



O PAPEL DA VISUALIZAÇÃO PARA A PRODUÇÃO DE NOVOS CONHECIMENTOS EM MATEMÁTICA

Luciano Gomes Soares ¹

RESUMO

Discorremos sobre uma pesquisa bibliográfica referente ao papel da visualização matemática para o ensino e aprendizagem de matemática. Refletimos também de que forma esse campo da Educação Matemática pode contribuir para o processo de produção de significados, em relação a diversos conteúdos matemáticos. Em nosso estudo, buscamos discutir sobre a abordagem semiótica, fazendo interseções com os mais diversos estudiosos da visualização matemática como forma de montarmos um diálogo teórico acerca do assunto. Para isso, nos fundamentamos nos estudos de Presmeg, Peirce, Duval, Santos, Soares, analisando como possíveis recursos imagéticos podem auxiliar os alunos nos processos de visualização matemática para obter novas informações ou conhecimentos e resolver problemas, bem como, compreender o contexto em que ambas as teorias desses autores estão inseridos.

Palavras-chave: Visualização Matemática, Semiótica, Produção de Significados, Conhecimento Matemático.

INTRODUÇÃO

Nesse artigo, vamos discutir a literatura, mostrando um pouco sobre o campo da visualização matemática e do processo de formação do pensamento matemático, ambos sendo articulados com a semiótica de Peirce (2005).

Como sabemos, alguns recursos imagéticos, como as imagens, podem desenvolver habilidades de raciocínio quando associadas a processos de ensino e de aprendizagem, possivelmente, seu uso pode melhorar a atenção, a cognição, a reflexão e a criatividade do aluno. Nesse sentido, Guzmán explica que,

[...] A imagem tem usos muito importantes em muitos tipos diferentes de atividades matemáticas. A imagem é frequentemente a matriz a partir da qual os conceitos e métodos surgem. É uma influência estimulante para o surgimento de problemas interessantes de diferentes maneiras. [...] A imagem também é uma ferramenta muito poderosa para compreender as conjecturas relacionadas ao aprendizado (GUZMAN, 2002, p.8).

Nesse contexto, entendemos que o papel da visualização na aprendizagem da Matemática tem sido objeto de pesquisa de muitos estudiosos (PRESMEG, 1986; DREYFUS,

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática - UEPB, lgedumat@gmail.com



1990; ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991; FLORES, 2010; FLORES *et al.*, 2012; MACIEL, 2015; SOARES, 2019). De acordo com Flores (2010), a partir da percepção humana visual, várias pesquisas surgiram em torno da visualização, em particular, sobre o papel da visualização para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Para ela, o termo visualização é mais usado quando existem conexões entre as apreensões perceptiva e operatória. Flores também afirma que a visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória.

Ao considerar o importante papel da visualização no contexto das pesquisas em Educação Matemática, naturalmente surge uma indagação: o que é a visualização matemática?

Para Guzmán (2002), ao se estudar os conceitos, ideias e métodos sobre os processos de visualização, essas informações podem ser representadas por meio de números, palavras e outros tipos de representações simbólicas. Representar essas informações com símbolos pode ser uma prática difícil para os alunos com dificuldades de aprendizagem entender e, eventualmente, começar a se apropriar delas para usar em seu dia a dia. Ainda segundo esse autor, a informação é frequentemente representada visualmente na Matemática como um método de organizar, estender ou substituir outros métodos de apresentação, que, normalmente, são as formas que essas informações se apresentam para todos nós. A partir disso, o autor conclui que a representação visual na Matemática envolve tanto a criação quanto a formação de modelos (esquemas) que refletem informações matemáticas.

Com base nessas considerações, trataremos neste trabalho de uma pesquisa bibliográfica referente ao papel da visualização matemática no ensino de Matemática. Para isso, apresentaremos as ideias de Peirce (2005) tendo como foco de nossa discussão a compreensão do modo do pensar matemático e como acessamos aos objetos matemáticos em nossa mente.

Discutimos essa temática, no *Leitura e Escrita em Educação Matemática (LEEMAT)*, que é um Grupo de Pesquisa da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), e tem por objetivo problematizar questões relativas à leitura e escrita em Educação Matemática, principalmente aquelas concernentes à linguagem matemática, à produção de significados em aulas de Matemática, inclusive na formação de professores, no âmbito escolar e na universidade. Em sua metodologia, o LEEMAT inclui a pesquisa teórica acerca destas questões e alguns desdobramentos direcionados para o trabalho em sala de aula.



Nos últimos anos, o LEEMAT tem pesquisado a produção de conhecimento em sala de aula, em especial, sobre os processos de construção de objetos matemáticos, os quais podem ser relacionados à constituição do conhecimento matemático em estudo e à organização de situações que envolvem o ensino e a aprendizagem. Diversos trabalhos já foram desenvolvidos com foco nessa mesma temática.

Vale destacarmos também que o tema abordado veio como sugestão de um seminário apresentado no LEEMAT, no momento em que estávamos discutindo sobre os temas centrais de nossas pesquisas de mestrado.

O papel da visualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática

Entendemos que a visualização é um aspecto do pensamento matemático e é de suma importância para compreensão e para o raciocínio. Vários pesquisadores argumentam que o pensamento visual, por meio de imagens, pode ser um recurso para que os alunos estabeleçam relações entre as imagens visuais e as representações para gerar novas informações. Assim, podemos inferir que a compreensão da Matemática está fortemente relacionada à capacidade de se usar o pensamento visual (SOARES, 2019).

De acordo com Presmeg (1986), a visualização pode ser produzida na medida em que uma pessoa prefere usar métodos visuais ao tentar resolver problemas matemáticos que podem ser resolvidos por métodos visuais ou não visuais. Por outro lado, Guzmán (2002) alega que o uso do termo *visualização*, no contexto do processo de construção do conhecimento matemático, diz respeito a um conceito que tem como intuito o de treinar nossa habilidade visual como forma de abordar e apresentar situações e problemas de visualização.

Nos cursos de formação inicial de professores, por exemplo, quanto ao funcionamento da compreensão em Matemática,

É necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da Matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2008, p.11).

Nesse sentido, Zimmerman e Cunnighan (1991) observam que o ensino de Matemática está cada vez mais requerendo o uso de recursos visuais e, por isso, o ensino que envolva os processos da visualização em Matemática pode ser um meio para que seja desenvolvida a



capacidade de ver e entender uma situação-problema. Ainda segundo esses autores, visualizar uma situação ou um objeto envolve vários procedimentos para o entendimento dessa situação, partindo de uma abordagem cognitiva e por meio da manipulação mental de várias alternativas para resolver um problema que esteja relacionado a essa situação ou objeto matemático.

Dessa forma, ao se estudar a compreensão em Matemática, por meio da visualização, o educador estará fortalecendo “[...] o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino” (DUVAL, 2008, p.12).

Assim, entendemos que a visualização pode ser uma poderosa ferramenta cognitiva na resolução de problemas, podendo ser uma alternativa para o desenvolvimento de habilidades que auxiliem no processo de representação imagética e de criação de objetos matemáticos, ou de esquemas mentais, culminando na compreensão e aprendizado da Matemática. Nesse sentido, Presmeg (1986) argumenta que essa capacidade de raciocinar visualmente é algo cada vez mais importante na era da informação, devido ao crescente desenvolvimento das tecnologias. Essa argumentação é importante ser destacada, pois, segundo Duval (2008, p.11), “essas questões [da compreensão da Matemática] passaram a ter uma amplitude e uma importância particulares [...] para enfrentar um ambiente informático e tecnológico cada vez mais complexo”.

Dessa forma, entendemos que o papel que a visualização desempenha no pensamento matemático dos alunos e nas experiências de solução de problemas tornou-se mais significativo. Ou seja,

A visualização envolve representações externas e internas (ou imagens). Assim, definimos a visualização como processos envolvidos na construção e transformação de imagens visuais e de todas as representações de natureza espacial que podem ser usadas em figuras de desenho que são construídas ou que são manipuladas por lápis e papel. Esta definição enfatiza que, no pensamento matemático e na resolução de problemas, um modelo (ou imagem) apropriado pode ser desenhado (construído) para representar um conceito ou uma atividade matemática e que esse modelo (ou imagem) pode ser usado para começar a entender um conceito ou como uma ferramenta de resolução de problemas (HUANG, 2015, p.477, tradução nossa).

Ainda sobre o papel da visualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, Presmeg (1986) observa que as imagens podem ajudar os professores a desenvolver habilidades que levam à compreensão das dificuldades que os alunos apresentam na compreensão em Matemática. Para isso, os professores em sala de aula devem estar atentos



ao planejamento do processamento visual que poderá influenciar a escolha do método de resolução de problemas matemáticos pelos alunos e dos processos e papéis que a visualização pode desempenhar nessas atividades matemáticas. Sendo assim, Santos (2014) argumenta que,

[...] diante dos diferentes modos de compreender a ideia de visualização, tomamos inicialmente a vertente que aponta para um entendimento da visualização como elemento estruturante na formação das imagens mentais para o desenvolvimento do pensamento visual. Quando pensamos nas dificuldades que os estudantes apresentam na resolução de questões matemáticas é possível perceber uma relação entre esta dificuldade e a inabilidade em articular os conceitos abstratos com a visualização, que neste caso pode se dar pela intuição, imaginação e também pelas imagens mentais (SANTOS, 2014, p.26).

Ainda sobre o papel da visualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, Presmeg (1986) observa que as imagens podem ajudar os professores a desenvolver habilidades que levam à compreensão das dificuldades que os alunos apresentam na compreensão em Matemática. Para isso, os professores em sala de aula devem estar atentos ao planejamento do processamento visual que poderá influenciar a escolha do método de resolução de problemas matemáticos pelos alunos e dos processos e papéis que a visualização pode desempenhar nessas atividades matemáticas.

A partir dessas considerações, entendemos que os autores, ao se referirem aos conceitos que envolvem o termo *visualização*, descrevem esse campo de pesquisa como algo que pode auxiliar os alunos a *visualizar* uma representação que seria vinculada a uma estrutura conceitual, o que levaria a elencarmos o potencial da visualização como uma ferramenta a ser considerada na promoção da aprendizagem.

Nesse sentido, podemos caracterizar o pensamento matemático pela capacidade do desenvolvimento matemático, e pelo modo como se podem ver as coisas, estruturá-las, representá-las, seja de forma visual, numérica ou simbólica. Ser capaz de usar o pensamento matemático na resolução de problemas matemáticos, por exemplo, pode ser um dos objetivos primários durante os processos do ensino da Matemática.

A partir da estruturação desse pensamento, os alunos poderão ser capazes de conduzir suas próprias investigações, sendo capazes de identificar e aplicar tudo o que aprenderam, durante seu desenvolvimento matemático, em situações de sua vida cotidiana.

Para Santos (2014), corroborando os estudos de Presmeg (2006), destaca que a visualização foi descrita como a criação de uma imagem mental de um dado conceito que auxilia o desenvolvimento do pensamento matemático. No contexto escolar, a autora explica



que a visualização é um método poderoso que pode ser utilizado no ensino para melhorar a compreensão dos alunos sobre uma variedade de conceitos em muitas disciplinas, como ciência da Computação, Física, Engenharia, em especial, na Matemática.

De forma mais objetiva, Santos (2014) também explica que,

[...] os alunos, desenvolvendo o pensamento visual e o raciocínio visual em sala de aula, poderão ter uma percepção figurativa do que está sendo ensinado, atribuindo significados aos conceitos tidos como puramente abstratos. Focalizando o papel das imagens visuais para o desenvolvimento do pensamento, identifica-se na imagem o elo entre a percepção e a imaginação, pois possibilita sua integração em forma concreta, passível de sucessivas modificações (SANTOS, 2014, p.16).

Com base nessas considerações, entendemos que um dos pontos que precisamos refletir é sobre o papel da visualização para a produção de novos conhecimentos em Matemática.

METODOLOGIA

Dividimos nossas leituras em duas etapas, subdivididas em tópicos. Na primeira destas etapas, discorremos sobre o papel da visualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Na segunda etapa de nossa pesquisa, falamos sobre a importância dos estudos da visualização matemática para a Educação Matemática que poderá nos auxiliar em estudos dos processos envolvendo a cognição dos alunos no desenvolvimento do pensamento matemático.

Quanto ao tipo de pesquisa, segundo Moresi (2003), “do ponto de vista da forma de abordagem do problema”, nossa pesquisa se enquadra no tipo qualitativa, que, segundo D’Ambrosio (2004, *in* BORBA; ARAÚJO, 2004, p.10) “tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes”, de forma que “as hipóteses podem ajudar na definição ou na escolha de uma questão investigativa” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.91).

Considerando que nossa pesquisa será realizada em livros e outros materiais publicados, podemos classificá-la, ainda, como pesquisa bibliográfica, que é uma modalidade de estudo que “se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.71). De modo geral, tratamos de uma pesquisa bibliográfica referente ao papel da visualização matemática no Ensino de Matemática.



RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base nesses apontamentos, podemos indagar: qual é o papel da visualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática?

Inicialmente, inferimos que o olhar do nosso trabalho foi a partir de uma perspectiva teórica. Na mesma direção que os estudos de Soares (2019), entendemos que alguns recursos imagéticos podem desenvolver habilidades de raciocínio quando associadas a processos de ensino e de aprendizagem, possivelmente, seu uso pode melhorar a atenção, a cognição, a reflexão e a criatividade do aluno.

Também entendemos a visualização é um aspecto do pensamento matemático e é de suma importância para compreensão e para o raciocínio. Vários pesquisadores argumentam que o pensamento visual, por meio de imagens, pode ser um recurso para que os alunos estabeleçam relações entre as imagens visuais e as representações para gerar novas informações (SOARES, 2019). Assim, podemos inferir que a compreensão da Matemática está fortemente relacionada à capacidade de se usar o pensamento visual.

A utilização da visualização para o entendimento da geometria, por exemplo, pode auxiliar o aluno a aprender sobre formas, bem como suas partes, ajudando a ratificar conceitos relacionados ao ensino da Matemática, possibilitando uma melhor compreensão direcionada e estruturada de diferentes conceitos matemáticos. Além disso, “a visualização e o pensamento geométrico são processos que se complementam, pois a geometria auxilia no desenvolvimento da capacidade de abstração, generalização e visualização” (SANTOS, 2014, p.16).

Essa autora também recomenda que os professores orientem seus alunos sobre a conscientização de vários tipos de imagens visuais (fotografias, pinturas, imagens, diagramas, ilustrações) que poderão ser úteis no momento da resolução de problemas. Assim, o educador estará aprimorando a percepção visual dos alunos.

Com base nessas considerações, inferimos que a arte de pensar visualmente é uma componente chave para o sucesso da visualização matemática, pois se a visualização é um método que auxilia a resolução de problemas matemáticos, então é importante que professores e alunos vejam claramente o seu papel nos processos de ensino e aprendizagem, usando-a na resolução de resolução de problemas.



ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Em nosso estudo, buscamos refletir que a visualização não se limita apenas à representação de imagens, figuras ou desenhos para ilustrar certos objetos ou conceitos, é também usada em todas as etapas do processo de solução de qualquer atividade Matemática. Em sala de aula, percebemos que muitos estudantes, ao começarem a refletir sobre o processo de resolução de algum problema, não têm a capacidade de representação visual adequada que os problemas exigem e, conseqüentemente, não conseguem encontrar uma solução adequada e correta para o problema.

Nesse sentido, entendemos que recursos imagéticos, e outros recursos visuais, podem ser um forte meio de ensino, eficaz para auxiliar os alunos no processo de aprendizagem da Matemática. Por outro lado, em nossas leituras, percebemos que esses recursos são pouco utilizados em sala de aula. A escola, por exemplo, é um local que os professores podem explorar para incentivar os alunos a tirar boas fotos que podem ser utilizadas, partindo da alfabetização do olhar, explorando as formas geométricas relacionando as figuras que os alunos já aprenderam com fotografias. Porém, os professores estão subutilizando esse recurso que pode ser útil.

Partindo dessas considerações, podemos refletir sobre as seguintes indagações: será que, na Matemática, recursos imagéticos podem incentivar habilidades, como da visualização? Será que esses podem fornecer uma compreensão profunda sobre determinados assuntos? Essas indagações podem nos levar a refletir sobre as ideias ou teorias que façam sentido e, assim, novos caminhos podem se abrir para tentarmos entender uma parte que muitos acreditam ser complicada, que é o processo de formação do pensamento matemático.

Todavia, e se pudéssemos aprender a *ver* os problemas matemáticos de maneiras novas e úteis? E se pudéssemos *ver* e refletir sobre tópicos considerados invisíveis e também considerados difíceis da Matemática, com facilidade, estimulando o raciocínio e a criatividade?

De forma prática, o fechamento dessa atividade de trabalho de investigação científica aponta para diversas perspectivas de trabalhos possíveis de se realizar, seja no âmbito de futuras pesquisas ou de atividades, ligados à formação inicial ou continuada de professores de Matemática, e, também, sobre a importância da visualização e do pensamento matemático nos ambientes tecnológicos.



REFERÊNCIAS

- D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loliola (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, p.11-23, 2004.
- Dreyfus, Tommy. Advanced Mathematical thinking. *In*: NESHER, Pearla; KILPATRICK, Jeremy (Eds). **Mathematics and Cognition**. Cambridge: University Press, 1990.
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus Editora, 2008.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.
- FLORES, Cláudia Regina. Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. **ZETETIKÉ**, Unicamp, v.18, Número temático, p.271-293, 2010.
- FLORES, Cláudia Regina. *et al.*. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, n. 1, São Paulo, p.31-45, 2012.
- GUZMAN, Miguel de. The Role of Visualization in the Teaching and Learning of Mathematical Analysis. **Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics** (at the Undergraduate Level) Hersonissos, Creta, Grécia, 2002.
- HUANG, Chih Hsien. Calculus Students' Visual Thinking of Definite Integral. **American Journal of Educational Research**, v. 3, n. 4, p.476-482, 2015.
- MACIEL, Aníbal de Menezes. **Possibilidades pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do livro didático de matemática**. 2015. 224 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.
- MORESI, Eduardo (Org.). **Metodologia da Pesquisa**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.
- PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.
- PRESMEG, Norma C. Visualization in high school mathematics. **For the Learning of Mathematics**, Vol. 6, No. 3, Nov., p.42-46, 1986.
- PRESMEG, Norma C. Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. *In*: GUITIERREZ, A.; BOERO, P. (Eds.) **Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future**. The Netherlands, Sense Publishers, p.205-235, 2006.



SANTOS, Alessandra Hendi dos. **Um Estudo Epistemológico da Visualização**

Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 2014. 97f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. 2014.

SOARES, Luciano Gomes. **Imagens virtuais e atividades matemáticas:** um estudo sobre representação semiótica na página do facebook Matemática com Procópio. 2019. 174f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve. Editor's Introduction: What is Mathematical Visualization?. *In:* ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve (Eds). **Visualization in Teaching and Learning Mathematics**. Washington: MAA, p.121-126, 1991.