DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.027

O "PROBLEMA DA MISTURA" ENVOLVENDO PORCENTAGENS E A MOBILIZAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

CIBELLE DE FÁTIMA CASTRO DE ASSIS
Doutora pelo Programa de pós-graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE; cibelle@dcx.ufpb.br;

ANDERSON JOÃO DOS SANTOS
Graduando pelo Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB; andersonsantos10189@gmail.com

RESUMO

O presente estudo teve por objetivo principal analisar as estratégias que estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental mobilizam ao resolverem o "problema da mistura" envolvendo cálculos de porcentagem. A fundamentação teórica abordou os tipos de problema e a resolução de problemas incluindo as estratégias. Trata-se de uma pesquisa quanti - qualitativa, exploratória e estudo de caso. Para a sua realização delineamos cinco etapas: levantamento e estudo de um problema matemático envolvendo cálculos de porcentagem (etapas 1 e 2); elaboração e proposição do problema (etapa 3); categorização (etapa 4) e verificação das estratégias de resolução adotadas pelos alunos participantes dessa pesquisa (etapa 5). A pesquisa foi desenvolvida junto a uma turma de 36 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Capim/PB. O problema foi trabalhado em sala de aula em duas fases. Na primeira fase, os estudantes deveriam representar o problema com um desenho e resolvê-lo com suas próprias estratégias. A maioria dos alunos (33 alunos) conseguiu representar o problema com um desenho; apenas um estudante finalizou e determinou a resposta correta para o problema e 31 alunos não acertaram a questão. Na segunda fase, indicamos as estratégias da regra de três, resolução em sentido inverso com tentativa e erro e construir uma tabela. Nessa fase, 3 alunos acertaram a questão e 26 alunos não acertaram, mas indicaram o desenvolvimento de alguma das estratégias sugeridas; 23 alunos mobilizaram a estratégia da regra de três e 10 alunos preferiram adotar a estratégia de construir uma tabela. As análises permitem inferir que os estudantes não conhecem diferentes estratégias de resolução de problemas, mobilizaram outras estratégias quando sugeridas na fase 2 e que a resolução de problemas envolvendo porcentagem é fonte de dificuldades para esses estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Porcentagem, Estratégias de resolução, Resolução de problemas.

INTRODUÇÃO

É nítida a presença da porcentagem em diferentes situações do cotidiano, seja ela no cálculo de juros ou até mesmo na representação de um desconto atribuído à algum produto em promoção. No que se refere ao ensino de porcentagem, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), o cálculo de porcentagens deve ser introduzido a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental e seguir de forma progressiva até os anos finais. Esse mesmo documento orienta, por exemplo, que sejam trabalhadas associações a diferentes representações das porcentagens, e o uso de diferentes estratégias de cálculo considerando diversos contextos inclusive o da educação financeira.

È fundamental que a partir do Ensino Fundamental os estudantes sejam estimulados a realizar associações entre a Matemática e outras situações "[...] não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática" (BRASIL, 2018, p. 299). Dessa maneira, a resolução de problemas possibilita que o aluno utilize procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos da Aritmética e Álgebra, por exemplo, para resolver problemas e interpretar as soluções encontradas. A capacidade de resolver problemas está intimamente ligada aos conhecimentos que os alunos já possuem. Sendo assim, é imprescindível que as conexões entre o objeto matemático e as vivências dos estudantes sejam exploradas continuamente de forma que a resolução de problemas seja considerada uma "[...] estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental" (BRASIL, 2018, p. 266).

No que se refere à resolução de problemas no ambiente escolar, é muito comum os estudantes se prenderem aos cálculos mecânicos e à regra de três como estratégias para calcular a porcentagem referente a determinada quantidade apresentada. Nesse sentido, convém ressaltar que o ensino baseado exclusivamente em algoritmos convencionais e regras não deve ser a única maneira de abordar os objetos de conhecimento matemáticos em sala de aula. Dante (2005) justifica que os estudantes, além de não se sentirem desafiados diante da Matemática, também não desenvolvem as habilidades de "[...] iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência através da resolução de problemas" (DANTE, 2005, p. 12).

Na visão de Polya (1978), o ensino da Matemática não deve estar centrado em problemas rotineiros, pois os estudantes também precisam estar envolvidos em situações que os desafiem. Nesse contexto, é de extrema importância que o

ISBN: 978-85-61702-77-9

professor realize uma escolha correta do problema a ser proposto em sala de aula, a fim de promover uma situação de aprendizagem com significado em Matemática. De fato, "[...] é importante que o problema possa gerar muitos processos de pensamento, levar muitas hipóteses e propiciar várias estratégias de solução" (DANTE, 2010, p. 52 ***apud*** ALVES; PROENÇA, 2014, p. 2).

Considerando que aprender a resolver problemas não é uma tarefa fácil, Polya (1978) apresenta quatro etapas que contribuem para o processo de resolução de problemas. São elas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Na primeira etapa, o estudante precisa entender o problema, isto é, identificar a incógnita, os dados e a condicionante. No estabelecimento do plano, deve-se pensar em possíveis caminhos que possam ajudar a encontrar solução para o problema. A execução do plano diz respeito ao momento no qual o estudante coloca em prática o que foi estabelecido na etapa anterior. Além disso, é fundamental verificar cada passo com a finalidade de evitar possíveis erros que possam ser cometidos. Por último, o retrospecto consiste em verificar o resultado encontrado. Partindo dessa ideia, Polya (1978) ressalta a importância do hábito de analisar o método que levou à resolução do problema, pois contribui para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e pode ser novamente utilizado em outras situações.

Tendo em vista a variedade de problemas presente na literatura, é válido que o professor esteja atento para os tipos de problemas matemáticos que são propostos aos estudantes, suas características, os conhecimentos prévios essenciais para que os alunos determinem a solução, bem como em qual momento e de que forma o problema será proposto. Os problemas matemáticos não são todos do mesmo tipo, eles diferem entre si e podem apresentar grau de dificuldades diferentes exigindo dos alunos diferentes níveis de conhecimento. Por exemplo, diferentemente dos exercícios algorítmicos que não exploram o desenvolvimento de nenhuma estratégia de resolução, as situações-problemas na Matemática contribuem para os estudantes desenvolverem a "[...] capacidade de raciocinar e aprender, fazendo uso de levantamento de hipótese" (ALVES; PROENÇA, 2014, p. 2).

As estratégias de resolução de problemas podem ser interpretadas como os métodos utilizados para determinar a solução de um problema. Em se tratando das estratégias no processo de resolução de problemas, Cavalcanti (2001) argumenta que é preciso dar atenção ao modo como os estudantes resolvem os problemas, pois nesse processo de investigação o professor é capaz de perceber a autonomia

ISBN: 978-85-61702-77-9

e confiança dos estudantes e permitir que eles possam “[...] combinar seus conhecimentos para resolver a situação apresentada” (CAVALCANTI, 2001, p. 121).

A respeito das estratégias de resolução de problemas, Musser e Shaughnessy (1997) e Van de Walle (2009) destacam algumas que consideram apropriadas para serem desenvolvidas no ambiente escolar, porém sem nenhuma menção aos tipos de problemas e objetos de conhecimentos matemáticos mais adequados em cada uma. São elas:

> Resolução por tentativa e erro – [...] talvez seja o mais direto para a resolução de problemas: envolve simplesmente a aplicação das operações pertinentes às informações dadas (MUSSER; SHAUGHNESSY, 1997, p. 189).
>
> Resolução em sentido inverso – a estratégia de trabalhar em sentido inverso difere das anteriores pelo fato de partir do objetivo, ou do que deve ser provado, e não dos dados (MUSSER; SHAUGHNESSY, 1997, p. 196).
>
> ***Desenhar uma figura, simular algo, usar um modelo***. Esta é a estratégia de usar modelos como “brinquedos para pensar” [...]. “Simular algo” estende os modelos para uma real interpretação da situação-problema (VAN DE WALLE, 2009, p. 77).
>
> ***Construir uma tabela ou quadro***. Os quadros de dados, tabelas de função, tabelas para operações e tabelas envolvendo razões ou medidas são algumas das principais formas de análise e de comunicação. O uso de um quadro é combinado geralmente com a busca de padrões como um modo de resolver problemas ou construir novas ideias (VAN DE WALLE, 2009, p. 78).
>
> ***Experimentar uma forma mais simples do problema***. Aqui a ideia geral é modificar ou simplificar as quantidades (ou variáveis) em um problema, de forma que a tarefa resultante seja mais fácil de compreender e de analisar. Ao resolver o problema mais fácil, espera-se obter algum insight que possa ser usado, então, para resolver o problema original mais complexo (VAN DE WALLE, 2009, p. 78).

De acordo com Dante (2005, p. 54) “cada problema exige uma determinada estratégia”. Nesse sentido, todas as estratégias apresentadas são válidas e relevantes na resolução de problemas, cabendo, ao professor, portanto, valorizar a individualidade e facilidade de uso de cada estudante ao se apropriar, por exemplo, de alguma dessas. Afinal, diferentes caminhos podem levar ao mesmo destino.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O interesse pelo que acabamos de introduzir nos levou a realização de um Trabalho de Final de Curso – TCC na Licenciatura em Matemática (SANTOS, 2023) desenvolvido pelo segundo autor sob orientação do primeiro. Neste artigo trazemos as razões que justificam e enaltecem a importância da discussão sobre a resolução e as estratégias dos alunos, assim como um recorte dos principais resultados da pesquisa.

Diante da importância da temática apresentada, identificamos a necessidade de um estudo com o objetivo principal de analisar as estratégias que estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam ao resolverem uma situação-problema envolvendo cálculos de porcentagem. Particularmente, nesta pesquisa, partimos da situação proposta no "Problema da mistura" que foi extraída de uma das edições da OBMEP[1], mais especificamente, do ano de 2018.

As etapas da pesquisa possibilitaram não somente a resolução do "Problema da mistura" em duas fases pelos alunos, mas também um acompanhamento na maneira como eles se colocam frente ao processo de resolução de um problema envolvendo porcentagem que pode ser solucionado por meio de diferentes estratégias.

Quanto aos resultados, destacamos, na primeira fase, o fato da maioria dos estudantes não desenvolver estratégias que os ajudassem a determinar a solução para o problema proposto. Na segunda fase, temos que nenhum aluno buscou desenvolver a estratégia de resolução em sentido inverso juntamente com tentativa e erro o que ocasionou, portanto, um maior número de desenvolvimento para a estratégia da regra de três, também indicada na segunda fase. Ainda, verificou-se que as dicas de estratégias contribuíram para o aumento do número de resoluções corretas na segunda fase da aplicação do problema.

Nos parece importante aprofundar a discussão sobre um objeto de conhecimento da Matemática que está bastante conectado com o cotidiano das pessoas e que também perpassa toda a Educação Básica. O estudo proposto pode contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática, na medida em que busca abordar e valorizar a aprendizagem do conceito de porcentagem numa perspectiva voltada para a compreensão, interpretação de informações e descobertas. Ou seja, a construção do saber matemático dos estudantes e as produções de significados de cada um deles são fatores consideráveis durante a realização dessa pesquisa.

1 http://www.obmep.org.br/provas.htm

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

A pesquisa apresentada neste artigo, pode ser classificada, segundo D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006) e Gil (2018), quanto à abordagem do objeto como quanti-qualitativa, quanto aos objetivos como exploratória e quanto aos procedimentos técnicos como estudo de caso.

Quanto à abordagem do objeto, a nossa pesquisa classifica-se como qualitativa. De acordo com D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006, p. 78), uma pesquisa é dita qualitativa quando, "tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes." Na nossa pesquisa fazemos uma análise das estratégias dos estudantes envolvidos, sob um olhar qualitativo das respostas apresentadas. Ou seja, o mais importante é a maneira como os estudantes resolvem o problema proposto, e não a quantidade de respostas corretas. Sendo assim, a qualidade da informação tem extrema relevância para o desenvolvimento da pesquisa, embora tenhamos baseado no quantitativo das respostas.

Para Gil (2018), uma pesquisa é dita exploratória, quando:

> [...] têm como propósito proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. Seu planejamento tende a ser bastante flexível, pois interessa considerar os mais variados aspectos relativos ao fato ou fenômeno estudado (GIL, 2018, p. 25).

Realmente, na nossa pesquisa, de acordo com os objetivos apresentados, queremos conhecer as estratégias adotadas pelos estudantes na situação-problema proposta, tornando esse objeto de investigação mais claro.

Por fim, quanto aos procedimentos técnicos, é uma pesquisa do tipo estudo de caso. Para Gil (2018, p. 33), uma pesquisa é dita estudo de caso, quando "[...] consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos casos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento [...]". De fato, a nossa pesquisa busca investigar as estratégias de um grupo particular de alunos trazendo detalhes e descobertas do objeto estudado.

A realização da pesquisa ocorreu em cinco etapas iniciando-se pelo levantamento e estudo de um problema matemático envolvendo cálculos de porcentagem (etapas 1 e 2); seguindo para a elaboração e proposição do problema (etapa 3), para

ISBN: 978-85-61702-77-9

finalmente, as etapas de categorização (etapa 4) e verificação das estratégias de resolução adotadas pelos alunos participantes dessa pesquisa (etapa 5).

O encaminhamento da situação-problema em sala de aula foi desenvolvido em duas fases: na primeira, sem qualquer indicação de estratégia, e na segunda indicamos as estratégias regra de três, resolução em sentido inverso juntamente com tentativa e erro e construir uma tabela. Diante disso, podemos citar Musser e Shaughnessy (1997) se tratando das estratégias de tentativa e erro e resolução em sentido inverso; Van de Walle (2009) com a construção de tabelas e o experimentar uma forma mais simples do problema e desenhar uma figura.

Quanto a categorização e verificação das estratégias, a partir das respostas dos alunos, podemos perceber qual(is) estratégia(s) foram mais utilizadas por eles, se mais de uma estratégia foi utilizada e entre elas quais os levaram à solução. Observando as respostas dos estudantes organizamos em três casos na primeira fase e quatro casos na segunda. Os casos da primeira fase são: respostas de alunos que acertaram a questão (caso 1); respostas de alunos que não acertaram a questão (caso 2) e respostas de alunos que não acertaram a questão ou não indicaram uma estratégia de resolução (caso 3). Já os casos da segunda fase são: respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo duas estratégias (caso 1); respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo uma estratégia (caso 2); respostas de alunos que não acertaram ou não finalizaram a questão, mas que indicaram o desenvolvimento de alguma estratégia (caso 3) e, o último caso, respostas em brancos e respostas de alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram alguma estratégia (caso 4).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

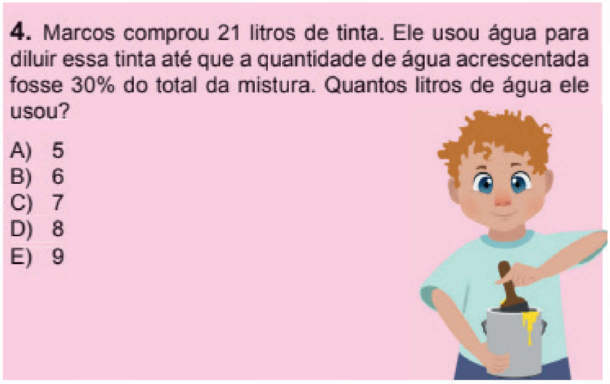
A pesquisa foi desenvolvida junto a um grupo de estudantes de uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental no ano letivo de 2023. Optamos pelo 9º ano por se tratar de um ano escolar no qual os alunos são concluintes do Ensino Fundamental, e como consequência disso, os estudantes já estudaram, ou deveriam ter estudado, os objetos de conhecimento matemático porcentagem e proporção, além da regra de três.

O "Problema da mistura" trata-se de um problema que envolve cálculo de porcentagens. A figura 1 mostra a situação-problema e as alternativas com as

ISBN: 978-85-61702-77-9

possíveis repostas. A resposta para o problema está indicada na alternativa E) que corresponde a 9 litros de água.

Figura 1 - Problema da mistura



4. Marcos comprou 21 litros de tinta. Ele usou água para diluir essa tinta até que a quantidade de água acrescentada fosse 30% do total da mistura. Quantos litros de água ele usou?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

Fonte: OBMEP (2018)

O objeto de conhecimento que acreditamos estar mais próximo do que trata a situação-problema, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 300), é o "cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da regra de três"". Esse objeto matemático está associado à seguinte habilidade do 6º ano:

> (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 301).

Na análise do problema proposto, percebemos a necessidade da compreensão dos conceitos de razão e proporção, do domínio das operações básicas com os números naturais e entendimento de grandezas diretamente proporcionais. É importante destacar que esses objetos estão indicados na BNCC (BRASIL, 2018) para serem trabalhados nas Unidades Temáticas Números e Álgebra, e as habilidades matemáticas da BNCC (BRASIL, 2018) são do 5°, 6° e 8° ano, como podemos ver a seguir:

> (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão

ISBN: 978-85-61702-77-9

> da ideia de razão entre as partes e dela com o todo (BRASIL, 2018, p. 295).
>
> (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora (BRASIL, 2018, p. 301).
>
> (EF06MA15) Resolver problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo (BRASIL, 2018, p. 303).
>
> (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas (BRASIL, 2018, p. 313).

A aplicação do problema em sala de aula coincidiu com os horários das aulas de Matemática da turma participante em dois dias seguidos. A primeira fase aconteceu no dia 27 de março de 2023 e a segunda no dia seguinte, isto é, 28 de março de 2023. Para a primeira fase estipulamos uma duração de 40 minutos, enquanto na segunda fase o tempo máximo para a resolução do problema eram 120 minutos (duas horas). Em ambas as fases, a professora da turma não interferiu com explicações aos estudantes em nenhum momento.

Dos 38 estudantes matriculados na turma, 34 participaram da primeira fase resolutiva. Nessa primeira fase, os alunos deveriam resolver o "Problema da mistura" sem o uso de calculadoras e representá-lo com um desenho. É válido destacar que não exigimos dos alunos precisão ou que colorissem os desenhos, apenas esclarecemos que as representações precisavam obedecer aos dados do enunciado do problema.

A respeito da resolução da situação-problema na primeira fase, optamos por não apresentar no material entregue aos estudantes nenhuma indicação de estratégia prévia ou qualquer outra informação que contribuísse para a resolução. Entretanto, trabalhamos cuidadosamente a primeira etapa do processo de resolução de problemas tratada em Polya (1978), melhor dizendo, a compreensão do problema. Nesse sentido, realizamos a leitura compartilhada do problema objetivando que todos os estudantes pudessem compreender cada frase do enunciado do problema e, consequentemente, o problema completamente. A proposta do desenho teve o objetivo de auxiliá-los na compreensão do enunciado e na mobilização do uso da linguagem matemática na representação do problema.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nesse momento vários questionamentos foram trazidos para a fase 1, alguns exemplos foram: *Quem é Marcos? O que ele comprou? A tinta será diluída com o quê? Qual o significado da palavra diluir? A mistura precisa ter qual percentual de água? Como podemos representar 30%? O que precisamos descobrir para resolver o problema?* Somente após concluída a etapa de compreensão do problema, única intervenção do pesquisador na aplicação da proposta na fase 1, os estudantes perceberem que precisavam descobrir a quantidade de litros de água usada por Marcos para diluir a tinta, e que os litros de água deveriam representar 30% do total de litros da mistura.

Na segunda fase da aplicação do "Problema da mistura" em sala de aula foi explicado que os estudantes resolveriam o mesmo problema da fase 1, porém eles receberiam algumas dicas (3 estratégias) que os ajudariam a resolver o problema proposto. Além disso, precisariam determinar a solução do problema por meio de, no mínimo, duas estratégias diferentes, teriam mais tempo para resolver a situação-problema e poderiam usar calculadoras.

As dicas de estratégias foram expostas em forma de um diálogo fictício entre uma professora de Matemática e seus alunos em um texto distribuído aos alunos. Após a explicação das estratégias presentes no material, os estudantes da turma iniciaram a resolução do problema. Nesta segunda fase, 36 estudantes participaram, contudo três deles entregaram o material sem nenhum cálculo e desenvolvimento de estratégias, apenas assinaram seus nomes.

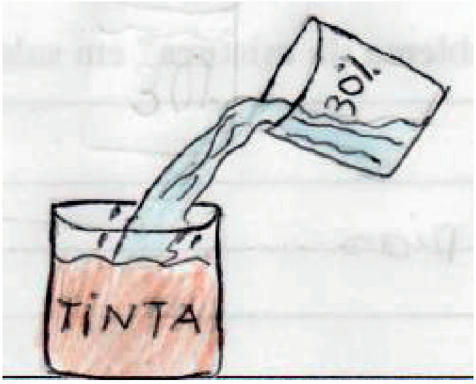
Por último, destacamos que o motivo pelo qual decidimos dividir a aplicação em dois momentos foi porque não queríamos simplesmente apresentar o problema aos alunos e analisar as respostas deles, mas contribuir com o processo de aprendizagem dos educandos ao compreender, discutir e valorizar as diferentes formas dos alunos resolverem problemas matemáticos em sala de aula.

Na fase 1, analisamos as respostas dos alunos ao problema separando-as em três casos: caso 1 – respostas de alunos que acertaram a questão; caso 2 – respostas de alunos que não acertaram a questão ou não finalizaram a resolução, mas que indicaram alguma estratégia; caso 3 – respostas de alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram uma estratégia de resolução. Dos 34 estudantes que participaram da fase 1, apenas um deles não entregou o desenho. Sendo assim, 97,06% representa o percentual de estudantes que conseguiram desenvolver a estratégia do desenho vista em Van de Walle (2009).

A figura 2 mostra o desenho de um estudante para o "Problema da mistura".

ISBN: 978-85-61702-77-9

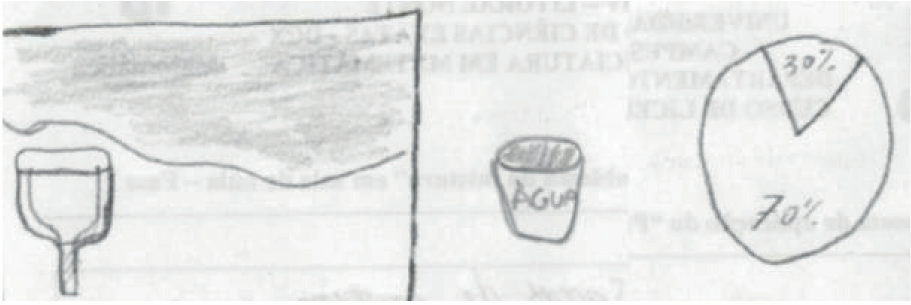
Figura 2 - Desenho do aluno 1 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Analisando o desenho do aluno, percebemos que ele compreendeu bem o problema e fez uma representação coerente, pois conseguiu mostrar que a água diluirá a quantidade de tinta representando 30% do total de litros da mistura. Ainda se tratando das representações coerentes, é relevante analisarmos o desenho do aluno 2 na figura 3 a seguir.

Figura 3 - Desenho do aluno 2 para o Problema da mistura



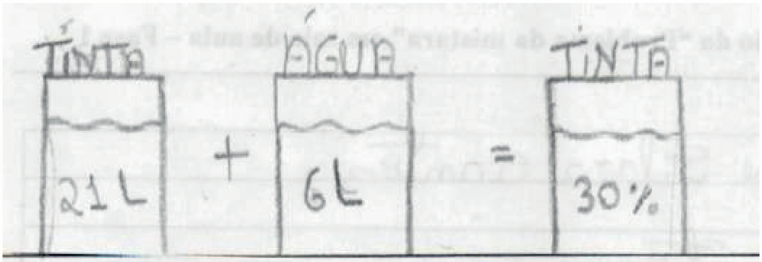
Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Observando o desenho acima, fica evidente que o aluno 2 também compreendeu o problema e ainda entendeu que 70% (dado ausente no enunciado do problema) era um dado importante para o desenvolvimento da resolução, embora não tenha deixado explícito que esse dado era referente à quantidade de tinta na mistura. Com a distribuição percentual acima, o estudante mostra seu entendimento a respeito da mistura contendo água e tinta representar 100%, ou seja, o total.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Apesar de a maioria dos estudantes entregar os desenhos, é válido destacar que alguns deles não correspondem totalmente ao problema. Um exemplo desse caso é dado na figura 4 abaixo.

Figura 4 - Desenho do aluno 3 para o Problema da mistura

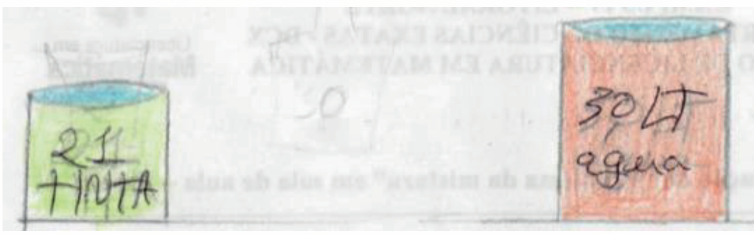


Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Ao observamos a representação acima, notamos que o aluno fez o desenho já apontando a sua resposta (6L). Entretanto, comete um erro ao indicar que 21L + 6L = 30%, o que não é uma adição correta. Além disso, registrou que 30% representa a quantidade de tinta na mistura.

Outro exemplo de representação incoerente para o “Problema da mistura” pode ser visto na figura 5 com o desenho do aluno 4.

Figura 5 - Desenho do aluno 4 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

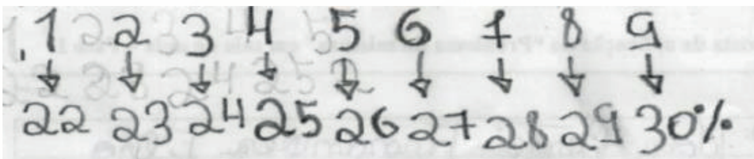
Observando a figura 5 notamos que, provavelmente, o estudante desejasse indicar que 30% é referente à quantidade de água mencionada no problema, porém indicou “30 LT água”, o que nos leva considerá-la também como mais uma representação incoerente.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Com base na análise dos desenhos dos estudantes participantes da primeira etapa, concluímos que 84,85% deles entregaram uma representação coerente, enquanto 15,15% entregaram representações incoerentes. Nesse sentido, consideramos representações coerentes aquelas que trazem, por exemplo, desenhos de baldes de água e tinta e incoerentes aquelas com cálculos matemáticos incorretos e ausência de objetos que pudessem retratar o problema proposto. Outro fato importante diz respeito à presença de informações numéricas nos desenhos dos estudantes. Dos 33 estudantes que entregaram os desenhos, 14 deles trouxeram dados numéricos nas representações, representando 42,42%, enquanto 19 alunos não utilizaram tais informações, o que representa 57,58% dos alunos participantes.

Em se tratando do número de estudantes que acertaram completamente a questão (caso 1) na primeira fase da aplicação do problema, temos apenas um aluno (aluno 5) que representa 2,94% dos estudantes. A estratégia adotada por ele para resolver o problema merece atenção e pode ser observada na figura 6.

Figura 6 - Resolução do aluno 5 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Ao analisarmos a resolução acima, notamos que houve um entendimento a respeito de adicionar litros à quantidade inicial (21 litros de tinta). O aluno iniciou adicionando um litro aos 21 já existentes, obtendo como resultado 22 litros, mas percebeu que deveria encontrar o número 30, por isso continuou desenvolvendo seu raciocínio e quando percebeu que a soma de 21+ 9 = 30 concluiu a resolução acrescentando o símbolo de porcentagem (%) ao número 30, obtendo, de maneira incorreta, 30%. Assim, percebeu que 9 litros estavam relacionados aos “30%” finalizando sua resolução e encontrando a solução.

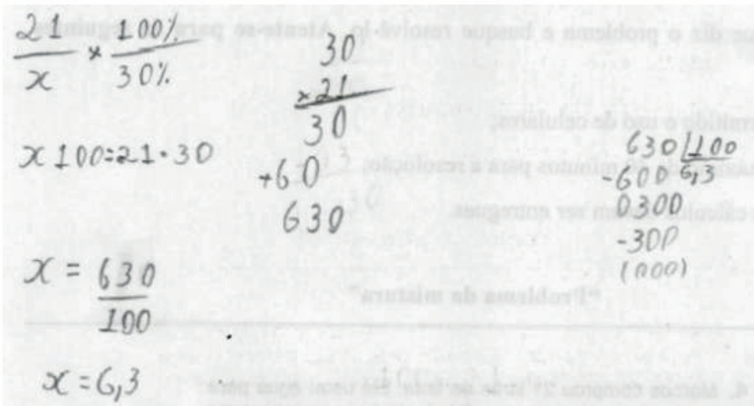
Continuando a análise das respostas dos alunos na fase 1, 91,17% (31 alunos) refere-se ao percentual de alunos incluídos no caso 2, isto é, aqueles estudantes que não acertaram a questão ou não finalizaram a resolução, mas que indicaram alguma estratégia. Percebemos na resolução dos estudantes a predominância no

ISBN: 978-85-61702-77-9

uso da regra de três, mas em algumas resoluções também aparecem cálculos de multiplicação e divisão.

A figura 7 mostra um exemplo de uma resolução completa, porém com o resultado incorreto. Nesse sentido, é interessante, ainda, mencionarmos que tal resultado (x = 6,3) encontrado pelo aluno 6 confirma parcialmente a nossa hipótese inicial, já que consideramos essa possibilidade de resposta por meio de um cálculo de porcentagem (30% de 21) e não com a utilização de uma regra de três como vemos na figura 7.

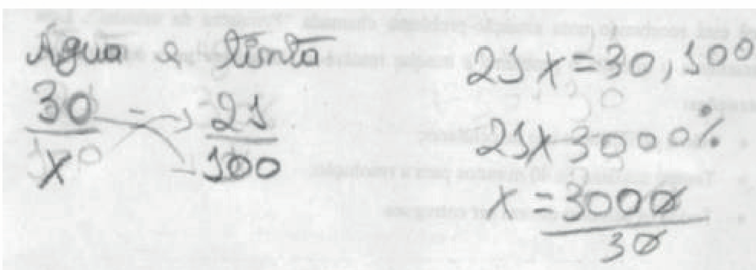
Figura 7 - Resolução do aluno 6 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Semelhantemente à resolução da figura 7, a figura 8 mostra outra resolução também com o uso da regra de três, porém nesse caso o aluno 7 não deixa explícita qual a solução encontrada para o problema.

Figura 8 - Resolução do aluno 7 sem solução explícita

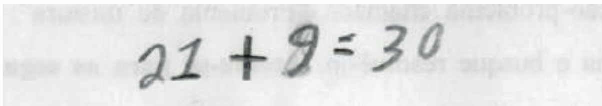


Fonte: acervo da pesquisa (2023)

ISBN: 978-85-61702-77-9

A respeito do caso 3, dois estudantes estão inseridos nessa categoria. Esse número representa 5,88% dos alunos participantes da pesquisa durante a primeira fase da aplicação do “Problema da mistura” em sala de aula. Um deles deixou o espaço destinado para rascunhos e cálculos em branco e o outro (aluno 8) indicou apenas uma adição entre os números 21 e 9, conforme mostra a figura 9.

Figura 9 - Resolução do aluno 8 sem nenhuma indicação de estratégia de resolução



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Observando essa evidência de resolução percebemos que o aluno 8 desconsiderou o dado em representação percentual expresso no enunciado do problema, por isso encontrou equivocadamente o número inteiro 30. Por outro lado, podemos inferir que o estudante certamente pensou qual seria o número que somado com 21 resultaria em 30, por isso vemos o número 9 no indício da resolução na figura 9.

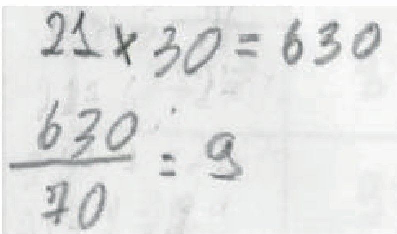
Os registros em forma de desenhos mostram claramente que a maioria dos estudantes compreenderam o problema, porém há um quantitativo consideravelmente grande daqueles que apresentaram dificuldades nas representações. Isso revela que os estudantes não estão familiarizados com esse tipo de atividade, por isso a metodologia de resolução de problemas atrelada ao desenvolvimento de estratégias precisa ser constantemente trabalhada nas salas de aulas de Matemática desde o Ensino Fundamental. Nesse contexto, a literatura demonstra que há necessidade de ênfase na apresentação das estratégias de resolução de problemas durante as etapas da Educação Básica para que os alunos tenham conhecimento e condições para resolver os problemas matemáticos existentes e futuros.

Diante de todos os dados apresentados referentes à resolução do problema em sala de aula na fase 1, constatou-se que, quase por unanimidade, os estudantes participantes não encontraram a solução correta para o “Problema da mistura”, salvo o aluno 5 que desenvolveu um processo de testagem como vimos anteriormente na figura 6. Além disso, verificou-se que muitos estudantes não buscaram adotar suas próprias estratégias de resolução, apenas consideraram o uso da regra de três como única maneira de determinação da solução do problema proposto. Ainda, mesmo que não fosse nosso objetivo, é possível identificar em alguns casos os erros dos estudantes no que se refere aos cálculos de multiplicação e divisão, bem como dificuldade em distinguir um número diante de sua representação inteira e percentual.

Na fase 2, novamente, analisamos as respostas dos alunos ao problema separando-as em quatro casos: caso 1 – respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo duas estratégias; caso 2 – respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo uma estratégia; caso 3 – respostas de alunos que não acertaram ou não finalizaram a questão, mas que indicaram o desenvolvimento de alguma estratégia; caso 4 – respostas de alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram alguma estratégia de resolução. Esse último caso também inclui as respostas em branco.

No que se refere às resoluções para o "Problema da mistura" que apresentam as estratégias da regra de três e construir uma tabela, três estudantes conseguiram determinar a solução, os quais representam 8,33% dos participantes na segunda fase da aplicação. Dois desses alunos (alunos 1 e 6), utilizaram cálculo de multiplicação e divisão para determinar a solução, porém sem a estrutura da regra de três. A figura 10 mostra a resolução do aluno 1.

Figura 10 - Resolução do aluno 1 usando apenas cálculo de multiplicação e divisão

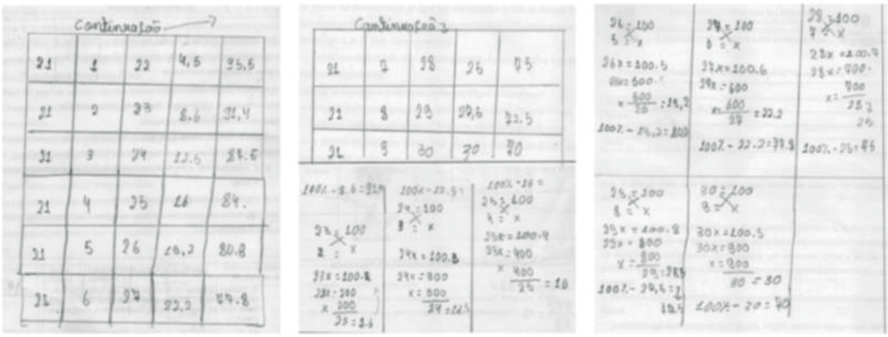


Fonte: acervo da pesquisa (2023)

É válido destacar que os alunos participantes da pesquisa não foram informados sobre a possibilidade de encontrar a solução dessa maneira porque desejávamos o desenvolvimento das estratégias de resolução indicadas no material. No entanto, essa resolução é válida e coerente porque os resultados estão indicados corretamente e o aluno mostra que compreendeu o problema ao utilizar um dado ausente.

A estratégia de construir uma tabela foi bem desenvolvida pelo aluno 1, entretanto percebemos que ele não traz o símbolo de porcentagem (%) para indicar que seus resultados estão representados de forma percentual. Essa desatenção dos estudantes foi percebida em 21 resoluções. Na figura 11 abaixo vemos a maneira como o aluno 1 desenvolveu a estratégia de construir uma tabela para encontrar a solução para o “Problema da mistura”.

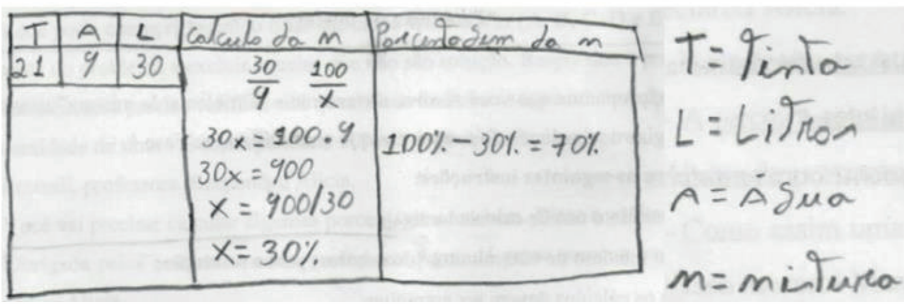
Figura 11 - Resolução do aluno 1 usando a estratégia de construir uma tabela



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Diferentemente da resolução vista na figura 11, a resolução na figura 12 confirma novamente o esperado: a possibilidade de algum aluno não desenvolver todos os cálculos na tabela e ainda determinar a solução correta.

Figura 12 - Resolução do aluno 6 usando a estratégia de construir uma tabela sem todos os cálculos



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Nesta resolução, provavelmente, o aluno 6 desejou utilizá-la apenas para confirmar seu resultado encontrado com a sua primeira estratégia, pois ele não desenvolveu os cálculos para a adição de 7 litros de água, por exemplo, como acontece na resolução da figura 11. Apesar de a tabela estar incompleta, notamos uma

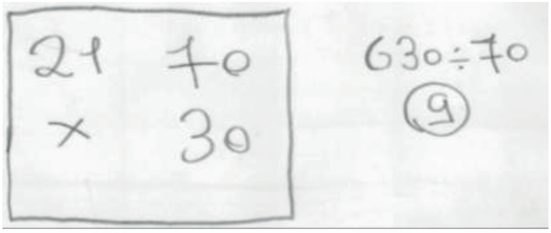
ISBN: 978-85-61702-77-9

organização do aluno 6 ao perceber que houve um cuidado em indicar o significado das letras presentes na sua tabela. Ainda, outro aspecto importante da resolução vista na figura 12 é que o estudante não deixa de trazer o símbolo de porcentagem (%) nos seus cálculos. Isso mostra que o aluno entende a importância desse símbolo para a sua resposta.

Quanto ao caso 2, quatro estudantes (alunos 5, 10, 11 e 12) acertaram a questão desenvolvendo uma estratégia. Apenas o aluno 11 desenvolveu a estratégia da regra de três completamente, enquanto os alunos 5 e 10 não apresentaram nas resoluções a estrutura correta da regra. O aluno 12 resolveu o "Problema da mistura" por meio da estratégia de construir uma tabela, mas a tabela do aluno só foi construída a partir dos cálculos referentes à adição de 9 litros de água. Sendo assim, 11,11% representa o percentual de estudantes incluídos no caso 2.

A estratégia mais adotada, quase em unanimidade, foi a regra de três, mas também aparece para o segundo caso a estratégia de construir uma tabela, mesmo sem todos os cálculos. Na figura 13, vemos a maneira que o aluno 5 buscou para resolver o problema.

Figura 13 - Resolução do aluno 5 usando a estratégia da regra de três sem a estrutura correta



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

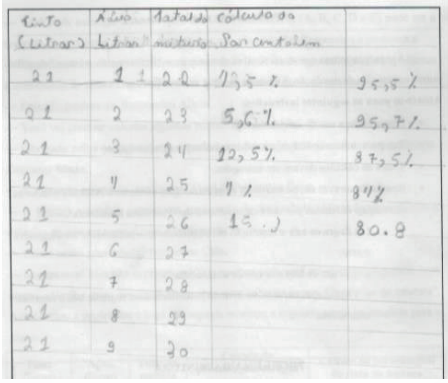
Observando a resolução acima, nitidamente vemos que o aluno 5 não traz a identificação a que corresponde os números inscritos no quadro por ele e não desenvolve todos os cálculos. Com essa resolução, percebemos mais uma vez a falta de atenção quanto a distribuição dos dados do problema na estrutura da regra. Evidentemente, o estudante acertou a questão, porém podemos verificar que a estratégia adotada não foi desenvolvida completamente.

A respeito do terceiro caso, das respostas de alunos que não acertaram ou não finalizaram a questão, mas que indicaram o desenvolvimento de alguma estratégia, 26 estudantes estão inseridos nessa categoria. Eles representam 72,22%, ou

ISBN: 978-85-61702-77-9

seja, a maioria dos participantes da pesquisa. Na figura 14 podemos observar um exemplo de resolução para o caso 3 da segunda fase da aplicação do problema em sala de aula.

Figura 14 - Resolução do aluno 9 sem finalização da estratégia de construir uma tabela



Tinta (Litros)	Álcool Litros	Total da mistura	Cálculo da porcentagem	
21	1	22	4,5 %	95,5 %
21	2	23	5,6 %	95,7 %
21	3	24	12,5 %	87,5 %
21	4	25	4 %	84 %
21	5	26	15 .)	80.8
21	6	27		
21	7	28		
21	8	29		
21	9	30		

Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Na resolução do aluno 9, fica evidente a dificuldade do estudante em desenvolver completamente a estratégia de construir uma tabela. Isso porque é preciso realizar os cálculos de porcentagens necessários para as colunas quatro e cinco da tabela.

Por fim, o quarto e último caso é referente às resoluções dos alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram alguma estratégia de resolução. Além disso, os alunos que não responderam também estão incluídos nesse quarto caso. Analisando as resoluções dos participaram da pesquisa, verificamos que três estudantes estão nessa categoria. Logo, 8,33% é o percentual dos estudantes, considerando os fatores do caso 4.

Em vista dos dados apresentados, notamos que nenhum estudante buscou resolver o "Problema da mistura" utilizando a estratégia da resolução em sentido inverso somente. Isso nos revela que essa estratégia provavelmente seja a mais difícil para ser desenvolvida por estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental. Além disso, consideramos também que a dificuldade dos alunos com cálculos de porcentagem (habilidade fundamental para o desenvolvimento da estratégia) e o não entendimento sobre o significado dos 30% do total de litros da mistura, que sofre alteração em cada tentativa, possa ter contribuído para os estudantes não buscarem desenvolver essa estratégia.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Das três estratégias apresentadas, a regra de três é a mais recorrente nas resoluções sejam elas finalizadas ou não. Contudo, ainda é perceptível que a estrutura da regra não é totalmente desenvolvida pelos estudantes. Com relação a estratégia de construir uma tabela notamos que poucos alunos a desenvolveram completamente. Dessa forma, tal estratégia possibilitou os estudantes alcançarem uma resolução parcial para o problema.

Os resultados da pesquisa revelam que os estudantes não demonstram conhecer diferentes estratégias de resolução de problemas. Em contrapartida, o número de estudantes que acertaram a questão aumentou consideravelmente, quando comparado ao resultado do mesmo problema na primeira fase da aplicação. Na primeira fase apenas um aluno acertou a questão, já na segunda sete estudantes responderam corretamente o problema proposto.

Acreditamos que essa mudança se deve especialmente às dicas de estratégias que foram entregues aos alunos e a possibilidade do uso das calculadoras. Com esse objeto em mãos, os alunos puderam ter a certeza que os cálculos realizados por eles estavam corretos. Sendo assim, podemos pontuar que elas influenciaram nos acertos e também no foco pela busca da realização de alguma estratégia e não apenas nos cálculos.

Esses resultados reforçam a necessidade de trabalharmos frequentemente problemas matemáticos interessantes em sala de aula que possibilitem várias estratégias de resolução para, assim, equiparmos os nossos alunos com estratégias para resolver problemas parecidos com o proposto na presente pesquisa. Assim, esse estudo reforça a importância das aulas de Matemática serem desafiadoras para que, a médio ou longo prazo, os estudantes estejam familiarizados com diferentes maneiras de resolver problemas e não se limitar à regra de três.

Os dados da pesquisa mostram que os estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental ainda não desenvolveram completamente habilidades referentes à resolução de problemas com cálculos de porcentagem sem a utilização da regra de três. Isso reforça a necessidade de um trabalho com um planejamento de ensino voltado para o atendimento dessas defasagens, pois estamos mencionando uma habilidade que, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), deveria ser desenvolvida já no 6° ano do Ensino Fundamental. Diante disso, concluímos que a porcentagem deve ser trabalhada regularmente nas salas de aula de Matemática, pois esse objeto de conhecimento é dificuldade para muitos estudantes concluintes do Ensino Fundamental.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Além disso, é importante destacar alguns apontamentos que podem ter interferido nos resultados do nosso trabalho. O primeiro deles está relacionado ao tipo de problema proposto aos alunos. Com base nessa observação, é interessante considerarmos que a ausência de um estudo prévio do tipo de problema proposto em sala de aula, bem como a incerteza quanto ao problema escolhido possibilitar o desenvolvimento de várias estratégias de resolução são razões que podem contribuir para resultados distintos desses apresentados no nosso trabalho.

O segundo apontamento tem relação ao argumento de Dante (2005) no que diz respeito ao trabalho com problemas que tenham uma linguagem matemática próxima da realidade dos alunos. Nesse cenário, acreditamos que o "Problema da mistura" cumpre esse requisito, pois aborda um contexto cotidiano: diluir uma quantidade de tinta. No entanto, um problema com linguagem matemática mais refinada e contexto desconhecido pelos estudantes podem também ser considerados como variáveis que interferem nos resultados. Em vista disso, podemos citar a não compreensão do significado de algum vocábulo ou símbolo matemático presente no enunciado do problema e o não interesse na busca da solução, por exemplo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho possibilitou um entendimento a respeito das estratégias de resolução de problemas a partir de uma situação-problema que envolve cálculos de porcentagem. Esse objeto matemático é considerado como fonte de dificuldades de muitos estudantes e tais dificuldades perpassam toda a Educação Básica.

O foco para o desenvolvimento das estratégias de resolução de problemas nas aulas de Matemática revelou-se como principal contribuição do nosso trabalho para professores de Matemática, estudantes da área e literatura existente.

Com a elaboração desse estudo, concluímos que as estratégias de resolução de problema requerem entendimento sobre a própria estratégia e conhecimento matemático de quem as utilizam. Isso foi observado na aplicação do problema em sala de aula, quando a estratégia de resolução em sentido inverso juntamente com tentativa e erro não foi adotada pelos estudantes participantes da pesquisa.

Para dar sequência a essa pesquisa, sugerimos que outros pesquisadores abordem o tema apresentado na perspectiva de diferentes representações da porcentagem, isto é, representações fracionária e decimal. Recomendamos também a possibilidade de propor a estratégia de experimentar uma forma mais simples do

ISBN: 978-85-61702-77-9

problema, trazer excesso de dados para o "Problema da mistura" objetivando uma análise das resoluções dos estudantes para o novo problema elaborado e retirar, talvez, o uso da calculadora. Uma última sugestão para estudos futuros é adaptar a proposta aqui apresentada e aplicá-la em diferentes anos do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ALVES, S. C.; PROENÇA, M. C. de. O ensino e a aprendizagem do conceito de porcentagem por meio da resolução de problemas. *In*: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2014.** Curitiba: SEED/PR., 2016. v.1. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_artigo_sidneia_cristina_alves.pdf. Acesso em: 17 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 121-149.

D'AMBRÓSIO, B. S.; D'AMBRÓSIO, U. Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. **Atos de Pesquisa em Educação**, v. 1, n. 1, p. 75-85, jan./abr. 2006. Disponível em: https://bu.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/65/33. Acesso em: 12 dez. 2022.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12 ed. São Paulo: Ática, 2005.

GIL, A. C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

ISBN: 978-85-61702-77-9

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. (orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 188-201.

OBMEP. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP. **Provas e soluções.** Disponível em: https://drive.google.com/file/d/125nUD1ceE0YaKxWjh_en6cEfnAkZOVGI/view. Acesso em: 10 jun. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SANTOS, A. J. dos. **O "problema da mistura" envolvendo porcentagens**: um estudo da mobilização das estratégias de resolução de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. 2023. TCC (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências Aplicadas e Educação, 2023. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/27620. Acesso em: 17 ago. 2023.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ISBN: 978-85-61702-77-9