

## MODELAGEM MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Roger Ruben Huaman Huanca <sup>1</sup>  
Marta Beatriz Marinho de Melo <sup>2</sup>

### RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta a ser realizada junto a Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro, com um grupo de estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática, com o objetivo de articular o estudo de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) de maneira contextualizada através da Modelagem Matemática (MM) focando nas Derivadas Parciais e Integrais Múltiplas. Acontece que no Ensino Superior os professores responsáveis pelas disciplinas de um modo geral e em particular pelas disciplinas de Cálculo foram submetidos a uma formação pedagógica fundamentada em conceito, exemplo e exercício. Este tipo de ensino reflete no baixo interesse dos estudantes em aprender o Cálculo, o que não possibilita um aprendizado significativo que venha a contribuir para sua futura atuação prática. A partir de uma abordagem qualitativa, coletaremos dados e informações do grupo de estudantes quando envolvidos no processo de MM e para a análise utilizaremos questionários semiestruturados e análises documentais. Com essa proposta esperamos que os futuros professores estejam convencidos da importância da modelagem no ensino e aprendizagem de Matemática. O ambiente gerado pela MM favorecerá o aprendizado matemático na medida em que os estudantes conseguirão modelar um fenômeno através do Cálculo, nos termos de interação, matematização e validação do modelo encontrado.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Cálculo Diferencial e Integral, Sala de Aula, Educação Matemática, Proposta.

### INTRODUÇÃO

A Matemática é tida por muitos como uma disciplina de extrema dificuldade, quanto a sua aprendizagem, quando na verdade ela se faz presente em todos os níveis de ensino. A presença dessa disciplina no Ensino Superior abrange diversas áreas do conhecimento, tais como, as ciências naturais, biológicas e sociais. O que difere o ensino de Matemática nas diferentes áreas é a forma como é ensinada e conseqüentemente aprendida, já que cada área possui suas especificidades. Entretanto na maioria das vezes, ela acaba sendo ensinada da mesma forma sem considerar os respectivos objetivos.

O ensino de Cálculo em geral é realizado através de aulas expositivas, onde é apresentado para os alunos os conceitos, exemplos e uma lista de exercícios repetitivos. No

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro/SP. Professor e Pesquisador da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, [rogerkoringa@gmail.com](mailto:rogerkoringa@gmail.com);

<sup>2</sup> Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, [martinha999@gmail.com](mailto:martinha999@gmail.com).

entanto, esse modelo de ensino tem provocado altas taxas de reprovação, conforme diferentes pesquisas publicadas na literatura pertinente (VILLARREAL, 1999).

O que acreditamos que acontece no ensino superior, é que os professores responsáveis pelas disciplinas de um modo geral e em particular pelas disciplinas de Cálculo foram submetidos a uma formação pedagógica fundamentada no tripé conceito, exemplo e exercício que dessa maneira simplesmente reproduzem em sala de aula o mesmo modo como foram formados.

Este tipo de atitude, a nosso ver, reflete no baixo interesse dos alunos em aprender o Cálculo. Acreditamos que quando os estudantes de licenciatura optam em ter uma formação profissional, onde o que se deve ser apreendido é de ordem prática e o professor acaba por ensinar somente teoria, não possibilita um aprendizado significativo que venha a contribuir para sua futura atuação prática.

Propor uma mudança de pensar e efetivar o ensino da Matemática resulta de um repensar do ensino atual, pois o vínculo entre a realidade do aluno ao que é estudado em sala de aula pode possibilitar a formação do estudante de forma crítica e reflexiva. Consideramos também que, o papel do professor frente a essa mudança seria trazer à sala de aula uma melhor perspectiva do processo de aprendizagem.

Nesse sentido, propomos nesse trabalho a Modelagem Matemática como uma alternativa de mudança na prática de sala de aula para o ensino e a aprendizagem de Cálculo, segundo Thomas et al. (2009) precisamos ampliar a ideia básica do cálculo de funções de uma única variável para funções de várias variáveis, assim o cálculo é muito mais interessante, por exemplo, no estudo de fenômenos do mundo, uma quantidade investigada normalmente depende de duas ou mais variáveis independentes. Desse modo, precisaríamos utilizar estratégias que favoreçam uma compreensão para poder estabelecer relações da Matemática com as outras áreas do conhecimento levando o estudante a ser crítico e reflexivo diante do conteúdo que lhe é ensinado, o que irá refletir positivamente no seu campo de atuação.

Em nossa investigação, com um grupo de estudantes em um curso de Licenciatura Plena em Matemática, teremos a preocupação de inserir alguns conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral III que se fizessem presentes em situações-problema, para isso recorreremos às aplicações no contexto da Modelagem. Sendo assim, o trabalho tem por objetivo o estudo do cálculo de maneira contextualizada através da modelagem matemática.

A seguir, destacaremos a metodologia da pesquisa, as etapas que pretendemos desenvolver com essa proposta, o ambiente em que será realizada e algumas falas desses

sujeitos de pesquisa (um grupo de estudantes) que levarão ao delineamento da investigação para a utilização da Modelagem Matemática na proposta de Ensino que pode contribuir para a Aprendizagem dos estudantes de Licenciatura Plena em Matemática.

## METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho será baseada na construção do conhecimento, motivando o estudante a compreender os conceitos do Cálculo através da Modelagem Matemática. Assim, em vista de fazermos nossa investigação analisaremos o que os estudantes esperam com relação a seus aprendizados e à prática docente, utilizando a Modelagem Matemática. Para isso, desenvolveremos atividades de Modelagem através de temas contextualizados, em uma turma do quarto período do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, campus Monteiro com um total de 09 (nove) estudantes que serão os sujeitos da nossa pesquisa.

Dessa forma, utilizaremos para análise das concepções dos estudantes, as técnicas a seguir, como questionários semiestruturados e análises documentais:

### **Questionários semiestruturados a serem realizados com os sujeitos da pesquisa.**

- Pré-atividade: objetivará conhecer as inquietações dos estudantes com relação ao ensino de Cálculo e as expectativas com relação à disciplina a qual faremos a intervenção metodológica;
- Pós-atividade: objetivará identificar o posicionamento dos estudantes com relação ao aprendizado, a prática docente desses futuros professores e a estratégia de ensino-aprendizagem utilizada durante as aulas da nossa intervenção.

### **Análises Documentais:** Das atividades de Modelagem realizadas:

- A primeira atividade: objetivará identificar a relação que os três grupos de três alunos fazem dos temas contextualizados (situações-problema) com os seus conhecimentos de Matemática e Cálculo;
- As outras atividades: objetivarão analisar o desenvolvimento dos alunos enquanto realizam a construção do processo de Modelagem.

Partindo desse princípio, perceberemos que propondo essa intervenção, poderemos possibilitar aos estudantes um diálogo entre eles, como também, entre estudante e professor, de forma que o conhecimento adquirido venha ser absorvido de forma prazerosa e motivadora.

Dessa forma, acreditamos que há uma ligação intrínseca entre o que propõe a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática para o futuro professor de matemática, e o que se pretende no processo do ensino e aprendizagem no Ensino Superior. Ademais, quando propormos que os estudantes se reúnam em grupos de três, trabalharemos com problemas que envolvam situações reais. Com tais problemas, os estudantes poderão discutir os conhecimentos que possuem sobre esses assuntos, e a partir daí desenvolveremos o processo de Modelagem com a perspectiva de desfazer em relações com a disciplina que ora se propunham fazer. Deste modo, acreditamos que:

A organização curricular se apresenta integrando atividades e disciplinas que colaboram para a formação do licenciando, com o conhecimento sendo tratado de forma integrada; uma organização curricular aberta, flexível, atualizada, interdisciplinar, facilitando e incentivando os mais diversos modos de integrar teoria e prática, universidade e situações profissionais, disciplinas básicas e as profissionalizantes (MASETTO, 2003, p. 84).

Nesse sentido, a aprendizagem universitária pressupõe, por parte do estudante, aquisição e domínio de um conjunto de conhecimentos, métodos e técnicas científicas de forma crítica. Iniciativa para buscar informações, relacioná-las, conhecer e analisar várias teorias de diferentes autores sobre um determinado assunto. Por último, compará-las e discutir sua aplicação em situações reais.

Perez (2004, p. 251) enfatiza o posicionamento dos sujeitos dizendo que “[...] a falta de interesse para estudar Matemática pode ser resultante do método de ensino empregado pelo professor, que usa linguagem e simbolismo muito particular, além de alto grau de abstração”.

Desta forma compreendemos que, o uso de uma metodologia diferenciada da tradicional é uma proposta para ter a consolidação do ensino e do aprendizado, tendo em vista que “os aprendizes são diferentes; assim, o aprendizado nunca deve ser visto como um caminho único, pois onde existe uma maneira leve, quase por definição, haverá outra ou, talvez, várias outras maneiras” (COWAN, 2006, p.18).

## **DESENVOLVIMENTO**

O desenvolvimento da pesquisa será realizado no contexto da Modelagem Matemática. Nessa proposta buscamos adotar a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e de aprendizagem. Assim apresentaremos algumas concepções que diversos autores têm em relação à Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática e alguns argumentos para sua utilização no estudo.

Segundo Bassanezzi (2010), a modelagem é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Esse autor também considera que a Modelagem Matemática, no ensino de Matemática, propicia uma formação crítica dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos, além de despertar o interesse para conhecimentos não restritos a conceituações.

Para ensinar e aprender modelagem matemática é necessário enfrentar o desafio de uma mudança pedagógica condizente com as necessidades dessa nossa época de auto desenvolvimento científico-tecnológico, o que exige de nós criatividade, sensibilidade, dinamismo e participação ativa capaz de gerar inovação e provocar mudanças no mundo em que vivemos (BASSANEZI, 2015). Então, Para trabalhar com modelagem não basta conhecer a técnica ou reproduzir o trabalho de outros, é preciso aliar às habilidades técnicas uma boa dose de talento.

Ainda Bassanezzi (2010, p. 38) defende a ideia de que, “com a modelagem o processo de ensino e de aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural”.

Já Ferruzzi, et al (2004) consideram a Modelagem Matemática como um conjunto de regras e procedimentos que guiam o modelador na obtenção de um modelo matemático que represente um problema extra-matemático, ou seja, utilizando-se para isso técnicas matemáticas, conhecimentos científicos, experiência e criatividade.

As autoras apontam alguns argumentos que podem ser utilizados para justificar a introdução de atividades de Modelagem no currículo de Matemática:

- **O desenvolvimento de aspectos sociais:** a interação dos indivíduos pode beneficiar mutuamente as pessoas que se encontram em um mesmo nível de desenvolvimento cognitivo, mas que analisam uma determinada situação com perspectivas diferentes. As atividades desenvolvidas em grupo podem proporcionar o desenvolvimento do senso de responsabilidade, a auto-estima, a cooperação e a criticidade.
- **O reconhecimento do papel da Matemática na sociedade:** a Matemática vem sendo utilizada como argumento para apresentar sugestões e soluções a problemas políticos e sociais. É importante que todo indivíduo conheça e reconheça o papel importante que a Matemática tem na vida, seja no âmbito acadêmico, profissional ou social.
- **Aquisição de conceitos matemáticos e suas aplicações:** é preciso uma educação matemática que incentive a resolução de problemas mostrando onde e como se aplica

a Matemática. A aplicação de conceitos em situações do dia a dia exige que essa capacidade seja desenvolvida e ainda, que devemos trabalhar em sala de aula com verdadeiras situações-problema.

- **Desenvolvimento do conhecimento reflexivo:** a Matemática intervém na realidade quando nos oferece não apenas discussões de fenômenos, mas também modelos para a alteração do comportamento. Agimos de acordo com a Matemática, e diante disso, entendemos que é necessário desenvolver uma competência crítica nos estudantes.
- **Processos cognitivos desenvolvidos pelos estudantes:** o conhecimento construído através dos modelos é um saber contextualizado e com significado. Se o conceito for construído pelo aluno será facilmente resgatado quando necessário.

Também é interessante notar que, a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo “é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62).

Nesse contexto concebemos a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem onde “esta ligação da matemática escolar com a matemática da vida cotidiana do aluno faz um papel importante no processo de escolarização do indivíduo, pois dá sentido ao conteúdo estudado, facilitando sua aprendizagem e tornando-a mais significativa” (MACHADO; SANTOS, 2004, p. 2).

Ademais, a modelagem não é seguida a linearidade apresentada em livros didáticos, os quais, em muitos casos, não são adotados pelos professores apenas como mais um referencial, mas como único recurso, seguido do início ao fim. Portanto, quando se utiliza a modelagem, são os problemas que determinam os conteúdos e o trabalho do professor fica reconfigurado, ou seja, de meramente transmissor passa a mediador, orientador e problematizador (PEREIRA, 2010).

Com essa visão, uma atividade de modelagem exigirá do professor a disponibilidade para pesquisar, desmitificando o papel centralizador, no qual o docente detém quase que a totalidade do processo de ensino e aprendizagem. Além disso, possibilitará que os alunos contribuam com a aula fazendo pesquisas e dando sugestões, tornando-se corresponsáveis pela aprendizagem.

Segundo Polanyi (1969), o ambiente de aprendizagem da modelagem possui um papel importante para a construção do conhecimento matemático pois pode facilitar a comunicação entre professores e alunos nos ambientes propícios para a conversão dos conhecimentos matemáticos subentendido e explícito. Nesta perspectiva o ambiente de aprendizagem da

modelagem pode ser considerado como um espaço educacional que favorece a deflagração da intervenção pedagógica do processo de ensino e aprendizagem de matemática, pois, nesse ambiente, professores, como mediadores do processo educacional auxiliam os alunos a internalizarem o conhecimento matemático subentendido através de atividades contextualizadas. Ainda, Polanyi (1969) argumenta que a conversão dos conhecimentos explícito e subentendido é importante para a construção do conhecimento, pois apesar de serem conhecimentos opostos, se complementam e se relacionam.

Ao refletir-se sobre a relevância deste estudo, focalizam-se as possíveis contribuições que ele pode trazer à ação prática e reflexiva sobre o ensino e a aprendizagem matemática, por meio da estratégia Modelagem Matemática, em particular no que se refere a alguns conceitos do Cálculo Diferencia e Integral.

Huanca e Assis (2019, p.4) dizem que, “existem inúmeras formas de conceber o ensino da Matemática, cabe ao professor adequá-las a seu trabalho”. Ainda, de acordo com esses autores, a Modelagem Matemática enfatiza a importância de saber modelar problemas, condição necessária à formação do aluno no sentido de que: ela desperta o interesse pela Matemática, leva a sentir sua beleza; melhora a busca pela construção de novos conceitos matemáticos; desenvolve a habilidade em resolver problemas; e estimula a criatividade nos alunos.

É interessante notar que, a Modelagem Matemática em sala de aula, pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece. Nesse sentido, o aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também “para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social” (BRASIL, 1999, p. 7).

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Como estamos interessados inicialmente em trabalhar com “Derivadas Parciais e Integrais Múltiplas” assuntos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III espera-se que os estudantes tenham clareza do que se pretende construir. Então, a partir das pesquisas será direcionado as nossas ideias em relação à Modelagem Matemática.

Também, com esta proposta esperamos que os futuros professores estejam convencidos da importância da modelagem no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral III. Nesse sentido, de acordo com Biembengut e Hein (2003) este processo da modelagem é identificar por etapas:

- Interação: fase de reconhecimento, dos primeiros contatos com o problema ou tema a ser modelado, buscando familiarizar-se a respeito e coletar dados que possam ajudar na investigação;
- Matematização: etapa em que são levantadas hipóteses explicativas, com base nos conhecimentos prévios para as questões suscitadas. É quando se faz uso das ferramentas matemáticas para atingir o modelo com que se pretende representar a situação de estudo;
- Modelo: fase em que se testa a validade do modelo construído, devendo-se, no caso de sua não-adequação retornar à etapa anterior do processo.

As etapas sugeridas pelos autores revelam um processo de maior envolvimento dos alunos quando estes podem modelar uma situação-problema, como enfatiza Huanca (2014), quando coloca que a escolha do modelo deve partir do professor, das suas relações com o currículo escolar, e ainda as suas experiências. Nesse sentido os estudantes teriam uma melhor compreensão sobre o assunto abordado e saberes efetivos sobre o mundo em que vivem.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A partir das informações obtidas pelo questionário que pretendemos aplicar no segundo semestre de 2019, a Modelagem Matemática poderá contribuir para a aprendizagem dos estudantes. Porém, como a pesquisa está no início, objetivamos prosseguir sempre que possível, recorrendo às contribuições que os outros (pesquisadores) possam nos dar, para fundamentarmos nossa pesquisa. Neste sentido será importante coletar e analisar os dados, tanto qualitativamente ou quantitativamente e também pretendemos fazer um banco de dados ou comparar com outros trabalhos já existentes.

É importante destacar que esta proposta gerará um incentivo maior para darmos continuidade à realização da pesquisa fundamentada na atitude de utilizar, em sala de aula, a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e de aprendizagem diferenciada. Mas para isso precisamos ter disposição para aceitar e implementar novas ideias, ter atitudes de

responsabilidade baseada em princípios éticos e ter entusiasmo e coragem para adotar atitudes novas.

Enxergamos a modelagem matemática com uma alternativa metodológica para a sala de aula, em que facilita a construção de um novo conhecimento matemático, pois, essa alternativa metodológica pode promover a construção, a acumulação, a manipulação e a disseminação do conhecimento matemático. Nesse contexto, os estudantes envolvidos nesta pesquisa serão convidados a questionar e investigar através de situações-problema.

## REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1999.

BURAK, D. Modelagem matemática: Ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992, 329 f. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, 1992.

COWAN, J. Como ser um professor universitário inovador: Reflexão na ação. Natal: Flechado Tempo, 2006.

FERRUZI, E. C.; GONÇALVES, M. B.; HRUSCHKA, J.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos Cursos Superiores de Tecnologia in: World Congress on Engineering and Technology Education. São Paulo, 2004, p. 1354-1358.

HUANCA, R. R. H. A Resolução de Problemas e a Modelização Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem- Avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de matemática. 2014, 315 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 2014.

HUANCA, R. R. H.; ASSIS, M. A. P. Resolução de Problemas e Modelização Matemática na Sala de Aula. In: XV CIAEM - Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Medellín – Colômbia, 7f. Anais do XV CIAEM, Universidad de Medellín, 2019.

MACHADO J. A.; SANTO, A. O. E. A Modelagem Matemática como caminho para “fazer matemática” na sala de aula. In: Anais do VII CNECIM. Belém-Pará, 2004. Ed. CEJUP, p. 77-85.

MASETTO, M. T. Ensinar e Aprender no Ensino Superior: por uma epistemologia da Curiosidade na Formação Universitária. In: TEODORO, A.; VASCONCELOS, M. (Org.). São Paulo: Mackenzie e Cortez. 2003.

PEREIRA, E. A modelagem matemática e o papel do professor de Matemática para o desenvolvimento da criatividade. In: BRANGT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica. Ponta Grossa: Editora UPG, 2010, p. 115-126.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 250-263.

POLANYI, M. Knowing and being. Chicago, IL: Chicago University Press, 1969.

THOMAS, G. B.; WEIR, M. D.; HASS, J.; GIORDANO, F. R. Cálculo. 11. ed. São Paulo: Pearson Education Brasil, 2009. v. 2.

VILLARREAL, M. E. O Pensamento Matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 1999.