DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.035

SIGNIFICADOS ATRIBUÍDOS AO SINAL DE IGUALDADE NA RESOLUÇÃO DE SENTENÇAS DE ADIÇÃO

MARIA EDUARDA NUNES DE OLIVEIRA
Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, eduarda.ufrpe20@gmail.com;

ELISÂNGELA BASTOS DE MELO ESPÍNDOLA
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, elisangela.melo@ufrpe.br.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar os significados atribuídos ao sinal de igualdade em sentenças de adição por estudantes do 6º ano do ensino fundamental[1]. Para tanto, tomamos como referência teórico-metodológica estudos que discutem os significados do sinal de igualdade em uma perspectiva operacional e relacional. A construção e análise de dados foi realizada a partir de um teste contendo cinco questões com sentenças de adição, envolvendo a determinação do termo desconhecido e a noção de equivalência entre o primeiro membro e o segundo membro da igualdade. Esse teste foi aplicado em duas turmas do 6º ano do ensino fundamental de duas escolas da rede privada, uma localizada em Olinda - PE e outra em Recife - PE. Participaram da pesquisa 19 estudantes. Os resultados do teste apontam que a maioria dos estudantes, que errou a resolução das sentenças, apresentou a noção do sinal de igualdade operacional, por entenderem que o sinal de igual é uma indicação direta do resultado de uma operação, isto é, "operação = resultado". Para os que atribuíram o significado, em uma perspectiva relacional, identificamos que a maior parte deles utilizou procedimentos aritméticos tanto para determinar o valor do termo desconhecido, como para determinar se a sentença seria verdadeira ou falsa, demonstrando dependência no uso de operações aritméticas para resolução das sentenças de adição. O que revela a necessidade da

1 Esta pesquisa é financiada pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco - FACEPE. Trata-se de uma continuidade de Trabalho de Conclusão de Curso, desenvolvido na Licenciatura em Matemática da UFRPE.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ampliação de estudos sobre a passagem da aritmética para álgebra, no 6º ano, haja vista este ano ser um ano de transição dos anos iniciais para os finais.
Palavras-chave: Sentenças de adição, Sinal de igualdade, Significado relacional, Significado operacional, Ensino fundamental.

INTRODUÇÃO

Segundo Pernambuco (2019, p.56), "o processo de transição da fase dos anos iniciais para a fase dos anos finais, da etapa do ensino fundamental, requer uma atenção cuidadosa para a sua especificidade, pois esta última deverá consolidar o caminho alicerçado na fase anterior". Consideramos que no 6º ano do ensino fundamental ocorre a "elevação do quantitativo de conteúdos, o acréscimo de componentes curriculares - com decorrente aumento no número de professores, bem como a redução do tempo de convivência entre estes e os estudantes" (Pernambuco, 2019, p.58). Desta forma, este ano nos revela vários aspectos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Em particular, nosso interesse de pesquisa é voltado para os aspectos relativos às continuidades e rupturas entre os domínios da Álgebra e da Aritmética. De acordo com Teles (2004, p.1), na perspectiva de continuidade, "pelo menos parcialmente, as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino fundamental, na resolução de equações são herdadas de uma compreensão insuficiente das operações inversas com números inteiros". No que diz respeito à ruptura, esta se refere à "questões de "sintaxe" relacionadas aos diferentes usos das letras e as diferentes funções do sinal de igual (=) na aritmética e na álgebra" (idem).

Pelo exposto, tomamos como objetivo deste trabalho analisar os significados atribuídos ao sinal de igualdade em sentenças de adição por estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, expomos algumas considerações sobre os significados do sinal de igual (relacional e operacional) e os procedimentos metodológicos que adotamos para a identificação desses significados nas respostas dos estudantes.

OS SIGNIFICADOS DO SINAL DE IGUALDADE

Segundo Ciani et al. (2017, p.1) o símbolo da igualdade "talvez seja um dos símbolos mais utilizados na Matemática, desde os anos iniciais até o ensino superior. Quase sempre não lhe é dada a devida importância e atenção à sua utilização e nem lhe é atribuída a "culpa" por erros graves na resolução de questões matemáticas". Na literatura encontramos estudos que discutem, essencialmente, duas noções diferentes do sinal de igualdade. Uma noção 'operacional' e outra relacional envolvendo a ideia de "equivalência".

ISBN: 978-85-61702-77-9

A NOÇÃO OPERACIONAL DO SINAL DE IGUALDADE

Para Cavalcanti e Câmara dos Santos (2013, p. 1) “comumente, o primeiro contato dos alunos com o símbolo ‘=’ acontece por meio de atividades envolvendo igualdades ‘aritméticas’, e, durante um bom tempo, as operações aritméticas são, particularmente, as situações que caracterizam sentido para o sinal de igualdade”. Neste contexto, o sinal de igualdade costuma ter um sentido operacional. Ou seja: “antes do sinal de igualdade vem sempre uma operação, e, depois do sinal de igualdade aparece uma resposta, que, geralmente é um número” (Cavalcanti; Câmara dos Santos, 2013, p. 3). Por exemplo: “3+ 2 = 5” ou “5 = 3+2” - no primeiro caso, têm-se a sequência ‘operação = resultado’, no segundo, temos a sequência ‘número = operação’ (uma decomposição de um número em uma operação).

O símbolo “=” em operações como “7 + 9 =” apresenta um aspecto assimétrico. Um dos lados é dado e o outro deve ser completado. Estas operações comumente são interpretadas como tarefas a serem executadas ou como perguntas. Por exemplo, “quanto é 1 + 8?” e, “quanto é 15 + 2?” sugerem as tarefas: “some 1 a 8” e “some 15 a 2”. A entonação interrogativa insinua ideias como: após a tarefa: a execução, após a pergunta: a resposta. (Cavalcanti; Câmara dos Santos, 2013).

Ciani ***et al.*** (2017, p.3) destacam que a concepção operacional de igualdade é, de maneira geral, apresentada para representar uma igualdade de expressões. “Nas séries iniciais os alunos encontram o símbolo ‘=’ essencialmente em atividades envolvendo operações aritméticas, nas quais, normalmente um lado é dado, e as operações surgem à esquerda do sinal “=”, e o outro precisa ser preenchido indicando o resultado”. Essas autoras acrescentam:

> A concepção operacional é geralmente tratada na aritmética por meio de atividades, que envolvem o sinal de igualdade tão somente, indicando a obtenção de um resultado, como por exemplo, “Maria tem duas rosas e ganhou de presente mais cinco violetas, quantas flores ela tem ao todo?” Ao resolver esta situação, o aluno resolverá somando 2 + 5 = 7. Neste exemplo, percebemos claramente que o sinal de igualdade está posto somente como um operador que transforme as duas quantidades em um resultado final, resolvendo assim o que é solicitado (CIANI ET AL., 2017, p. 2).

McNeil e Alibali (2005) citado por Bandarra (2011, p. 3) afirmam que:

> A forma limitada como os alunos encaram a utilização do sinal de igual deve-se sobretudo às experiências matemáticas que vivenciam no ensino básico. Segundo estes investigadores, as situações de aprendizagem mais utilizadas resumem-se sobretudo ao cálculo para obter uma resposta numérica (BANDARRA, 2011, p. 3).

Ciani ***et al.*** (2017, p.3) chamam a atenção que para a aprendizagem da aritmética e da álgebra se faz importante "reconhecer as diferentes concepções do sinal de igualdade e utilizá-lo de forma correta para expressar relações". Haja vista, quando os alunos não compreendem o sinal de igualdade na sua totalidade, restringindo apenas a sua noção operacional, limitam-se a memorizar apenas um conjunto de regras.

A NOÇÃO RELACIONAL DE EQUIVALÊNCIA DO SINAL DE IGUALDADE

A noção relacional de equivalência do sinal de igualdade, de acordo com Cavalcanti e Câmara dos Santos (2013a, p. 4) "envolve a compreensão do símbolo '=' como uma relação estática numa igualdade aritmética ou algébrica. Uma igualdade aritmética ou algébrica deve, assim, apresentar as propriedades de equivalência (simétrica, reflexividade e transitividade)". Ressaltamos sobre o raciocínio algébrico que este é "caracterizado por:

> Uma maneira de pensar sobre quantidades e padrões em matemática, e uma maneira de justificar os tipos de manipulações que são esperadas realizadas nos símbolos. O pensamento relacional, que é central para o pensamento algébrico, é possível mesmo nas séries iniciais, quando as crianças são convidadas a pensar sobre números de propriedades e como podem tornar seus cálculos possíveis. Isso prepara as crianças para justificar conceitualmente a manipulação de símbolos em álgebra (OSANA; ADRIEN, 2012, p. 52-53).

A noção de equivalência do sinal de igualdade costuma ser realçada com exemplos do equilíbrio da balança. Nesse sentido, Santos, Luvison e Moreira (2018, p. 77) descrevem o tipo de tarefa: "Qual número que pode ser colocado no espaço vazio da igualdade "18 + 12 = 20 + ___?" - como aquela "em que os alunos precisam identificar as relações que existem nos membros de uma igualdade sem utilizar procedimentos algorítmicos".

ISBN: 978-85-61702-77-9

Segundo Grillo (2018, p.287), na expressão 11 + 16 = 12 − ☐, espera-se que os alunos usem o raciocínio de compensação. E, como respostas, que "os alunos estabeleçam relações entre os números, comparando as expressões que se apresentam em ambos os lados do sinal de igual. Conforme Ciani et al. (2017):

> A concepção relacional é constatada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões. Segue um exemplo que envolve essa concepção: "Maria possui 5 rosas e Joana 7, considerando que as duas deram 3 flores cada a suas mães, quantas flores Maria precisa para ter o mesmo tanto de Joana?". [...] Sendo aqui, mostrado a noção de equivalência, em que para resolver o aluno chegará na seguinte expressão, ☐ + 5 - 3 = 7 - 3, na qual ele terá que encontrar resultados iguais nos dois membros (CIANI ET AL., 2017, p. 3-4).

Santos de Souza e Souza (2018, p. 57) trazem o seguinte exemplo: "Analisando a expressão (6 + 5) + 7 = 6 + (n + 7), que número n representa? Explique o que você fez para determiná-lo". Nesse caso, têm-se como resposta esperada: Os alunos poderiam resolver o problema somando os três números do primeiro membro, 6 + 5 + 7 = 18, e depois os dois do segundo membro, 6 + 7 = 13, o valor de n seria o que resta para 13 chegar a 18, ou seja, 5. Além disso, fazem a seguinte análise: Se assim os alunos procedessem, demonstrariam total dependência da realização das operações contidas na expressão para a resolução da questão. A aritmética generalizada seria evidente se alunos explorassem o aspecto mais geral da estrutura matemática da situação, e relevante para a resolução da questão, neste caso, a propriedade associativa da adição, pois para quaisquer a, b e c reais, (a + b) + c = a + (b + c) (Santos de Souza; Souza, 2018, p. 57). Sobre esse aspecto, afirma Canavarro (2009, p. 89) apud Santos de Souza e Souza (2018, p. 49):

> É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que 33 + 8 = 8 + 33 não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente).

Com base no que expomos, buscamos delinear a metodologia da presente pesquisa, da seguinte forma.

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

Esta pesquisa que tem por objetivo analisar os significados atribuídos por alunos do 6º ano do ensino fundamental sobre o sinal de igualdade na resolução de sentenças de adição se insere em uma abordagem qualitativa, uma vez que, as investigações qualitativas são aquelas que estão interessadas em analisar fenômenos em seu ambiente natural. Sendo assim, os pesquisadores são os principais responsáveis pela geração de dados, focando mais no processo do que no produto desta (Kripka; Scheller; Bonotto, 2015).

A pesquisa ocorreu com dezenove estudantes de turmas do 6° ano do ensino fundamental em duas escolas da rede privada. Sendo uma escola localizada em Olinda - PE e outra em Recife - PE. Os estudantes identificados com a numeração de 1 ao 13 são da escola de Olinda e aqueles de 14 ao 19, são da escola de Recife.

No período da pesquisa, entramos em contato com as professoras das duas escolas e elas afirmaram que os estudantes já haviam estudado os conteúdos de adição e subtração com números naturais. As professoras disponibilizaram duas aulas para a aplicação das questões aos estudantes. Essas questões foram norteadas pelos estudos desenvolvidos por Osana e Adrien (2012).

Quadro 1 - Questões propostas aos estudantes do 6° ano

1. Vocês conseguem "de cabeça" responder se esta sentença é verdadeira ou falsa? 57 + 38 = 56 + 39
2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira? 345 + 576 = 342 + 574 + ☐
3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira? 8 + 4 = ☐ + 5
4. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira? 3 + 1 + 1 = 3 + ☐
5. Qual o número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira? 7 + 4 + 169 = 7 + c + 169

Fonte: Adaptado de Osana e Adrien (2012).

No processo de elaboração das questões (Quadro 1) supomos que os estudantes poderiam apresentar alguns procedimentos em suas respostas que serviram para a análise e discussão dos resultados, à luz dos significados atribuídos ao sinal de igual: relacional ou operacional.

a) Respostas e justificativas sobre ser verdadeira ou falsa a sentença: 57 + 38 = 56 + 39.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para “57 + 38 = 56 + 39”, é possível calcular as somas de cada membro e comparar os resultados, verificando-se que a sentença é verdadeira ou pode-se perceber que do lado direito do sinal de igual foi subtraído 1 unidade (houve mudança de 57 para 56) e foi adicionada 1 unidade (houve mudança de 38 para 39), o que mantém a sentença verdadeira.

b) Respostas e justificativas sobre o valor do ☐ na sentença: 345 + 576 = 342 + 574 + ☐.

Pode-se perceber que do lado direito do sinal de igual houve a subtração de 3 unidades (houve mudança de 345 para 342) e foram subtraídas 2 unidades (houve mudança de 576 para 574); sendo assim, o valor do ☐ para que a sentença seja verdadeira é 5, isto é, 3+2 =5. Contudo, é provável que calculando separadamente 345 + 576 e depois 342 + 574, perceba-se que a diferença entre a soma do lado direito e do lado esquerdo é 5 e conclua que este é o valor do ☐.

c) Respostas e justificativas sobre o valor do ☐ na sentença: 8 + 4 = ☐ + 5.

Ao realizar a operação 8 + 4 = 12 e observar a diferença entre a soma do lado esquerdo e a do lado direito, verifica-se o ☐ = 7, ou seja, quanto é preciso adicionar ao 5 para ter o valor da sentença do lado direito igual a 12 e assim, concluir que este é o valor do ☐. De outra forma, pode-se perceber que do lado direito foi somado “1 (um) ao 4” e por isso deve se subtrair “1 (um) ao 8”; portanto, o valor do ☐ para que a igualdade seja verdadeira é 7, isto é, 8 - 1 = 7.

d) Respostas e justificativas sobre o valor do ☐ na sentença: 3 + 1 + 1 = 3 + ☐.

Ao somar 3 + 1 + 1, o resultado é 5, sendo assim, é preciso identificar quanto deve ser adicionado ao 3 para ter o valor do segundo membro igual a 5. Sendo “2” o resultado. De outra forma, do lado direito, temos a repetição do número 3, ao somarmos os valores restantes do lado esquerdo, o valor do ☐ para que a igualdade seja verdadeira é 2, isto é, 1 + 1 = 2.

e) Respostas e justificativas sobre o valor do “c” na sentença: 7 + 4 + 169 = 7 + c + 169.

Somando 7 + 4 + 169 e depois 7 + 169, pode-se observar que a diferença entre os resultados dos dois membros é 4, concluindo-se que este é o valor do ☐.

ISBN: 978-85-61702-77-9

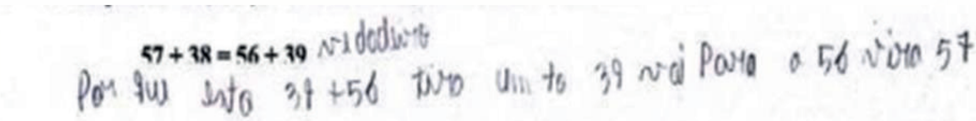
De outra forma, pode-se identificar que do lado esquerdo temos a soma de 7 + 4 + 169 e do lado direito temos a soma de 7 + 169; então, o único valor que "falta" é 4. Portanto, o valor do ☐ para que a igualdade seja verdadeira é 4.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

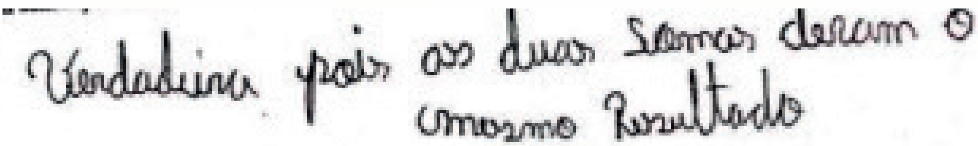
Sobre a ***primeira questão***, 10 (dez) dentre 19 (dezenove) estudantes responderam que a sentença "**57 + 38 = 56 + 39"** é verdadeira**.** Das justificativas apresentadas, constatamos que apenas um desses estudantes indicou utilizar a comparação entre os números que foram subtraídos e adicionados em ambos os termos da igualdade: ***Estudante 1** - "Porque* está *38 + 56, tira 1 do 38 vai para o 56 vira 57"* (Figura 1). Nesse caso, o estudante faz uso do raciocínio da compensação (GRILLO, 2018) e utiliza a noção de equivalência do sinal de "=". Enquanto, os demais buscaram somar os números do primeiro membro (57 +38) e do segundo membro (56 + 39) para constatar a igualdade entre eles. Tal procedimento demonstra que esses estudantes entendem o sinal de igual como uma equivalência, no entanto, têm dependência da realização das operações contidas na sentença para a resolução da questão.

Figura 1 – Justificativa sobre a sentença "**57 + 38 = 56 + 39"** ser verdadeira

Estudante 1:



Estudante 18:



Fonte: Protocolo da pesquisa.

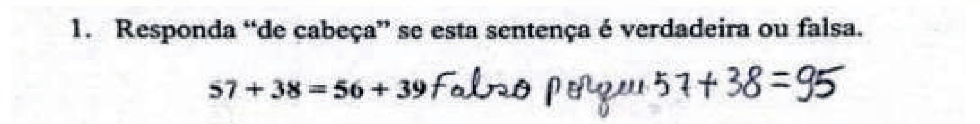
Ainda sobre a primeira questão, um estudante não soube responder e 8 (oito) responderam que a sentença "57 + 38 = 56 + 39" é falsa. Dentre esses 8 (oito) estudantes, 5 (cinco) justificaram suas respostas, como exemplificamos, a seguir, na

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 2. Das justificativas apresentadas pelos estudantes, podemos constatar a falta de compreensão da equivalência entre os membros da esquerda e da direita do sinal de igual. Nesta situação eles apresentaram a concepção errada de que a resposta da adição de dois números vem logo depois do sinal de igual, isto é, "operação = resultado" (CAVALCANTI; CÂMARA DOS SANTOS, 2013), assim, eles somaram 57 + 38 e indicaram o resultado "95", o que nos remete a um significado operacional do sinal de igual.

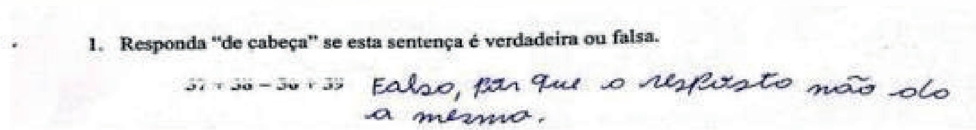
Figura 2 – Justificativas sobre a sentença **"57 + 38 = 56 + 39"** ser falsa

Estudante 2:


1. Responda "de cabeça" se esta sentença é verdadeira ou falsa.

57 + 38 = 56 + 39 Falso porque 57+38=95

Estudante 4:


1. Responda "de cabeça" se esta sentença é verdadeira ou falsa.

57 + 38 = 56 + 39 Falso, por que o resposta não são a mesma.

Fonte: Protocolo da pesquisa.

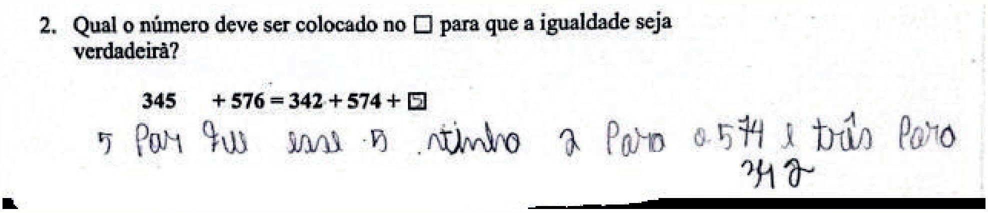
De outra forma, supomos que alguns estudantes consideram que o resultado de 57 + 38 é diferente de 56 + 39, por apresentarem números diferentes e assim, chegam a esta conclusão sem realizarem a soma de ambos os lados da igualdade para comprovar a resposta. Os demais estudantes não apresentaram justificativa para suas respostas.

No caso da ***segunda questão***, de 19 (dezenove) estudantes, 8 (oito) responderam corretamente o valor do ☐ igual a 5 na sentença: **345 + 576 = 342 + 574 + ☐** (Figura 3). Os estudantes que responderam corretamente, compreenderam o sinal de "=" como uma equivalência, no entanto, constatamos que 7 (sete) desses estudantes usaram o algoritmo da adição para obter o resultado das somas dos números presentes em cada lado do sinal de igual, para depois calcular a diferença entre os resultados, indicando assim o valor do ☐.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 - Justificativas das respostas corretas para sentença: **345 + 576 = 342 + 574 + ☐**

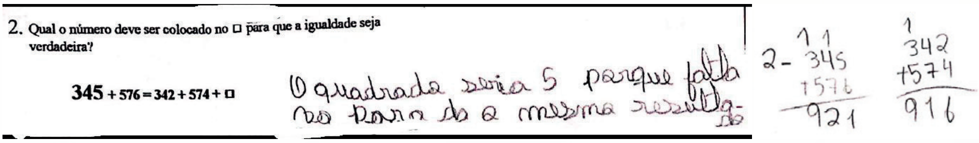
Estudante 1:


2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeirà?

345 + 576 = 342 + 574 + 5

5 Por que esse 5 retinho 2 para o 574 e três para 342

Estudante 17:


2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

345 + 576 = 342 + 574 + ☐

O quadrado seria 5 porque falta no para da a mesma resultado.

2 - 345 + 576 = 921

342 + 574 = 916

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Assim como na primeira questão, os estudantes tiveram que realizar as operações contidas na expressão, isto é, operaram com os números concretos e não com o desconhecido, o que representa uma prática aritmética (GOMES, 2020). Apenas o Estudante 1 apresentou a justificativa que do lado direito foi subtraído o valor 3 (de 345) e o valor 2 (de 576), estabelecendo uma relação entre o que foi subtraído e o que precisava ser adicionado no ☐ para tornar a sentença verdadeira (raciocínio de compensação).

As respostas apresentadas de forma errada (Figura 4) para o valor do ☐ na sentença: "**345 + 576 = 342 + 574 + ☐**" revelam que os estudantes utilizaram a concepção operacional do sinal de igual, seja:

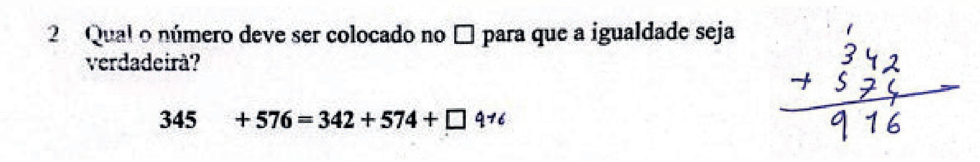
- adicionando os números do membro da direita do sinal de igual (342 + 574 = 916), indicando o ☐ igual a 916;
- adicionando todos os números da esquerda e da direita do sinal de igual (345 + 576 + 342 + 574 = 1. 837), indicando o ☐ igual a 1.837;

Para as estratégias supramencionadas identificamos que alguns estudantes que as utilizaram apresentaram erros nas somas das parcelas. Em todos os casos, os estudantes entenderam que o sinal de igual antecede o resultado (Gomes; Noronha, 2022).

ISBN: 978-85-61702-77-9

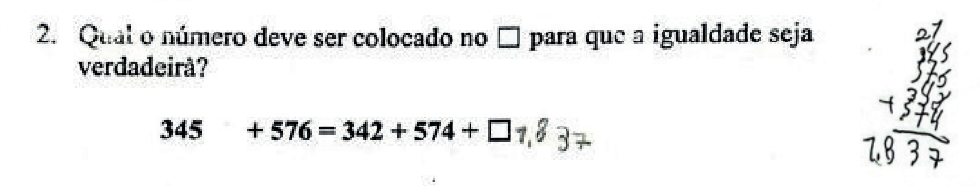
Figura 4 - Respostas erradas para sentença: **345 + 576 = 342 + 574 + ☐**

Estudante 3:


2 Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeirà?

345 + 576 = 342 + 574 + ☐ 916

Estudante 7:


2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeirà?

345 + 576 = 342 + 574 + ☐ 7,8 37

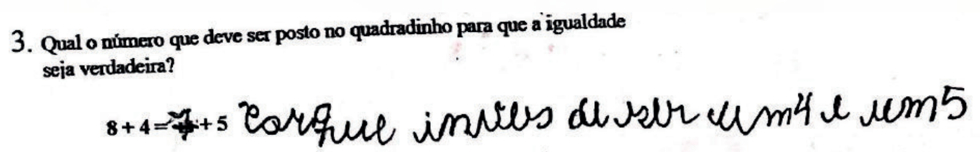
Fonte: Protocolo da pesquisa.

Quanto à ***terceira questão***, dentre 19 (dezenove) estudantes, 9 (nove) deles acertaram a indicação do valor do ☐ igual a 7 na sentença: **8 + 4 = ☐ + 5.** Na Figura 5, temos exemplos de como neste caso os estudantes compreenderam a igualdade como uma equivalência com justificativas que revelam:

- Raciocínio de compensação: percepção que do lado direito foi adicionado o valor 1 (de 4), assim deve ser subtraído o valor 1 (de 8), estabelecendo uma relação entre o que foi subtraído e o que precisava ser adicionado no ☐, isto é, 8 - 1 = 7, revelando o resultado - (ex.: Estudante 16).
- Tentativa e erro: o aluno busca sucessivamente números para obter a igualdade na sentença matemática (ex.: Estudante 17).
- Utilização de práticas essencialmente aritméticas (Gomes, 2020): ênfase nas operações inversas de adição e subtração - (ex.: Estudante 18).

Figura 5 - Justificativas para respostas corretas para sentença: **8 + 4 = ☐ + 5**

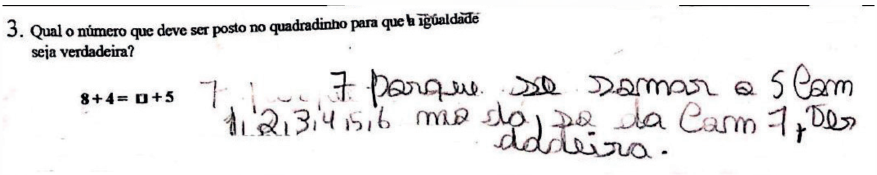
Estudante 16:


3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira?

8 + 4 = 7 + 5 Porque invés de ser um 4 e um 5

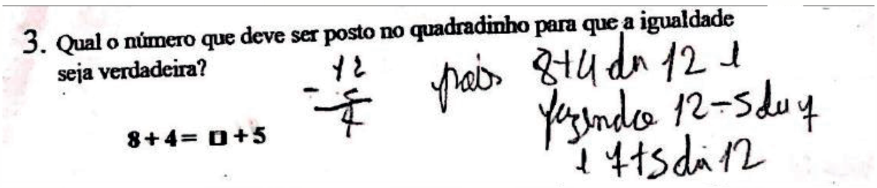
ISBN: 978-85-61702-77-9

Estudante 17:


3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira?

8 + 4 = □ + 5   7 ... 7 porque se somar o 5 com 1, 2, 3, 4, 5, 6 mas do pra da com 7, Des deddeira.

Estudante 18:


3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira?

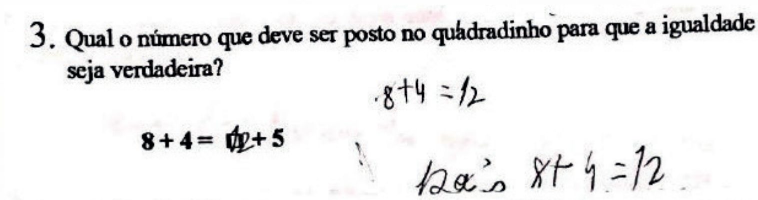
8 + 4 = □ + 5   12 − 5 = 7   pois 8+4 da 12 e fazendo 12−5 da 7 e 7+5 da 12

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Na Figura 6, podemos perceber como dentre as respostas erradas dos 10 (dez) estudantes para ***terceira questão***, 5 (cinco) utilizaram a estratégia de somar 8 + 4 = 12, substituindo então o 12 no valor do **□.** Outros 5 (cinco) indicaram erros ao somarem os números e não apresentaram justificativas. Tal fato, para Gomes e Noronha (2022, p. 21), revela que os estudantes utilizaram a "noção do símbolo de igualdade em uma perspectiva unidirecional, como indicação direta do resultado de uma operação".

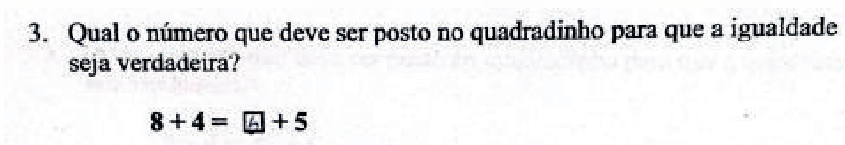
Figura 6 - Respostas erradas para sentença: **8 + 4 = □ + 5**

Estudante 14:


3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira?

8 + 4 = 12 + 5   8+4 = 12   pois 8+4 = 12.

Estudante 6:


3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira?

8 + 4 = 6 + 5

Fonte: Protocolo da pesquisa.

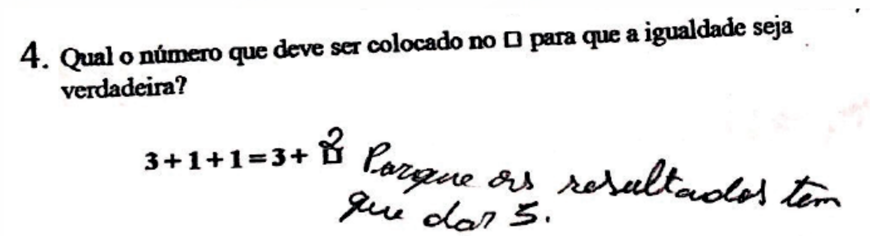
ISBN: 978-85-61702-77-9

No que concerne à ***quarta questão***, dentre 19 (dezenove) estudantes, 10 (dez) deles acertaram a indicação do valor do □ igual a 2 na sentença: **3 + 1 + 1 = 3 + □.** As justificativas (Figura 7) mostram que 3 (três) desses estudantes usaram o algoritmo da adição para obter o resultado da soma dos números presentes do lado esquerdo do sinal de igual, para depois calcular a diferença entre o resultado da soma e o número que havia do lado direito, indicando assim o valor do □, portanto, mesmo compreendendo o sinal de igualdade como uma equivalência, esses estudantes utilizaram procedimentos aritméticos.

Outros dois estudantes apresentaram a justificativa de que como o valor 3 se repete em ambos os lados e só há um □, eles devem somar os números restantes do lado esquerdo (1 + 1), estabelecendo uma relação entre o que "sobrou" do lado esquerdo e o que precisava ser adicionado no □ para tornar a sentença verdadeira, nesse caso, tem-se o raciocínio de compensação.

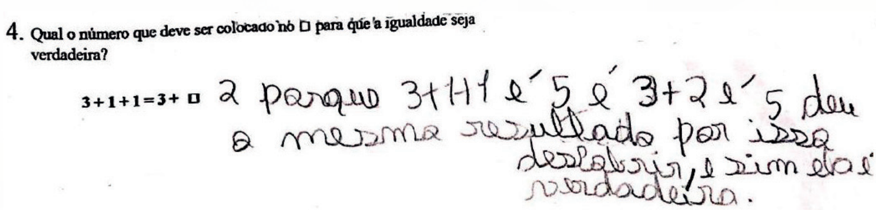
Figura 7 - Justificativas para as respostas corretas para sentença: **3 + 1 + 1 = 3 + □**.

Estudante 15


4. Qual o número que deve ser colocado no □ para que a igualdade seja verdadeira?

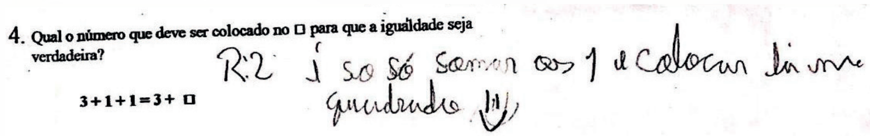
3+1+1=3+ 2 Porque os resultados tem que dar 5.

Estudante 17:


4. Qual o número que deve ser colocado no □ para que a igualdade seja verdadeira?

3+1+1=3+ □ 2 porque 3+1+1 é 5 e 3+2 é 5 deu o mesmo resultado por isso descobri, e sim ela é verdadeira.

Estudante 18:


4. Qual o número que deve ser colocado no □ para que a igualdade seja verdadeira?

3+1+1=3+ □ R:2 i so só somar os 1 e colocar lá no quadrado !!!

Fonte: Protocolo da pesquisa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

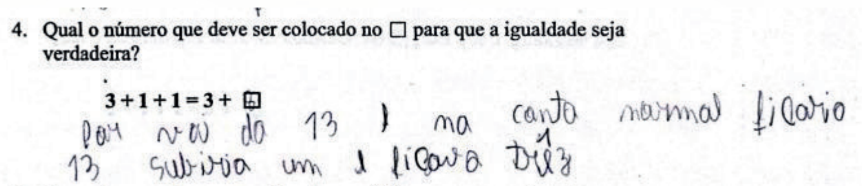
As respostas erradas dos estudantes para ***quarta questão*** revelam que eles utilizaram a concepção operacional do sinal de igual e seu aspecto assimétrico (Matos; Cavalcanti, 2010), seja:

- adicionando os números no membro da esquerda do sinal de igual (3 + 1 + 1 = 5), indicando o ☐ igual a 5;
- adicionando todos os números da esquerda e da direita do sinal de igual (3 + 1 + 1 + 3 = 8), indicando o ☐ igual a 8;

Na Figura 8, também observamos que, para as estratégias supramencionadas, alguns estudantes que as utilizaram apresentaram erros nas somas das parcelas.

Figura 8 - Respostas erradas para sentença: **3 + 1 + 1 = 3 + ☐**

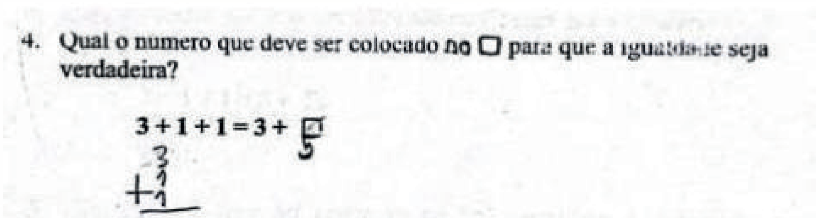
Estudante 1:


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3 + 1 + 1 = 3 + ☐

por nao do 13 1 na conta normal ficario 13 subiria um 1 ficava trez

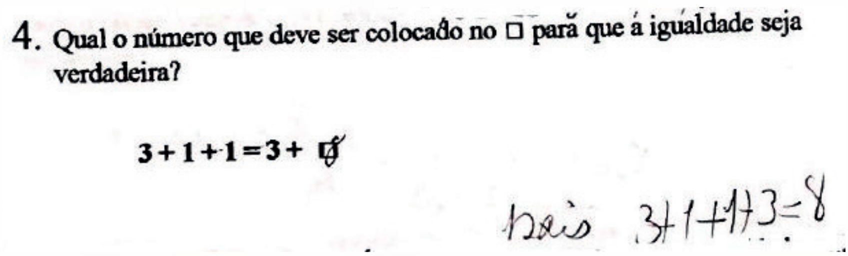
Estudante 5:


4. Qual o numero que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3 + 1 + 1 = 3 + ☐ 5

3
+1
1

Estudante 14:


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3 + 1 + 1 = 3 + 8

pois 3+1+1+3=8

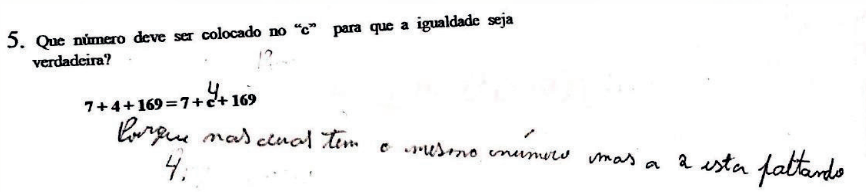
Fonte: Protocolo da pesquisa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A propósito da ***quinta questão***, dentre 19 (dezenove) estudantes, 13 (treze) deles acertaram a indicação do valor do **c** igual a 4 na sentença: **7 + 4 + 169 = 7 + c + 169.** Identificamos que cinco (5) desses estudantes utilizaram o raciocínio de compensação (Figura 9), isto é, observaram que os números 7 e 169 se repetiam em ambos os lados da igualdade, no entanto, o número 4 aparece apenas do lado esquerdo, os levando a conclusão de que c = 4 por ser o número "que falta", estabelecendo uma relação entre o que "sobrou" do lado esquerdo e o que precisava ser adicionado no c para tornar a sentença verdadeira.

Figura 9 - Respostas corretas para sentença: **7 + 4 + 169 = 7 + c + 169**

Estudante 15:

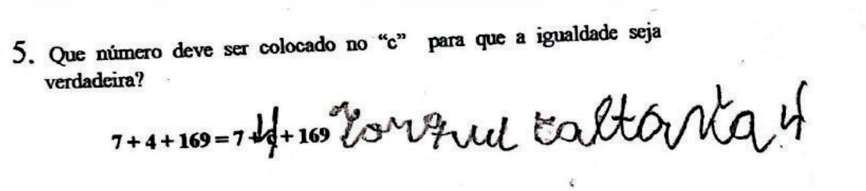


5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

7 + 4 + 169 = 7 + c + 169 (4)

Porque nas duas tem o mesmo número mas a 2 esta faltando 4.

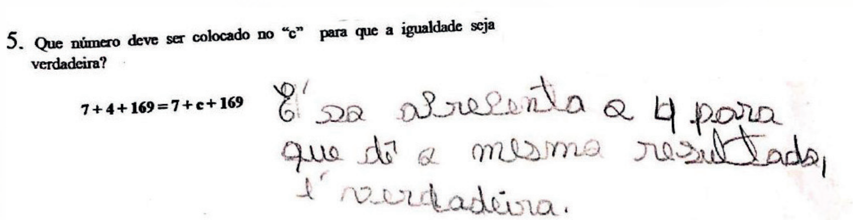
Estudante 16:



5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

7 + 4 + 169 = 7 + 4 + 169 Porque faltava 4

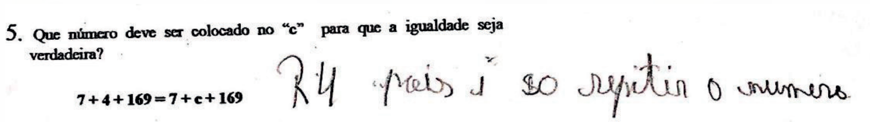
Estudante 17:



5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

7 + 4 + 169 = 7 + c + 169 É só acrescenta o 4 para que dê o mesmo resultado, é verdadeira.

Estudante 18:

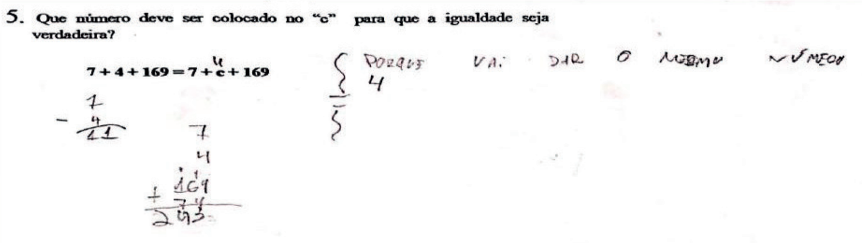


5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

7 + 4 + 169 = 7 + c + 169 R4 pois é só repetir o número

ISBN: 978-85-61702-77-9

Estudante 19:


5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

Fonte: Protocolo da pesquisa.

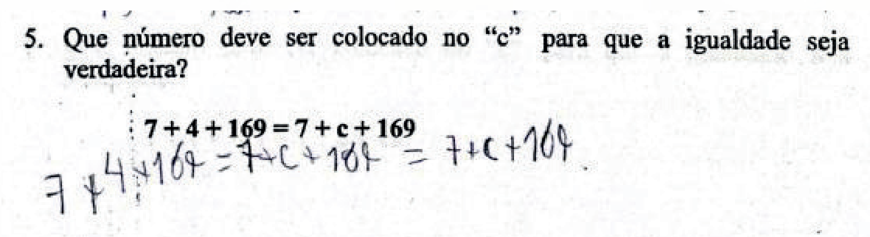
As respostas erradas dos estudantes revelam o significado do sinal de igualdade como operador, seja:

- adicionando dois números do membro da esquerda do sinal de igual (7 + 4 = 11), indicando o **c** igual a 11;
- adicionando todos os números da esquerda do sinal de igual (7 + 4 + 169 = 180), indicando o **c** igual a 180.

Além desses, outros estudantes apresentaram outras respostas incorretas para o valor de c, mas não apresentaram justificativa.

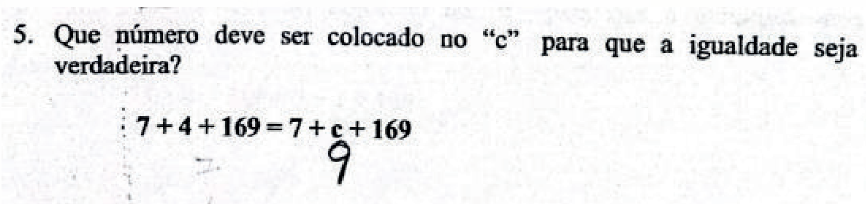
Figura 10 - Respostas erradas para sentença: **7 + 4 + 169 = 7 + c + 169**

Estudante 1:


5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

Estudante 5:


5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

9

ISBN: 978-85-61702-77-9

Estudante 8:

5. Que número deve ser colocado no “c” para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169 \quad 7$

Estudante 9:

5. Que número deve ser colocado no “c” para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

14

Estudante 10:

5. Que número deve ser colocado no “c” para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

11

Estudante 14:

5. Que número deve ser colocado no “c” para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + \cancel{c}\,4 + 169$

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 2 \\ 169 \\ +\quad 7 \\ 4 \\ \hline 180 \end{array}$$

pois $169 + 7 + 4 = 180$

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Os resultados do teste aplicado com os estudantes apontam que o maior número de acertos ocorreu na quinta questão, isto pode ser justificado pela repetição dos valores numéricos em ambos os lados da igualdade e a ordem em que esses números apareciam. O maior número de erros ocorreu na segunda e terceira questão. Relembrando-as:

2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira? **345 + 576 = 342 + 574 + ☐.**

3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira? **8 + 4 = ☐ + 5.**

No que diz respeito às estratégias, constatamos que, alguns estudantes, mesmo utilizando a concepção do sinal de igualdade como equivalência, utilizam procedimentos aritméticos para determinação dos termos desconhecidos. Dessa forma, consideramos que durante a introdução à Álgebra, a Aritmética desempenha um papel relevante na estruturação e desenvolvimento do pensamento algébrico. Quanto aos estudantes que responderam às questões de maneira incorreta, observamos que isso se deu por terem compreendido o sinal de "=" como um operador. Isto foi bastante presente na segunda e terceira questões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar os significados atribuídos por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sobre o sinal de igualdade na resolução de sentenças de adição. Como dissemos, escolhemos o 6º ano por ser uma turma de transição dos anos iniciais para os anos finais.

Os resultados da pesquisa apontam que os estudantes que utilizaram a noção do sinal de igualdade operacional erraram as questões por entenderem que o sinal de igual é uma indicação direta do resultado de uma operação, isto é, "operação = resultado". Para os que deram o significado relacional ao sinal de igualdade, observamos que embora tenham compreendido o sinal de igualdade como uma equivalência, a maior parte deles utilizaram procedimentos aritméticos tanto para determinar o termo desconhecido como para determinar se a sentença seria verdadeira ou falsa, o que demonstra dependência da realização das operações envolvidas nas sentenças.

Como limitações da pesquisa apontamos o número reduzido de estudantes que responderam às questões propostas. Convém explicar que os 19 (dezenove) estudantes que responderam às questões foram aqueles efetivamente matriculados e com frequência às aulas nas duas escolas particulares. Além disso, destacamos que não foi possível acompanhar as aulas de Matemática sobre o tema e nem acesso aos livros didáticos e recursos utilizados pelas professoras sobre o ensino do tema “propriedades de igualdade”.

Diante dos erros apresentados pelos estudantes, compreendemos que a aplicação de uma entrevista nos ajudaria a melhor compreendê-las. Uma entrevista com as professoras também poderia ter sido realizada para aprofundarmos a compreensão do processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes sobre o tema. Resta-nos em aberto também reflexões sobre como os estudantes do 6º ano estudaram nos anos iniciais as propriedades de igualdade.

Como possibilidades de ampliar essa pesquisa, consideramos: 1. Uma análise sobre o tema relações de propriedades de igualdade nos livros didáticos aprovados na escola; 2. Um acompanhamento das aulas ministradas sobre o tema na intenção de observar como o símbolo de igualdade é apresentado e trabalhado nas diferentes situações com os estudantes e também entender qual a concepção dos professores quanto ao sinal de igualdade; 3. Um aprofundamento sobre aspectos teórico-metodológicos vindos de pesquisas sobre o tema. Ademais, esperamos que este trabalho possa contribuir para outras pesquisas sobre a temática do ensino e da aprendizagem das relações de igualdade no ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

BANDARRA L. O sinal de igual: um estudo vertical. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Póvoa do Varzim. **Anais [...].** Póvoa do Varzim, 2011. p. 305-322. Disponível em: https://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/documents/17.Bandarra.pdf. Acesso em: 31 mai. 2021.

CAVALCANTI, J.D.B. **Concepções de alunos do 3º ano do Ensino Médio sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

CAVALCANTI, J.D.B; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Um estudo sobre compreensões do sinal de igualdade: noção operacional e relacional de equivalência**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV., 2015, Tuxtla Gutiérrez. **Anais [...].** Tuxtla Gutiérrez, 2015, p. 1-11.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CAVALCANTI, J.D.B.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Significado do símbolo "=" no contexto das funções e as concepções dos alunos do 3º ano do ensino médio. In: LIMA, A.P.A et al. **Pesquisas em fenômenos didáticos:** alguns cenários. Recife: UFRPE, 2010.

CIANI, A. B. *et al*. O sinal de igual e sua utilização em sentenças matemáticas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV., 2017, Cascavel. **Anais [...]**. Cascavel, 2017, p. 1-6. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/212 /138. Acesso em: 20 mar. 2021.

GOMES, L.P.S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação.** 2020. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal - RN.

GOMES, L.P.S.; NORONHA, C.A. **Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: orientações e práticas de ensino e aprendizagem.** Revista Educação e Infâncias, Natal, v. 1, n.1, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/educacaoinfancia/article/view/21048/15489. Acesso em: 22 mai. 2022.

GRILLO, C. L. O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. In: NACARATO, A.M.; CUSTÓDIO, I.A. (Orgs.).**O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (Ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf. Acesso em: 28 mar. 2022.

KRIPKA; R.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L. Pesquisa Documental: Considerações sobre conceitos e características na Pesquisa Qualitativa. Atas Congresso Ibero-americano - Investigação Qualitativa em Educação - CIAIQ2015., 2015. Disponível em: https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2015/article/view/252/248. Acesso em: 15 abr. 2022.

MATOS, E.S. P.; CAVALCANTI, D. Algumas considerações sobre os significados do símbolo "=" na perspectiva dos alunos do 7º ano do ensino fundamental. In: SEMANA

ISBN: 978-85-61702-77-9

DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, II., 2010, Vitória da Conquista-BA. **Anais [...]**. Vitória da Conquista: UESB, 2010. p.1-11. Disponível em: http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/co4.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

OSANA, H. P. ; ADRIEN, E. Le concept d'équivalence mathématique chez les enfants du primaire. **Bulletin AMQ**, Quebec, v. LII, no 3, p.51-60, 2012. Disponível em: https://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/oct12/AtelierOsanaAdrien.pdf . Acesso em: 27 mar. 2022.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Currículo de Pernambuco**. Ensino Fundamental. Área de Matemática. Recife: SE, 2019.

SANTOS, C. C. S.; LUVISON, C.C.; MOREIRA, K.G.A Construção do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental I: Possíveis trabalhos para a percepção de regularidades e de generalizações. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I.A. (Orgs.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (Ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf.Acesso em 22 nov. 2019.Acesso em: 16 mar. 2022.

SOUZA, J. S. S.; SOUZA, L. O. A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: 54 Práticas de Sala de Aula e de Formação de Professores. In: CARNEIRO, R. F.; SOUZA, A.C.; BERTINI, L.F. (Orgs.). **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** práticas de sala de aula e de formação de professores. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf.Acesso em 22 nov. 2019. Acesso em: 16 mar. 2022.

TELES, R. A.M. A relação entre a aritmética e a álgebra na matemática escolar: a influência da compreensão das propriedades da igualdade e o conceito de operações inversas na resolução de equações polinomiais do 1º grau. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA,VIII., 2004, Recife. **Anais [...]**. Recife: UFRPE, 2004. p.1-22.

ISBN: 978-85-61702-77-9