

ESTRATÉGIAS E ERROS EM COMBINATÓRIA DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Anderson Maike 1; Karolina Araújo 2; Monalisa Melo 3; José Jefferson Silva 4;
Cristiane de Arimatéa Rocha 5

1 Universidade Federal de Pernambuco, andersonmaike2011@gmail.com

2 Universidade Federal de Pernambuco, karolinaaraujo789@hotmail.com

3 Universidade Federal de Pernambuco, monalisasilvamelos10@gmail.com

4 Universidade Federal de Pernambuco, jef3ferson@hotmail.com

5 Universidade Federal de Pernambuco, tiane_rocha@yahoo.com.br

Introdução e justificativa

O ensino da Combinatória é geralmente pouco abordado ao longo da Educação Básica, deixando para o Ensino Médio grande parte de sua discussão, mesmo que documentos curriculares oficiais orientem a possibilidade deste trabalho desde os anos iniciais (BRASIL, 1997; 1998) e em que problemas combinatórios constem em livros didáticos dos anos iniciais (BORBA, AZEVEDO, BITTAR, 2016).

As autoras Borba e Pessoa (2010, p.2) afirmaram que “A Combinatória permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos [...] a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas, pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que contá-los um a um”.

Estudos realizados sobre a Combinatória e seu ensino, no âmbito do Grupo de Estudos sobre Raciocínio Combinatório – Geração¹/UFPE, sob a coordenação da professora Rute Borba, apontam a necessidade de valorizar as estratégias de resolução de problemas combinatórios produzidas espontaneamente pelos alunos (listagem, árvores de possibilidades, tabelas, desenhos), para auxiliar na identificação das diferenças e semelhanças entre problemas combinatórios, possibilitando e estimulando generalizações de tais estratégias a fim de potencializar o desenvolvimento desse tipo de raciocínio (BORBA, 2010).

A compreensão da natureza dos problemas combinatórios, suas características principais, o reconhecimento de diferentes estratégias para sua resolução, são conhecimentos necessários para os professores que ensinam combinatória nos diversos níveis de ensino. Rocha e Borba (2012) discutindo algumas das dificuldades encontradas em alunos por professores de Ensino Médio apontaram a diferença entre os problemas combinatórios, a identificação da ordem e/ou repetição dos elementos, o contexto de cada problema e a ampliação do número de possibilidades dos problemas, como principais desafios para ensinar Combinatória no Ensino Médio.

Borba (2010) discute e apresenta diferenças entre alguns tipos de problemas combinatórios que permeia a Educação Básica. O produto cartesiano é um problema discutido entre as estruturas multiplicativas, como por exemplo: “Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?” (BRASIL, 1997, p.73). E os problemas combinatórios conhecidos como arranjo, permutação e a combinação (explicitamente trabalhados no Ensino Médio).

Tais problemas podem ser resolvidos por diversos meios de representações, como desenhos, árvores de possibilidades, tabelas, listagens, fórmulas, dentre outras. Essas diferentes estratégias e as comparações entre as mesmas podem auxiliar estudantes na resolução dos problemas, pois os mesmos não ficaram presos a uma única solução. Sendo assim, o professor no Ensino Médio, ao ensinar Combinatória pode possibilitar a comparação entre diferentes meios para a resolução desses problemas, não ficando restrito apenas ao uso das fórmulas.

¹ <http://geracaoufpe.blogspot.com.es/>

Com base no exposto, acredita-se na necessidade de maiores momentos de discussão e reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Combinatória, nos diferentes níveis. Dessa forma, esse trabalho, busca analisar estratégias e erros apresentados por alunos do Ensino Médio sobre problemas combinatórios, a fim de servir como base para futuros professores realizarem a reflexão sobre esse ensino.

Metodologia

Durante o componente curricular, *Ensino de Combinatória: aspectos teóricos e práticos*, lecionada no primeiro semestre de 2016, no curso de licenciatura em Matemática foram propostos e elaborados, em conjunto com toda turma, um questionário com nove problemas combinatórios, envolvendo os significados, produto cartesiano (2), permutação(2), arranjo(2) e combinação (3, sendo um deles composto por mais de uma combinação).

Tais questões foram elaboradas em sala por todos os licenciandos em matemática que cursava a disciplina, e foram discutidos aspectos como ordem de grandeza, natureza de problemas, dificuldades, tipos de problemas, possíveis erros cometidos, entre outros aspectos. Após isso, cada dupla ficou responsável de realizar a aplicação de tal questionário em uma turma de Educação Básica. Nesse caso específico, o questionário foi aplicado em uma turma de 3º ano do Ensino Médio, a fim de discutirmos os erros e estratégias mais comuns apresentados pelos estudantes. Ao todo 15 alunos estavam no dia da aplicação do questionário. A escolha da turma se justifica por acreditarmos que os estudantes estariam familiarizados com a temática e poderiam apresentar diferentes estratégias para resolução, inclusive fórmulas.

Resultados e discussão

Observou-se que o tipo de problema com maior número de acertos foi o produto cartesiano (20), seguidos por permutação (18), arranjo (7) e Combinação (1), sendo o máximo de acertos por questão 30, excetuando o problema do tipo de Combinação que era 45. Esse resultado corrobora com o apresentado por Pessoa e Borba (2010) quando discutem que os problemas do tipo de produto cartesiano são mais fáceis que os demais problemas combinatórios e que no Ensino Médio, o problema que os estudantes apresentam maior dificuldades é o do tipo de Combinação. Aqui, no entanto, inserimos um problema de combinação com maior grau de dificuldade, pois utiliza a junção entre dois problemas de combinação juntos, que não apresentou nenhum acerto. Porém, o mesmo aconteceu com um problema de combinação simples que teria como resposta 10 possibilidades. Nesse caso, a maioria dos alunos confundiu os tipos de problemas, considerando que a ordem gera novas possibilidades, ou seja, considerando como um problema de arranjo. Essa confusão entre arranjo e combinação por Rocha e Borba (2012) também foi observada em professores do Ensino Médio, por isso defende-se a discussão entre os invariantes, propriedades de problemas combinatórios, como também nos problemas combinatórios compostos(produzidos por mais de uma operação combinatória).

Os tipos de respostas erradas mais comuns apresentadas pelos estudantes, foram a resposta incorreta ou incompleta com relação, com estratégia não sistemática (34 das 135 respostas), indicando que os estudantes do Ensino Médio já conseguem estabelecer relações com a Combinatória, mas ainda precisam de trabalhos que possibilitem a sistematização das estratégias utilizadas. Para Pessoa e Borba (2010) os alunos com esse tipo de resposta, não conseguem esgotar todos as possibilidades, no nosso caso específico, os estudantes utilizam-se de multiplicações inadequadas, que podem exceder o número de possibilidades, o que indica a necessidade da discussão sobre o uso de fatorial. Outro tipo de resposta encontrada, foi a resposta sem relação combinatória (30 das 135), o que sugere um a prática para a leitura com profundidade do enunciado do problema combinatório, já que alguns estudantes utilizam os números dispostos no

enunciado em uma multiplicação inadequada, sem fazer relações com as propriedades de problemas combinatórios.

Com relação a estratégias utilizadas, apesar de alguns problemas terem número de possibilidades reduzidos, verificou-se que nenhum dos estudantes utilizou desenho, árvore de possibilidades, ou mesmo, listagem para a resolução das questões propostas, limitando se apenas ao princípio fundamental da contagem, a fórmula de permutação e ao uso da multiplicação (adequada ou inadequada). Tal fato pode se justificar pela praticidade encontrada nessas últimas estratégias em relação às demais, porque exige menos trabalho de realização, no entanto, as estratégias de enumeração podem ser utilizadas em práticas de sala de aula, justamente para promover a discussão sobre a natureza e propriedades de problemas combinatórios.

Constatou-se ainda que a estratégia mais utilizada foi a multiplicação inadequada (54 de 135) seguida pelo uso do Princípio Fundamental da Contagem (39) e o Uso inadequado de fórmulas (20). Para reduzir tais erros um trabalho comparando as possibilidades em cada uma das estratégias pode auxiliar na identificação da ordenação, repetição, e outras características inerentes ao trabalho de combinatória.

Dessa forma, a reflexão enquanto futuros professores sobre o ensino de problemas combinatórios, e o confronto com os erros e estratégias utilizadas pelos alunos, permite e estimula a busca de novos métodos para diminuir as dificuldades que este ensino traz.

Conclusões

As respostas analisadas nos fazem refletir sobre o ensino de combinatória enfatizando e diferenciando os problemas pela natureza dos mesmos. Buscando identificar, por exemplo, que um problema de arranjo e combinação se diferenciam pela ordem, pois enquanto no problema de arranjo a ordem gera novos elementos, no problema de combinação, não.

Outro elemento observado foi a quantidade de estratégias utilizadas, que basicamente consideraram a multiplicação, o Princípio Fundamental da Contagem, ou as fórmulas, mesmo que utilizadas incorretamente. O que nos faz considerar a importância de apresentar várias estratégias de resolução, que sirvam como base para generalizar os problemas combinatórios. Apontamos que pesquisas futuras devam considerar a natureza dos problemas (propriedades invariantes do problema) e as estratégias de ensino (representações simbólicas) associadas a resolução de problemas.

Palavras-Chave: Combinatória; Ensino Médio; Estratégias de resolução; Reflexão de futuros professores.

Referências

BORBA, R.E.S.R O raciocínio combinatório na Educação Básica. In: **Anais... X ENEM**, Salvador, BA, 2010.

BORBA, R, AZEVEDO, J, BITTAR, M. Representações semióticas e situações combinatórias em livros didáticos dos anos iniciais. In: **Anais... XII ENEM**, São Paulo, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental. 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental. 1998.

PESSOA, C.; BORBA, R. O raciocínio combinatório do início do Ensino Fundamental ao término do Ensino Médio In: **Anais... X ENEM**, Salvador, BA, 2010.

ROCHA, C.A. e BORBA, R.E.S.R Expectativas e perspectivas docentes sobre ensino E Aprendizagem de Combinatória no Ensino Médio. In: **Anais do 3º SipeMAT**. Fortaleza, CE: UFCE, 2012.