

BUSCANDO ROMPER A LINHA TÊNUE ENTRE TEORIA E PRÁTICA: A EXPERIÊNCIA DE APLICAR UM PLANO DE AULA PARA O ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA EM GEOMETRIA ANALÍTICA

João Victor Oliveira dos Santos¹

Orientadora: Carolina Santos de Miranda²

RESUMO

Na formação inicial de Professores de Matemática, é imprescindível a construção de um conhecimento teórico consistente, de modo a contribuir com a qualificação do exercício do magistério pelos discentes existindo, ademais, a necessidade de se construir uma relação entre as teorias vistas no meio acadêmico e suas aplicações práticas nas salas de aula. A motivação para a produção deste relato está na realização de uma atividade de campo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – Campus do Agreste, referente à componente curricular Didática. A atividade consistiu na formulação e aplicação de um plano de aula dentro da matriz curricular da disciplina de matemática, o conteúdo específico dentro desse prisma seria determinado pelo discente, que neste caso foi referente ao Estudo Analítico da Circunferência. O contexto de aula se deu em uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública do Município de Surubim-PE. Como referencial teórico, foi utilizado a partir das aulas de Didática, textos de autores da área, com fim de ambientação com a componente e orientação para a atividade. Através da aplicação do plano de aula, foi possível perceber alguns aspectos estudados pela Didática, o que contribui de maneira significativa para a construção de uma experiência docente embasada na percepção de diversos fatores presentes na sala de aula no processo de ensino-aprendizagem, proporcionando o rompimento do entrave existente entre teoria e prática na Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Plano de aula; Didática; Teoria e prática, Geometria analítica.

INTRODUÇÃO

A Geometria Analítica é uma Área Matemática na qual há um estudo de entes geométricos sob a ótica algébrica, sendo capaz de despertar no estudante o raciocínio geométrico e visão espacial (WINTERLE, 2000). Um dos entes geométricos que podem ser analiticamente tratados é a Circunferência, cujo estudo geralmente se dá no final da Educação Básica.

¹ Graduando no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, jvictor114@gmail.com

² Mestre em Educação, Cultura e Identidades pela Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, carolmirandasantos@yahoo.com

Genericamente, dado um plano cartesiano xy que contém uma circunferência, podemos definir o raio, r , desta circunferência através do seu centro $C(a, b)$ e de um ponto qualquer $P(x, y)$ pertencente a ela. A equação reduzida da circunferência pode ser assim representada:

Equação 1: Equação Reduzida da Circunferência

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$$

O desenvolvimento algébrico da expressão anterior resultará na equação geral (ou normal) da circunferência:

Equação 2: Equação Geral da Circunferência

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + (a^2 + b^2 - r^2) = 0$$

A importância do estudo analítico da circunferência encontra-se na possibilidade de se potencializar nos alunos as habilidades matemáticas necessárias na manipulação algébrica de equações, além de poder identificar relações de posição entre entes da geometria. Nesse sentido, cabe ao professor averiguar e buscar sanar as dificuldades que os estudantes apresentam no tocante aos procedimentos algébricos necessários para a construção de conceitos, com incentivo à argumentação, ao pensamento geométrico e ao raciocínio lógico e espacial.

No que tange à relação entre teoria e prática no estudo analítico da circunferência, pode-se verificar a importância de se levar em conta o que o estudante já carrega consigo no que se diz respeito ao conhecimento prévio do conteúdo.

Ratifica-se a ideia de que a problematização é uma das formas de colocar a mediação em prática. O professor é o agente que consegue descobrir as falhas cognitivas dos seus alunos e, para solucioná-las, promove questionamentos. Ao mediar, o professor pode criar situações-problema, relacionando-as com o conhecimento prévio do aluno por meio de atividades de confrontação [...] (SCHEIN; COELHO, 2006, p.89).

Mais especificamente, compreende-se que o conhecimento teórico nas aulas de Matemática Pura dá um embasamento suficiente para a consolidação de conceitos abrangentes na área das Ciências Exatas, todavia, é imprescindível para o aluno do curso de Licenciatura em Matemática, ter um contato direto com o ambiente da aplicação desses conceitos: a Sala de Aula. Isto se deve ao fato de que, no início da formação, ainda existe um entrave na compreensão da relação entre a teoria vista nas aulas de matemática e os diversos fatores

sociais, psicológicos, econômicos, políticos e educacionais intimamente relacionados com a aprendizagem de estudantes do Ensino Básico, o que, de certo modo, desaproxima a relação teoria-prática nos conhecimentos matemáticos dos discentes. Com isso, é importante a introdução de disciplinas que propiciem a aproximação entre a teoria e a prática na aplicação de conhecimentos pedagógicos e matemáticos pelos futuros professores.

Diante do exposto acima, o objetivo deste trabalho é relatar uma experiência prática do ensino de Matemática, mais especificamente, no estudo analítico da circunferência, com alunos do ensino médio, a partir da formulação e aplicação de um plano de aula, sendo possível adquirir uma nova ótica sobre a docência na formação inicial, além de compreender as percepções construídas pelos estudantes em relação ao tema.

METODOLOGIA

Este trabalho caracteriza-se como um relato de experiência e nesta seção serão apresentados os momentos vivenciados durante a aplicação dessa experiência, materializada na aplicação de um Plano de Aula. Esta foi realizada numa escola pública do município de Surubim, no estado de Pernambuco. A duração total da aula foi de 100 minutos e a turma escolhida para a aplicação foi o 3º ano do Ensino Médio, com um quantitativo de 20 alunos. Tal atividade teve caráter de atividade avaliativa para conclusão da disciplina de Didática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – Campus do Agreste.

Inicialmente, houve a construção do plano nas aulas da disciplina, orientado pela docente da disciplina. Foram discutidos os elementos cruciais, como a elaboração dos objetivos, metodologia e avaliação, com base no tema da aula escolhido. A escolha do Estudo da Circunferência como tema para construção e aplicação do plano fundamenta-se na ideia de que o tema é importante para a edificação de um pensamento mais amplificado pelos estudantes no âmbito da matemática, predispondo as percepções algébricas, espaciais e analíticas entre os entes geométricos. Após a formulação do plano, deu-se início à orientação para a aplicação do mesmo nas escolas.

O primeiro momento da aula se deu a partir do seguinte questionamento direcionado aos estudantes: “De que maneira podemos encontrar o raio de uma circunferência, se tomamos

conhecimento do seu centro e de um ponto qualquer pertencente a essa circunferência e a um plano cartesiano?”

A partir daí, foi possível demonstrar a equação reduzida da circunferência, na qual o quadrado do seu raio e as coordenadas de seu centro estão explícitas. Em seguida, foi proposto aos estudantes a resolução conjunta de uma questão referente ao tema, que consistia em encontrar uma equação que satisfizesse uma condição dada pelo contexto. A questão estava presente no banco de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), disponibilizado pelo site do INEP³. No momento seguinte, foi sugerido que os alunos desenvolvessem algebricamente a expressão que indica a equação reduzida, para que assim pudessem encontrar a equação geral. Neste momento, pudemos discutir como alguns elementos que estavam explícitos na primeira, passaram a ficar implícitos na segunda.

Mais adiante, foram apresentadas duas maneiras de encontrar elementos da circunferência a partir da equação geral: o método de completar quadrados e o método da comparação.

Pelo método de completar quadrados, os alunos puderam obter os quadrados perfeitos $(x - a)^2$ e $(y - b)^2$ a partir de informações dadas na equação geral. Já pelo método da comparação, como o próprio título já sugere, os estudantes compararam os coeficientes os termos das equações genérica e dada.

Para o estudo da posição relativa entre reta e circunferência, levou-se em consideração o que os alunos já sabiam acerca do estudo analítico da reta, além das percepções acerca de tangência e secância entre objetos geométricos. Para isso, foram mostrados na lousa três situações que remetiam à reta tangente à circunferência, reta exterior à circunferência e reta secante à circunferência, respectivamente.

O último momento da aula ficou reservado para a aplicação de um jogo envolvendo as equações da circunferência. O objetivo do jogo foi o de encontrar no menor tempo possível, os pares equação-circunferência corretos, estimulando os alunos a reconhecerem como podem estar denotados os elementos da circunferência nas equações, quer sejam reduzidas, quer sejam gerais. Formou-se 4 grupos com 5 alunos cada, e as equações e circunferências estavam

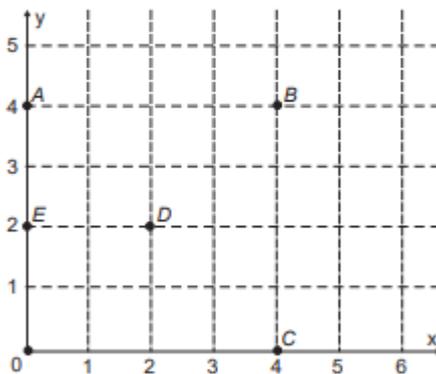
³ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

aleatoriamente fixadas em diversos ambientes da escola, com fácil localização. Venceria o grupo que primeiro encontrasse os pares.

Figura 1: Questão 166 do Caderno Amarelo do ENEM 2018

QUESTÃO 166

Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto. Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: $A(0; 4)$, $B(4; 4)$, $C(4; 0)$, $D(2; 2)$ e $E(0; 2)$.



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

- A $x = 0$
- B $y = 0$
- C $x^2 + y^2 = 16$
- D $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- E $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

Fonte: INEP

DESENVOLVIMENTO

Libâneo (1990) afirma que a Didática investiga as condições necessárias para se realizar o processo de ensino. De uma maneira mais específica:

[...] a Didática pode constituir-se em teoria de ensino. O processo didático efetiva a mediação escolar de objetivos, conteúdos e métodos das matérias de ensino. Em função disso, a Didática descreve e explica os nexos, relações e ligações entre ensino

e aprendizagem; investiga os fatores co-determinantes desses processos; indica princípios, condições e meios de direção do ensino, tendo em vista a aprendizagem, que são comuns ao ensino das diferentes de conteúdos específicos. Para isso recorre às contribuições das ciências auxiliares da Educação e das próprias metodologias específicas. É, pois, uma matéria de estudo que integra e articula conhecimentos teóricos e práticos obtidos nas disciplinas de formação acadêmica, formação pedagógica e formação técnico-prática, provendo o que é comum, básico e indispensável para o ensino de todas as demais disciplinas de conteúdo. (LIBÂNEO, 1990, p. 28)

Nesse sentido, visa-se a didática como um estudo do processo do ensino capaz de mediar os objetivos, conteúdos e processos para a realização do fazer docente, orientado pela pedagogia. Dentro da didática, a prática docente pode ser embasada em métodos para o ensino de ciências e matemática. No que se diz respeito à matemática, é de significativa importância a construção de uma formação inicial sólida.

Não basta ao professor conhecer teorias, perspectivas e resultados de investigação. Tem de ser capaz de construir soluções adequadas para os diversos aspectos da sua acção profissional, o que requer não só a capacidade de mobilização e articulação de conhecimentos teóricos, mas também a capacidade de lidar com situações concretas, competências que se têm de desenvolver progressivamente ao longo da sua formação — durante a etapa da formação inicial e ao longo da carreira profissional. (PONTE, 2002, p. 2)

Assim, em conformidade com Ponte (2002), já no início da Licenciatura em Matemática, o discente deve ser inserido, gradativamente, no âmbito escolar através da prática docente, podendo concretizar teorias estudadas, observando e intervindo nos aspectos escolares denotados, de modo a contribuir para a sua formação acadêmica e profissional. No entanto, é notado que existe uma dicotomia na relação teoria-prática no ambiente escolar. Moriel Júnior e Cyrino (2009) afirma que:

De acordo com Candau e Lelis (1995) essa desarticulação decorre, sobretudo, da assunção de uma visão dicotômica da relação entre teoria e prática, ou seja, do entendimento de que teoria e prática são pólos distintos e separados. Como alternativa para superar as limitações decorrentes desta visão, as autoras propõem a visão de unidade que centra-se na vinculação ou união entre teoria e prática, muito embora isto não signifique identidade entre estes dois domínios. (MORIEL JÚNIOR; CYRINO, 2009, p. 537 apud CANDAU; LELIS, 1995).

No que se diz respeito a fatores ligados ao ambiente da sala de aula de matemática, é importante para o licenciando perceber como a ruptura entre a teoria vista nas aulas e a prática

além dos muros da escola é verificável, o que muitas vezes corrobora para a possível aparição do fracasso escolar (Carragher; Carragher; Schliemann, 1982). Assim, é indubitável que as relações entre teoria e prática devem ser aproximadas, uma vez que, segundo Ponte (1993):

A prática permite o envolvimento activo do próprio professor e proporciona uma experiência a partir da qual é possível reflectir. A reflexão pode, por outro lado, estimular novos interesses, questões e desenvolvimentos teóricos e possibilitar uma prática mais segura, mais consciente e mais aperfeiçoada. (PONTE, 1993, p. 12)

Portanto, é inegável a importância de aliar as ferramentas teóricas vistas na academia para ensino de matemática – atrelado, a saber, dentro do campo da geometria analítica – a uma relação teoria-prática que corrobore com o aprendizado do estudante.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Alguns aspectos puderam ser observados durante a aplicação do plano de aula. Inicialmente, foi verificado que alguns alunos não tinham um domínio adequado de conceitos ligados ao tratamento analítico da geometria. Para a demonstração da equação reduzida da circunferência, a maioria dos estudantes conseguiu compreender os processos que levam à finalização da expressão, identificando com facilidade as coordenadas que representam o centro da circunferência nos exemplos mostrados em aula.

A equação geral foi facilmente desenvolvida, porém, houve dificuldades entre os estudantes para localizar os elementos da circunferência, pois o enfoque maior estava na álgebra. Gil (2008) defende que como a matemática é expressa por símbolos, o entendimento destes é crucial no processo de aprendizagem da álgebra. Seguindo essa linha de pensamento, é verificável que os alunos apresentaram mais confusão nos problemas relativos à equação geral, a saber, nas questões que envolviam o método de completar quadrados, o qual utiliza rigorosa manipulação algébrica. O método da comparação foi melhor assimilado, existindo, contudo, a necessidade de memorizar a equação na forma normal.

Em relação aos problemas de tangência oriundos das posições relativas entre reta e circunferência, o tempo de aula disponível não foi suficiente para aprofundamento, somando-se a isso, uma abstração maior no que tange a prática das questões. Entretanto, as definições

prévias que os alunos discutiram acerca de tangência e secância facilitou a formalização do conceito.

O último momento de aula, destinado para a aplicação do jogo envolvendo as equações das circunferências, foi bastante proveitoso. Os estudantes ficaram bastante entusiasmados perante o desafio de perceberem visualmente elementos da circunferência a partir das equações, o que aperfeiçoou o conceito por eles construído sobre o estudo da circunferência na geometria analítica. Logo, “é necessário que a atividade de jogo proposta, represente um verdadeiro desafio ao sujeito, ou seja que seja capaz de gerar “conflitos cognitivos” ao sujeito, despertando-o para a ação, para o envolvimento com a atividade, motivando-o ainda mais” (GRANDO, 2000, p. 27)

Certas concepções construídas no início da Licenciatura em Matemática puderam ser consolidadas. As teorias de ensino vistas na disciplina de Didática passaram a ser executadas de maneira prática, podendo-se perceber relações existentes, a saber, entre a matemática pura e a aplicação de seus teoremas nas aulas. Neste cenário, rompe-se gradativamente a barreira que envolve a conversa entre teoria e prática, o que torna a construção do saber docente uma realidade mais sólida frente aos diversos fatores que envolvem o processo de ensino-aprendizagem, refletindo, pois, a importância da atividade relatada neste trabalho no que tange ao conhecimento prático pelos discentes.

É cabível ainda ressaltar que o ensino da matemática ainda é executado de maneira tradicional, no qual os professores fazem uma mera demonstração da matemática “pura”, ainda que reconheçam as aplicações práticas que esta possa apresentar (PONTE, 1993). Neste cenário, os estudantes compreendem a matemática sob uma óptica mecânica, fato que pôde ser observado através de relatos dos alunos durante a aplicação do plano de aula, uma vez que estavam habituados à mera execução de algoritmos em resoluções de problemas da área.

Em relação ao ensino dos conceitos, havia uma prévia ideia de como este se daria, mas que no decorrer da aula mudanças precisariam ser feitas, afim de viabilizar o entendimento dos alunos acerca do tema. A exemplo, ideia das demonstrações para a equação reduzida e geral tinha base na ideia da problematização, abrindo espaço para uma aula fomentasse a argumentação, através de uma demonstração rigorosa. Como alguns alunos apresentam dificuldades, a demonstração das equações passou a ser mais geral, sem perder contudo, seu rigor dedutivo e formal.

Por fim, destaca-se que, de maneira geral, a atividade foi exitosa. Uma desvantagem percebida foi a questão do tempo, que não foi suficiente para um aprofundamento maior nos tópicos referentes ao tema. Em uma nova formulação para o plano de aula no qual constasse o mesmo tempo de aplicação, uma alternativa a ser empregada seria, na medida do possível, a adição de um outro encontro com os alunos para o estudo dos problemas de tangência. Assim, seria possível um maior aprofundamento teórico e prático no estudo do tema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação do plano de aula favoreceu a construção de um novo olhar para as práticas de ensino no âmbito da matemática. A teoria vista nos conteúdos de geometria analítica, a saber, pode ser ressignificada no processo prático do ensino. Muitas concepções podem ser remodeladas, contribuindo para uma formação consistente, atentada para as percepções edificadas pelos alunos em relação ao tema. Assim, é importante a inserção do discente nas práticas escolares já na formação inicial, abrindo um leque de possibilidades para a discussão acerca das primeiras considerações dos futuros professores da área, corroborando com a produção de novos métodos de ensino e viabilizando uma maior dinamicidade no âmbito da sala de aula, e diminuindo a divisão existente entre teoria e prática.

REFERÊNCIAS

CARRAHER, D. W.; CARRAHER, T. N. & SCHLIEMANN, A. D. Na vida dez na escola zero. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 42, 1982.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251334>>. Acesso em: 22 jul. 2019.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra**. 2008. 120p. Tese (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física, Porto Alegre, RS. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto%2bCompleto-0.pdf>>. Acesso em: 22 jul. 2019.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1991.

MORIEL JUNIOR, J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Propostas de articulação entre teoria e prática em cursos de licenciatura em matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 11,

n. 3, p. 535-557, 2009. Disponível em: <pucsp.br/index.php/emp/article/viewArticle/2831>. Acesso em: 10 set. 2012.

PONTE, J. P. A Vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 11^a, pp. 03-08, 2002.

PONTE, J. P. (1993). Professores de Matemática: Das concepções aos saberes profissionais (conferência plenária). In **Actas do IV Seminário de Investigação em Educação Matemática**, Ponta Delgada, Açores (pp. 59-80). Lisboa: APM.

SCHEIN, Z. P.; COELHO, S. M. O papel do questionamento: intervenções do professor e do aluno na construção do conhecimento. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 23, n. 1. p. 72-98, abr. 2006.

WINTERLE, P. **Vetores e Geometria Analítica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000.