



II CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O ENSINO DE EQUAÇÕES: ANÁLISE DE UMA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Analice de Lima e Silva Ferraz (1); Graciana Ferreira Dias (2)

(1) *Especialista em Matemática para o ensino Fundamental – UFPB, licinha_pb@hotmail.com* (2) *Professora Orientadora – Universidade Federal da Paraíba, graciana@dcx.ufpb.br*

Resumo: O presente artigo tem como proposta, o ensino de resoluções de equações do 1º grau utilizando como recurso didático a História da Matemática e métodos matemáticos históricos, como a Regra do falso número e o método da inversão matemática como procedimentos resolutivos das equações. O objeto de estudo do presente artigo está inserido na área da Álgebra. O mesmo possui uma Avaliação Diagnóstica que foi elaborada para ser aplicada na turma do 8º ano do Ensino Fundamental, contemplando como objetivo geral: apresentar uma proposta didática para o ensino de equações do 1º grau que contemple diferentes métodos de soluções advindos da História da Matemática. Pretendemos com esse artigo desenvolver o ensino e a aprendizagem da álgebra através da História da Matemática, de forma que o processo educativo esteja comprometido com o conhecimento e não apenas com a técnica ou informação. A avaliação diagnóstica foi proposta com a finalidade de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos, de verificar o domínio algébrico que eles possuíam, e de analisar como os alunos se comportavam quando lhes era proposto um problema algébrico que poderia também ser resolvido por métodos algébricos históricos. Com isso, pretendemos planejar melhor o ensino-aprendizagem da Álgebra e através da aplicação da avaliação diagnóstica verificarmos como está o pensamento algébrico dos alunos e se foram apresentados à eles, métodos históricos antigos para resolução de equações do 1º grau.

Palavras-chave: Álgebra, História da Matemática, Avaliação Diagnóstica, Ensino-aprendizagem.

1 INTRODUÇÃO

Alfabetizar algebricamente os alunos no Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante. Acreditamos que a maior parte das dificuldades desse processo, provêm da forma já pronta de como a álgebra é introduzida aos alunos, fazendo com que esses tenham dificuldade em aplicá-la de modo significativo. Quando a álgebra é introduzida na sala de aula, é comum ouvir dos alunos que eles não sabem quais são suas utilizações, ou em termos matemáticos, quais são suas aplicações práticas. Mas, a partir de certo momento os alunos param de questionar a respeito de seu uso e da maneira como deve ser entendida sua linguagem formal, e com isso dá-se o início a uma aceitação quanto ao caráter somente de ferramenta para resolver exercícios, principalmente de fixação.

O presente trabalho foi motivado por uma inquietação nossa, enquanto professora atuante em sala de aula, com relação às dificuldades apresentadas pelos alunos com



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

procedimentos que fazem parte do contexto algébrico. Durante as aulas do curso de Especialização em Matemática para o Ensino Fundamental recém concluído, retomamos, na disciplina de Ensino de Álgebra, dois métodos referentes à resolução de equações do 1º grau, a regra do falso número e o método da inversão matemática, pouco contemplados no ensino básico nos dias atuais, podemos até dizer que estão “esquecidos” pelos livros didáticos e por alguns professores. Quando a referida disciplina foi ministrada, a importância do método histórico dos hindus fez com que surgisse em nós, a necessidade de elaborarmos um Projeto de Intervenção com base em tais métodos históricos, fazendo uma ponte de ligação entre a maneira de resolução dos hindus e a maneira de como se é trabalhada as resoluções de equações do 1º grau nos dias atuais.

Acreditamos que não só o formalismo e as dificuldades de abstração sejam os únicos fatores que contribuem para essas dificuldades que os alunos encontram no estudo da Álgebra, devemos sim, considerar outros fatores atuantes diretamente ligados a essa temática. É importante mostrar aos alunos, que todo e qualquer conteúdo matemático, surgiu de uma necessidade humana e que os mesmos precisam ser desenvolvidos levando em conta os problemas sociais e culturais do dia-a-dia. A história, a nosso ver, é uma tentativa de responder às perguntas acerca do processo de construção das informações apresentadas no presente. Para Mendes (2006),

(...) a história é escrita constantemente não apenas porque descobrimos fatos novos, mas também porque a nossa perspectiva sobre o que um fato histórico muda, ou seja, sobre o que é importante do ponto de vista do processo histórico. À medida que passamos a conhecer e compreender o desenvolvimento da sociedade e sua trajetória de transformação, aprendemos novos meios de compreender e explicar um mesmo fenômeno. (p. 81)

É fato, que na maioria das vezes estamos impregnados de matemática, mas talvez ainda não encontramos a forma de levar essa matemática da vida para a sala de aula, levando em conta que os conceitos que construímos com os alunos não foram criados de uma hora para a outra e que esse processo foi bastante lento.

Estes motivos justificam a utilização da História da Matemática, como forma de resgatarmos dois processos antigos de resolução de equações do 1º grau. Pois, é através dessa metodologia de ensino que levamos para a sala de aula questões relativas às necessidades humanas passadas que deram origem a conceitos matemáticos que utilizamos nos dias atuais



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

para resolvermos também necessidades diárias. Nosso grande desafio enquanto professor é de procurar fazer o uso da História da Matemática, de tal forma que haja uma transformação, das informações históricas obtidas, por meio de pesquisas, em atividades de ensino, propiciando aos alunos um encontro histórico com o conhecimento matemático e favorecendo uma reconstrução e assimilação dos conceitos envolvidos no conteúdo abordado, que em nosso caso é o conteúdo algébrico.

No presente trabalho traçamos como objetivo apresentar os resultados da avaliação diagnóstica inicial aplicada aos alunos, sujeitos de nossa pesquisa. Traremos as respostas dos alunos juntamente com nossas considerações acerca das mesmas. A avaliação diagnóstica foi proposta com a finalidade de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos, de verificar o domínio algébrico que eles possuíam, e de analisar como os alunos se comportavam quando lhes era proposto um problema algébrico que poderia também ser resolvido por métodos algébricos históricos. Com isso, pretendemos planejar melhor o desenvolvimento de sequências didáticas para uma possível intervenção metodológica, melhorando assim, o aprendizado dos alunos nos anos subsequentes.

2 APRESENTAÇÃO DOS DADOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Aplicamos uma avaliação diagnóstica na turma do 8º ano de uma escola estadual do município de Rio Tinto – PB. Estavam presentes na sala de aula 18 alunos, do total de 22 que compõe a turma. A avaliação diagnóstica continha 07 questões a serem respondidas no período que contempla duas aulas, totalizando 90 minutos. Iremos mostrar a seguir como foi o desempenho dos alunos quando os mesmos tentaram responder as questões propostas.

Iniciamos nossa avaliação com uma questão em que se pede aos alunos que eles tentem expressar em palavras uma equação, e a mesma possui como objetivo: que o aluno interprete enunciados para assim conseguir identificar o que seja a incógnita da equação e possa introduzir a linguagem algébrica associada naturalmente ações significativas.

Figura 1: Resposta do aluno A



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

01. Tentem expressar em palavras a seguinte equação: $3x + 15 = 65$

eu tenho três vezes uma coisa que eu não sei o que é, aí eu somo com 15 (número) isso tudo é igual a 65.

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Pudemos observar que quatorze alunos responderam corretamente a questão. Eles conseguem escrever em palavras a equação e identificam a incógnita, pois quando escrevem: “*três vezes alguma coisa, ou ...uma coisa que eu não sei o que é... (Fig.1)*”, estão tendo a ideia de que existe um termo desconhecido. Ao analisarmos as respostas de quatro alunos, percebemos que a dificuldade apresentada por eles é em identificar a incógnita.

Figura 2: Resposta do aluno B

01. Tentem expressar em palavras a seguinte equação: $3x + 15 = 65$

três vezes quinze é igual a 65

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Acreditamos que para esses alunos (Fig.2) o x não faz parte do contexto da equação, ele indica apenas o sinal de multiplicação, assim não conseguem escrever a equação inserindo o valor desconhecido. Observamos que este erro decorre da má interpretação do símbolo, pois o referido aluno utiliza o símbolo da álgebra da mesma forma que os utiliza nas operações aritméticas. Esse erro é caracterizado por Booth (1995) como sendo dificuldades de compreender as notações e convenções em álgebra.

A questão 02 pede que eles façam o contrário, damos a equação na forma escrita e pedimos que eles transcrevam a escrita para a escrita numérica, como podemos observar na Figura 3.

Figura 3: Resposta do aluno C



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

02. Escreva algebricamente a equação que representa a seguinte situação:

"Se eu tivesse o dobro da quantia que eu possuo, com mais dez reais eu poderia comprar um livro que custa cem reais"

$2W + 10 = 100$ é uma equação

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Dos dezoito alunos que responderam a avaliação, onze acertaram essa questão. Por mais que ela pareça com a questão anterior, acreditamos que os alunos sentiram dificuldade, pois a mesma não estava escrita na linguagem numérica diretamente, daí a dificuldade de mais acertos. Na questão anterior, demos a equação pronta, e eles teriam que escrever aquilo que lhes estava sendo apresentado, já nessa questão por mais que o raciocínio seja semelhante, podemos observar que sete alunos escreveram a equação de maneira que consideramos incorreta, elevando o termo da incógnita a uma potência, conforme a Figura 4.

Figura 4: resposta do aluno D

"Se eu tivesse o dobro da quantia que eu possuo, com mais dez reais eu poderia comprar certo livro que custa cem reais".

$2x^{90} + 10 + 100 \quad 2 = 90$

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Na questão 03 pedimos que os alunos resolvessem da maneira que lhes fossem convenientes a equação que representa a situação dada. Observamos que metade dos alunos, ou seja nove deles, acertou a questão, destes, alguns escreveram apenas a equação, não conseguiram resolvê-la. Mas vemos que eles já possuem o entendimento acerca do que o problema está querendo.

Figura 5: resposta do aluno E



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

03. Daniel é filho único e por isso tem uma boa mesada. O seu sonho era comprar um skate e ser igual aos grandes skatistas brasileiros. Certo dia, ao entrar em uma loja, ele encontrou uma ótima promoção: “Compre um skate e leve grátis uma bola de futebol”. Sabe-se que o triplo do preço do skate mais o preço da bola (R\$ 50,00) dá um valor de R\$ 650,00. Como poderíamos ajudar Daniel a encontrar o valor do skate?

$3x + 50 = 650$ é só fazer $650 - 50$ que dá 600 R\$ e depois $600 / 3 = 200$

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Podemos notar, pelas respostas de alguns alunos, que eles não dão o passo a passo da resolução da equação, porém inferimos que eles conseguem resolver os cálculos mentalmente. Como mostra a Figura 6.

Figura 6: Resposta do aluno F

03. Daniel é filho único e por isso tem uma boa mesada. O seu sonho era comprar um skate e ser igual aos grandes skatistas brasileiros. Certo dia, ao entrar em uma loja, ele encontrou uma ótima promoção: “Compre um skate e leve grátis uma bola de futebol”. Sabe-se que o triplo do preço do skate mais o preço da bola (R\$ 50,00) dá um valor de R\$ 650,00. Como poderíamos ajudar Daniel a encontrar o valor do skate?

$3S + 50 = 650$ $3S = 600$ $600 : 3 = 200$
 $S = 200$

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Seis alunos erraram a questão. Observamos que esse erro foi devido os mesmos tentarem resolver a equação pela multiplicação de todos os números que existia na questão. Alguns desses que erraram conseguiram montar a equação, porém, ao fazer o cálculo, acabavam confundindo-se com as operações e erravam o mesmo. Eles não conseguiam perceber os dois membros e nem a troca de operações que teria que ser feita para que a equação fosse resolvida e acabam desistindo no “meio do caminho”.

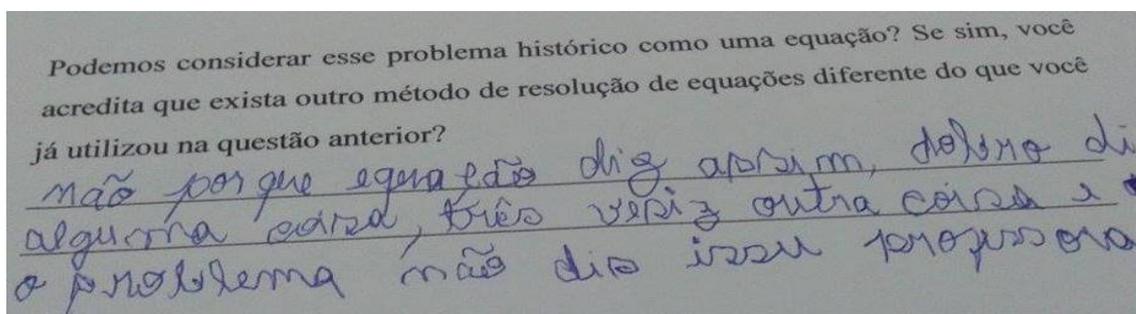
Nossa quarta questão tem por objetivo verificar se os alunos conseguem reconhecer uma equação na forma $x + \frac{a}{b}x = c$, uma vez que a mesma aparece em problemas históricos e se eles conhecem outra maneira/método de resolver as equações do 1º grau.

Figura 7: resposta do aluno G



II CONEDU

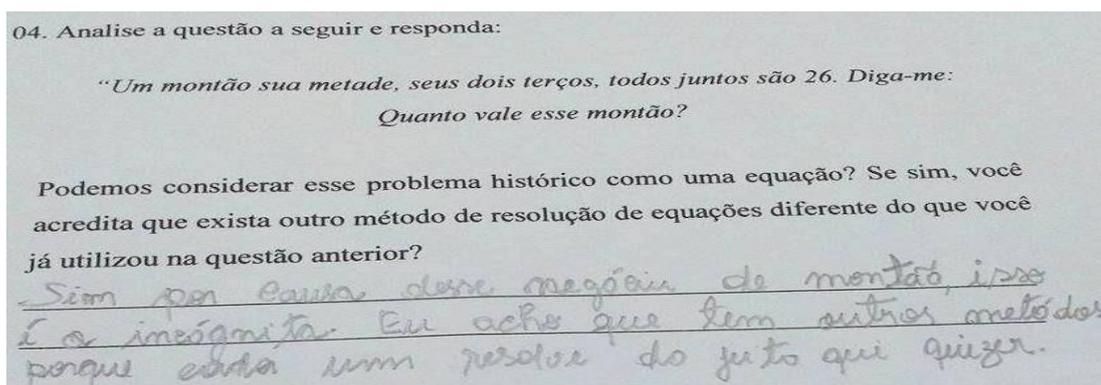
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO



Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Acreditamos que quando os alunos lidam com frações a compreensão do que se quer se torna muito difícil, pois, muitos alunos sentem dificuldade em operar com frações e até mesmo em reconhecê-las. Ao serem indagados se o problema podia ser considerado uma equação, a resposta da maioria foi que não, pois para eles a equação só tem a forma $ax + b = 0$. Podemos perceber que essa questão em certo ponto se assemelha a questão 2, o que difere uma da outra é a forma como a equação está sendo apresentada no problema. Apenas três alunos conseguiram identificar que o problema tratava-se de uma equação. Vejamos a resposta dada por um alunos, com relação ao conhecimento de outros métodos de resolução de equações.

Figura 8: resposta do aluno F



Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Para esse aluno a ideia da incógnita está clara, ele verifica que no problema existe algo que inicialmente não conhece, e acredita que cada um tem uma maneira de resolver determinados tipos de problemas. Ainda com relação a essa questão, quinze alunos deram resposta parcialmente correta, pois conseguiram identificar que o problema tratava-se de uma



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

equação, porém não conseguiram expressar suas opiniões e dizer se há ou não outros métodos de resoluções de equações.

A quinta questão tem por objetivo perceber se o aluno consegue lançar os valores dados na equação apresentada, de tal forma que satisfaça a igualdade. De uma maneira implícita queremos verificar se eles conseguem, mesmo que desconhecendo, colocar a regra do falso número em prática. Nosso intuito é aproveitar o máximo do que eles consigam fazer, para que nas próximas aulas acerca do conteúdo de equações, possamos fazer um paralelo de como eles tentaram responder a questão e mostrar a eles como funciona a regra do falso, tomando como base aquilo que eles já produziram. Esperávamos que os alunos apresentassem alguma resposta, mesmo que de maneira simples, porém, o resultado não foi satisfatório.

Dois alunos conseguiram responder a questão e dezesseis deles deixaram em branco. Podemos perceber que os alunos não estão habituados com a linguagem algébrica, entendemos o que querem nos dizer, porém eles apresentam algumas dificuldades na hora de montar numericamente aquilo que eles entendem.

Figura 9: resposta do aluno E

05. Determine o valor de x na equação $\frac{x}{5} = 6$. Tente achar o resultado lançando valores para x . Faça $x = 20$, $x = 25$ e $x = 30$ e veja o que acontece.

$x = \text{incógnita}$
 $\frac{20}{5} = 6$ dá 4 que é diferente de 6
 $\frac{25}{5} = 6$ dá 5 que é diferente de 6
agora. $\frac{30}{5} = 6$ que é 6. aconteceu que o valor pra gente bratar no x é 30

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Ao responder essa questão, o aluno percebe que tem que fazer a mesma por tentativa e erro. Ele reconhece o x como incógnita do problema e que os valores dados são os valores que ele tem que fazer a substituição, e assim o faz. O aluno compreende que precisa fazer as tentativas de tal maneira que encontre um valor que torne a igualdade verdadeira. Outro aluno conseguiu responder a questão, o mesmo encontrou a solução pelo pensamento aritmético, conforme mostra a Figura 10.

Figura 10: resposta do aluno F



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

05. Determine o valor de x na equação $\frac{x}{5} = 6$. Tente achar o resultado lançando valores para x . Faça $x = 20$, $x = 25$ e $x = 30$ e veja o que acontece.

O resultado dessa conta é $x = 30$ sabe porquê, porquê quando a gente faz $6 \times 5 = 30$.

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Com essa questão fica evidente o quanto é importante trabalhar junto, a aritmética e a álgebra. O aluno F possui uma boa compreensão aritmética e conseguiu observar que poderia resolver um problema algébrico utilizando a aritmética, encontrando assim a solução.

A sexta questão é uma continuação da anterior. Tem por objetivo fazer com que o aluno verifique se por meio de tentativas ou através de outros métodos é possível encontrar a solução para uma equação. Na verdade estamos também, trabalhando a regra do falso. Dos dezoito alunos que fizeram a avaliação diagnóstica apenas dois responderam a questão, e consideramos a resposta deles parcialmente correta. Desses dezoito, dezesseis alunos deixaram em branco. Vejamos ver a resposta de um aluno na Figura 11.

Figura 11: resposta do aluno E

06. Você acha que é possível já pensar em um valor para o resultado de uma equação e em seguida, verificar se esse valor que você pensou é o correto?

acho que não professora, por que a gente tem que saber os valores como na questão de cima
Não # acho prof

Fonte: Avaliação Diagnóstica- arquivo da autora

Podemos perceber que esse aluno conseguiu resolver a questão anterior e notou que ao lançar os valores consegue encontrar a solução, porém ele acredita que não existe uma forma de resolver equações pensando em valores, os valores devem ser dados e daí irá fazer as tentativas de acerto.

Podemos observar que alguns alunos conseguem responder as questões por tentativas apenas quando lhes é mostrado valores. Isso nos mostra a importância da apresentação de métodos históricos à eles, pois tendo o conhecimento de outros métodos saberiam que existe



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

uma maneira de encontrar a solução de uma equação pensando em possíveis resultados, sem a necessidade de mostrarmos os valores anteriormente.

A sétima questão, tem como enunciado um problema do livro Lilavati, de Bhaskara, (GUELLI, 2005) onde o mesmo aborda uma questão acerca da inversão das operações. Pedimos que os alunos observassem o problema onde o mesmo referenciava tal método, e analisassem se havia uma forma de resolver aquele mesmo problema, fazendo o inverso de todas as operações. Nessa questão, quinze alunos responderam que seria impossível resolver uma equação de trás pra frente e obtermos o mesmo resultado. Isso nos mostra a deficiência que eles possuem acerca do conceito de operações inversas, bem como o desconhecimento acerca da regra da inversão.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que pretendíamos com a aplicação da avaliação diagnóstica, era verificar como está o pensamento algébrico dos alunos e se foram apresentados à eles, métodos históricos antigos para resolução de equações do 1º grau. Observamos que grande parte desses alunos consegue identificar uma equação, conseguem montar e resolver equações, porém, quando questionados acerca dos métodos históricos acerca de resoluções de equações o entendimento e compreensão dos alunos fogem, pois, os mesmos nunca foram apresentados a tais metodologias.

Acreditamos que a maior deficiência dos alunos tenha sido exatamente nas últimas questões que contemplam a regra do falso número e o método da inversão das operações, uma vez que tais métodos não foram vistos durante o estudo histórico das equações do primeiro grau. Porém, nossa Avaliação Diagnóstica, serviu não apenas para analisarmos o que os alunos conhecem acerca desses métodos, mas também, para analisarmos a nossa prática docente.

Ficou evidente, que a maioria dos alunos dessa turma, possui o hábito de esperar respostas prontas para as questões que lhe são propostas e, quando se deparam com uma metodologia de ensino onde é necessário pensar de uma forma diferente, investigar e criar novos caminhos de respostas, eles simplesmente bloqueiam o raciocínio.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Nesse sentido, pretendemos, a partir dos resultados da avaliação diagnóstica, desenvolver o ensino e a aprendizagem da álgebra através da História da Matemática, de forma que o processo educativo esteja comprometido com o conhecimento e não apenas com a técnica ou informação. Com a História da Matemática, tem-se a possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada.

Num sentido mais amplo, não se trata apenas de transmitir informações, passar exercícios e treinar nossos alunos a fim de que sejam capazes de realizar cálculos. Se somente esses aspectos forem levados em conta, o estudante esquece facilmente o que aprendeu, e assim, irá parar de praticar. Para que isso não aconteça, é preciso que o aluno tenha consciência do que está executando, que possa construir a própria inteligência, coordenando todas as relações citadas, interagindo com outros estudantes e sendo capaz de criar argumentos para defender seu ponto de vista.

Assim, com base em estudos de teóricos, acreditamos que a abordagem de diferentes métodos de resolução de equações do 1º grau através da abordagem metodológica da História da Matemática, possa contribuir para a superação das dificuldades mais comuns, referentes aos conceitos algébricos.

REFERÊNCIAS

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual. 1995.

MENDES, Ruy. Prática da Aritmética. Pesquisas e Práticas em Educação Matemática – Volume 2 – número 1. Janeiro/junho 2006. Universidade Severino Sombra.

GUELLI, Oscar. Contando a História da Matemática: Equação: O idioma da Álgebra. 11ª ed. São Paulo: Ática, 2005.