

## CONSIDERAÇÕES SOBRE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Matheus Marques da Silva<sup>1</sup>

José Joelson Pimentel de Almeida<sup>2</sup>

### RESUMO

Neste artigo discutimos sobre representações de figuras geométricas pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como em materiais didáticos para alunos deste nível de ensino, explorando a escassez de algumas representações não usuais, como triângulos obtusângulos e triângulos escalenos, e as preferências destes materiais por representarem estas formas na posição horizontal. O interesse por esse tema se deu a partir de leituras e observações efetuadas no decorrer de um Projeto do nosso Grupo de Pesquisa, Leitura e Escrita em Educação Matemática (LEEMAT), e pela própria vivência como alunos ou professores de Matemática. Como se trata de um tema que ainda estamos desenvolvendo, este artigo compreende as primeiras leituras acerca do tema e, posteriormente, pretendemos analisar o material que coletamos ao longo do trabalho com professores, e seus alunos do Ensino Fundamental. Temos como principais resultados a necessidade de trabalhar com alunos uma diversificação das representações geométricas, além de concluirmos a necessidade de trabalharmos com eles os conceitos por trás destes objetos, facilitando a compreensão destes, mesmo com suas representações modificadas, atribuindo a elas apenas os conceitos principais, sendo a interligação de objeto-exemplo apenas uma forma de ensino.

**Palavras-chave:** Registros de representação semiótica, Geometria, Representações geométricas.

### 1. INTRODUÇÃO

As apresentações de figuras geométricas em livros didáticos e ensino em sala de aula é tema recorrente quando tratamos de processos envolvendo o ensino ou aprendizagem de geometria. Tendo como referencial algumas pesquisas, nosso objetivo ao tratar desse assunto é explorar a forma como exemplificamos figuras geométricas e o que isto pode agregar no aprendizado dos educandos, levando em consideração o estudo da Teoria de registros de representação semiótica (RSS) (DUVAL, 2003) e outros estudos da área de Educação Matemática.

---

<sup>1</sup> Graduando do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB); membro do *Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa* (LEEMAT), [mmarqs18@gmail.com](mailto:mmarqs18@gmail.com);

<sup>2</sup> Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) e do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB e coordenador do LEEMAT, [jjedmat@gmail.com](mailto:jjedmat@gmail.com).

A nossa pesquisa está em andamento, fazendo parte do projeto de pesquisa *Do espaço ao ponto, da universidade à escola: um estudo e proposta de ensino de geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, desenvolvido pelo LEEMAT. Podemos adiantar que, tão importante quanto um aluno saber reconhecer uma figura, com esta em qualquer sentido e posição, é o aluno converter seu conhecimento sobre um objeto, de uma forma não automática, com variações de perspectivas e criatividade envolvida.

## **2. METODOLOGIA**

Como o projeto desenvolvido pelo LEEMAT envolve processos de ensino e aprendizagem de geometria no Ensino Fundamental, inclusive no que diz respeito à formação de professores, desenvolvemos uma curiosidade no que envolve as maneiras de como ocorrem as representações de figuras geométricas pelos professores e seus alunos.

Começamos com a leitura da dissertação de Sousa (2016), onde fomos apresentados à Teoria de RSS, e a pesquisas envolvendo o ensino com o uso de representações. A referida dissertação nos levou à Silva (2014) que desenvolveu uma pesquisa em livros didáticos, com o intuito de descobrir favoritismos em representações de triângulos, e também em suas posições nas páginas dos livros.

## **3. REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Como anunciamos na introdução, a apresentação de objetos matemáticos pelos professores pode parecer muito abstrata para os alunos, ao passo que não existe uma única representação dos mesmos. Segundo Sousa (2016), as representações são os únicos meios pelos quais um objeto matemático pode se tornar acessível, como é o caso dos conceitos e procedimentos envolvendo geometria.

Diante disto, é evidente a preocupação dos educadores quanto à diversidade de representações, e como estas devem ser apresentadas de forma com que não confundam, mas contribuam para exploração e criatividade de seus alunos. Para Duval (2009), a compreensão das representações precede a formação de um conceito, o que nos leva a ter uma abordagem mais significativa com o conhecimento geométrico.

Utilizando seus conhecimentos teóricos e materiais de referência, o professor explora em sala de aula o uso de representações de caráter figural, dando um caráter físico ao objeto

antes tido apenas de forma abstrata. Contudo, essas representações não são suficientes para associar com o objeto em si, e isto deve ficar claro ao apresentá-las.

Em se tratando do conhecimento matemático, não é possível fazer associações entre objeto e suas representações, mas entre as diferentes representações de um mesmo objeto (SOUSA, 2016).

Destacamos que, além de sua forma e tamanho, as representações geométricas se diferenciam por posição e direção, sendo estas as motivações da pesquisa de mestrado de Silva (2014), por meio da qual a autora analisa a diversidade das representações gráficas de triângulos quanto aos critérios de comprimento dos lados, medida dos ângulos e posição que ocupam nas páginas dos livros didáticos.

Mesmo com o destaque da forma geométrica triângulo, o fato é que há muitos outros objetos geométricos a serem observados, os quais seriam ótimas fontes de discussões e pesquisas. Os resultados da referida pesquisa de Silva (2014) indicam que predominam as representações gráficas de triângulos equiláteros ou isósceles e, relativamente, poucos escalenos. Quanto às medidas dos ângulos, os ditos triângulos obtusângulos são raros. Sobre a representação na página, eles predominam com um dos lados paralelos à margem inferior do livro e o terceiro vértice fica acima desse lado.

Isto nos mostra que ainda há lacunas no ensino de geometria a serem preenchidas, principalmente em seu estudo em livros didáticos. Muitas vezes em sala de aula o professor é levado a representar de diferentes formas as figuras geométricas, reforçando assim o aprendizado de seus alunos, pois “dispor de várias representações semióticas para o mesmo objeto possibilita maior compreensão do mesmo” (SOUSA, 2016).

#### 4. DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES

O objetivo principal ao se colocar em discussão em sala de aula conhecimentos matemáticos, principalmente geométricos, é que os alunos compreendam os conceitos por trás das figuras, tornando os exemplos *apenas exemplos*, desconectando uma falsa impressão de que estes são os próprios objetos. Dessa forma,

Parece coerente que o ensino de matemática não restrinja o desenvolvimento das atividades didáticas às possibilidades oferecidas por um ou outro sistema semiótico. Ao contrário, que possa usufruir da diversidade existente, uma vez que essa diversidade contribui com o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos envolvidos no processo (SOUSA, 2016. p.16)

Vemos em Silva (2014) que a apresentação de triângulos escalenos e obtusângulos são minoria nos livros didáticos, revelando que ao aluno é apresentado uma variedade limitada de representações gráficas, podendo ser este um dos principais problemas para aprendizagem de conteúdos e procedimentos próprios da geometria.

Um quadrado é sempre um quadrado, independentemente da sua posição e sentido apresentado em um livro, assim como triângulos, losangos e quaisquer outras figuras geométricas. Partindo desta premissa, surge uma dúvida: será que em outras condições que não sejam a habitual, estes alunos identificariam tais objetos? Como explica Duval (2009), a aquisição de conhecimentos limitado a um só registro conduz a uma compreensão limitada do objeto, pois quando aquele mesmo objeto é apresentado por meio de uma outra representação o sujeito não consegue compreender. Ou seja, caso os estudantes tenham adquirido conhecimento destes objetos por meio de uma apresentação simplória e sem a exploração devida, dificilmente identificariam esses objetos em registros diferentes daqueles aos quais foram apresentados.

Segundo Bueno (2009), quando desenhos de triângulos foram apresentados em posições nas quais um dos lados destes não está paralelo à margem inferior não houve um reconhecimento imediato. De fato isso ocorre quando é proposto que se converta uma figura à sua língua natural (materna). Mas isso também acontece quando é pedido que se converta da língua natural à figura, como mostra o estudo de Pirola (1995), por meio do qual se verificou que, quando se solicita o desenho de um exemplo de triângulo qualquer, 90,6% dos alunos desenharam conforme está na Figura 1.

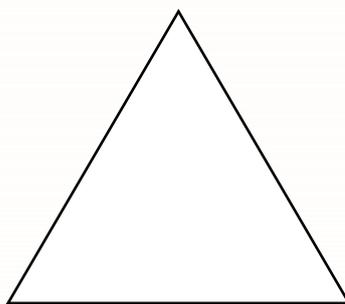


Figura 1 – Triângulo equilátero

Fonte: Os autores

Já sobre sua representação gráfica local nos livros didáticos, a pesquisa de Silva (2014) explana que, em 63% das coleções analisadas, mais da metade das representações gráficas de triângulos vêm na posição *horizontal*; em 27% das obras, o percentual correspondente a essa disposição na página é acima de 40%; em duas coleções, este último percentual caiu para cerca

de 37%, sendo que a variabilidade da representação fica prejudicada segundo a teoria dos registros de representação semiótica.

## 5. DESAFIOS DO ENSINO DE GEOMETRIA

A Matemática, diferente das demais áreas do conhecimento, pode ser acessada exclusivamente por meio de representações semióticas. A experiência e as pesquisas mostram que ensinar e aprender Matemática são tarefas desafiadoras (SOUSA, 2016), o que abrange toda sua área, inclusive a geometria.

Saber diferenciar um triângulo de um tetraedro é fundamental, porém é compreensível que alguns alunos tenham essa dificuldade, uma vez que, possivelmente, esses objetos foram apresentados por meio de representações não diversificadas o suficiente, de modo que, para eles, são equivalentes e semelhantes, devido à forma dos mesmos.

Quando o educando trata um hexaedro regular como quadrado, por exemplo, este é o significado que aquele poliedro tem para ele, ou seja, os critérios utilizados por esse educando para classificar uma figura geométrica como quadrado não são consistentes, e, portanto, precisam passar por situação de conflito para que um novo processo de construção de significados seja desencadeado (SOUSA, 2016, p.29)

Pesquisas como as de Bueno (2009) e Brito e Pirola (2005) observaram que os alunos reconheceram rapidamente os triângulos quando estes são acutângulos isósceles ou equiláteros. Bueno (2009) também constatou que os alunos só reconhecem triângulos, quadrados e retângulos quando estes estão com a base paralela à margem inferior da folha. Sendo esses problemas comuns aos alunos de Ensino Fundamental, porém pode abranger educandos de outros níveis de ensino caso os mesmos não possuam conhecimento específico dos conceitos por trás destas figuras.

Na representação de um tetraedro regular, por exemplo, é necessário que o educando tenha um conhecimento específico de termos utilizados para explorá-lo, como vértices, arestas e faces, além de conhecer o porquê deste objeto ser regular. Ou seja, antes de explorar um objeto geométrico, primeiro é preciso conhecer termos específicos, com significados que não fazem parte do cotidiano do aluno.

Por exemplo, nos textos de problemas e exercícios há termos matemáticos que precisam ser decodificados. Muitas vezes, a falta de conhecimento de um termo matemático deixa o aluno sem ação diante do texto (CURI, 2009, p.140).

Esta é uma das preocupações do LEEMAT, a discussão sobre a importância da leitura e escrita em aulas de Matemática, porque isto ativa diretamente o repertório de leitura e conhecimentos dos alunos. Quanto mais um aluno conversar sobre determinado assunto, seja em sala de aula, seja em outros espaços formais ou não formais de educação, mais oportunidades ele tem de se apropriar de conceitos, sendo estes conceitos revelados inclusive pelo vocabulário utilizado. Ora, é muito fácil reconhecer o nível de conhecimentos e avaliar um aluno pelo que fala, o modo como fala e o léxico utilizado ao conversar sobre os conteúdos e procedimentos que estão em jogo em uma aula de geometria.

Em nosso Projeto, *Do espaço ao ponto, da universidade à escola: um estudo e proposta de ensino de geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, discutimos questões desta natureza a partir de referenciais teóricos diversos, da filosofia da linguagem (BAKHTIN, 2003; 2010), das representações semióticas (DUVAL, 2003; 2009), da Educação Matemática (BARTON, 2009; ALMEIDA, 2016, dentre outros) e do próprio estudo de geometria (PAVANELLO, 1995; 1989; LORENZATO, 1995; ALMEIDA et al, 2012; dentre outros), embora neste artigo estejamos discutindo apenas a partir dos registros de representação semiótica.

A partir de nossas leituras relativas ao Projeto, bem como de nossas experiências como alunos, professores e pesquisadores, podemos afirmar que, ao tempo em que se pede a um aluno que represente alguma forma geométrica, faz-se necessária uma exploração dos conceitos por trás desta, principalmente por meio de discussão sobre essa forma.

Duval (2003) afirma que a atividade de reconhecimento é tão importante quanto a atividade de produção, ou seja, é preciso que os educandos sejam apresentados aos conceitos por meio de representações semióticas, utilizando todos os recursos e variedades possíveis, antes e após as representações feitas pelos próprios alunos.

## **6. ENSINO DE GEOMETRIA E REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS**

O uso de ilustrações, diagramas e objetos concretos, ou seja, exploração informal de geometria, é defendida por Buratto (2006). A pesquisadora indica que o ensino deve recair sobre investigações, uso de ideias geométricas e relações, em vez de se ocupar com definições a serem memorizadas e fórmulas a serem decoradas. Como explica Sousa (2016), essas explorações também favorecem a interação dos educandos com os conceitos geométricos,

mesmo nos momentos em que o educador necessitar fazer explicações ou demonstrações que exijam maior rigor.

Atualmente, com o avanço tecnológico, fica mais fácil para os educadores explorarem diversas áreas que envolvam a geometria, além da própria Matemática, como é o caso da Arquitetura, das Artes, da Química e de tantas outras.

Em Almeida et al (2012) há uma discussão sobre a importância de se explorar os conceitos a partir do cotidiano das crianças no que se refere ao estudo de geometria na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. De forma análoga, é necessário que se perceba a inserção de conceitos e procedimentos de geometria no cotidiano dos estudantes dos demais níveis de ensino para que, a partir daí, sejam propostas discussões relevantes para a sua aprendizagem. Em níveis mais elevados, como no Ensino Médio e na universidade, os conhecimentos acadêmicos, ainda que informais, de outras áreas podem ser trazidos à tona, agendados para a sala de aula.

Para Pavanello e Franco (2007), a capacidade de compreensão dos educandos a respeito do que está sendo estudado depende de como é apresentado o conteúdo, de como o educador apresenta a relação de significados e da importância que esse conteúdo tenha para o estudante, o que pode ser revelado a partir das discussões empreendidas em sala de aula.

A apresentação desses tipos de representações semióticas deve sempre vir acompanhadas de um pensamento mais profundo, desassociando o conceito com aquele único objeto, deixando em aberto tantos outros que podem ser formados com tais definições apresentadas. Segundo Duval (2011), especificamente as figuras geométricas são representações semióticas que permitem diferentes maneiras de visualizar suas unidades figurais. Isto precisa ser explorado em sala de aula, mas com responsabilidade, dando oportunidade aos estudantes para que representações as mais distintas ocorram.

Duval (2012b, p.118) destaca três maneiras diferentes de ver as figuras segundo seu papel: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória e a apreensão discursiva. A pesquisa de Silva (2016) está relacionada diretamente à apreensão operatória, porque ela se refere às possíveis modificações de uma figura, na qual a autora explica que os tipos de apreensão operatória são modificações mereológicas, modificações óticas e modificações posicionais.

As modificações mereológicas são caracterizadas por Duval (2012b, p.125) como sendo as modificações que relacionam a parte e todo, ou seja, dividir uma figura em subfiguras ou incluí-la em outra figura de modo que ela se torne uma subfigura. Segundo Duval (2012, p.289),

uma aprendizagem dos tratamentos propriamente figurais deve ser uma aprendizagem centrada na apreensão operatória das figuras e não nas apreensões sequenciais e discursivas.

A pesquisa de Silva (2016) nos livros didáticos de Matemática destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2013, explora como são as representações gráficas de triângulos, observando-se suas características, se há uma variabilidade equilibrada dessas características ou há escolhas dominantes e qual a frequência relativa das atividades envolvendo triângulos nas quais o aluno é solicitado a realizar uma conversão entre os registros da língua natural e figural. Como vimos anteriormente, os dados obtidos mostram que há um vício nas formas e representações dos objetos geométricos, o que causa obstáculos na aprendizagem dos alunos.

Identificar uma figura geométrica usando conhecimentos de seus conceitos, independentemente de sua posição na página ou de orientação, é essencial, porém não é o único fator que contribui para a aprendizagem dos educandos, pois, como Duval (2003, p.21) afirma, “a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação”.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Diante de tantos conteúdos a serem explorados, este artigo trata de um recorte referente à pesquisa que estamos empreendendo com professores e alunos do Ensino Fundamental, conforme já discutimos. Em uma das etapas da pesquisa, iremos verificar, como são os registros de representação semiótica produzidos por professores e seus alunos e quais as implicações para a aprendizagem dos conceitos e procedimentos envolvidos.

Tivemos resultados consideráveis a essas leituras, em que fomos apresentados a um novo ponto de vista das representações de figuras geométricas, em que a exploração deve ser feita de uma maneira competente para que não agregue danos futuros à aprendizagem.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante dos dados encontrados até o momento, podemos afirmar que o ensino de geometria deve se comprometer muito mais com o conhecimento das definições dos seus

objetos e suas aplicações, do que com suas características empíricas e suas representações semióticas, berço de confusões e precipitações.

Como continuidade, uma das etapas é a validação do que afirma Silva (2016), quando esta afirma que nos livros didáticos as representações dos objetos geométricos aparecem com pouca variabilidade, sendo este um grande problema, já que dispor de várias representações semióticas destes objetos pode agregar uma maior compreensão sobre eles.

Também como trabalho a ser desencadeado, ainda com base neste referencial teórico, faremos uma análise de atividades que estão sendo desenvolvidas com professores e seus alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, referentes ao Proeto desenvolvido pelo *Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (LEEMAT)*, conforme discutimos anteriormente.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, José Joelson P. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de Matemática**. São Paulo/ Campina Grande: Livraria da Física/ Eduepb, 2016.

ALMEIDA, J. J. P., SILVA, R. C. J., e ANDRADE, S. Matemática na Educação Infantil: O Campo Geométrico, Grandezas e Medidas. In: SILVA, Rita de Cássia Jerônimo da. **Matemática na Educação Infantil**. João Pessoa: UFPB, 2012.

BAKHTIN, Mikhail. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 14. ed. Trad. Michel Lahud & Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 2010.

\_\_\_\_\_. **Estética da criação verbal**. Trad. Paulo Bezerra. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BARTON, Bill. **The language of mathematics: telling mathematical tales**. New York: Springer, 2009.

BRITO, Márcia Regina F. de; PIROLA, Nelson Antônio. A formação dos conceitos de triângulo e de paralelogramo em aluno da escola elementar. In: BRITO, Márcia Regina F. de (Org). **Psicologia da Educação Matemática**. Teoria e Pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005. p. 85-106.

BUENO, Cinthya. **Alfabetização Matemática: Manifestações de estudantes do primeiro ciclo sobre Geometria**. 2009. 210 f. (Mestrado em Educação) - Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Representação semiótica no ensino de geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores**. Florianópolis. UFSC. 2006 (Dissertação de mestrado)

CURI, Edda. **Gêneros textuais usados frequentemente nas aulas de matemática: exercícios e problemas.** In: Celi E. LOPES e Adair M. NACARATO (Orgs.). Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009. P. 137-150.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática. Registros de Representação Semiótica.** 8 Ed. São Paulo: Papirus, 2003. p. 11-33

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano: Registros Semióticos e aprendizagens intelectuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2009. Tradução de: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar:** os registros de representação semiótica. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo, 2011. Vol. 1. Ed. Proem

\_\_\_\_\_. Registros de Representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de: Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.7, n. 2, Florianópolis, 2012a. p.266-297. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>>. Acesso em: 10 fev. 2013.

\_\_\_\_\_. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de: Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.7, n. 1, Florianópolis, 2012b. p.118-138. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>>. Acesso em: 10 fev. 2013

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** In: A Educação Matemática em Revista – SBEM, 1995.

PAVANELLO, Regina Maria. **O Abandono do Ensino de Geometria: Uma Visão Histórica.** 1989. 196 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual De Campinas - Faculdade de Educação, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria; FRANCO, Valdeni Soliani. **A construção do conhecimento geométrico no ensino fundamental:** análise de um episódio de ensino. Maringá, 2007. Disponível em: [www.sbem.com.br](http://www.sbem.com.br) em: 02/02/2010.

PIROLA, Nelson Antônio. **Um estudo sobre a formação de conceitos de triângulos e quadriláteros em alunos da quinta série do primeiro grau.**1995. 180 f. (Mestrado em Educação) -Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Campinas, 1995.

SILVA, Amanda Barbosa da. **Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental:** um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica. 2014. 118f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SOUSA, Zuleide Ferreira de. **Geometrias espacial e plana**: uma análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas. 2016. 149f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.