

A DESCOBERTA DO VOLUME DA ESFERA UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DIDÁTICA

Lucas Siebra Rocha (1); Luis Filipe Ramos Campos da Silva (2); Lucas da Silva (3);
Daniel Cordeiro de Moraes Filho (4)

1 - Bolsista do Grupo PET-Matemática UFCG e Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande - lucass@mat.ufcg.edu.br

2 - Bolsista do Grupo PET-Matemática UFCG e Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande - luis_filipecg@hotmail.com

3 - Bolsista do Grupo PET-Matemática UFCG e Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande - lucastri90@gmail.com

4 - Tutor do Grupo PET-Matemática UFCG e Professor Titular da Universidade Federal de Campina Grande - daniel@mat.ufcg.edu.br

Introdução

O ensino da matemática descontextualizado abre espaço ao desestímulo do aluno diante da matéria, pois a apresenta como sendo mero exercício mecânico e sem utilidade ou significado para o aluno. Nessa perspectiva, o uso da história da matemática revela-se como um ótimo recurso metodológico para o processo de ensino e aprendizagem, pois os problemas tratados surgem em sua maioria de necessidades reais da sociedade. Além disso, o uso da história da matemática ajuda a ilustrar o fato que a matemática não se traduz por algoritmos de resolução ou fórmulas, uma vez que torna conhecido o processo histórico e de descoberta por trás.

Ademais, segundo (SECRETARIA..., 2006):

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. É importante, porém, que esse recurso não fique limitado à descrição de fatos ocorridos no passado ou à apresentação de biografias de matemáticos famosos. A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática.

Seguindo essa óptica, objetivamos apresentar uma proposta didática, usufruindo da história da matemática, de utilização do processo de descoberta matemática. Pois, “Com a história da matemática, tem-se a possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a matemática” (WLASTA).

Para isso, trazemos o método clássico de determinação do volume da esfera de Arquimedes, fato que evidencia o processo de descoberta frente ao rigor matemático.

Metodologia

Este trabalho é derivado das atividades realizadas no Grupo PET-Matemática-UFCG, consistindo de uma pesquisa sobre o uso da História no Ensino de Matemática que partiu principalmente do artigo “Arquimedes, a esfera e o cilindro” de Ávila (1986).

Resultados e Discussão

Arquimedes, em um de seus estudos, buscou estabelecer o volume da esfera. Sabendo a relação entre o cone e o cilindro que o circunscreve, ele determinou a relação entre o cilindro e a esfera nele inscrita. O raciocínio que foi usado para obter os resultados deste estudo só foi exposto em 1906, pelo professor de Filologia J. L. Heiberg. O professor tomou conhecimento, por meio de um artigo, da existência de um manuscrito de conteúdo religioso em Constantinopla. Mas por baixo dos textos, havia uma escritura de natureza matemática. O pesquisador adquiriu o documento e realizou uma de suas maiores descobertas: um palimpsesto, pergaminho cujo conteúdo original fora raspado para dar lugar a outro, contendo mais de 200 páginas de obras de Arquimedes. Entre elas destaca-se “O Método”.

Até então, em muitos trabalhos de Arquimedes, havia apenas teoremas apresentados em sua forma final, sem que se soubesse qual tinha sido o caminho utilizado para obter o resultado principal. No entanto, “O Método” mudou essa situação, pois nele é apresentado os mecanismos de descoberta utilizado por ele. Mecanismos esses que permitiram que certas ideias se tornassem claras, como o próprio Arquimedes escreve no prefácio de sua obra.

O método mecânico é conhecido como método do equilíbrio ou método da alavanca. Nele, as forças aplicadas nas extremidades da alavanca são proporcionais à distância entre a extremidade e um ponto fixo, denominado apoio ou fulcro, como mostra a imagem 1. Ou seja, dado dois pesos P_1 e P_2 , e duas distâncias D_1 e D_2 , ocorre à seguinte relação:

$$P_1 \cdot D_1 = P_2 \cdot D_2.$$

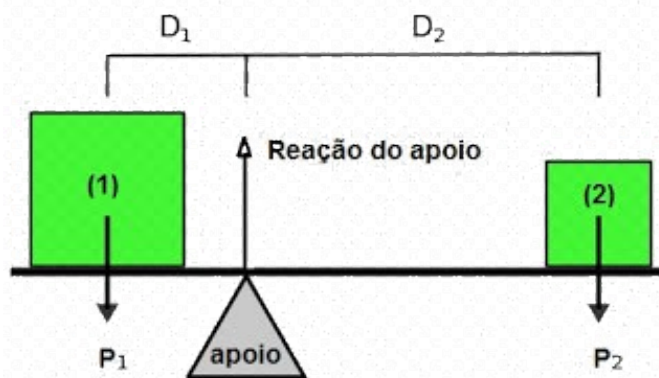


Imagem 1: Balança em equilíbrio.

Daí, para seu estudo, ele utilizou a área de um retângulo, de um triângulo e de uma circunferência (como mostra a imagem 2) para obter a seguinte relação:

$$\frac{\pi QM}{(\frac{1}{2}) \cdot AQ} = \frac{(\pi QP^2 + \pi QO^2) \cdot C' A}{i}$$

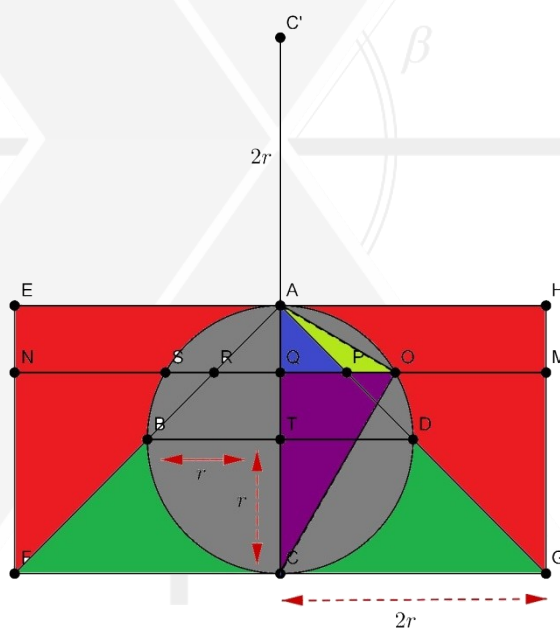


Imagem 2: Retângulo EHGF, triângulo ABG e circunferência ADCB utilizada no estudo.

A partir disso, é possível interpretar essa relação como um equilíbrio de pesos equilibrado em uma alavanca QC' com fulcro em A. Os pesos considerados seriam as áreas πQP^2 , πQO^2 e πQM^2 , o que não segue um rigor matemático, evidenciando o processo da descoberta, não o da demonstração.

No livro de sua autoria, “Sobre o equilíbrio de figuras planas”, há diversos postulados utilizados por ele, entre eles, o que afirma que ao adicionar pesos de mesma proporção aos já existentes, o equilíbrio se manterá. Utilizando-se disso, podemos considerar um cilindro formado da união infinita dos círculos de raio QM e, analogamente, um cone e uma esfera a partir dos círculos de raio QP e QO, respectivamente (vide imagem 3). Aqui, não há um rigor matemático, evidenciando o processo da descoberta, não o da demonstração.

Assim, como Arquimedes já conhecia a relação entre o volume do cone e do cilindro, foi possível a partir das considerações feitas, obter a relação entre o volume do cilindro e da esfera, cuja descoberta tornou-se, como é afirmado em Ávila (1986), uma das que o geômetra tinha o maior apreço: “Consideremos uma esfera de raio R , inscrita em um cilindro circular reto, de altura $2R$ e cuja base tem raio R . Então o volume do cilindro é $3/2$ do volume da esfera.” (ÁVILA, 1986)

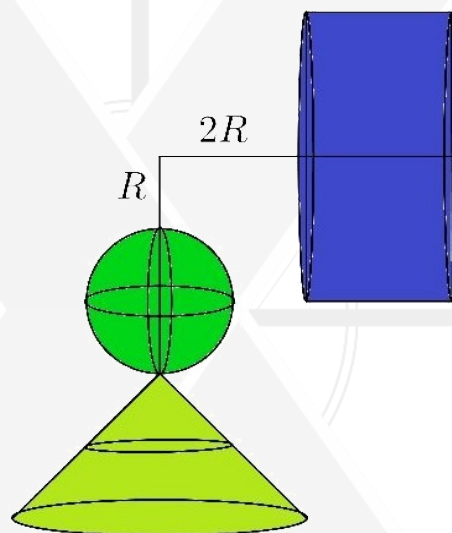


Imagem 3: Esfera, cone e cilindro em equilíbrio.

Conclusões

Assim, nesse contexto, a história da matemática pode-se apresentar como um assunto que auxilie no processo educativo da matemática. A partir dela, é possível modificar a visão de como muitos veem a disciplina, ou seja, desmistificar que a matemática é meramente aplicações de fórmulas. Seria assim, permitido apresentar o processo de descoberta do conhecimento, propiciando uma abordagem mais atrativa.

No caso que trouxemos é evidente que em certas partes de sua descoberta, Arquimedes utilizou-se de argumentos heurísticos, sendo necessária uma demonstração formal. Mas frente à ideia e ao resultado de onde se quer chegar, fica bem mais simples realizar uma demonstração seguindo um rigor matemático, noção essa que Arquimedes é tido como um grande exemplo. Pois,

como afirma em “O Método”, os caminhos da descoberta quase sempre são diferentes dos processos da demonstração.

Referências Bibliográficas

ÁVILA, Geraldo. *Arquimedes, a esfera e o cilindro*. RPM 10, 1986.

GASPERI, Wlasta N. H. De; PACHECO, Edilson Roberto. A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, 2006.