MÉTODO APRESENTADO POR JONOFON SÉRATES PARA CALCULAR RAÍZES QUADRADAS.

Autor: Andreilson Oliveira da Silva; Coautores: Edson de Souza Soares Neto; Jonaldo Oliveira de Medeiros; Elionardo Rochelly Melo de Almeida

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – Campus Currais Novos; e-mail: andreilson.oliveira@ifrn.edu.br

Resumo:
Matematicamente, a raiz quadrada de um número x não negativo é um número que, quando multiplicado por si próprio, iguala a x. A raiz quadrada de x é simbolizada por $\sqrt{x}$, a mesma é considerada por muitos matemáticos como uma importante operação matemática, assim como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes, ressaltando, ainda, a sua acuidade na geometria, devido ao efetivo cálculo do lado de um quadrado cujo a área é conhecida. Neste artigo, a partir de uma pesquisa bibliográfica, iremos apresentar uma "nova" forma de calcular a raiz quadrada que é abordada nas nossas escolas atualmente, afim de ampliar o leque de possibilidades de métodos para extração de raízes e sua utilização por alunos e docentes. Trata-se do método apresentado pelo matemático Jonofon Serates. O método descrito pelo estudioso promete facilitar o algoritmo usual conhecido na escola de tal forma que a partir de subtrações qualquer pessoa consiga encontrar o valor da raiz quadrada de um número positivo. O método na verdade é uma adequação ao conhecido método chinês de extrair raízes.

Palavras Chave: Raízes Quadradas, Algoritmo, Matemática.

INTRODUÇÃO

Matematicamente, a raiz quadrada de um número x não negativo é um número que, quando multiplicado por si próprio, iguala a x. A raiz quadrada de x é simbolizada por $\sqrt{x}$, a mesma é considerada por muitos matemáticos como uma importante operação matemática, assim como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes, ressaltando, ainda, a sua acuidade na geometria, devido ao efetivo cálculo do lado de um quadrado cujo a área é conhecida.

Essa importância no cálculo da raiz quadrada é verificada através dos tempos a partir da análise de documentos históricos que nos mostram a preocupação em realizar o procedimento de extração de raízes nas mais diversas épocas do desenvolvimento humano.

Atualmente uma simples calculadora de bolso nos dá um resultado aproximado de qualquer valor positivo que desejarmos extrair a raiz quadrada, softwares de computadores poderosos nos permitem encontrar aproximações com a precisão que desejarmos.

De um modo geral, a imersão neste assunto segue uma linha metodológica de apresentação e desenvolvimento que consiste, inicialmente, na apresentação da definição formal de raiz quadrada com instruções relativas à sua forma de extração apresentada pelo matemático Jonofon Sérates, com o intuito, segundo o mesmo, de facilitar a extração.

O objetivo deste trabalho é descrever o método apresentado pelo matemático Jonofon Sérates, com o intuito de subsidiar alunos e professores de matemática da Educação Básica, afim de passar informações que os levem a correta manipulação desse algoritmo de extração de raízes e, consequentemente oportunizando, assim, uma ampliação do conhecimento.

METODOLOGIA

O desenvolvimento desse trabalho foi realizado a partir de uma pesquisa bibliográfica, que define como a *modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas de estudos ou processos tendo como material de análises documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos* [2, p.71]. Dessa forma a pesquisa bibliográfica tem como objetivo o de conhecer e analisar as principais contribuições teóricas existentes sobre um tema em específico (ver [4]).

Nos aprofundamos no tema a partir do estudo dos artigos de João Bosco Pitombeira de Carvalho (ver [1]), publicado na X SBEM e de Bernard Hodgson (ver [3]) que foi publicado na Revista Gazeta de Matemática da Sociedade Portuguesa de Matemática, para estudar o método aqui descrito foi estudado o livro do Professor Jonofon Sérates, bem como assistidos vídeos de entrevistas dadas pelo professor.

RAIZ QUADRADA

A raiz quadrada de um número real não negativo x é o número real y, também não negativo, que ao multiplicarmos por si próprio, iguala a x. Ou seja, encontrar a raiz quadrada de um número real é encontrar um outro número real y tal que $y^2 = x$. Geometricamente, este problema pode ser visto como, achar o valor do lado de um quadrado cujo conhecemos sua área, ou ainda, de forma algébrica, procurando as raízes da equação $x^2 - k = 0$, sendo k um número real positivo.

O cálculo explícito de uma raiz quadrada é bem mais complicado do que as quatro operações aritméticas elementares, tendo sido considerada por Descartes como uma quinta operação elementar.

> [...] toda a aritmética se compõe somente de quatro ou cinco operações, que são: adição, subtração, multiplicação, divisão e a extração de raízes, que podemos considerar com uma espécie de divisão [...] (Descartes apud [1, p.01]).

O ALGORITMO FUNDAMENTAL PARA EXTRAÇÃO DE RAÍZES QUADRADAS

Os estudantes e professores do Ensino Básico em sua grande maioria buscam apenas a solução para o valor da raiz quadrada procurada. Com essa finalidade, foi ensinado por muitos anos para esse público um algoritmo considerado o mais usual do Ensino Básico é o chamado método das bissecções.

Tomemos o símbolo $\sqrt{k}$ para representar a raiz quadrada positiva de k.

Dessa forma se x e y são números positivos, teremos

$$x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2$$

Logo, dado um número $k > 0$ facilmente se pode localizar k entre dois números naturais consecutivos. Depois, prossegue-se calculando a média entre os extremos sucessivamente, para aproximar $\sqrt{k}$ satisfatoriamente.

Por exemplo, para calcular $\sqrt{13}$, procede-se da seguinte forma:

Como $9 < 13 < 16 \Rightarrow 3 < \sqrt{13} < 4$;

Como $\frac{3+4}{2} = 3{,}5 \Rightarrow 3{,}5^2 = 12{,}25 \Rightarrow 3{,}5 < \sqrt{13} < 4;$

Como $\frac{3{,}5+4}{2} = 3{,}75 \Rightarrow 3{,}75^2 = 14{,}0625 \Rightarrow 3{,}5 < \sqrt{13} < 3{,}75;$

Como $\frac{3{,}5+3{,}75}{2} = 3{,}625 \Rightarrow 3{,}625^2 = 13{,}140625 \Rightarrow 3{,}5 < \sqrt{13} < 3{,}625;$

E assim sucessivamente. Para termos uma ideia da aproximação, se utilizarmos uma calculadora encontramos $\sqrt{13} \cong 3{,}6055$.

O processo é fácil de ser observado. Se $a_n < \sqrt{13} < b_n$, achamos o ponto médio p_n do intervalo $[a_n; b_n]$. Se $a_n < 13$, fazemos $a_{n+1} = p_n$, $b_{n+1} = b_n$, e repetimos o processo. Se $13 < p_n < b_n$, fazemos $a_{n+1} = a_n$, $b_{n+1} = p_n$, e continuamos com a iteração do processo.

O grande problema desse e de outros algoritmos ensinados na escola é que os alunos aprendem os passos sem entendê-los e, dessa forma, esquece dos mesmos com muita facilidade. Isso não acontece apenas com os alunos, acontecem com alguns professores também.

MÉTODO APRESENTADO POR JONOFON SÉRATES PARA EXTRAÇÃO DE RAÍZES

O método aqui descrito foi apresentado pelo matemático sergipano Jonofon Sérates, Doutor em Matemática pela Universidade Federal de Brasília (ver [5]). O pesquisador o batizou de “Método Cuca Legal”.

Vamos explicar, passo a passo, o procedimento e depois iremos justificar o método.

Como exemplo, vamos extrair a raiz quadrada de 1024.

1º Passo: Separar os algarismos de dois em dois da direita para a esquerda.

$$\sqrt{10'24}$$

2º Passo: Do número que fica à esquerda, mais próximo a abertura do radical, iniciar a subtração pela sequência de números ímpares até que a subtração não seja mais definida no conjunto dos números naturais (IN).

$$\begin{array}{l} \sqrt{10'24} \\ \underline{-1} \\ \;\;9 \\ \underline{-3} \\ \;\;6 \\ \underline{-5} \\ \;\;1 \end{array}$$

3º Passo: A quantidade de subtrações realizadas é o primeiro algarismo da raiz quadrada procurada.

$$\begin{array}{l} \sqrt{10'24} = 3 \\ \underline{-1} \\ \;\;9 \\ \underline{-3} \\ \;\;6 \\ \underline{-5} \\ \;\;1 \end{array}$$

4º Passo: Para prosseguir abaixar a dezena formada seguinte, imediatamente, à direita e juntar com o resto das subtrações anteriores.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 3 \\ \underline{-1} \\ 9 \\ \underline{-3} \\ 6 \\ \underline{-5} \\ 124 \end{array}$$

5º Passo: Colocar o número 01 abaixo das unidades do número 124 e somar o último ímpar que apareceu dentre as subtrações com valor 1 colocando o resultado ao lado esquerdo do número 1 no resto. Ou seja, fica 5 (último ímpar que foi subtraído) + 1 (fixo) = 6, colocar esse valor ao lado do algarismo 1 formando 61 para reiniciar a subtração.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 3 \\ \underline{-1} \\ 9 \\ \underline{-3} \\ 6 \\ \underline{-5} \\ 124 \\ \underline{-61} \\ 63 \\ \underline{-63} \\ 0 \end{array}$$

6º Passo: A quantidade de subtrações realizadas é o segundo algarismo do resultado.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10'24} = 32 \\ \underline{-1} \\ 9 \\ \underline{-3} \\ 6 \\ \underline{-5} \\ 124 \\ \underline{-61} \\ 63 \\ \underline{-63} \\ 0 \end{array}$$

Neste caso como o resto das subtrações foi zero temos uma raiz exata. Mas se a raiz não for exata, um número irracional por exemplo. Vamos extrair a raiz quadrada de 2 com aproximação de 3 casas decimais.

$$\sqrt{2} = 1{,}414$$

$$\begin{array}{rl}
-1 & \\
\hline
100 & acrescentamos\ 2\ zeros\ para\ 1^{\underline{a}}\ casa\ decimal \\
-21 & \\
\hline
79 & Próximo\ ímpar: 1 \cdot 20 + 1 = 21 \\
-23 & \\
\hline
56 & \\
-25 & \\
\hline
31 & \\
-27 & \\
\hline
400 & acrescentamos\ 2\ zeros\ para\ 2^{\underline{a}}\ casa\ decimal \\
-281 & Próximo\ ímpar: 14 \cdot 20 + 1 = 281 \\
\hline
11900 & acrescentamos\ 2\ zeros\ para\ 3^{\underline{a}}\ casa\ decimal \\
-2821 & \\
\hline
9079 & Próximo\ ímpar: 141 \cdot 20 + 1 = 2821 \\
-2823 & \\
\hline
6256 & \\
-2825 & \\
\hline
3431 & \\
-2827 & \\
\hline
604 &
\end{array}$$

Para extrairmos raízes quadradas irracionais ou não exatas, procedemos exatamente no conhecido método chinês, ou seja, completando com dois zeros e os associando às casas decimais.

A grande percepção desse método é a associação com a soma da sequência dos números ímpares menores que o valor da raiz procurada que resulta em um número quadrado o que facilitou a extração das raízes.

A justificativa do método

Podemos escrever qualquer número quadrado perfeito como a soma dos n primeiros números ímpares menores que o valor que se quer encontrar a raíz quadrada.

Ou seja,

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1 + 3 = 4$$

$$a_3 = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$a_4 = 1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$:::$$

$$k = 1 + 3 + 5 + 7 + ::: + an$$

Assim, é fácil observar que o 2º membro da última equação é a soma dos termos de uma progressão aritmética onde o $a_1 = 1$ e a razão $r = 2$, o termo geral dessa progressão é,

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$a_n = 2n - 1$$

E a soma é dada por

$$k = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$k = \frac{(a_1 + 2n - 1) \cdot n}{2}$$

$$k = n^2$$

$$n = \sqrt{k}$$

O valor de n é o número de parcelas da soma da progressão aritmética.

Geometricamente a ideia é ir completando o quadrado com os números ímpares organizando-os de forma a “desgastar” a área inicial (figura 1).

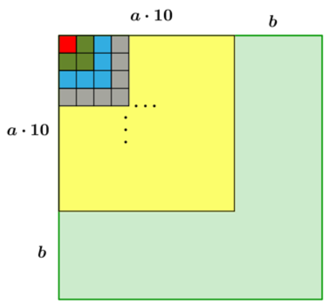

Figura 1: Interpretação Geométrica para o método apresentado pelo professor Jonofon Serates

Logo a $\sqrt{1024}$ pode ser escrita na forma ab, onde teríamos $a \cdot 10 + b$. E daí,

$$a \cdot 10 \leq \sqrt{1024}$$

$$a^2 \cdot 10^2 \leq 1024$$

$$1024 - a^2 \cdot 10^2 \leq 0$$

Ou seja, precisamos descobrir qual o quadrado perfeito que multiplicado por 100 quando subtraído de 1024 ainda fique um valor positivo ou igual a zero. Dessa forma fica fácil ver que o valor de a^2 é 9 porém, vimos acima que um quadrado perfeito pode ser escrito como uma soma de uma sequência de números ímpares menores que o valor quadrado logo,

$$a_2 = 9 = (1 + 3 + 5)$$

o número de termos é exatamente o valor de a, ou seja, 3.

Assim, ficamos com $30^2 < 1024$ o que significa dizer que a soma dos 30 primeiros números ímpares é o maior quadrado perfeito múltiplo de dez menor que o valor que desejamos extrair a raiz quadrada.

A ideia de sempre reiniciarmos a subtração colocando o número 1 na casa das unidades, dá-se pelo fato da quantidade de ímpares subtraída na verdade ser múltipla de dez. Logo, sempre o último número ímpar subtraído na sequencia tem sua unidade igual a nove e, consequentemente, temos de reiniciar a subtração a contar do algarismo das unidades igual a um.

De fato, seja n um múltiplo de dez, logo podemos escrevê-lo na forma $n = k.10i$ com k e i números naturais. Assim podemos encontrar o último elemento da sequência dos números ímpares através da lei de formação $a_n = 2n - 1$,

$$a_{k \cdot 10^i} = 2k \cdot 10^i - 1$$

Como $2k \cdot 10^i$ é múltiplo de 10, ao subtrairmos 1, obrigatoriamente, o resultado será um número com o algarismo das unidades igual a 9.

Outra situação é a de adicionarmos o último ímpar subtraído a um e escrevermos no "novo" número ímpar ao lado do número 1 comentando anteriormente.

Como a quantidade é múltipla de dez e o último ímpar é o terminado na unidade 9, todos os outros ímpares que iniciavam com o aquele já subtraído foram computados.

Posso escrever, agora, a nova inequação $1024 - (30 + b)^2 \geq 0$, assim falta descobrir o valor de b.

Para continuar com o mesmo processo de ir diminuindo os números ímpares precisamos encontrar qual o próximo número ímpar a ser subtraído do resto da operação de 1024 – 900, porém já visualizamos que foram utilizados 30 números ímpares, e dessa forma, o próximo será o 31º , ou seja,

$$a_n = 2n - 1 \Rightarrow a_{31} = 2 \cdot 31 - 1 = 61$$

Daí, segue-se que,

$$124 - 61 = 63$$
$$63 - 63 = 0$$

Como o resultado deu zero significa dizer que a soma da sequência de números ímpares “esgotou” o quadrado inicial. E que o valor de b é a quantidade de números ímpares que faltava para que isso acontecesse, dessa forma, b = 2 e $\sqrt{1024} = 32$.

CONCLUSÃO

A grande percepção desse método é a associação com a soma da sequência dos números ímpares menores que o valor da raiz procurada que resulta em um número quadrado o que facilitou a extração das raízes.

O método descrito pelo matemático promete facilitar o algoritmo usual conhecido na escola de tal forma que a partir de subtrações qualquer pessoa consiga encontrar o valor da raiz quadrada de um número positivo. O método na verdade é uma adequação ao método chinês de extrair raízes.

O método, como todos os outros também se torna exaustivo para números elevados e para aproximações com necessidade de muitas casas decimais, mas serve como mais um método que busca simplificar o cálculo das raízes quadradas exatas ou não e, dessa forma, vale a pena ser ensinado nas escolas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] CARVALHO, J. B. P. de., A raiz quadrada ao longo dos séculos. V Bienal da SBM, 2010. João Pessoa, PB, 2010.

[2] FIORENTINI, D.; LORENZATO, S., Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos, Campinas: Autores Associados, 2006.

[3] HODGSON, B. Uma breve história da quinta operação. Gazeta de Matemática, 2008. Portugal, n. 156, p. 07?30, 2008. Disponível em: <http://gazeta.spm.pt-/_chagazeta?id=156>. Acesso em: 2 mar. 2013.

[4] SERATES, J., Métodos cuca legal. São Paulo: Editora Teixeira 2011.

[5] KOCHE, J. C., Fundamentos de metodologia cientí_ca: Teoria da Ciência e Prática da pesquisa, Petrópolis: Vozes, 2001.