

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA AUXILIANDO NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS: O CASO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

Vania de Moura Barbosa Duarte; Marcos Antonio Heleno Duarte

Universidade de Pernambuco – vania.duarte@upe.br;

Secretaria de Educação de Pernambuco – marcosduartte@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

A motivação que originou o desenvolvimento deste artigo deu-se a partir de encontros com professores de Matemática em momentos de formação continuada, nos quais tínhamos como proposta promover estudos e discussões sobre os referenciais para o ensino de Matemática e as possíveis conexões de conceitos estruturados nos eixos de Números e Operações; Álgebra e Funções; Geometria; Grandezas e Medidas; Estatística e Combinatória. No decorrer das discussões surgiram aspectos voltados às tendências atuais para o ensino de Matemática e como os referenciais explicitam a abordagem destas tendências.

Diante deste fato, foram realizadas diversas análises e discussões, sendo que neste artigo apresentamos um recorte das principais considerações traçadas com relação ao eixo Números e Operações, mais especificamente, aspectos voltados à abordagem e uso da História da Matemática na construção do conceito de números irracionais embasados em como os referenciais norteiam metodologicamente este uso.

Tendo como objetivo promover análises e discussões provenientes da abordagem apresentada em referenciais curriculares e livros didáticos sobre o uso da História da Matemática para a construção do conceito de números irracionais.

Para responder ao nosso objetivo, inicialmente apresentaremos nas nossas discussões como esta abordagem é apresentada por propostas curriculares existentes no estado de Pernambuco: na Base Curricular Comum de Pernambuco (BCC-PE) e nos Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PCPE); nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e por alguns autores de livros didáticos de Matemática que abordam o conceito de números irracionais resgatando aqui sobre a importância da presença da História da Matemática nos livros didáticos. Posteriormente apresentamos as conclusões das nossas discussões elencando os principais resultados bem como apontando a necessidade de aprofundamento em pesquisas futuras. Desta forma apresentaremos a seguir como foi estruturado no estudo.

METODOLOGIA

No intuito de atender ao objetivo previsto esta pesquisa está caracterizada num método qualitativo na tentativa de explicar as principais características expressas em referenciais curriculares e livros didáticos de Matemática do Ensino Médio sobre o uso da História da Matemática para a construção do conceito de números irracionais.

Segundo Oliveira (1999, p.117), as abordagens qualitativas facilitam descrever a complexidade de problemas e hipóteses, bem como analisar a interpretação entre variáveis, compreender e classificar determinados processos sociais, oferecer contribuições no processo das mudanças, criação ou formação de opiniões de determinados grupos e interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos.

Temos também nesta pesquisa um cunho bibliográfico para a qual segundo Gil (2008) é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e documentos técnicos científicos.

Para tanto construímos e desenvolvemos duas etapas conforme descrito a seguir:

1ª Etapa: Análise e discussão das inferências apresentadas em referenciais curriculares de Matemática com relação à introdução da História da Matemática como recurso metodológico;

2ª etapa: Análise de situações apresentadas em livros didáticos de Matemática com relação à História da Matemática como recurso ao ensino dos números irracionais;

Na primeira etapa selecionamos referenciais curriculares de Matemática de Pernambuco que foram elaborados nos últimos oito anos, bem como resgatamos documentos curriculares de Matemática elaborados pelo MEC nas últimas décadas.

Na segunda etapa selecionamos três livros didáticos de Matemática do 1º ano do Ensino Médio através de um levantamento do setor da reserva técnica da Secretaria de Educação de PE responsável pela escolha de livro didático.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A História da Matemática é uma tendência da Educação Matemática que permite um entendimento de como se deu à construção dos conceitos no decorrer dos tempos, tornando-se um valioso instrumento para o ensino-aprendizagem da Matemática, contudo é importante destacar alguns aspectos referentes às possibilidades de suas abordagens.

Segundo Miorim (2005), para os autores dos Parâmetros Curriculares Nacionais, a História da Matemática, se tratada como um assunto específico ou conteúdo seria insuficiente para

contribuir para o processo de ensino aprendizagem da matemática, contudo para alguns historiadores e investigadores o conhecimento histórico da Matemática despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo matemático que lhe estaria sendo ensinado. Essa visão também é destacada nas Orientações Curriculares Nacionais, para a qual a utilização da História da Matemática também pode ser vista como elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. Destaca ainda que a História da Matemática pode contribuir para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, pode refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático, por exemplo, a construção dos números irracionais.

Os mais ingênuos, contudo, acabam atribuindo à história um poder quase que mágico de modificar a atitude do aluno em relação à Matemática. Nessa visão teríamos a história como motivadora, dentro de uma concepção lúdica ou recreativa, a qual conforme destacado por Miorim (2005) tem-se se referindo ao ideário do movimento da Escola Nova:

E, por fim, com o intuito de aumentar o interesse do aluno, o curso será incidentalmente entremeado de ligeiras alusões a problemas clássicos e curiosos e aos fatos da história da matemática bem como à biografia dos grandes vultos desta ciência. (Portaria Ministerial, de 30-6-1931, apud Bicudo, 1942, p. 8)

Outra visão teria o recurso à História da Matemática como a possibilidade de mostrar ao educando que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram sempre de desafios que os matemáticos enfrentaram que foram desenvolvidas com grande esforço e, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após todo o processo de descoberta, como também, ainda apresenta-se importante para reforçar o caráter dinâmico do conhecimento matemático e, assim, permitir que os educandos realizem conexões entre os conhecimentos. Esses aspectos são relevantes de serem destacados, pois se tratando de ensino os professores podem identificar que algumas dificuldades que surgem na sala de aula hoje já apareceram no passado, além de constatar que um resultado aparentemente simples pode ser fruto de uma evolução árdua e gradual e que a História pode evidenciar que a Matemática não se limita a um sistema de regras e verdades rígidas, mas é algo humano e envolvente, ou seja, humaniza a matemática.

Com essa última visão, podemos observar que a História da Matemática permite a contextualização do saber, mostrando que seus conceitos e algoritmos aparecem numa época histórica, dentro de um contexto social e político. Nesse sentido, a Matemática passa a ser

entendida pelo educando, como um saber que tem significado, construído pelo homem para auxiliá-lo em sua prática.

Diante dessas visões, outra questão que surge, é relacionada à forma como o livro didático traz para a sala de aula contribuições históricas e em quais aspectos? Sabemos que o livro didático traz para a sala de aula mais um personagem, seu autor, que passa a estabelecer um diálogo com o professor e seus alunos. Nesse diálogo segundo a BCC-PE (p.65) o autor do texto intervêm com sua perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente. Dessa forma, é importante destacar que o livro didático vem sendo objeto de análise promovida pelo MEC, no âmbito do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 6º a 9º ano, através da qual, podemos verificar que o mesmo trata, dentre outras análises, da que diz respeito à contextualização, a própria matemática, as práticas sociais atuais, a outras áreas de conhecimento, e a História da Matemática, apresentando análises do tipo: A História da Matemática é usada de forma significativa e coerente para iniciar o estudo de alguns conteúdos. Ou, elementos da História da Matemática são adequadamente usados como recurso didático, seja pela apresentação de algumas informações históricas, seja como apoio à compreensão de certos conteúdos, como sistema de numeração. Ou que, o recurso à História da Matemática é realizada de forma integrada coma apresentação dos conteúdos e não apenas como episódio informativo. Ou seja, que o aproveitamento de aspectos históricos para desenvolver o ensino e a aprendizagem é destaque na obra, já que ultrapassa a simples informação.

Partindo destes aspectos os PCNs orientam que a História da Matemática pode ser utilizada como recurso no processo de ensino aprendizagem:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental – Brasília : MEC/SEF, 1988. 148p.)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no tocante a Matemática, também se aproxima do Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), tendo em vista que esses documentos visam a construção de um referencial que oriente a prática escolar. De acordo com a BNCC (2016)

“a Matemática deve ser vista como um processo em permanente construção, como mostra a História da Matemática. Seu estudo não deve se reduzir a apropriação de um aglomerado de conceitos. O estudante deve ser motivado a, em seu percurso escolar, questionar, formular, testar e validar hipóteses, buscar contra exemplos, modelar situações, verificar a adequação da resposta a um problema, desenvolver linguagens e, como consequência, construir formas de pensar que o levem a refletir e agir de maneira crítica sobre as questões com as quais ele se depara em seu cotidiano.” (p.131).

Essa busca de novas perspectivas metodológicas para aperfeiçoar o processo ensino-aprendizagem, envolve a maioria dos professores, sobretudo os professores de matemática e que o uso de História da Matemática como instrumento metodológico surge como um meio adicional não apenas como motivação para criar disponibilidade ao aprendizado como também para a compreensão dos conteúdos apresentados.

Nos PCPE-Parâmetros Curriculares de Matemática de Pernambuco (2012) a perspectiva da História da Matemática na abordagem metodológica significa mais que descrever fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens famosos. Em primeiro lugar, é importante que as articulações da Matemática com as necessidades humanas de cada época sejam evidenciadas. Mais importante ainda, é preciso levar em conta as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos para a superação das dificuldades de aprendizagem desses conceitos em sala de aula.

Temos também de acordo com as Orientações Curriculares que ensinar as características do sistema decimal é fundamental para que os alunos avancem na aprendizagem da Matemática. Para isso, precisamos promover o uso dos números em diferentes contextos e o debate de hipóteses.

Segundo a BCC-PE (2008) a contextualização objetiva levar o aluno a estabelecer relações entre os diferentes conhecimentos com os quais ele entrará em contato, buscando, nessas relações, identificar as complementaridades, as divergências e as convergências entre ele, destacando que uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é contextualizá-los no processo de evolução histórica desses conceitos. Esse enfoque nos remete a teoria das Situações Didáticas desenvolvidas por Brousseau, que parte da noção de obstáculo epistemológico criada por Bachelard, para a qual tem-se como princípio que “cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação”, entendida como, uma ação entre o aluno (ou os alunos), o entorno e o professor por um

problema estabelecido para a reconstrução de um conhecimento, tendo que para a situação seja solucionada, é preciso que os alunos mobilizem o conhecimento correspondente.

A BNCC (2016) destaca o cuidado com a contextualização explicitando que:

é fundamental na medida em que ela é importante que o/a estudante atribua sentido aos conceitos em jogo. Considerando que a Matemática nos oferece modelos para compreender a realidade, as situações escolares permitem envolver infinitos contextos, sejam eles oriundos de práticas sociais, de outras áreas de conhecimento ou, até mesmo contextos da própria matemática. Nunca é demais reforçar que o mais importante é que as situações permitam ao/a estudante atribuir significado aos conceitos envolvidos. (p.135-136)

No tocante aos conjuntos numéricos a BNCC (2016) enfatiza também que o estudo das grandezas e medidas é fundamental para a discussão sobre a necessidade de ampliação dos conjuntos numéricos, principalmente dos racionais para os reais, a partir da utilização de números irracionais para a representação de medidas de segmentos incomensuráveis.

Diante desses enfoques, consideramos alguns aspectos referentes à continuidade para a consolidação dos conceitos de *número irracional* e de *reta numérica* apoiada nas ideias já iniciadas nas etapas anteriores, explicitada na BCC (2008), para o eixo de Números e Operações na etapa do ensino Médio, constituindo-se em objetivo importante a ser atingido.

Ao analisar atividades apresentadas nos livros didáticos do Ensino Médio voltadas para a construção de atividades didáticas suscitando abordagens da História da Matemática para o conceito de número irracional, observamos que a maior parte de autores dos livros analisados não lança mão desse recurso para promover a contextualização de conceitos, tornando o aluno incapaz de atribuir um significado aos conteúdos matemáticos, restringindo seu conhecimento ao aspecto operacional. Contudo neste estudo conforme observado nas orientações da BCC-PE tem-se que uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é contextualizá-los no processo de evolução histórica desses conceitos.

No decorrer das análises dos livros, foi observado que o livro de matemática de Dante, 1ª série, o mais adotado pelos professores, segundo o levantamento realizado através do setor da reserva técnica da Secretaria de Educação de PE responsável pela escolha de livro didático, apresenta aspectos referentes a como a História da Matemática aparece dentro do contexto de ensino aprendizagem, apresentando uma introdução de elementos da História da matemática, sugerindo através de uma leitura optativa a prova de que $\sqrt{2}$ é irracional. Ao inferir esse aspecto, é possível observar que ele se propõe a fornecer ao aluno informações históricas,

acrescentando mais adiante a obtenção de $\sqrt{2}$ a partir de Pitágoras, o caso, do quadrado cujo lado mede 1, no qual, calcula-se a medida da sua diagonal para posteriormente, destacar a questão da representação na reta dos números $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$ (Ver fig. 1).

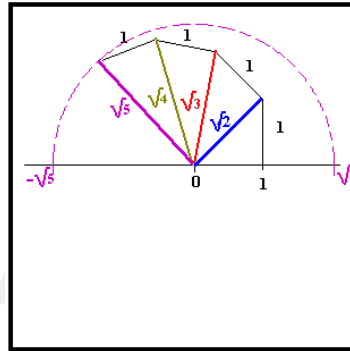


Fig. 1

Esta análise nos remete a discussão do estudo de um recorte histórico da descoberta das grandezas irracionais, explicitado no texto *A descoberta das Grandezas Irracionais de Evens*, o qual destaca que essa descoberta foi uma das grandes realizações dos pitagóricos. Em particular os pitagóricos provaram que não há nenhum número racional ao qual corresponda o ponto P da reta no caso em que OP é igual à diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade (ver fig 2).

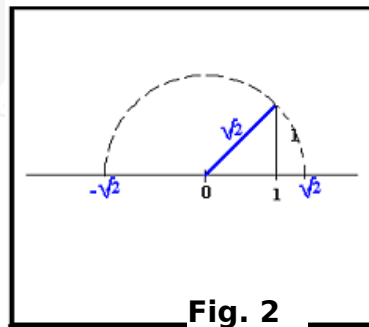


Fig. 2

Diante disso, novos números tiveram que ser inventados para serem associados a esses pontos: e não sendo racionais, vieram a se chamar números irracionais. A descoberta desses números assinala um dos grandes marcos da história da matemática. O estudo desse recorte histórico referente à origem histórica da necessidade de criação dos números irracionais está ligada com dados geométricos que se podem concretizar no problema da medida da diagonal do quadrado, quando comparada com o seu lado, os números irracionais positivos que representam medidas de segmentos que são incomensuráveis com a unidade.

Diante desse fato podemos destacar que é possível trabalhar com esta ideia tentando expressar a medida exata de um segmento de reta, chegando à construção dos números irracionais positivos, coincidindo com a evolução histórica. Ressaltando a relevância do elemento histórico no ensino da matemática, especificamente com relação a “recorte” de situações apresentadas em livros tratando da História da Matemática (EVES e BOYER, p. ex.), ou seja, contextualizar a partir do enfoque histórico auxiliando processo de ensino e aprendizagem da matemática. Propiciando também conexões com outros eixos da matemática.

Autores de outros livros didáticos analisados com Souza (2010) e Silva (2005) apresentam pequeno esboço destes aspectos ao tratarem do conjunto dos Números Irracionais conforme podemos observar nos extratos dos livros abaixo

Conjunto dos números irracionais (I)

Como estudamos anteriormente, os números racionais estão diretamente relacionados à necessidade humana de realizar medições. É verdade que até certo momento da história acreditava-se que esses números eram suficientes para expressar qualquer medida. Contudo, os pitagóricos mostraram em seus estudos que nem toda medida pode ser expressa por um número na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$. Em particular, esses estudiosos provaram que a medida da diagonal de um quadrado cujo lado mede uma unidade não corresponde a um número racional.

Lembre aos alunos sobre o Teorema de Pitágoras, assunto tratado no Ensino Fundamental. Esse teorema é retomado no capítulo 9 deste volume.

Exemplo

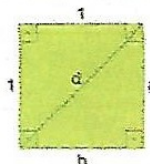
Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 2$$

$$d = \sqrt{2}$$



A representação decimal de $\sqrt{2}$ possui infinitas casas decimais não periódicas, ou seja, não é um número decimal exato ou uma dízima periódica. Utilizando uma calculadora ou um computador, podemos obter $\sqrt{2}$ com algumas casas decimais.

$$\sqrt{2} = 1,41421356237309504880166872420\dots$$

Pitagóricos

Seguidores do matemático grego Pitágoras de Samos (cerca de 585-500 a.C.), os pitagóricos fundaram a chamada escola pitagórica, onde se estudava Matemática, Filosofia e Ciências naturais.



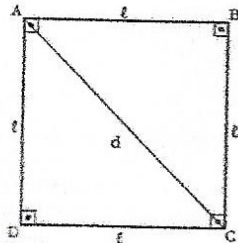
Pitágoras de Samos

Extrato 1: Souza (2010)

Conjunto \mathbb{I}_r dos números irracionais

Os números racionais não solucionam muitos problemas envolvendo a Geometria e a Aritmética. Em determinadas figuras, alguns segmentos não têm uma unidade de medida que caiba um número inteiro de vezes em cada um deles; são os chamados segmentos incomensuráveis. Os pitagóricos já haviam acusado essa dificuldade com relação à diagonal e ao lado do quadrado.

Exemplificando, para um quadrado de lado $l = 1$ e diagonal d , temos:



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC, obtemos:

$$d^2 = l^2 + l^2$$

$$d^2 = 2$$

$$d = \sqrt{2} = 1,4142 \dots \notin \mathbb{Q}$$

Extrato 2: Silva (2005)

Podemos destacar de acordo com os extratos 1 e 2, que os autores tentam utilizar o recurso à História da Matemática de forma integrada como apresentação dos conteúdos e não apenas como episódio informativo contudo ainda de forma muito breve. No caso do recorte histórico, existe a possibilidade de conexões do eixo numérico com os eixos geométricos envolvendo conceitos como triângulos, teorema de Pitágoras, lugar geométrico, retas paralelas e perpendiculares, ângulos e o eixo das grandezas e medidas.

CONCLUSÕES

A questão que fica é a de que as formas de apropriação da importância da História da Matemática nas práticas pedagógicas merecem ser cada vez mais serem enfatizadas nas investigações acadêmicas e nos momentos de formações continuadas com os professores quando tratar de Educação Matemática.

Considerando-se as orientações explicitadas nos documentos curriculares de matemática que a construção progressiva dos números naturais, racionais, irracionais, negativos e imaginários ao longo da história é uma fonte importante para a didática atual desses conceitos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCACAO INFANTIL E FUNDAMENTAL. **Guia de Livros Didáticos 2005**. V. 3: Matemática/ Brasília: Ministério da Educação, 2005.

_____. **Base Nacional Comum Curricular-** MEC 2ª versão revista/Abril 2016

BOYER. Carl B. **História da Matemática**. Editora Edgard Blücher Ltda, 2ª edição. São Paulo, 1996.

BROUSSEAU. Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas**. Editora Ática. São Paulo, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Coleção Matemática**. 1ª série. Editora Ática. São Paulo, 2008.

EVES. Howard. **Introdução à História da Matemática**. Editora Unicamp. Campinas. SP. 2008.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projeto de pesquisa**. 4ª Edição. São Paulo. Atlas, 2008.

MIORIM. Maria Ângela. Miguel. Antonio. **História na Educação Matemática. Propostas e Desafios**. Coleção Tendências em Educação matemática. Autêntica. Belo Horizonte. 2005

OLIVEIRA, Sílvio Luiz de. **Tratado de Metodologia científica: projetos de pesquisas, TGI, TCC, Monografias, Dissertações e Teses**. São Paulo: Pioneira, 1999, 320 p.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICA. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1988.

PERNAMBUCO. **Secretaria de Educação Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** / Secretaria de Educação. - Recife: SE. 2008.

_____. **Secretaria de Educação Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio** / Secretaria de Educação. - Recife: SE. 2012.

SILVA, Cláudio Xavier da; Benigno Barreto Filho- 2ª ed renov- São Paulo: FTD, 2005- **Coleção matemática aula por aula**. Vol 1 Ensino Médio

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática-** 1 ed.- São Paulo: FTD, 2010. **Coleção Novo Olhar**; v.1