.; NASSER, L. Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental. *Vidya*, v. 32, n. 2, p. 133-147, jul./dez. 2012 – Santa Maria. Disponível em <<http://sites.unifra.br/Portals/35/2012/09.pdf>>. Acesso em 20 jul. 2014.

ALMOULOUD, S. A. Prova e demonstração em Matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem. In: **Portal do GT 19 da ANPEd** (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação). 30ª reunião. Caxambú – MG. 2007. p. 1-18. Disponível em <[http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_30/prova.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/prova.pdf)>. Acesso em 08 jul. 2014.

BALACHEFF, N. **Procesos de Prueba en los alumnos de Matemática**. Tradução Pedro Gómez. 2000. Disponível em <<http://hal.univ-grenoble-alpes.fr/file/index/docid/520133/filename/Balacheff2000Proceso.pdf>>. Acesso em 10 jul. 2015.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

FUSCO, C. A. S.; SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. A. O comportamento de um professor do ensino básico frente a uma situação de demonstração em Matemática. In: **Anais do IX ENEM** (Encontro Nacional de Educação Matemática). Belo Horizonte, 2007. Disponível em <[http://www.sbembrasil.org.br/files/ix\\_enem/Comunicacao\\_Cientifica/Trabalhos/CC02139429842T.rt](http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC02139429842T.rt)>. Acesso em 09 dez. 2014.

IBIAPINA, I. M. L. M. **Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos**. 1ª Ed. Brasília: Líber Livro Editora, 2008.

JAHN, A. P.; HEALY, L.; PITTA COELHO, S. Concepções de professores de Matemática sobre prova e seu ensino: mudanças e contribuições associadas à participação em um projeto de pesquisa. In: **Portal do GT 19 da ANPEd** (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação). 30ª reunião. Caxambú – MG. 2007. p. 1-21. Disponível em <[http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_30/concepcoes.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/concepcoes.pdf)>. Acesso em 24 jan. 2014.

LAKATOS, E, M, & MARCONI, A, M. **Fundamentos de metodologia científica**. 6ª ed. 4ª reimpressão. São Paulo: Atlas, 2008.

NASSER, L.; TINOCO, L. A. A. **Argumentação e provas no ensino de Matemática**. 2ª Ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundação, 2003.