

## **ENSINANDO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TÓPICOS DE GEOMETRIA PLANA**

Francinário Oliveira de Araújo; Brunno de Castro Trajano; Leocides Gomes da Silva

*Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, [francinariouern@gmail.com](mailto:francinariouern@gmail.com); Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, [brunnotrajano@gmail.com](mailto:brunnotrajano@gmail.com); Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, [leocids@hotmail.com](mailto:leocids@hotmail.com)*

### **RESUMO**

É fácil ver que, os aparatos tecnológicos estão cada vez mais especuladas como um excelente instrumento para o ensino de muitas disciplinas e, em particular, a matemática, e que o ambiente escolar tem que estar pronto para inserir tais instrumentos em suas atividades. Pois, o mercado de trabalho e a sociedade em geral exige cada vez mais que os humanos saibam trabalhar com computadores e seus softwares. Espera-se que diante dessas exigências o ambiente escolar propicie aos alunos esse contato com essas ferramentas. Sabemos que a disciplina de matemática é considerada por muitos alunos a mais difícil, um reflexo disso, é o alto índice de retenção na educação básica. Essa realidade decorre do fato que os alunos em geral não estudam matemática por não gostar e por achar a matemática chata e cansativa. O que poderia ajudar a mudar parte desse quadro, seria o professor tornar suas aulas dinâmicas, atrativas e desafiadoras para os alunos. Diante disso, o objetivo deste trabalho é mostrar a importância e aplicação do software GeoGebra no ensino de conceitos de geometria plana. Sugerimos neste trabalho, atividades que buscam ilustrar alguns conceitos matemáticos da geometria plana, essas ilustrações busca usar o software para construir alguns conceitos de ângulos de geometria plana. Esperamos que este trabalho possa estimular os professores sobre o uso dos recursos tecnológicos nas aulas de matemática, visando sempre tornar os conceitos matemáticos mais atrativos e interessantes. E por consequência, que os alunos passem a estudar e gostar de matemática.

Palavras-chave: Ensino de matemática, software Geogebra, Ensino de geometria plana.

## INTRODUÇÃO

Sabemos que a sociedade segue a passos largos quando se trata de tecnologia, os recursos tecnológicos estão tão presentes em nosso cotidiano, que fica até difícil imaginar como seria viver sem esses instrumentos. Um exemplo disso é, quando um jovem “antenido” de hoje ouve uma história de uma pessoa mais vivida, histórias essas que sempre iniciam com a frase, ... na minha época, para fazer um trabalho escolar tínhamos que ir até a biblioteca mais próxima e procurar os livros que abordavam tal tema.

Por outro lado, as escolas não estão avançando no mesmo ritmo que a sociedade. Um exemplo disso é, que nos tempos de hoje ainda é possível encontrarmos professores que são contra o uso de tecnologia na escola. Alguns professores parece que pararam no tempo, que não gostam de aparelhos como celular ou computador. Então, fica a indagação, como incentivar a esses professores usar recursos computacionais em suas aulas, se nem em sua vida pessoal ele usa?

É notório que o avanço tecnológico está transformando a sociedade em novo estilo de sociedade, chamada “sociedade digital”. Assim como tudo na vida, o uso desenfreado das tecnologias tem seus pontos positivos e negativos, cabe a cada cidadão buscar a melhor forma de usar tais ferramentas.

Da mesma forma, todos envolvidos com a educação básica deve ter muito cuidado ao querer inserir novas tecnologias no ambiente escolar. Talvez esse seja um dos fatores que dificultam a entrada da tecnologia no ambiente escolar. Existem várias pesquisas que destacam que a inserção das tecnologias no ambiente escolar, ainda ocorre lentamente.

Outro fator que atrapalha bastante a inserção da tecnologia no ambiente escolar é formação inicial dos professores, pois, muitas vez os professores entram na vida profissional sem ter estudado disciplinas específicas sobre como usar a tecnologia em suas aulas. Diante disso, o que acontece é que os professores em sua maioria, não busca formação continuada que o possibilite o uso de tais ferramentas.

Um outro aspecto que nós intriga é o ensino da geometria plana, pois muitas vezes é dada de forma mecânica apenas. Através de fórmulas e mais fórmulas que acabam tornando o ensino de matemática cansativo e desestimulante.

Neste trabalho apresentamos umas atividades para inserir o GeoGebra de maneira significativa nas aulas de matemática.

Dessa forma, Bento (2010), aponta que,

[...] na Geometria, o recurso computacional é um instrumento para desenvolver, entre outras habilidades a de visualização, facilitando a movimentação das figuras com software de geometria dinâmica, promovendo maior exploração dos conceitos geométricos, para a aquisição e formalização dos mesmos. (BENTO,2010, p. 20).

## **RELAÇÃO ENTRE TECNOLOGIAS E ENSINO DA MATEMÁTICA**

Atualmente há instrumentos tecnológicos como: celular, tablete e computador estão presentes em quase todas as casas no Brasil. Em especial, o computador é indispensável em vários setores da sociedade e em algumas atividades humanas. Sabemos que a inserção da tecnologia no ambiente escolar tem que ser um trabalho coletivo, ou seja, de todos que fazem parte desse setor da sociedade, desde governos até o professor.

Nos PCN's (2000), destacamos às novas tecnologias na escola:

[...] as tecnologias precisam encontrar espaço próprio no aprendizado escolar regular, de forma semelhante ao que aconteceu com as ciências, muitas décadas antes, devendo ser vistas também como processo, e não simplesmente como produto. A tecnologia no aprendizado escolar deve constituir-se também em instrumento da cidadania, para a vida social e para o trabalho. (BRASIL, 2000, p.50).

Nesta mesma ótica, destacamos Bento (2010, p. 20), quando o autor aponta que “o uso de softwares educativos vem adquirindo nos últimos anos uma real importância para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática como de outras disciplinas”.

Apesar de todos os instrumentos que existem atualmente, que podem ser usados como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem de matemática, ainda assim uma parte dos professores de matemática ainda são adeptos do ensino tradicional. Acreditamos que, uma maneira de tornar a matemática uma disciplina mais aceita pelos alunos é, acabar com o ensino tradicional, onde nesta visão os professores fazem com que seus alunos decorem fórmulas, onde a aprendizagem está associada diretamente a responder listas de exercícios e que na hora da avaliação o aluno replique esses exercícios.

Diante do que foi exposto acima, é fundamental que o professor torne suas aulas mais dinâmicas e atrativas, para isso, o professor pode buscar jogos matemáticos que trabalhem o conteúdo que ele está abordando em suas aulas. Mas, o professor pode buscar, antes de entrar em um conteúdo novo, fazer um levantamento histórico da evolução do mesmo. Esses são dois exemplos das novas tendências no ensino de matemática que podem ser usadas durante as aulas.

Independente da metodologia ou recurso que o professor venha a usar em suas aulas, é necessário que os alunos passem a estudar, analisar, refletir sobre, aspectos construtivos e característicos dos conteúdos ensinados, ou seja, os alunos tem que ser um ativo na construção do seu conhecimento.

Neste trabalho, apresentaremos atividades que ilustram e facilitam a visualização dos alunos. Que fique claro aqui que as ilustrações não servem como demonstração dos conceitos matemática, essas ilustrações são para que os alunos consigam compreender a ideia geométrica dos conceitos.

## **O SOFTWARE GEOGEBRA**

O GeoGebra é um software bastante conhecido de matemática dinâmica que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores. O software possui recursos que permite trabalhar não somente com a geometria e álgebra, mas como também estatística, cálculo, dentre outros.

Sobre o software Geogebra, o Instituto Geogebra no Rio de Janeiro<sup>1</sup>, apresenta algumas características acerca deste programa, realçando que:

[...] o Geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O Geogebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o Geogebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. (2014, p.1).

---

<sup>1</sup> O Instituto Geogebra no Rio de Janeiro é integrante do IGI (INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTES)

O software GeoGebra é uma poderosa ferramenta, e que se usada da maneira correta pode ser um excelente instrumento facilitador no processo de ensino e aprendizagem de matemática. O GeoGebra pode trazer para sala de aula dinâmicas que seriam difíceis ou até impossíveis com o uso apenas de lápis e caderno.

Sobre, os Softwares de geometria dinâmica, NASCIMENTO (2012), afirma que:

A proposta do uso de softwares de geometria dinâmica, no processo de ensino aprendizagem em geometria pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo. (NASCIMENTO, 2012, p. 3).

Nosso objetivo aqui é mostrar algumas atividades para ilustrar alguns conceitos de geometria plana. Por isso, não entraremos em grandes detalhes sobre o GeoGebra. Apresentaremos a interface do software e alguns botões que serão usados nas atividades.

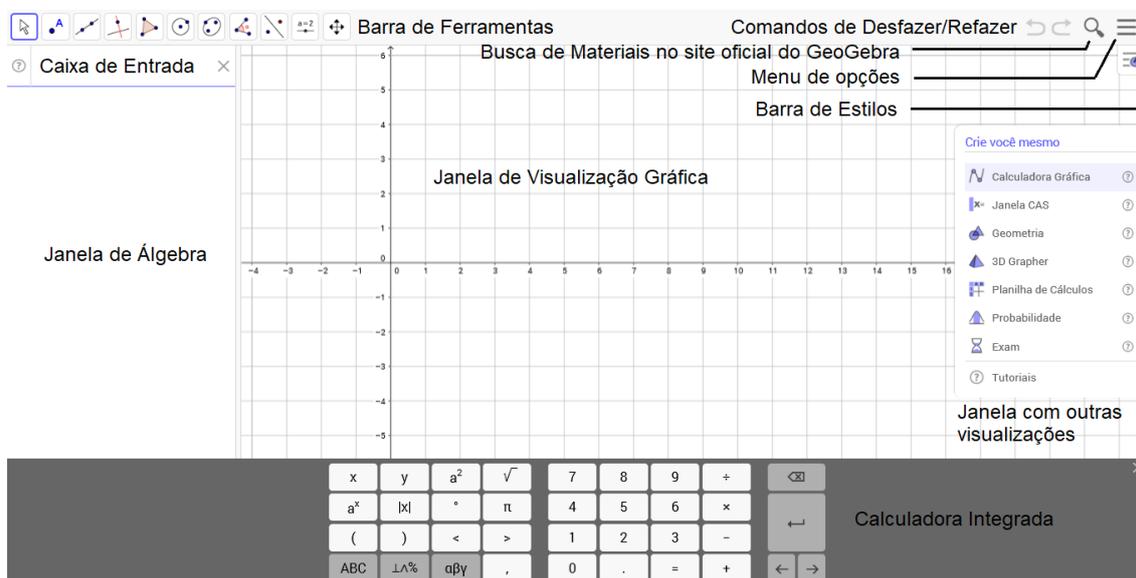


Figura 1: Interface do *software* GeoGebra

Agora apresentaremos uma tabela com os botões necessários para o entendimento e desenvolvimento das atividades aqui propostas.

	<p><b>Ponto:</b> Para criar um ponto, selecione esta ferramenta e em seguida clique na janela de visualização geométrica.</p>
	<p><b>Reta:</b> Selecionando essa ferramenta podemos criar retas a partir de dois pontos previamente criados na Janela de Visualização.</p>
	<p><b>Reta Paralela:</b> Utilizando esta ferramenta, pode-se construir uma reta paralela a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígono. Para criar a reta paralela, basta clicar sobre um ponto e sobre uma direção, que poderá ser definida por qualquer um dos objetos recentemente citados.</p>
	<p><b>Ângulo:</b> Através desta ferramenta, podemos determinar um ângulo selecionando três pontos. Para determinar o ângulo entre os objetos selecionados, deve-se selecioná-los em ordem, no sentido horário. Pode-se, ainda, através desta ferramenta, se determinar todos os ângulos de um polígono, sendo ele regular ou não. Para isso, basta ativar a ferramenta e depois selecionar o polígono.</p>

Tabela 1: Fonte própria do autor

## GEOMETRIA PLANA

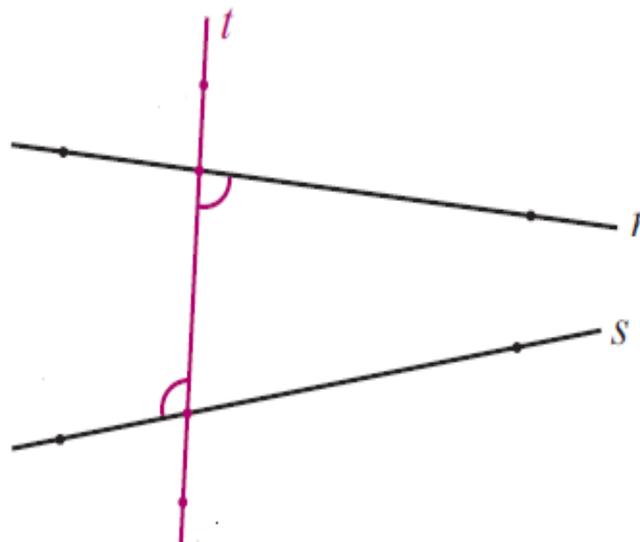
Agora apresentaremos algumas definições que serão usadas duas as atividades propostas.

**Definição:** Dois ângulos são suplementares quando a soma deles é igual a  $180^\circ$ .

**Definição:** Dois ângulos são ditos opostos pelo vértice se os lados de um deles são respectivamente semirretas opostas aos lados do outro.

**Definição:** Dois ângulos são congruentes se, e somente se, eles possuem a mesma medida.

**Definição:** Sejam  $r$  e  $s$  duas retas distintas e seja  $t$  uma reta que cruza as retas  $r$  e  $s$ . A reta  $t$  é chamada transversal às retas  $r$  e  $s$ . Os ângulos em destaque na figura abaixo são chamados de alternos internos.



*Figura 1: retas cortadas por uma transversal*

## PROPOSTAS DE ATIVIDADES

1. Teorema: Ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Suplementos de ângulos congruentes são congruentes.

Vamos ilustrar apenas a primeira parte do teorema, ou seja, ilustraremos que ângulos opostos pelo vértice são iguais. A segunda parte é análoga ao que vamos fazer agora, por isso omitiremos aqui.

### Desenvolvimento a ilustração do problema no GeogGebra

- Iniciamos a atividade, pedindo que os alunos construam duas retas  $r$  e  $s$  quaisquer que se interceptem em um ponto  $E$ .
- Para finalizar, vamos construir os ângulos alternos e internos. Para isso basta



clicarmos no botão e em seguida clicamos no  $D$  depois no ponto  $E$  e depois no ponto  $B$ .



Depois clicarmos no botão  e em seguida clicamos no C depois no ponto E e depois no ponto A. Feito isso, peça para que os alunos cliquem com o botão esquerdo do mouse sob o valor de cada ângulo e arraste ele de modo que o valor fique visível.

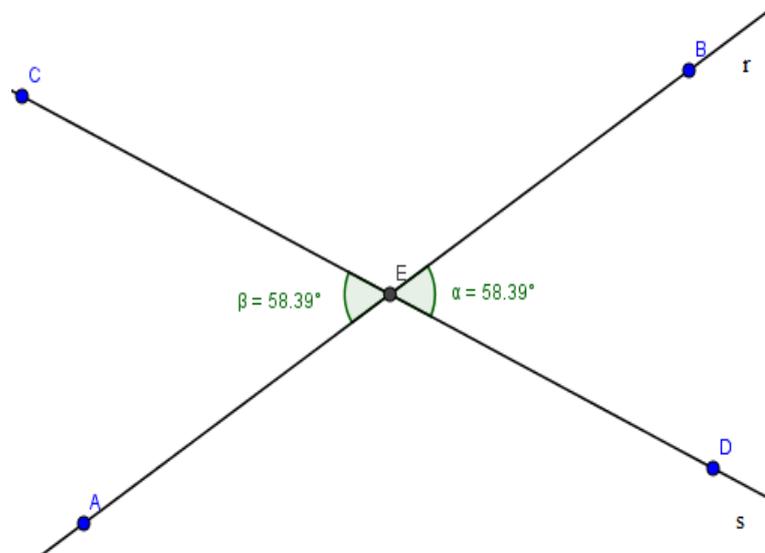


Figura 2: Fonte própria do autor

**Atividade:** Peça para que o aluno mude o ponto B de lugar (de modo que o ponto B fique sempre “acima” da reta s), e peça para o aluno descrever o que ele observa com relação aos ângulos em destaque.

**Resultado Esperado:** esperamos com essa ilustração é que os alunos percebam que os ângulos opostos pelo vértice são sempre congruentes, ou seja, são iguais.

2. Teorema das Duas Paralelas Interceptadas por uma Transversal. Duas retas paralelas interceptadas por uma transversal produzem ângulos alternos internos congruentes.

## Desenvolvimento a ilustração do problema no Geogebra

- Iniciamos a atividade pedindo que os alunos construam duas retas paralelas  $r$  e  $s$ ,



para isso basta clicar no botão , no GeoGebra.

- Em seguida, pedimos para que o aluno desenhe uma reta qualquer  $t$  definida por dois pontos  $E$  e  $F$  quaisquer, de modo que intercepte a reta  $r$  no ponto  $G$  e a reta  $s$  no ponto  $H$ .

- Peça para que os alunos crie um ponto  $I$  sobre a reta  $r$  a direita da reta  $t$ , e crie um ponto  $D$  sobre a reta  $s$  a esquerda da reta  $t$ . Para criar estes pontos, basta clicar no



botão .

- Para finalizar, vamos construir os ângulos alternos e internos. Para isso basta



clicarmos no botão  e em seguida clicamos no  $I$  depois no ponto  $G$  e depois

no ponto  $H$ . Depois clicarmos no botão  e em seguida clicamos no  $G$  depois no ponto  $H$  e depois no ponto  $D$ .

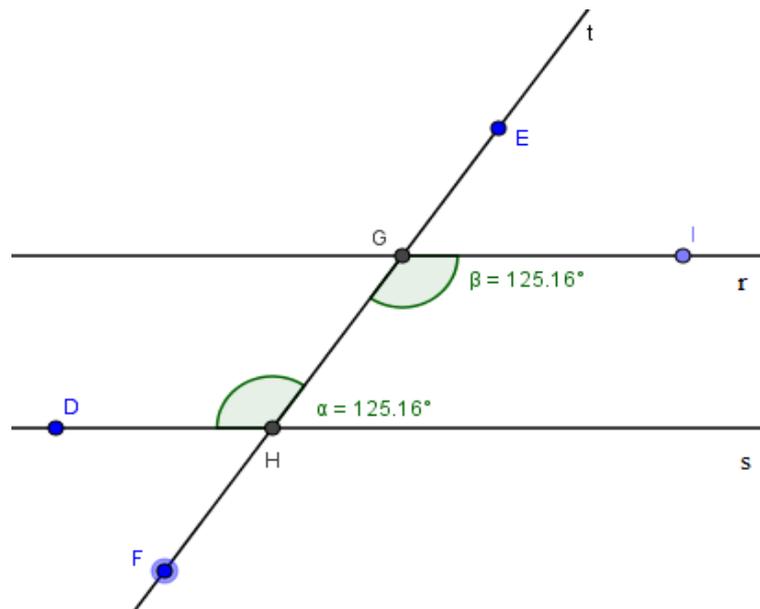


Figura 3: Fonte própria do autor

**Atividade:** Peça para que o aluno mude o ponto E de lugar. Depois de o aluno experimentar várias possibilidades. Peça para o aluno descrever o que ele observa com relação aos ângulos em destaque.

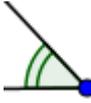
**Resultado Esperado:** esperamos com essa ilustração é que os alunos percebam que os ângulos alternos e internos são sempre congruentes, ou seja, são iguais.

3. A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre  $180^\circ$ .

Para ilustrar esse resultado, faremos uso do resultado da questão anterior. Vamos iniciar a construção da ilustração.

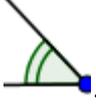
- Iniciamos construindo um reta  $r$  qualquer e dois pontos A e B sobre esta reta;
- Agora criamos um ponto qualquer C fora da reta  $k$ , em seguida criamos a reta  $s$  que passa pelos pontos A e C, e em seguida criamos a reta  $t$  que passa pelos pontos B e C, e assim formamos o triângulo ABC;
- Vamos traçar uma reta paralela ao lado AB do triângulo ABC e que passa pelo ponto C, que denotaremos essa reta de  $k$ ;
- Sobre a reta  $k$  vamos colocar dois pontos, um ponto F a direita de C e outro ponto D a esquerda de C.
- Para finalizar, vamos construir os ângulos alternos e internos relacionados aos ângulos da base do triângulo ABC.

- Para isso basta clicarmos no botão  e em seguida clicamos no C depois no ponto B e depois no ponto A, e

usaremos a representação . Depois clicarmos no botão



e em seguida clicamos no B depois no ponto C e depois

no ponto F, , e usaremos a representação .

- Para isso basta clicarmos no botão  e em seguida clicamos no B depois no ponto A e depois no ponto C, e

usaremos a representação . Depois clicarmos no botão



e em seguida clicamos no B depois no ponto C e depois

no ponto F, , e usaremos a representação .

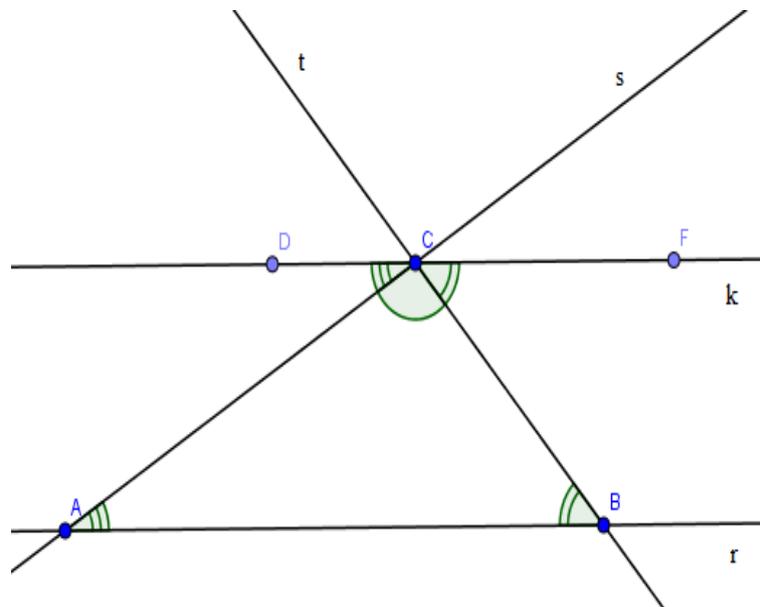
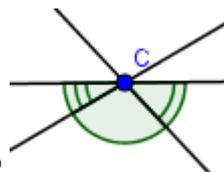


Figura 4: própria do autor

**Atividade:** Peça para que o aluno mude o ponto C de lugar, de modo que o ponto C fique sempre “acima” da reta r. O professor deixa os alunos experimentarem várias possibilidades. Então, o professor pede para que os alunos descrevam o que ele observa com relação aos ângulos com mesma representação em destaque.

**Resultado Esperado:** esperamos com essa ilustração é que os alunos percebam que a soma dos ângulos internos é sempre igual a  $180^\circ$ .

**Observação:** Para um melhor entendimento dos alunos, é necessário que o professor



já tenha apresentado que o ângulo é  $180^\circ$ .

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um fato inegável é que, a tecnologia está cada vez mais presente em nosso cotidiano. Além disso, o conhecimento em tais tecnologias é quase que uma obrigação para vários setores da sociedade. E quando se fala em mercado de trabalho, saber operar com tecnologia está sendo cada vez mais uma obrigação para os empregados.

Diante disso, fica a pergunta, será que o ambiente escolar está proporcionando aos alunos o conhecimento básicos para operar certas tecnologias como por exemplo, o computador. Saber manipular um computador vai muito além de acessar a internet. Pois, alguns alunos acham que saber navegar nas redes sociais significa que eles estão fazendo bom uso do computador.

Acreditamos fielmente que, com o uso do software GeoGebra nas aulas de matemática, vai proporcionar aos alunos a leitura e interpretação de um manual técnico, leitura essa que vai lhe proporcionar a aprendizagem dos comandos do GeoGebra. E isso, vai fazer com que o aluno ao entrar no mercado de trabalho, e se depare com o programa que a empresa use, ele não se assuste. Na sociedade que vivemos atualmente, é obrigação da escola mostrar aos seus alunos como fazer bom uso dos computadores.

Neste trabalho, mostramos algumas atividades usando o software GeoGebra como ferramenta facilitadora no processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos de geometria plana. Desde que, o professor apresente todas as condições necessárias para que o aluno consiga acompanhar as construções geométricas, para os conceitos abordados aqui.

Perante a proposta apresentada neste trabalho, esperamos que os professores, percebam que a inserção da tecnologia nas aulas de matemática não é “um bicho de setes cabeças”. E assim, confiamos que os professores de matemática busquem desenvolver outros conceitos matemáticos através de recursos computacionais. Independente do recurso escolhido pelo professor, o fato é que, a inserção de recursos computacionais nas aulas de matemática, só tem a contribuir com a aprendizagem dos alunos.

Acreditamos que, para que o processo de ensino e aprendizagem tenha sucesso é necessário muito mais que, a aprendizagem de replicação de fórmulas e conceitos matemáticos, mas para alcançar o sucesso nesse processo os professores devem levar em consideração que os alunos consigam atingir também, a compreensão, reflexão e aplicação do que está sendo ensinado.

Da mesma forma, que as atividades propostas neste trabalho foram para trabalhar alguns conceitos de geometria plana, podemos reformulá-las para trabalhar outros conceitos de geometria plana ou de outros conceitos de matemática. Vai depender apenas do professor, pois ele deve conseguir fazer a relação entre os conceitos matemáticos e os recursos tecnológicos, não necessariamente o professor deve usar apenas o software GeoGebra, existem outros softwares matemáticos, jogos computacionais entre outras ferramentas.

Assim, notamos que o uso do software GeoGebra nas aulas de matemática, desde que seja inserida de maneira correta e bem relacionada com os conceitos matemáticos. E isso só tem a fortalecer o processo de ensino e aprendizagem de matemática e como consequência as aulas de matemática serão mais dinâmicas, atrativas e interessantes. E quem sabe assim, aumentar o interesse dos alunos pela matemática.

## **REFERÊNCIAS**

**BENTO, H. A. O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico com a Construção de Figuras Geométricas Planas Utilizando o Software Geogebra.** 258 f. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Disponível em: < [http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat\\_BentoHA\\_1.pdf](http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_BentoHA_1.pdf) >. Acesso em: 17 de jun. de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. 2. ed. – São Paulo: Ática, 2013.

Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro. Disponível em: < <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/index.html>>. Acesso em: 14 de jun. de 2017.

DOLCE, O.; POMPEU, J.N. Fundamentos de Matemática Elementar. 5.ed. São Paulo: Atual, 1993.10v.

MACHADO, R. M. **A Visualização na Resolução de Problemas de Cálculo Diferencial e Integral no Ambiente Computacional MPP**. 2008, 289f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas: 2008.

NASCIMENTO, E. G. A. do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de Geometria: reflexão da prática na escola**. In: Conferencia Latino americana de GeoGebra, 2012, Uruguai. Disponível em:< [www.geogebra.org.uy/2012/actas/67.pdf](http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/67.pdf) >. Acesso em: 14 jun. 2017.

NETO, Areft Antar. et al. **Geometria Plana e Espacial - Coleção Noções de Matemática**. v.5. Fortaleza: Ed. Vestseller, 2010.