Conedu
IX congresso nacional de educação

Educação Matemática (Vol. 2)

Organização:
Paula Almeida de Castro
Abigail Fregni Lins

ISBN: 978-85-61702-77-9

Conedu

IX congresso nacional de educação

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Volume 02

PAULA ALMEIDA DE CASTRO
ABIGAIL FREGNI LINS
(ORGANIZAÇÃO)

realizeventos
Científicos & Editora

IX congresso nacional de educação

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Volume 02

Dados Internacionais da Catalogação na Publicação (CIP)

E24 Educação Matemática / organizadoras, Paula Almeida de Castro, Abigail Fregni Lins. - Campina Grande: Realize eventos, 2024.
772 p. : il; v.2

E-book.
DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.000
ISBN 978-85-61702-77-9

1. Ensino de Matemática 2. Formação de Professores. 3. Recursos Didáticos. 4. Jogos Matemáticos. I. Título. II. Castro, Paula Almeida de. III. Lins, Abigail Fregni.

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Giulianne Monteiro P. Marques CRB 15/714

REALIZE EVENTOS CIENTÍFICOS & EDITORA LTDA.
Rua: Aristídes Lobo, 331 - São José - Campina Grande-PB | CEP: 58400-384
E-mail: contato@portalrealize.com.br | Telefone: (83) 3322-3222

COMITÊ EDITORIAL – GT 13

ISBN: 978-85-61702-77-9

PREFÁCIO

É com grande entusiasmo que apresentamos este e-book, resultado das reflexões e investigações do Grupo de Trabalho de Educação Matemática – GT13. Em um cenário educacional em constante transformação, o GT13 dedicou-se à compreensão aprofundada de diversos aspectos cruciais no universo da Matemática.

Ao longo desta jornada intelectual, exploramos com diligência o Ensino de Matemática, desbravando caminhos que visam aprimorar as práticas pedagógicas e proporcionar experiências de aprendizagem mais significativas.

Esta obra é mais do que um registro de nossas descobertas; é um convite à reflexão e à colaboração contínua. A Matemática, longe de ser uma disciplina estática, é um terreno fértil para a exploração constante, repleto de desafios e descobertas. Que este e-book inspire educadores, pesquisadores e entusiastas da Matemática a se lançarem nesse universo dinâmico e enriquecedor.

ABIGAIL FREGNI LINS
(UEPB)

ISBN: 978-85-61702-77-9

SUMÁRIO

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.001

A DOCÊNCIA EM ÁLGEBRA LINEAR NUM CONTEXTO DE TRABALHO COLABORATIVO **13**

Graciela Moro
Ivanete Zuchi Siple
Marnei Luis Mandler
Katiani da Conceição Loureiro

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.002

A GEOMETRIA NO LIVRO *RECHENBUCH FÜR DUETSCHE SCHULEN IN BRASILLIEN 2º HEFT*, DE MATTHÄUS GRIMM **31**

Silvio Luiz Martins Britto
Malcus Cassiano Kuhn

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.003

ALIANÇA ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS NUMA HISTÓRIA EM QUADRINHOS DIGITAL SOBRE TRABALHO DE AL-BIRUNI NO DOCUMENTO *CANON MASUDICUS* **53**

Pérola Diana Gomes Felipe
Giselle Costa de Sousa

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.004

ANÁLISE DE ERROS DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM PROBABILIDADE NO CONTEXTO DE JOGOS DE LOTERIA **71**

Antonio Fábio do Nascimento Torres
Débora Borges Ferreira

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.005

ANÁLISE DE UM LIVRO DE ARITMÉTICA EDITADO POR UMA IRMÃ FRANCISCANA PARA O PÚBLICO FEMININO NA PRIMEIRA METADE DO SÉCULO XX **86**

Malcus Cassiano Kuhn
Silvio Luiz Martins Britto

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.006
APLICAÇÕES DO MAPA MENTAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA **110**
Denise Sayuri Oda Nampo
Susimeire Vivien Rosotti de Andrade

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.007
APRENDIZAGEM DESENVOLVIMENTAL: PRODUÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO E SENTIDOS SUBJETIVOS NA ATIVIDADE DE ESTUDO DE MATEMÁTICA **131**
Jaqueline Ferreira dos Reis
Roberto Valdés Puentes

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.008
ARTICULAÇÕES ENTRE OS NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE E OS TIPOS DE PROVA DE BALACHEFF . **154**
Marcella Luanna da Silva Lima

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.009
AS ANGÚSTIAS DISCENTES COM A MATEMÁTICA: APELOS PARA UMA RESSIGNIFICAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO **176**
Luís Havelange Soares
Daiana Estrela Ferreira Barbosa

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.010
ATITUDES MATEMÁTICAS: APRENDIZAGEM PARA ALÉM DO BINARISMO CERTO OU ERRADO **200**
Ana Cristina Gomes de Jesus
Juliana Moreno Oliveira
Marina Longhi França

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.011
AVALIAÇÃO DA EFETIVIDADE DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO NA CIDADE DE MANAUS - AM **224**
Carlos Eduardo Mota Lopes
Deivila Alves Mota
Dorli João Carlos Marques

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.012
CATENÁRIA: A CORDA BAMBA DA MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES **243**
Josefa Itailma da Rocha
Celine Ingrid Gomes dos Santos
Laryssa Kely Alves Rodrigues

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.013
COMPETÊNCIAS PROFISSIONAIS PARA USO DAS TECNOLOGIAS EM MATEMÁTICA: REVISÃO INTEGRATIVA **261**
Marcos Fabiano Oliveira MangueirA

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.014
DO CONTATO À APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU: APLICAÇÃO DO MÉTODO GEOMÉTRICO DE CARLYLE COM SCILAB E GEOGEBRA **280**
Davi Oliveira da Cruz
Nathalia Maria de Amorim

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.015
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS: UM ESTUDO A PARTIR DA BNCC **299**
Rafaela Camila Gomes da Silva
Antonina Camila Silva de Melo
Laís Paula Medeiros Campos Azevedo

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.016
EDUCADORES MATEMÁTICOS E PESSOAS IDOSAS: CONSTRUINDO CAMINHOS PARA O DIÁLOGO **316**
Wanderleya Nara Gonçalves Costa
Admur Severino Pamplona

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.017
ENSINO DE POLÍGONOS E QUADRILÁTEROS: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA ESTUDANTES COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA **336**
Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva
Julianny Marcelly Silva de Brito

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.018
EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM OLHAR NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA **356**
Débora Eloísa Nass Kieckhoefel
Ivanete Zuchi Siple
Elisandra Bär de Figueiredo

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.019
ESTUDOS DE REPRESENTAÇÕES SOCIAIS NOS ANAIS DO CONEDU: TENDÊNCIAS DE PESQUISAS NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA **378**
Jair Dias de Abreu
Tiêgo dos Santos Freitas

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.020
FATO OU FAKE: A UTILIZAÇÃO DO TIKTOK PARA DISSEMINAR CONTEÚDO MATEMÁTICO **397**
Lyanka Leonara da Costa Amaral
Márcia Maria Alves de Assis
Matheus Klisman de Castro e Silva

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.021
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O PLANEJAMENTO DOCENTE: A VISÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA 414
Alex Manoel Vieira
Regina Helena Munhoz

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.022
JOGO DA SENHA DIGITAL: OS DIFERENTES TIPOS E SUAS POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA **432**
Magda Beatriz de Lima Almeida
Elisângela Bastos de Mélo Espíndola

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.023
LETRAMENTO MATEMÁTICO E CONHECIMENTOS DISCENTES SOBRE O SISTEMA DE NUMERAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO **450**
Renato Carneiro da Silva

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.024
LICENCIANDOS ATUANTES EM FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA **467**
Juliana Maria Schivani AlveS
Francisco Djnnathan da Silva Goncalves

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.025
MATH EN JEANS: UMA EXPERIÊNCIA FRANCESA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA EM MATEMÁTICA COM ALUNOS DE EDUCAÇÃO BÁSICA DAS ESCOLAS SESI DO RIO DE JANEIRO **484**
Vinícius do Nascimento Silva Mano
Isabela Alcântara do Nascimento
Liana Bueno de Oliveira

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.026
NOVO ENSINO MÉDIO: UM ESTUDO SOBRE O IMPACTO DA DISCIPLINA ELETIVA DE MATEMÁTICA BÁSICA I EM UMA ESCOLA ESTADUAL DO CEARÁ **504**
Andresa Marques de Lima Farias
Mariana de Brito Maia

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.027
O “PROBLEMA DA MISTURA” ENVOLVENDO PORCENTAGENS E A MOBILIZAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL **526**
Cibelle de Fátima Castro de Assis
Anderson João dos Santos

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.028
O ALUNO DE ESCOLA DO CAMPO QUE APRENDEU SER RESILIENTE: UMA HISTÓRIA DE LUTA E RESILIÊNCIA **550**
Lucílio Halter Sobral Mendes
Constantin Xypas

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.029
O ENSINO DE PROBABILIDADE: OBSTÁCULOS E DESAFIOS **568**
Vitória da Silva Farias
Anna Paula de Avelar Brito Lima

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.030
O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA **585**
Francisco Cleuton de Araújo

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.031
PENSAMENTO COMPUTACIONAL, SABERES MATEMÁTICOS E MIT APP INVENTOR **604**
Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão
Claudilene Gomes da Costa
Agnes Liliane Lima Soares de Santana
Luana Cruz da Costa

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.032
PESQUISAS SOBRE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM ESTADO DO CONHECIMENTO **623**
Matheus Klisman de Castro e Silva
Márcia Maria Alves de Assis
Lyanka Leonara da Costa Amaral

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.033
PONTOS DE CONVERGÊNCIA ENTRE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E OUTRAS INVESTIGAÇÕES **642**
Flávia Aparecida Bezerra da Silva

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.034
PROTAGONISTAS NA CONSTRUÇÃO DO PROJETO DE VIDA ATRAVÉS DA PROPULSÃO **658**
Maria Suravia Soares Diniz Carneiro
Danielle Alves Dantas

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.035
SIGNIFICADOS ATRIBUÍDOS AO SINAL DE IGUALDADE NA RESOLUÇÃO DE SENTENÇAS DE ADIÇÃO **677**
Maria Eduarda Nunes de Oliveira
Elisângela Bastos de Melo Espíndola

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.036
TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS ABORDAGENS PARA A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA **699**
Adriano Alves da Silveira
Jair Dias de Abreu
Carlos Alex Alves
Tiêgo dos Santos Freitas

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.037
TESSITURAS DAS APRENDIZAGENS DA DOCÊNCIA: NARRATIVAS DE SI ENQUANTO PROFESSOR DE MATEMÁTICA **722**
André Ricardo Lucas Vieira

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.038
UM RELATO DE EXPERIÊNCIA SOBRE O MÉTODO DA SALA DE AULA INVERTIDA NO ENSINO REMOTO DURANTE A PANDEMIA DO COVID 19 .... **739**
Rodrigo Marques Faustino da Silva
Luiz Antônio da Silva Medeiros
Juliérika Veras Fernandes

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.039
UMA PROPOSTA DE PRODUTO EDUCACIONAL FUNDAMENTADO NA ALIANÇA ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS POR MEIO DO OCTANTE REFLEXIVO DE JOHN HADLEY **755**
Anna Beatriz de Andrade Gomes
Giselle Costa de Sousa

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.001

A DOCÊNCIA EM ÁLGEBRA LINEAR NUM CONTEXTO DE TRABALHO COLABORATIVO

GRACIELA MORO
Professora do Departamento de Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, graciela.moro@udesc.br;

IVANETE ZUCHI SIPLE
Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, ivanete.siple@udesc.br;

MARNEI LUIS MANDLER
Professor do Departamento de Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, marnei.mandler@udesc.br

KATIANI DA CONCEIÇÃO LOUREIRO
Professora do Departamento de Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, katiani.loureiro@udesc.br;

RESUMO

Em nossa prática docente, no ensino de Álgebra Linear, temos vivenciado as dificuldades do ensino e aprendizagem dessa disciplina como discutem diversas pesquisas em Educação Matemática, que estão relacionadas a vários fatores, tais como a pluralidade de linguagens, registros semióticos de representação, ênfase axiomática e a solitude da prática docente. Como enfrentar tais dificuldades, especialmente numa cultura docente na qual a prática tradicional é tão presente? Acreditando no potencial do trabalho colaborativo para a mudança dessa prática, em 2016, foi criado um grupo de trabalho entre docentes de Álgebra Linear, numa instituição pública brasileira, com o objetivo de discutir a sua prática e criar estratégias de ensino de modo a favorecer a aprendizagem nessa disciplina. Assim, este estudo tem por objetivo investigar o potencial do trabalho colaborativo como um meio de promover a mudança na prática do professor de Álgebra Linear, visando enriquecer os processos de ensino e aprendizagem. Atendendo à natureza do objetivo adotamos uma abordagem reflexiva sob a lente da Abordagem Documental do Didático, procurando compreender os significados

atribuídos pelos professores, desse grupo, à sua pratica no ensino de Álgebra Linear. Os dados da pesquisa são oriundos dos registros dos encontros realizados entre os pares, dos registros num grupo no Whatsapp, e de um repositório na plataforma Moodle no qual encontram-se os recursos digitais produzidos pelo grupo. A análise dos dados indicia que o trabalho colaborativo propicia a reflexão/ação sobre a prática docente, encoraja os professores na tomada de decisões didáticas, bem como oportuniza o engajamento entre os pares, refletindo no desenvolvimento profissional dos professores envolvidos.

Palavras-chave: Abordagem Documental do Didático, Ensino Superior, Desenvolvimento Profissional, Álgebra Linear, Trabalho Colaborativo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

As constantes mudanças da sociedade contemporânea e, em consequência, o surgimento de novas problemáticas na educação, exigem esforços para que os professores adaptem as suas estratégias de ensino buscando constantemente formas mais eficientes de compartilhar conhecimento. O fato de lecionarmos em cursos de formação de professores e de engenheiros tem nos motivado a refletir sobre nossas práticas, especialmente relacionadas ao ensino de Álgebra Linear, nos questionando como ensinar essa componente curricular, que é transversal a diferentes cursos, de maneira que tenha um impacto significativo na aprendizagem e consequentemente na formação dos futuros profissionais. Essa nossa preocupação não é recente, tão pouca exclusiva. "Quem sabe ensinar Álgebra Linear? ". Com esse questionamento Charles Johnson, professor e coautor de livros de Álgebra linear, iniciou sua fala num workshop sobre o ensino de Álgebra Linear, nos Estados Unidos, na década de 90.

> Quase ninguém levantou a mão, embora todos os participantes fossem professores experientes de Álgebra Linear. Johnson passou a declarar sua própria ignorância quanto à maneira correta de ensinar Álgebra Linear, apesar de estudar e ensinar o assunto por anos. Esta foi uma declaração preocupante de alguém com suas credenciais. Ele é o coautor de referências padrão na teoria de matrizes, um eminente pesquisador em análise matricial, e também tem sido um líder nacional nos esforços para melhorar a forma como a Álgebra Linear é ensinada (Day; Kalman, 1999, p. 1).

Esse episódio vem de encontro a um preconceito muito enraizado na academia de que para ensinar bem matemática, basta conhecer bem o conteúdo. O ensino da Álgebra Linear é um contraexemplo singular. "O ensino de Álgebra Linear é universalmente reconhecido como difícil" (Dorier, 2002, p.875). Pesquisas têm evidenciado que os alunos quando entram em contato com a parte axiomática da Álgebra Linear, geralmente, se sentem perdidos como se estivessem aterrissando em um planeta desconhecido, eles ficam confusos com a quantidade de definições e com as múltiplas representações dos conceitos, com o formalismo exigido e a falta de conexão com conhecimentos prévios (Harel, 1989; Dorier, 2002).

Ao redor do mundo, diversos pesquisadores têm compartilhado experiências e apresentado sugestões para o ensino da Álgebra Linear de modo a minimizar

ISBN: 978-85-61702-77-9

as dificuldades dos alunos. Tais sugestões contrariam as estratégias de ensino centradas no professor e que valorizam o conteúdo e a reprodução de técnicas, sobressaindo àquelas centradas na atividade do aluno, na utilização de recursos tecnológicos e na resolução de problemas contextualizados, de modo que o aluno compreenda o significado dos conceitos envolvidos na disciplina (Diković, 2007; Strang, 2014; Strong, 2018). Acontece que, quando o professor pauta a sua prática de ensino em atitudes individuais, para além das demandas que a profissão exige, fica difícil de alterar a sua prática tradicional e colocar em prática tais sugestões.

O trabalho colaborativo entre pares pode se revelar um caminho propício para os professores discutirem as problemáticas evidenciadas no ensino e na aprendizagem da Álgebra Linear. Diversas pesquisas apontam que quando os professores trabalham em colaboração com seus pares em torno de um objetivo comum, há uma maior determinação e segurança para agir e promover as mudanças e inovações da prática de ensino (Boavida; Ponte, 2002; Robutti ***et al.***, 2016).

Acreditando que o trabalho em colaboração com pares permite ultrapassar a solitude da profissão docente, enriquecendo a maneira do professor pensar e conferindo apoio e recursos para lidar com os desafios que impõe o ensino e a aprendizagem da Álgebra Linear, um grupo de professores de uma universidade pública brasileira vêm trabalhando conjuntamente desde 2016 na reflexão e criação de propostas de ensino para essa disciplina. Neste estudo ilustraremos a dinâmica de trabalho no grupo e a evolução deste trabalho ao longo do tempo na abordagem de Espaços Vetoriais, focando o tópico de Mudança de Base sob a ótica da Abordagem Documental do Didático. A questão norteadora do estudo é: Quais as potencialidades do trabalho colaborativo entre pares no desenvolvimento e evolução de recursos para o ensino de Mudança de Base?

METODOLOGIA

O estudo possui uma abordagem qualitativa, com ênfase na metodologia de investigação reflexiva para acompanhar o trabalho de um grupo de professores que ensinam Álgebra Linear. A investigação reflexiva foi empregada como uma metodologia de pesquisa empírica, conforme desenvolvida por Trouche, Gueudet e Pepin (2020). Essa abordagem essencialmente envolve a reflexão do professor sobre o próprio trabalho, incorporando também sua posição na coleta de dados. De acordo com Gueudet, Pepin e Trouche (2013), essa metodologia baseia-se em princípios específicos: acompanhamento de longo prazo e contínuo; acompanhamento dentro e fora da sala de aula; ampla coleta de recursos materiais utilizados e produzidos; e acompanhamento reflexivo do trabalho documental, envolvendo o professor na coleta de dados.

Adotando esses princípios, utilizamos os seguintes instrumentos de pesquisa: registros das reuniões de trabalho do grupo de professores; utilização de um grupo no Whatsapp; e um repositório na plataforma Moodle no qual encontram-se os recursos digitais produzidos pelo grupo. Além disso, cada um dos professores do grupo mantêm uma página da sua respectiva disciplina, no Moodle, detalhando os recursos aplicados em suas respectivas salas de aula.

O trabalho colaborativo entre professores de Álgebra Linear vem sendo realizado desde 2016, envolvendo a participação de sete professores, ao longo do tempo, contemplando tanto professores experientes quanto aqueles no estágio inicial de suas trajetórias profissionais (Moro, 2021).

Neste estudo delimitaremos o trabalho do grupo de professores (= 4), no período de 2019 a 2023 (1º semestre), aqui denominados de Camila, Luis, Bruna e Nina. A dinâmica de trabalho no grupo, neste estudo, envolve a criação de recursos para os processos de ensino e aprendizagem de Mudança de Base e a reflexão sobre estes recursos para a realimentação dos mesmos. À luz do referencial teórico, os dados foram analisados com o intuito de perceber os significados conferidos nas ações dos professores do grupo colaborativo no desenvolvimento e evolução de recursos para o ensino de Mudança de Base.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Recursos de diversas naturezas sempre estiveram presentes no trabalho do professor, desempenhando papéis cruciais tanto na dinamização do processo de ensino quanto no suporte à assimilação de conhecimento por parte dos alunos, evoluindo em conjunto com as práticas pedagógicas adotadas. Contudo, a era digital e, mais recentemente, a pandemia intensificaram ainda mais a relevância desses recursos. Nesse contexto, o desenvolvimento profissional, na era digital, vem tomando um lugar importante no contexto da pesquisa, tanto em nível nacional quanto internacional.

Clark-Wilson, Robutti e Thomas (2020) ao questionarem que tipo de pesquisa pode ser necessária para entender o ensino de Matemática com os recursos

ISBN: 978-85-61702-77-9

tecnológicos em um mundo durante e pós-pandemia, em que o ensino e a aprendizagem da Matemática estão situados em diferentes ambientes, apontam duas temáticas que podem se beneficiar de um estudo mais aprofundado. A primeira é examinar o desenvolvimento profissional do professor que irá integrar a tecnologia em suas salas de aula. A segunda é analisar os resultados de uso a longo prazo da tecnologia nas salas de aula de matemática dos próprios professores. Além disso, os autores apontam que investigar as relações existentes entre a prática efetiva do professor que insere a tecnologia digital na sala de aula e os ganhos na aprendizagem de seus alunos proporcionaria uma consideração mais aprofundada na pesquisa.

A abordagem instrumental (Artigue, 2002; Trouche, 2005), a qual foi inicialmente desenvolvida e utilizada para investigar como os alunos aprendem matemática com tecnologia, ampliou o seu olhar sobre o trabalho do professor, visando investigar as interações entre os professores e recursos e os impactos na prática do professor. Considerar o desenvolvimento profissional do professor por meio de suas interações com os recursos de seu ensino tem sido a essência na Abordagem Documental do Didático (ADD) (Gueudet; Trouche, 2009).

Essa abordagem busca compreender como os professores interagem com os recursos didáticos ao longo do tempo e como essas interações impactam sua prática pedagógica. A ADD contempla o estudo de diversos documentos que os professores utilizam ou produzem no processo de ensino, como por exemplo, planos de aula, materiais instrucionais e trabalhos dos alunos, procurando ir além da simples observação da prática, mas buscando insights valiosos sobre o desenvolvimento profissional contínuo dos educadores. A ADD está especialmente interessada na evolução desses documentos ao longo do tempo, examinando como as interações dos professores com esses documentos contribuem para seu desenvolvimento profissional.

A compreensão de um recurso, na ADD, está ancorada no trabalho de Adler (2000), que define um recurso como qualquer coisa que possa realimentar o trabalho do professor. De acordo com Trouche ***et al***. (2020), a ADD mantém essa perspectiva e considera um amplo espectro de recursos: livros didáticos, recursos on-line, trocas de e-mail com colegas, ou ainda produções de alunos, dentre outros. Ainda, segundo Igliori, Abar e Almeida (2022), o recurso se refere a tudo o que nutre a ação do professor e a evolução pedagógica, como um texto, as bases legais da educação, um notebook, um software, assim como a produção dos estudantes ou uma atividade realizada por outro professor.

Segundo Pepin, Guedet e Trouche (2013), à medida que a natureza dos recursos evolui e sua acessibilidade cresce, as oportunidades de colaboração entre professores também se expandem por meio desses recursos, tais como o uso de e-mails, reuniões online, fóruns e chats, possibilitando a colaboração à distância.

> Consideramos que esses desenvolvimentos destacam a necessidade de pesquisa sobre as interações dos professores com os recursos, especialmente nas dimensões coletivas dessas interações. Além disso, acreditamos que os processos coletivos são de extrema importância para o design e a interação com os recursos: eles podem ocorrer em coletivos de pesquisa baseada em design; em Comunidades de Prática (Wenger, 1998); e também em outros tipos de grupos (Pepin, Guedet, Trouche, p. 929-930, 2013).

Nesse contexto, acreditamos que as interações dos professores com os recursos podem se beneficiar do trabalho entre pares, como na dinâmica propiciada pelos grupos colaborativos. Um grupo colaborativo é entendido como aquele em que os participantes trabalham voluntariamente, sem hierarquia, em torno de um objetivo comum de modo que propicie o desenvolvimento profissional (Boavida; Ponte, 2002). Os participantes de um grupo colaborativo interagem num ambiente de confiança, respeitando as diferentes habilidades e competências de cada um, o que pode contribuir para uma variedade de ideias e consequentemente o desenvolvimento de todos os seus membros (Ferreira; Miorim, 2011, Robutti ***et al***., 2016).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Um dos tópicos que os professores de Álgebra Linear se sentem desafiados para ensinar e mostrar a aplicabilidade é 'mudança de base' de um espaço vetorial real. Ensinar tal tópico exige a compreensão do que são as coordenadas de um vetor em relação a uma dada base de um espaço vetorial. Acontece que essa definição envolve conceitos de geradores, identificação de vetores linearmente independentes e dependentes, a compreensão de que a base canônica nem sempre é a base (referencial) mais adequada para resolução de determinados problemas. A abordagem desses conceitos nos livros didáticos privilegia a representação algébrica, sem uma preocupação com a transição entre os diferentes registros do

ISBN: 978-85-61702-77-9

objeto matemático. Como a maioria dos professores pauta o planejamento de suas aulas no recurso do livro didático, essa abordagem algébrica acaba se refletindo na sua prática de ensino. Essa era uma abordagem muito frequente em nosso ensino de Álgebra Linear antes de estarmos inseridos num grupo de trabalho colaborativo em que uma das pautas é a reflexão sobre a nossa prática.

No grupo procuramos ir além da abordagem do livro didático, nos preocupando com a visualização e interpretação geométrica dos conceitos algébricos, de tal forma que esta possibilite, além de explorar o "visual", fornecer insigths para a abstração dos conceitos (Harel, 2000). Para isso, uma das nossas estratégias foi desenvolver tarefas que possibilitam os alunos transitarem entre os diferentes registros de representação (Duval, 2012) para aprendizagem do referido conceito.

Para o desenvolvimento das referidas tarefas, a coloboração entre os membros do grupo foi fundamental, pois as diferentes habilidades dos seus participantes enriqueceram as discussões, contribuíndo com uma variedade de ideias, que quando trabalhadas conjuntamente resultou em novos recursos que apoiaram as práticas de ensino dos professores, conforme ilusta a fala da Nina no extrato de uma pesquisa realizada no seio do grupo.

> Acho que o grupo conseguiu trabalhar muito bem, tanto na cordialidade, como na forma de trabalho, aproveitando o melhor de cada um. Seis professores com ideias, experiências e práticas diferentes fazem o grupo se tornar rico em informações (...) Juntamos a teoria do professor que tem mais experiência, com a ideia da parte geométrica do professor com menos experiência e no final o resultado foi muito bom (Professora Nina, apud Moro, 2021, p. 321).

Porém, no início do trabalho em equipe, a ênfase na exploração da visualização geométrica dos conceitos estava predominantemente centrada na intervenção do professor, com os alunos poucos engajados nesse processo, conforme evidenciado por um diálogo dentro do grupo.

A gente construiu bastante coisa, a gente mudou muitas coisas na maneira de ensinar. Mas na maneira de envolver os alunos, eu acho que ainda a gente ficou bastante no tradicional. (...) Na aula de Mudança de Base, quando utilizei o aplicativo no GeoGebra eu ia lá e digitava a base. Era eu fazendo, não era o aluno fazendo. E em muitas outras situações, eu levei e disse: 'ah meu Deus, eu trouxe isso aqui'. Mas era eu pensando, não era o aluno pensando (...). Nós continuamos ainda centralizadores de: 'Ah, isso eu tenho que passar, isso eu tenho que dar'. [Temos que nos

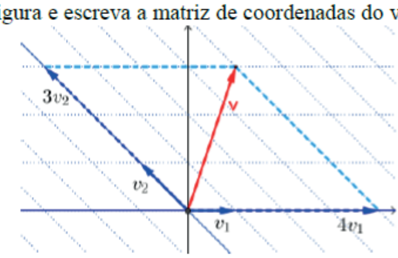
ISBN: 978-85-61702-77-9

preocupar] em como jogar mais a responsabilidade para o aluno e ter uma aula mais produtiva neste sentido (Professora Bruna, apud Moro, 2021, p. 136).

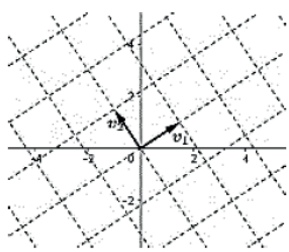
Após a reflexão, no grupo, sobre a concretização de algumas aulas planejadas em conjunto, considerou-se envolver mais o aluno no processo de aprendizagem, promovendo situações em que ele pudesse realizar atividades que o permitissem transitar entre as representações algébrica e geométrica dos conceitos de 'coordenadas e mudança de base'. Com este propósito, foi elaborada a tarefa ilustrada no Quadro 1, para introduzir o conceito de coordenadas de um vetor em relação a uma base de um espaço vetorial.

Quadro 1. Abordagem geométrica utilizada em sala de aula para introduzir coordenadas de um vetor em relação à uma base.

Questão 1. Observe a Figura e escreva a matriz de coordenadas do vetor v em relação ao referencial $\beta = \{v_1, v_2\}$.



Questão 2. Considere a base $\alpha = \{v_1, v_2\}$ e v um vetor do $\mathbb{R}^2$. Sabendo que $[v]_\alpha = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$, represente o vetor v geometricamente:



Questão 3. Considere as bases do $\mathbb{R}^2$, $\alpha = \{(1,1), (-1,2)\}$ e $\beta = \{(1,0), (1,-1)\}$. Sabendo que $[v]_\alpha = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$, determine $[v]_\beta$. Interprete geometricamente o resultado obtido.

Questão 4. Considere as bases $\alpha = \{1, x^2 - 1, 2x\}$ e $\beta = \{3x + x^2, x^2 - 2, 5\}$ de P_2.

a) Encontre a matriz de coordenadas de $p(x) = 3x^2 + 4x + 2$ em relação a base α.

b) Sabendo que $[q(x)]_\alpha = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, encontre $[q(x)]_\beta$.

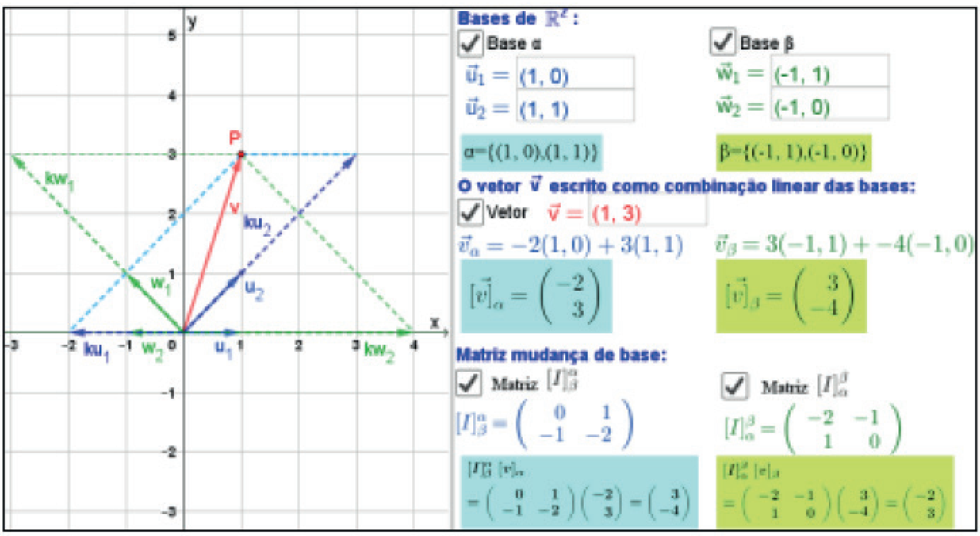
Fonte: Dados da pesquisa (2019/02).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para resolver esta tarefa (Quadro 1) os alunos tinham em mãos a definição de ‘coordenadas’ e em grupos foram convidados a resolver tais questões, com recurso ao papel e lápis, que tinham uma abordagem progressiva – primeiramente envolvia um espaço vetorial concreto, o $\mathbb{R}^2$, e por último um espaço abstrato, e apresentar as suas soluções para a turma.

Ademais, já tinha sido desenvolvido, no seio do grupo, um aplicativo no GeoGebra (Figura 1) que posibilitava aos alunos um ambiente dinâmico de simulação para testarem as coordenadas de diferentes bases e diferentes vetores de $\mathbb{R}^2$, oportunizando transição entre os registros algébricos, geométrico e matricial, o qual foi instrumento potencial tanto nas aulas presenciais quanto na transição para o ensino remoto, durante a pandemia.

Figura 1: Aplicativo do GeoGebra para explorar a mudança de base



Fonte: Moro (2021, p. 139).

Com a pandemia do covid-19 fomos desafiados a adaptar nossos recursos didáticos, que na sua maioria envolvia o recurso do papel e lápis, e transformá-los em recursos para o ensino mediado pelo computador. Os desafios perpassaram sobre quais ferramentas utilizar para ensinar no ambiente virtual, como construir instrumentos de avaliação nesse contexto, levando em consideração que os alunos tinham acesso a uma gama de recursos para encontrar a solução de uma determinada tarefa, além de evitar questões objetivas que pudessem ser respondidas

ISBN: 978-85-61702-77-9

meramente por tentativa e erro, com a preocupação de envolver uma solução que evidenciasse o conhecimento do conteúdo. O extrato, a seguir, de um diálogo do grupo ilustra alguns destes desafios.

Camila: Vocês já pensaram como fazer as aulas ao vivo? Estou pensando já na possibilidade de ir para a universidade, usar um quadro de lá.

Luis: Eu pensei em fazer pelo BBB mesmo, projetando a tela a mesmo...

Camila: Mas explicando os exercícios em slides?

Luis: Ontem instalei aquele programa que faz o celular virar webcam, se der certo (ainda preciso testar) penso em usar isso, resolvendo na mão os exercícios com os alunos(...) Colocar tudo em slides dá muito trabalho e acho que fica meio maçante para os alunos.

Nina: Eu vou usar slides. Pelo menos a teoria eu vou colocar. Acho que acompanhar em apostila não vai dar certo.

Luis: Também vou usar slides, para teoria e tarefas.

Camila: Ah sim, vou testar ainda essa opção. Talvez alternar com o quadro. Me refiro a aula de exercícios.... (Dados da pesquisa, WhatsApp, 11 de junho de 2020).

Além disso, havia o cuidado com a questão de como avaliar o aluno, valorizando a aprendizagem contínua ao longo do processo, conforme ilustra um extrato de uma discussão efetuada no grupo:

Nina: Vamos pensar em uma prova de múltipla escolha para ALI [Álgebra Linear]?

Camila: Não sei se tenho maturidade ainda para uma prova de múltipla escolha em ALI (...). Temos que pensar em questões que eles não consigam testar as alternativas e que ao mesmo tempo eles tenham que usar os conceitos para resolver. (Dados da pesquisa, WhatsApp, 08 de julho de 2020).

(...)

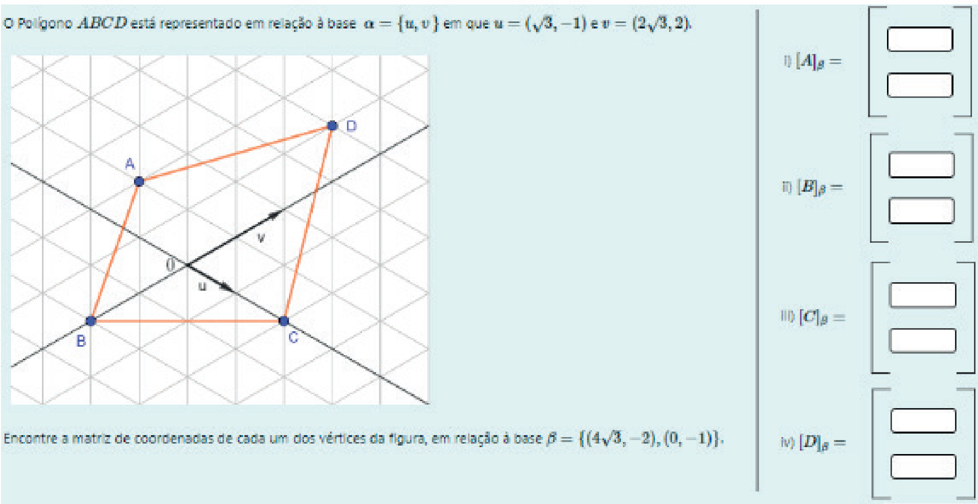
Nina: Sobre base, podem ter várias respostas, né? Então não podemos colocar como alternativa! Poderia ser de resposta rápida? Você sabe fazer isso, Luis?

Camila: Mas mesmo de resposta rápida, como vamos fazer um gabarito? Porque ele pode encontrar uma resposta diferente do gabarito e ainda assim ser verdadeira. Eu acho que de encontrar base tem que ser dissertativa. Ainda não consegui visualizar como cobrar isso. Só aquelas de dimensão mesmo. (Dados da pesquisa, WhatsApp, 24 de julho de 2020).

ISBN: 978-85-61702-77-9

No que diz respeito aos recursos de comunicação, os professores utilizaram a plataforma Moodle, explorando as diferentes ferramentas disponibilizadas, tais como: tarefa, fóruns, questionários, rótulos, arquivos, plugins como o STACK, Cloze e BigBlueBotton, dentre outros. Os plugins do STACK e Cloze foram utilizados para o desenvolvimento de bancos de questões matemáticas. Tais ferramentas foram exploradas pelas potencialidades que apresentaram para o desenvolvimento de questões que aceitassem respostas algébricas, demonstrações, gráficos e randomização (Sangwin; Köcher, 2016). A Figura 2 ilustra uma tarefa formativa envolvendo o conceito de 'mudança de base' em um espaço vetorial real e que explora a transição da representação geométrica para a algébrica.

Figura 2. Questão de uma tarefa formativa proposta no Moodle

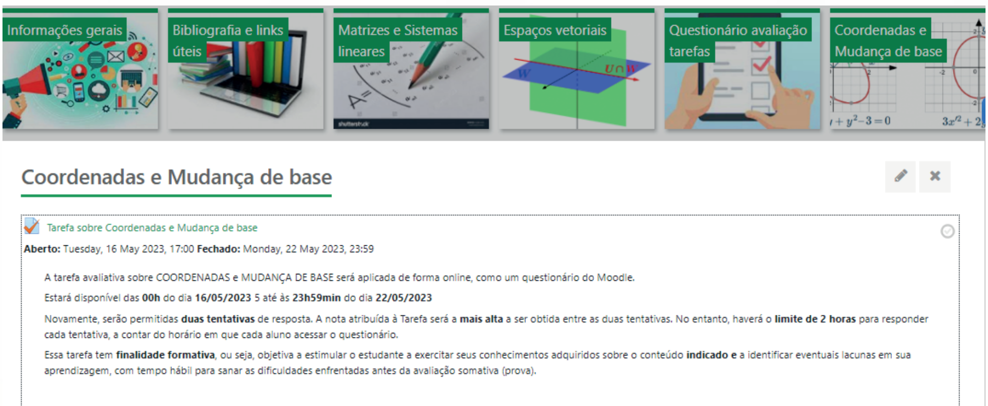


Fonte: Dados da pesquisa (2021/01).

A necessidade da adoção de avaliações formativas em Álgebra Linear foi um dos elementos do ensino que se sobressaiu nas discussões do grupo nesse período. Era necessário repensar a forma de avaliar nesse novo contexto, pois a forma 'tradicional' de avaliar o aluno, como a realizada no presencial não era considerada adequada pelos membros do grupo. Além disso, a falta de interação entre professor e aluno clamava por novas estratégias para engajar os alunos nesse ambiente de aprendizagem, o qual muitas vezes era 'frio' e 'escuro', sendo assim propostas tarefas formativas e somativas, mediadas pelos recursos digitais, mas também por recurso ao papel e lápis.

A preocupação com a forma de avaliar se manteve no retorno para o ensino presencial, haja vista que não era possível retornar como se nada tivesse acontecido. A dinâmica da sala de aula havia mudado e o grupo optou por olhar para a pandemia como uma oportunidade de mudança (Borba, 2021), visto que ela impulsionou a integração das tecnologias digitais nos processos de ensino e de aprendizagem, em particular da Álgebra Linear. Assim, os recursos digitais desenvolvidos durante a pandemia, se tornaram recursos de aprendizagem formativa, visando o engajamento dos alunos com a sua aprendizagem e a tomada de decisões didática em função das respostas dos alunos. Para tal, as tarefas passaram a ser disponibilizadas semanalmente, no Moodle, com até duas tentativas e com feedback automático, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3. Tarefa formativa de coordenadas e mudança de base disponibilizada no moodle.



Fonte: Dados da pesquisa (2023/01)

Ademais, relativamente ao tópico mudança de base, na reflexão do grupo do feedback da avaliação somativa foi identificado que, embora a tarefa formativa oportunizou a exploração da transição entre os diferentes registros, alguns alunos ainda apresentavam dificuldades nessa transição. Isso levou o grupo a refletir sobre a ação, percebendo que se devia dar mais ênfase a tal transição na abordagem do conteúdo, em sala de aula, conforme evidencia a reflexão da prática do professor Luis, na discussão com o grupo: "*Essa interpretação eu sei que não é fácil. Talvez eu não tenha estimulado muito os alunos a transitarem para o geométrico*" (Dados da Pesquisa, Professor Luis, junho de 2023). Ademais constatou-se que a lista de

ISBN: 978-85-61702-77-9

exercícios deveria ser reformulada, haja vista que a ênfase das questões privilegiava a representação algébrica.

> *Eu já pensei em coisas que podemos fazer para os próximos semestres (...) colocar mais exercícios na lista que envolvam essa transição, mais coisas no material que deixamos no Moodle, para estimular que o aluno consiga fazer mais facilmente essa transição (Dados da Pesquisa, Professor Luis, junho de 2023).*

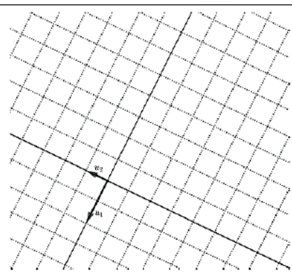
Nesse contexto, o grupo reformulou a lista de exercícios disponibilizada aos alunos. O Quadro 2 ilustra uma questão de mudança de base que explora a transição entre diferentes registros, que foi incorporada na lista de exercícios.

Quadro 2. Questão que explora a transição da representação algébrica para a geométrica, incorporada à lista de exercício usada pelo grupo colaborativo.

Sejam $\alpha = \{u_1, u_2\}$ e $\beta = \{v_1, v_2\}$ bases de um espaço vetorial V com $\dim(V) = 2$. Suponha que $u_1 = -2v_1 + 5v_2$ e $u_2 = 2v_1 - 6v_2$.

a) Determine a matriz mudança de base de β para α, ou seja, a matriz $[I]_\alpha^\beta$.

b) Suponha que $v \in V$ seja tal que $[v]_\beta = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$. Encontre $[v]_\alpha$ e, a seguir, represente v no referencial dado abaixo:



Fonte: Dados da pesquisa (2023/01)

Nesse contexto, vislubramos que nossas práticas têm se beneficiado das interações propiciadas pelo trabalho desenvolvido entre os pares. A existência desse trabalho, desde antes da pandemia, nos oportunizou apoio, colaboração, segurança e acima de tudo aprendizado para transformar nossos recursos didáticos em documentos do grupo que oportunizam a reflexão tanto da nossa prática como a do aluno sobre a sua aprendizagem. Isso não se traduziu apenas durante a pandemia, mas também no retorno ao ensino presencial. O trabalho colaborativo entre os pares possibilita que a prática do professor esteja em constante movimento e que os recursos desenvolvidos estejam sempre num processo contínuo de evolução.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos dados indicia que o trabalho colaborativo propicia a reflexão/ação sobre a prática docente, encoraja os professores na tomada de decisões didáticas, bem como oportuniza o engajamento entre os pares, refletindo no desenvolvimento profissional dos professores envolvidos.

Para além disso, procuramos evidenciar as transformações efetuadas em recursos didáticos utilizados pelo grupo colaborativo no ensino de Mudança de Base. A partir das reflexões ocorridas entre os pares, recursos que antes envolviam apenas papel e lápis foram integrados ao software GeoGebra e, posteriormente à plataforma Moodle. Ainda, os recursos passaram a explorar as diversas representações do objeto matemático em estudo, com o intuito de atender as necessidades didáticas, identificadas pelo grupo, de estimular o estudante de Álgebra Linear a transitar entre as diferentes representações (Duval, 2012), como a algébrica e a geométrica, dos conceitos envolvidos.

Também destacamos as potencialidades proporcionadas pelo trabalho colaborativo na evolução do recurso abordado neste estudo. As reflexões efetuadas pelos membros do grupo, após utilizar as diferentes versões do recurso em suas práticas docentes, possibilitaram identificar suas respectivas fragilidades e, com isso, tornou-se possível modificá-lo, adaptá-lo e atualizá-lo para novos usos didáticos, inclusive como instrumento de avaliação formativa.

Gueudet and Trouche (2008) enfatizam que um documento surge da interação entre recursos e esquemas de utilização durante um processo de gênese documental. Esse processo gera novos recursos que podem ser reorganizados, originando novas gêneses. Com base nisso, podemos inferir que os recursos coletivos produzidos pelo trabalho colaborativo entre os professores de Álgebra Linear passaram por uma transformação. Esses recursos foram reconfigurados, resultando na concepção de uma nova gênese no contexto do ensino remoto e do retorno ao ensino presencial. O retorno à presencialidade, juntamente com o abrandamento da Pandemia de Covid-19, também sugere novas perspectivas na concepção das relações de ensino e de aprendizagem. Além disso, implica na suposta integração de novos recursos à metodologia do grupo colaborativo.

Futuras pesquisas podem se concentrar em aprofundar a compreensão da transformação dos recursos coletivos no contexto do ensino de Álgebra Linear. Uma análise mais detalhada dessas transformações pode identificar elementos

ISBN: 978-85-61702-77-9

específicos que foram reconfigurados durante o processo colaborativo entre os professores, permitindo uma compreensão mais refinada dos impactos dessas mudanças na prática pedagógica. Além disso, é essencial avaliar como as transformações nos recursos coletivos influenciam a experiência de aprendizagem dos alunos. Ademais é importante investigar o impacto no desenvolvimento profissional contínuo dos professores, a adaptação dessas transformações em outras disciplinas, contribuindo assim para orientar futuras práticas pedagógicas e fomentar o trabalho colaborativo em outras disciplinas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPESC - Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina pelo apoio financeiro ao Grupo de Pesquisa PEMSA.

REFERÊNCIAS

ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, V. 3, P 205 – 224. 2000.

ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, V. 7, P. 245–274, 2002.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P.. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. Reflectir e investigar sobre a prática profissional, [s. l.], n. 2002, P. 43–55, 2002.

CLARK-WILSON, A.; ALDON, G.; CUSI, A.; GOOS, M.; HASPEKIAN, M.; ROBUTTI, O; THOMAS, M. O. J. The challenges of teaching mathematics with digital technologies - The evolving role of the teacher. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle & D. Allan (Eds.) **Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,** V. 1, P. 87–116, 2014.

DAY, J. M.; KALMAN, D. Teaching linear algebra: What are the questions. **Department of Mathematics at American University in Washington DC**, P. 1-16, 1999.

DIKOVIĆ, L. Interactive learning and teaching of linear algebra by web technologies: some examples. **The Teaching of mathematics**, n. 19, p. 109-116, 2007.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT**, V. 7, n. 2, P. 266 – 297, 2012.

FERREIRA, A. C.; MIORIM, M. A. Collaborative Work and the Professional Development of Mathematics Teachers: Analysis of a Brazilian Experience. In. N. Bednarz, D. Fiorentini; R. Huang (Eds.), ***International Approaches to Professional Development***, 2011.

GUEUDET, G.; PEPIN, B.; TROUCHE, L. Collective work with resources: An essential dimension for teacher documentation. **ZDM 45**, P. 1003-1016, 2013.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? Educational Studies in Mathematics, v. 71, n. 3, p. 199- 218, 2008.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, 71(3), P. 199 – 218, 2009.

HAREL, G. Three principles of learning and teaching mathematics. In J. L. Dorier (Ed.), On the teaching of linear algebra. **Dordrecht: Kluwer Academic Publishers**, P. 177-189, 2000.

IGLIORI, S. B. C.; ABAR, C. A. A. P.; ALMEIDA, C. B.. Considerações sobre a interação entre professores e pesquisadores no desenvolvimento do Projeto PREMa-EB. **Ensino em Re-Vista,** V. 29, P. 1 - 20 2022. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54868. Acesso em: 17 nov. 2023.

MORO, G. **O ensino de álgebra linear nos cursos de graduação de uma universidade brasileira**: perspectivas e contributos da prática colaborativa. 2021. 236 f.

Universidade do Minho. Braga, Portugal, 2021. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/14018>. Acesso em: 17 nov. 2023.

PEPIN, B.; GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Re-sourcing teacher work and interaction: new perspectives on resource design, use and teacher collaboration. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, *45*(7), P. 929 – 943, 2013.

ROBUTTI, O. *et al*. ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016. **ZDM - Mathematics Education**, [s. l.], V. 48, n. 5, P. 651 – 690, 2016.

SANGWIN, C. J.; KÖCHER, N. Automation of mathematics examinations. **Computers and Education**, [*s. l.*], V. 94, p. 215 – 227, 2016.

STRANG, W. G. A linguagem das máquinas. **Revista CÁLCULO: Matemática para todos**, Ed. 45, ano 4, p.18-21, 2014.

STRONG, D. Motivating examples, meaning and context in teaching linear algebra. In: STEWART, S.; ANDREWS-LARSON, C.; BERMAN, A.; ZANDIEH, M. (Eds) **Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra.** Switzerland: Springer, 2018, p. 337-351.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B.; ROCHA, K.; ASSIS, C.; IGLIORI, S. A abordagem documental do didático. **DAD-Multilingual**, 2020. Disponível em: <https://hal.science/hal-02664943v2>. Acesso em: 17 nov. 2023.

TROUCHE, L. An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments. In **The didactical challenge of symbolic calculators,** p. 137 – 162, 2005.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.002

A GEOMETRIA NO LIVRO *RECHENBUCH FÜR DUETSCHE SCHULEN IN BRASILLIEN 2º HEFT*, DE MATTHÄUS GRIMM

SILVIO LUIZ MARTINS BRITTO
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Professor das Faculdades Integradas de Taquara - FACCAT, silviobritto@faccat.br.

MALCUS CASSIANO KUHN
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado, malcuskuhn@ifsul.edu.br.

RESUMO

O trabalho discute o ensino de geometria presente no livro ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft,*** de Matthäus Grimm. Como o tema se insere na História da Educação Matemática no Rio Grande do Sul, este estudo qualitativo e documental ampara-se na história cultural para análise do assunto abordado na seção XIII do referido livro. A obra, editada pela livraria Selbach, de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, teve sua primeira edição em 1900. O público-alvo era os alunos do 3º, 4º e 5º anos das escolas rurais teuto, unidocentes e mistas. Verificou-se que o autor trabalha os conhecimentos geométricos acerca da área de figuras planas, perímetro e volume de sólidos geométricos, inicialmente, de forma conceitual. No segundo momento, aborda-os de forma prática, associada a situações reais, objetivando que os alunos das escolas paroquiais gaúchas se apropriassem desses conhecimentos matemáticos, de forma prática e útil. As atividades sugeridas, a partir de situações-problema, estão relacionadas a cálculos de área de quadrado, retângulo, losango, trapézio, triângulo e círculo. A seguir, aborda cálculos de volume com prismas e cilindros. Dessa forma, os diferentes conteúdos de geometria trabalhados desenvolvem habilidades para o manejo do cálculo escrito e mental, contemplando o cotidiano dos alunos.

Palavras-chave: História da Educação Matemática, Livro de Aritmética, Ensino da Geometria, Escolas Paroquiais do Rio Grande do Sul.

INTRODUÇÃO

Este capítulo tem o propósito de analisar a seção XIII do livro de Matthäus Grimm, intitulado ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft,*** que aborda cálculos de área, perímetro e volume para as escolas rurais teuto-brasileiras do Rio Grande do Sul (RS) nas primeiras décadas do século XX. Trata-se de um estudo iniciado durante a elaboração da tese ***O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no Ginásio Nossa Senhora da Conceição de São Leopoldo nos séculos XIX e XX sob a ótica dos Jesuítas***, aprofundado durante o estágio Pós-Doutoral, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), do município de Canoas, RS, Brasil.

Os trabalhos desenvolvidos por Matthäus Grimm, professor de escolas de origem germânica no RS, autor de livros didáticos, escritos em alemão gótico para essas escolas, evidenciam o ensino da aritmética e da geometria. Ressalta-se que, nessas comunidades, o ensino da matemática constituía um dos três pilares essenciais para o ensino primário, juntamente com línguas e o ensino religioso.

O livro ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*** foi editado pela editora Selbach, localizada em Porto Alegre, RS, tendo sua primeira edição em 1900. Segundo Rambo (2013), a falta de livros adequados para essas colônias principalmente no que se refere ao ensino da aritmética acarretou a produção de um grande número de materiais específicos para essas comunidades no último decênio do século XIX. Em relação aos livros de Grimm, conforme complementa o autor, esses priorizavam situações práticas relacionadas ao do dia a dia a dia das crianças de modo prático e utilitário. Finaliza relatando[1], em entrevista concedida a estes pesquisadores, que Grimm era o homem da Matemática nas colônias de ascendência alemã do Rio Grande do Sul, pois, segundo ele, uma fatia considerável de escolas paroquiais utilizavam seus manuais para o ensino da aritmética.

Como o tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática no RS, o aporte metodológico está fundamentado na história cultural, a partir da perspectiva de Chartier (1990). Para investigar o livro ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft,*** foram realizadas visitas ao instituto Anchietano de

1 Entrevista concedida aos pesquisadores, abril de 2013, São Leopoldo (Instituto Anchietano de Pesquisa).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Pesquisa (Unisinos), em São Leopoldo/RS, onde se encontram as diferentes edições da referida obra. Ao pesquisar o segundo caderno, compilaram-se os excertos relacionados a questões direcionadas ao ensino da geometria (cálculo de perímetro, áreas e volumes) presente na seção XIII, para posterior análise à luz do referencial teórico-metodológico.

No estudo da geometria presente no material analisado, além do referencial teórico-metodológico, é apresentada a seção em estudo e como são trabalhadas as questões relacionadas a cálculo de área, perímetro e volume de forma prática e útil para a formação dos alunos das comunidades rurais teuto-brasileiras no RS.

HISTÓRIA CULTURAL COMO APORTE TEÓRICO-METODOLÓGICO

A história cultural (***Kulturgeschichte***) ocupa-se da pesquisa e da representação de determinada cultura em dado período e lugar, implicando relações familiares, língua, tradições, religião, arte e algumas ciências. Segundo Chartier (1990), uma questão desafiadora para a história cultural é o uso que as pessoas fazem dos objetos que lhes são distribuídos ou dos modelos que lhes são impostos, uma vez que há sempre uma prática diferenciada na apropriação dos objetos colocados em circulação. Nessa perspectiva, pode-se dizer que a imprensa pedagógica, aqui representada pelo ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft***, foi um veículo para circulação de ideias que traduziam valores e comportamentos que se desejavam ensinar, a partir de uma proposta pedagógica de forma prática e útil junto aos imigrantes alemães no RS.

Conforme Chartier (1990), as noções complementares de práticas e representações são úteis para examinar os objetos culturais produzidos, os sujeitos produtores e receptores de cultura, os processos que envolvem a produção e a difusão cultural, os sistemas que dão suporte a esses processos e sujeitos e as normas a que se conformam as sociedades por meio da consolidação de seus costumes. Para a produção do ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft***, foram movimentadas determinadas práticas culturais e também representações, sem contar que próprio livro, depois de produzido, difundia novas representações e contribuía para a produção de novas práticas.

Tomando como referência Chartier (1990), pode-se dizer que as práticas culturais que aparecem no livro descrito são tanto de ordem autoral (modos de

ISBN: 978-85-61702-77-9

escrever, pensar ou expor o que será escrito), como editoriais (reunir o que foi escrito para torná-lo material de estudos), ou ainda artesanais (a elaboração do livro na sua materialidade). Da mesma forma, quando um autor se põe a escrever um livro, ele se conforma a determinadas representações do que deve ser um livro, a certas representações concernentes aos temas que ele irá abordar. Esse autor também poderá tornar-se criador de novas representações, que encontrarão, no devido tempo, uma ressonância maior ou menor no circuito do leitor (alunos) ou na sociedade (pelos resultados alcançados). A resolução das atividades propostas geram práticas criadoras, podendo produzir concomitantemente práticas sociais. Essas atividades propostas poderão ser realizadas de modo individual ou coletiva, e o seu conteúdo poderá ser imposto ou rediscutido. A partir do desenvolvimento das atividades e difusão do livro, poderão ser geradas inúmeras representações novas sobre o tema, aqui evidenciando o ensino da geometria, que poderá passar a fazer parte das representações coletivas. De acordo com Chartier (1990, p. 17), a história cultural tem por principal objeto identificar o modo como "em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade cultural é construída, pensada, dada a ler, por diferentes grupos sociais", o que está fortemente relacionado à noção de representação.

Segundo Valente (2007), pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar e realizar o estudo histórico da matemática escolar exigem que se considerem os produtos dessa cultura no ensino de Matemática, os quais deixaram traços que permitem o seu estudo, como ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft,*** principal fonte documental desta investigação.

ANÁLISES DA SEÇÃO XIII DO LIVRO *RECHENBUCH FÜR DEUTSCHE SCHULEN IN BRASILLIEN 2° HEFT*

Desde que chegou ao RS, em 1895, em companhia de um padre Jesuíta, Grimm, de imediato iniciou suas atividades docentes como diretor da Escola Paroquial da Igreja São Miguel, em Dois Irmãos. Permaneceu na educação por mais de quatro décadas, exercendo a função de professor, autor de livros, além de deixar importantes contribuições no campo da música. Segundo Rambo (1996), foi o primeiro presidente da associação de professores ***Lehrverein***, editor do ***Lehrerzeitung*** (Jornal dos Professores), contribuindo diretamente na elaboração desses jornais, tendo esses a finalidade de troca de experiências pedagógicas e didáticas, publicação de

ISBN: 978-85-61702-77-9

programas e currículos e convocação dos mestres, tornando-se um instrumento de atualização e formação dos professores. Isso explica, conforme Rambo (2013), a relação intensa de Grimm com os jesuítas no projeto de restauração católica nas colônias de imigrantes alemães nesse estado da nação. Nas palavras do referido autor (2013, s/p):

> Era professor em Dois Irmãos. Esse é o homem da Matemática, dava orientações como deveriam ser executadas as aulas de Matemática, nas reuniões ele aparece seguido. Seus livros eram utilizados nas escolas, não usei o dele, nós usávamos outro. Ele era um professor leigo das escolas comunitárias, era o mentor da Matemática. O material dele ia até onde ia o ensino da Matemática nas escolas comunitárias, o que seria o Ensino Fundamental.

Além de professor e autor de livros didáticos de Aritmética, ressalta-se a atuação na formação de professores por meio de palestras, além de ministrar cursos para professores. Britto (2016, p. 105) complementa:

> No que se refere ao aperfeiçoamento docente ocorriam reuniões com aulas demonstrativas, cabendo aos professores mais experientes ministrar aulas sobre os diferentes assuntos. Após, todos discutiam os aspectos didáticos e pedagógicos, tecendo críticas. Essa prática servia para estimular os mestres em sua missão.

É importante destacar que isso não se limitava somente à teoria. Toda a técnica nova deveria ser demonstrada na prática aos demais colegas. Posteriormente, estimulavam-se discussões referentes ao que foi apresentado.

Outra prática comum na época, de acordo com os autores, era os chamados cursos de férias e semanas de estudos. O objetivo primordial desses encontros era sempre o mesmo: atualização troca de experiência e informações.

Diante disso, em relação ao ensino de matemática, Britto (2016, p.115) destaca que, inicialmente, os livros didáticos utilizados nas aulas elementares haviam sido trazidos pelos imigrantes ou importados da Alemanha. Com o passar do tempo, esses eram considerados inadequados, já que eram elaborados para um contexto completamente diferente dos teutos brasileiros. Essa mesma constatação era destacada por Grimm, pois, segundo ele, não raro, observavam-se manuais com conteúdos desnecessários para a realidade teuto no RS. Já Mauro (2005) evidencia que até mesmo a metodologia empregada, muitas vezes de modo abstrata, não

ISBN: 978-85-61702-77-9

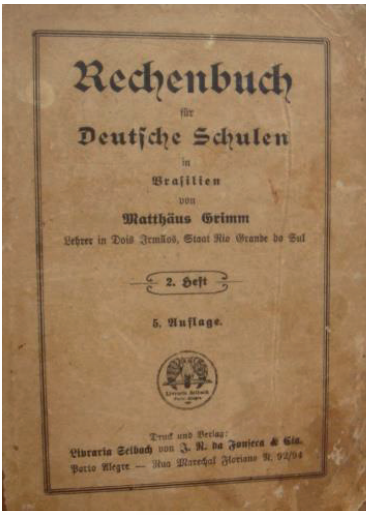
contemplava o cotidiano do aluno, que acabava não aplicando o que aprendera em sala de aula. Conclui a autora apontando a necessidade de tornar os conteúdos mais significativos, apresentando-os de forma prática, com sentido para o aluno. Portanto, em seus livros, em particular no livro analisado, identifica-se claramente a tendência de Grimm para o método intuitivo, característico desse período e tendência na Alemanha, onde o autor teve sua formação.

Essa tendência, segundo Britto (2016), fica evidenciada quando o autor, no seu primeiro livro (***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 1º Heft),*** introduz a ideia dos primeiros números, partindo do concreto, do visual, para o abstrato, além de primar por atividades práticas e úteis para essa realidade, como se verifica na seção XIII do livro analisado. Nessa seção, apresentam-se situações-problema que envolve os conceitos de perímetro, área e volume a partir de situações cotidianas, práticas e úteis para o futuro dos alunos.

Nessa seção, apresentam-se situações problema que vão ao encontro do contexto em que vivem os alunos ao qual o livro se destina, envolvendo os conceitos de perímetro, área e volume de modo concreto e significativo para aquela realidade.

Neste artigo, investiga-se a contextualização do conhecimento matemático no ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft***, baseando-se no referencial teórico-metodológico da pesquisa histórica e da história cultural. Na Figura 1, apresenta-se a capa do livro investigado.

Figura 1 – Capa do livro de Matthäus Grimm



Fonte: Grimm (1905).

A edição analisada tem 131 páginas, divididas em quatorze seções, escritas em alemão gótico. Observou-se um grande número de exercícios, o que leva a concluir que o processo de repetição em sua resolução era a estratégia de ensino utilizada pelo autor para que os alunos fixassem os conteúdos estudados. Além disso, também se exige o cálculo mental, a partir de situações-problema práticas do dia a dia dos alunos, caracterizando-se a metodologia de ensino empregada. Segundo Dynnikov (2015), o livro destinava-se ao terceiro, quarto e quinto anos, iniciando com os conteúdos de frações e encerrando com cálculo de câmbio.

No Quadro 1, apresentam-se os assuntos trabalhados em cada uma das quatorze seções do livro.

Quadro 1 – Conteúdos trabalhados no *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*

Seções	Conteúdos trabalhados
I	Ensino de fração.
II	Números métricos e não-métricos.
III	As quatro espécies de frações decimais com números nomeados e com números não nomeados.
IV	As quatro espécies com números métricos e não-métricos em exemplos aplicados.
V	Consolidação dos nomes antigos e sua transformação em massa métrica.
VI	Faturas finais.
VII	Regra de três.
VIII	Cálculos de porcentagem, cálculos de desconto e cálculos de juros.
IX	Cálculos de ganhos e de perdas.
X	Cálculos de média e cálculos mistos.
XI	Cálculos de divisão e cálculos de sociedade.
XII	Cálculos de economia doméstica e rural.
XIII	Geometria.
XIV	Cálculos de câmbio.

Fonte: Grimm (1905).

A seção XIII tem doze páginas (112 – 123), dividida em três unidades, constituída de situações-problema. A Unidade 1, conta com cálculos preliminares – perímetro. Em seguida, a Unidade 2 traz o conceito de área, focando separadamente

ISBN: 978-85-61702-77-9

os polígonos: quadrado, retângulo, losango (deltoide), trapézio, triângulo, finalizando com a circunferência e área do círculo, seguindo de situações-problema práticas e contextualizadas, evidenciando o dia a dia dos alunos. Já na unidade 3 (volume) utiliza da mesma sistemática para cálculos de volume de prismas, cubos e cilindros (barril), contextualizado com a embalagem muito utilizada pela comunidade teuto-rio-grandense para comercializar líquidos.

Inicialmente, o autor sugere cálculos preliminares, esclarecendo o que são linhas retas, linhas em curva, direção horizontal, direção vertical, direção oblíqua. Em seguida, aborda linhas paralelas, dimensão da linha (comprimento), ficando evidenciada a ideia de introduzir o conceito de perímetro e sua aplicação, cabendo à sistematização dessas atividades, além das estratégias utilizadas para introduzir o conteúdo, ao professor. Segundo Mauro (2005), para Grümm, não basta o professor trabalhar apenas o que o livro apresenta. Isso pode tornar os conteúdos desinteressantes, pois o livro se constitui de uma estrutura morta e ganha vida e interesse por meio da aula do professor, do sentido que é dado aos conteúdos.

Após os conceitos preliminares, o autor traz sete situações-problema utilizando o conceito de perímetro, sua aplicação, evidenciando a proposta da seção, o ensino da geometria. O Quadro 2 traz quatro situações-problema que exemplificam o conteúdo trabalhado.

Quadro 2 – Problemas envolvendo medidas de comprimento

1. Em uma linha férrea de A para B, há 950 postes de telégrafo com 37,80 m de distância um do outro. De quanto é à distância do trecho?
2. Qual comprimento tem uma cerca de jardim, de 4 lados iguais, medindo cada um 16,30 m? Quanto custa a obra, se um metro é calculado a 3$200?
3. Um marceneiro compra 180 tábuas de 4,5 m de comprimento, custando 400 Rs o metro. Quanto ele pagou?
4. Qual o peso dos trilhos de bitola simples, da linha férrea, de Novo Hamburgo para Taquara do Mundo Novo (45km e 760m), se um trilho tem 6,5 m de comprimento e pesa 175 kg?

Fonte: Grimm (1905, p. 112).

Os problemas apresentados no Quadro 2 contemplam, respectivamente, as operações de multiplicação com decimais com soma de parcelas iguais (problemas 1, 2 e 3) e da divisão associada à multiplicação, ideia de repartir seguida da multiplicação (problema 4). Ressalta-se que o autor se utiliza da estratégia da resolução de problemas, observando-se que esses contemplam o cotidiano dos alunos,

ISBN: 978-85-61702-77-9

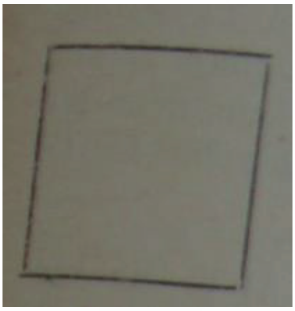
permitindo que se apropriassem desses conhecimentos matemáticos. As unidades de medida mais exploradas na obra analisada são: metro, quilômetro, quilograma e o sistema monetário da época, além das unidades antigas brasileiras. De acordo com Rambo (1994), a familiaridade com os diversos sistemas métricos significava um pré-requisito insubstituível para preparar as gerações de colonos para suas tarefas cotidianas.

Na unidade 2, trabalham-se cálculos de área. Inicialmente, o professor esclarece as expressões: ângulo, ângulo reto, ângulo agudo, ângulo obtuso. Em seguida, aborda área (dimensão de área: comprimento, largura), paralelogramo (quadrado, retângulo, losango, deltoide, triângulo), trapézio, polígono, circunferência. Observou-se que o autor trabalha a área de cada figura separadamente. Essa mesma sistemática, segundo Britto (2016), é utilizada no livro 1 de Grimm, quando para introduzir as operações fundamentais trabalha-se separadamente, acreditando o autor que essas sistemáticas irão auxiliar os alunos na compreensão e no entendimento dos alunos, não os confundindo.

Em nenhum momento, verifica-se o uso de fórmulas para calcular as áreas, cabendo ao professor explicar os conceitos, pois, segundo Grimm, o sucesso das atividades propostas depende muito do professor, da metodologia utilizada, "[...] trazendo com isso mais vida para o ensino da aritmética, pois aquele professor que só repete exatamente como está no livro, e expõe secamente, não é um bom professor" (DINNIKOV, 2015, p. 31).

Inicialmente, calcula-se a área do quadrado. Apresenta-se a Figura 2 e, segundo o autor, "A área de um quadrado é calculada, quando se multiplica o comprimento de um lado por ele mesmo" (GRIMM, 1905, p. 113).

Figura 2 - Quadrado



Fonte: Grimm (1905, p. 113).

ISBN: 978-85-61702-77-9

A Figura 2 traz a imagem de um quadrado, porém em nenhum momento faz referência à fórmula, apenas conceitua. Fica evidenciado que o autor exemplifica e contextualiza a partir de situações-problema práticas. O autor recorre à estratégia da repetição para fixar o conceito da área de um quadrado, sugerindo que os alunos calculem a área de um quadrado cujo lado mede: "a) 5,6 m, b) 9,70 m, c) 12,34 m, d) 25,90 m, e) 0,05 m, f) 0,60 m" (GRIMM, 1905, p.113). Acredita-se que, nesse momento, o autor recorre ao cálculo mental para a sua resolução. O Quadro 3 apresenta duas situações-problema sugeridas pelo autor, contextualizando o conceito trabalhado.

Quadro 3 – Problemas envolvendo área de quadrado

1. Quão grande é a área de uma horta com formato de um quadrado, cujos 4 lados cercados têm um comprimento de 73,20 m?
2. Um chão de um quarto quadrado de 4,5 m de comprimento deve ser revestido com ladrilhos; quanto custa o trabalho, se é pago 1$700 por m^2?

Fonte: Grimm (1905, p. 113).

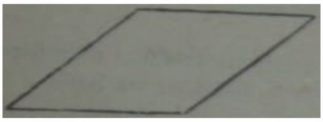
O Quadro 3 mostra a estratégia do autor para a representação da área de um quadrado e a sistematização do conteúdo por meio de situações cotidianas, possibilitando ao aluno uma melhor compreensão do conteúdo matemático, estimando o custo de uma obra (problema 2). De acordo com Rambo (1994), tudo era direcionado para que o futuro colono soubesse controlar com certa exatidão suas receitas e despesas, pois precisaria fazer previsões mais ou menos confiáveis para administrar corretamente o orçamento familiar.

Em relação ao retângulo, o autor utiliza a mesma sistemática, ou seja, conceitua e apresenta situações-problema, contextualizando o conteúdo trabalhado. Segundo ele, "Encontra-se a área de um retângulo quando se multiplica o comprimento com a largura (base com a altura)" (GRIMM, 1905, p.113). A palavra ***Höhe*** (altura) justifica o ***h*** utilizado na expressão algébrica ***A=b. h*** para definir a área de um retângulo, cálculo empregado no dia a dia.

No estudo dos losangos (Figura 3-a), o autor introduz a ideia de um quadrado inclinado e, a seguir, o deltoide (Figura 3-b), que, segundo ele, trata-se de um retângulo inclinado. Encontra-se a área quando se multiplica a base pela altura vertical (Figura 3-c).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 - **Losango e o deltoide**

Losango (3-a)	*Deltoide (3-b)*	*Como se obtém a área (3-c)*
		

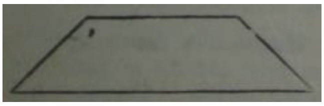
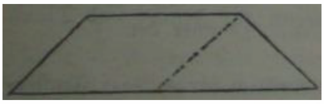
Fonte: Grimm (1905, p. 114).

Os excertos da Figura 3 ilustram a ideia do losango definido pelo autor. Observa-se que não faz uso de suas diagonais para o cálculo de sua área. O que se pode concluir é que esse a define pelo conceito da área de um paralelogramo. Observou-se que, quando se refere à altura vertical, não faz referência ao fato de que essa deve ser perpendicular à sua base. Fica evidenciado que isso fica a cargo do professor, pois, no início da unidade 2, esse conceitua ângulo reto. Em relação ao deltoide (também conhecido por pipa), acredita-se haver um erro conceitual, pois se trata de um quadrilátero com dois pares de lados adjacentes congruentes, ao contrário do paralelogramo, cujos lados congruentes são opostos.

O autor sugere duas atividades referentes à área de losangos e deltoide, respectivamente, 1ª primeira de forma direta informando a medida da base e da altura, fixando o conceito, "Calcule a área dos seguintes paralelogramos oblíquos, se a base e a altura vertical são: a) 7m e 5,20m, b) 10,80m e 7,30m, c) 29,90m e 18,37m" (GRIMM, 1905, p. 114). Já na 2ª, contextualiza a área com uma situação real. "Um pátio na forma de um deltoide, base 12,30 m, altura oblíqua 17,80 m, deve ser pavimentado. Quão caro é o trabalho, se o custa 2$200?" (GRIMM, 1905, p. 114).

Nessa seção, identificou-se, na sequência, cálculo da área de um trapézio (Figura 3-a). Segundo o autor, "O trapézio é um quadrilátero com somente 2 lados paralelos. Encontra-se a área, quando se multiplica a metade da soma dos lados paralelos pela altura". (GRIMM, 1905, p.114). Na Figura 4, o autor ilustra a ideia de um trapézio.

Figura 4 – **Área de um trapézio**

Figura 4-a	*Figura 4-b*
	

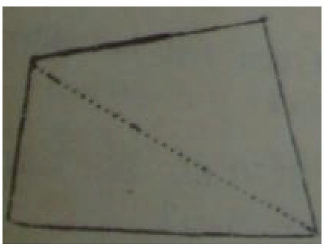
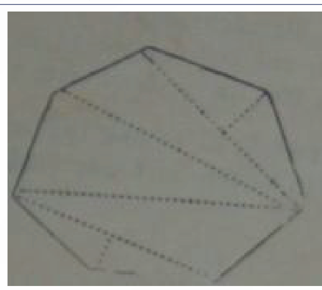
Fonte: Grimm (1905, p. 114).

Os excertos descritos na Figura 4 revelam que o autor conceitua a área de um trapézio, porém não especifica como se obtém a medida de sua altura, ficando subentendido que esse é obtido partindo-se da altura do triângulo descrito na Figura 4-b. Nas três situações-problema sugeridas pelo autor, observou-se a aplicação do conceito previamente estabelecido, definindo suas dimensões, sem fazer destacar como calcular a altura. Destaca-se o terceiro problema sugerido pelo autor: “Um jardinzinho com 2 lados paralelos de 14,75 m e 19,5 m de comprimento e 8,33 m de margem perpendicular entre ambos é vendido a 175$. Quão caro é o m^2?” (GRIMM, 1905, p.114). Aqui, fica entendido que o autor define a altura como sendo perpendicular às duas bases.

Quando trabalha a área de um triângulo, o autor destaca que essa é encontrada quando se multiplica a base pela altura, e a esse produto divide-se por 2. Segundo ele, a altura é a distância vertical da base ao ângulo oposto. Na sequência, traz três situações-problema contextualizadas, objetivando fixar esse conceito.

Registram-se ainda cálculos de área de um trapézio (denominado escaleno). Segundo o autor, trata-se de um quadrilátero, cujo lado corre paralelo com o outro, o que não se verifica na Figura 5-a. Segundo ele, obtém-se a área do trapézio (Figura 5-a) quando se marca uma diagonal, dividindo-o em 2 triângulos, e adiciona-se a área de ambos os triângulos. Em relação a um polígono qualquer, o autor sugere dividi-los em triângulos e calcula-se separadamente a área de cada um (Figura 5-b). A soma de todos os triângulos é a área do polígono.

Figura 5 – Área de trapézio (escaleno) e polígono qualquer

5-a) Trapézio (lados não paralelos desiguais)	*5-b) Polígono qualquer*
	

Fonte: Grimm (1905, p. 115-116).

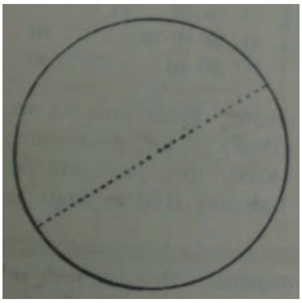
ISBN: 978-85-61702-77-9

Os excertos mostrados na Figura 5 revelam a falta de conteúdos necessários para obtermos as respectivas áreas dos polígonos, principalmente quando se trata da medida da altura de triângulos. Em nenhum momento, o autor revela como isso pode ser obtido e novamente se acredita que isso fica a critério do professor. O exemplo a seguir revela a aplicação dos conceitos, calcular a área partindo de triângulos: “Um pedaço de terra forma um quadrilátero irregular (trapézio). Quanto mede área, se a diagonal mede 246 m, e os lados verticais medem 120 m e o outro 135,5 m?” (GRIMM, 1905, p. 116). Ressalta-se, novamente, a falta de informações para a obtermos a respectiva área, o que nos leva a concluir que isso se verificava de forma prática. Rambo (1994) reforça que tudo que era trabalhado em sala de aula ilustrava-se a partir de exemplos práticos da vida cotidiana dos colonos.

> Lidando com a terra, o aluno era obrigado a saber fazer cálculos aproximados de superfície. Esse fato obrigava a assimilar noções básicas de geometria, além de conhecimentos corretos do sistema métrico. A familiaridade com os diversos sistemas métricos significava um pré-requisito insubstituível. Um dos aspectos mais positivos no aprendizado do cálculo consistia na sua natureza eminentemente prática (RAMBO, 1994, p. 155).

O autor finaliza a unidade com cálculo de perímetro e área do círculo. Segundo ele, o comprimento ou perímetro de uma circunferência está para proporção 1 para 3 1/7 de uma circunferência (1 para 3,14, exatamente 3,14159). Na Figura 6, ilustra-se a ideia de uma circunferência.

Figura 6 - Circunferência



Fonte: Grimm (1905, p. 117).

A Figura 6 revela a ideia de conceituar e, posteriormente, definir algumas medidas a partir da ilustração, tais como a medida (diâmetro), que, segundo o autor,

ISBN: 978-85-61702-77-9

assinala-se com a letra D, já a metade do diâmetro (raio) com R e finaliza com o número 3,14 com a letra grega π (fala-se "pi"). Aqui, novamente fica evidenciado que cabe ao professor explicar os conceitos. "Encontra-se o perímetro de uma circunferência, quando se multiplica o diâmetro por 3 1/7 (3,14). Fórmula: D.π (Lê-se: diâmetro vezes pi)." (GRIMM, 1905, p. 117). Observa-se que o autor utiliza o π com duas casas decimais, além de, pela primeira vez, recorrer à fórmula para obtenção do perímetro da circunferência, mesmo tendo definindo que o perímetro é obtido pelo produto do diâmetro pelo π.

Na sequência, conceitua a área do círculo. Segundo Grimm, "A área de um círculo calcula-se, quando se multiplica o raio (R) por si mesmo e a esse produto multiplica-se por 3 1/7. Fórmula: R^2. π (Lê-se: raio ao quadrado vezes pi)" (GRIMM, 1905, p. 117). Novamente, observa-se a presença de uma fórmula para calcular a área de um círculo. Em nenhum momento, observou-se uma demonstração mais criteriosa quanto a sua obtenção, ficando mais uma vez a critério do professor defini-la.

Após conceituar área e perímetro, o autor sugere situações-problema práticas, contextualizando os conceitos trabalhados, como se verifica no Quadro 4:

Quadro 4 – Problemas com perímetro da circunferência e área do círculo

1. Uma roda de carreta tem um diâmetro de 1,40 m. Quão longo precisa ser a medida do aro de ferro?
2. Uma roda de carreta tem diâmetro de 1,40 m. Qual distância essa mesma percorre dando 200 voltas?
3. Qual área tem um tampo de mesa de forma arredondada de 1,50 m de diâmetro?

Fonte: Grimm (1905, p. 117).

Os problemas descritos no Quadro 4, referem-se à aplicação de perímetro e área trabalhados, relacionando com a realidade dos alunos e associando a operações de multiplicação com duas casas decimais. Diante disso, Rambo (1994), acrescenta:

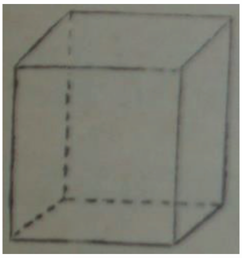
> [...] numa época em que as calculadoras nem na imaginação existiam, em que as réguas do cálculo eram artigos de luxo, o simples colono do interior resolvia seus problemas com rapidez e correção, utilizando conhecimentos e técnicas de cálculo mental muito simples, porém, eficientes (RAMBO, 1994, p. 156).

ISBN: 978-85-61702-77-9

O autor ainda acrescenta, em entrevista concedida a esse pesquisador, que a metodologia utilizada por Grimm, em seus livros didáticos, vem ao encontro da realidade dos alunos dessas escolas. O cálculo torna-se uma ferramenta indispensável, prática é útil para os futuros colonos, pois os problemas sugeridos contextualizam a realidade dessas comunidades.

A terceira unidade dessa seção Grimm reserva para cálculos de volume, denominando-os de "cálculo de corpo". Iniciam-se as atividades esclarecendo as expressões: corpo (nas generalidades prisma, cubo, prisma de 3, 4 ou mais lados, cilindro, tonel ou barril). Inicialmente, conceitua que: "Um corpo tem 3 dimensões: comprimento, largura, altura. No ***Würfel***, também chamado de cubo (Figura 7), essas dimensões são de tamanhos iguais e a sua base é um quadrado" (GRIMM, 1905, p. 117).

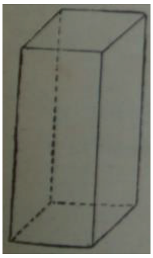
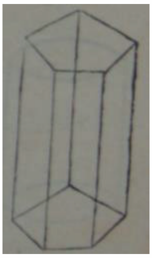
Figura 7 – Representação de um cubo



Fonte: Grimm (1905, p. 117).

Além do cubo, o autor faz referência a outros "corpos" que denomina de prismas com 4, 5 ou mais lados (Figura 8). Segundo ele, encontra-se o volume de um prisma, quando se multiplica a base pela altura.

Figura 8 – Prismas de 4 e 5 lados

8-a) Prisma de 4 lados	*8-b) Prisma de 5 lados*
	

Fonte: Grimm (1905, p. 117).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Os excertos mostrados na Figura 8 revelam diferentes tipos de prismas. Faz-se referência à Figura 8-b quando o autor exemplifica um prisma de base pentagonal. Em nenhum momento o autor traz uma situação que exemplifique como se calcula a base e, a seguir, como se obter o respectivo volume. Além disso, nas atividades propostas não se verifica a presença de situações-problema nas quais se trabalha com prismas com tal característica. Acredita-se que o autor apenas exemplifica de forma ilustrativa outros tipos de primas cuja base difere quanto ao número de lados, sem calcular a medida do volume.

O Quadro 5 revela algumas situações-problema sugeridas pelo autor, visando fixar o conceito de volume de um prisma.

Quadro 5 – Situações-problema contextualizando volume de prismas

1. Uma caixa impermeável em forma de cubo cheia de água mede 1,4 m de comprimento. Quantos quilos pesa a caixa com água, se a mesma vazia pesa 20 kg? ($1dm^3$ = 1 l de água = 1 kg).
2. Um canal deve ser cavado tendo 240 m de comprimento, 3,8 m de largura e 1,8 m de profundidade. O trabalho de escavação custa por m^3 1$300. Quanto custará toda a obra?
3. Qual o volume de uma sala de aula, que tem 9 m de comprimento, 5,2 m de largura e 3,6 m de altura? Qual é a área do chão, do teto e das paredes juntas?
4. Um muro de cemitério, de 230 m de comprimento, 2 m de altura e 1,2 m de espessura, deve ser construído com pedra de paralelepípedo. Quantos metros cúbicos de arenito são necessários?

Fonte: Grimm (1905, p. 118-119).

Os quatro problemas descritos no Quadro 5 envolvem cálculos de volume de cubo e prismas com base retangular. Observa-se que, no problema 1, além de trabalhar o volume, o mesmo conceitua o *dm*3 equivalente a 1 litro e a densidade da água, onde 1 litro corresponde a1 quilograma. Nos problemas 2 e 4, associa o volume ao custo de uma obra. Já no problema 3, associa o volume seguido do cálculo da área dos retângulos que constituem as paredes e o chão. Observa-se que o autor, ao introduzir novos conceitos, faz associações com conceitos trabalhados.

Além do prisma, o autor trabalha o volume de um cilindro, fazendo associação a um barril. Segundo o autor, "[...] a base de um cilindro é um círculo, e calcula-se o volume quando a base é multiplicada pela altura. Como se calcula a superfície?" (GRIMM, 1905, p. 118). De modo provocativo, o autor sugere que os alunos conceituem como se calcula o volume do sólido. A seguir, trabalha situações-problema contextualizando o cilindro e o seu respectivo volume, exemplificado na situação problema a seguir: "Um poço circular de 40,5 m de profundidade e 2,4 m de diâmetro

ISBN: 978-85-61702-77-9

é cavado a um custo de 2$200 por metro cúbico. Quanto custa a obra no total?" (GRIMM, 1905, p. 118).

Chartier (1990) destaca que para o aluno possa resolver um problema sugerido, necessita recorrer a conceitos abordados em unidades anteriores, tais como cálculos de área e o conceito de volume, finalizando com a associação ao contexto, oportunizando aos alunos se apropriarem dos conhecimentos matemáticos trabalhados.

Grimm finaliza a seção XIII com 35 situações-problema contemplando as três unidades trabalhadas. As situações-problema são apresentadas em diferentes contextos reais, envolvendo conhecimentos de geometria com ênfase nos cálculos de perímetro, área e volume, associados a transformações de unidades de medida atuais e medidas antigas brasileiras, além de operações comerciais, impostos, entre outros.

No Quadro 6, apresentam-se três problemas propostos relacionados com os conhecimentos geométricos trabalhados nessas unidades.

Quadro 6 – Problemas mistos sobre perímetro, área e volume

1. Em um jardim, que tem a forma de um retângulo, medindo 36 m de comprimento e 20 m de largura, há um caminho de 1 m de largura. a) Quanto de área toma o caminho e quanto pode ser utilizado para o plantio? b) Pretende-se plantar árvores frutíferas junto ao caminho deste jardim. Começa-se por um canto, plantando as árvores 1 m distantes do caminho e com 8 m de distância umas das outras. Quantas árvores frutíferas consegue-se plantar?
2. Um tronco de árvore tem um diâmetro maior medindo 90 cm e um diâmetro menor medindo 40 cm. a) Quanto mede o diâmetro médio? b) Quanto é o perímetro em cada um dos três diâmetros?
3. Um tronco de madeira tem como diâmetro maior 0,70 m, como diâmetro menor 0,30 m e tem 12,4 m de comprimento. Quanto custa o tronco, se por m^3 paga-se 12$?

Fonte: Grimm (1905, p. 120-123).

Os excertos descritos no Quadro 6 revelam, no primeiro problema, que os conhecimentos geométricos fazem relação com cálculos de área associados com perímetro, exigindo a realização de cálculos de subtração, multiplicação e divisão. A proposta de estudo instrumentaliza os alunos para realização de cálculos com áreas e medidas de comprimento de forma prática e contextualizada.

No problema 2, faz-se referência ao diâmetro médio, contextualizando com o tronco de uma árvore. A sua solução geralmente era obtida somando as medidas dos diâmetros e dividia-se por dois, uma vez que essa média aritmética simples fornecia a medida desejada. Já para calcular o volume do tronco, conforme sugerido

ISBN: 978-85-61702-77-9

no problema três, utiliza-se esse mesmo procedimento, seguido da aplicação do cálculo do volume de um cilindro.

Observa-se que o livro não apresenta esses procedimentos de resolução. Acredita-se que isso ficava a cargo do professor trazer esses conceitos. Ressalta Rambo (2013) que isso se verificava de forma prática, sem uso de relações algébricas, possibilitando que o aluno aplicasse esse conhecimento em situações concretas na colônia. Ainda, tratando-se de cálculo de volume com madeira, Rambo (2013, s/p) destaca:

> Na escola comunitária, os alunos sabiam fazer todos os cálculos necessários para a vida, à vida de colono. Por exemplo, cálculos de volumes, isso era meio prático. Tenho um irmão bem mais velho do que eu, ele derrubava a árvore no mato, depois media aquele tronco, pegava um cipó e com a mão ele o media, fazendo uma circunferência, depois ele fazia cálculos e definia mais ou menos quantos metros cúbicos havia. Então era uma maneira muito prática, encarnada no meio e adaptada às circunstâncias e necessidades locais.

Esclarece o autor que o trabalho com madeira nas colônias só poderia ser confiável com o domínio dos rudimentos do cálculo volumétrico nas suas mais diversas formas. Todos esses cálculos eram feitos mentalmente, pois, na rotina dessas colônias, as pessoas teriam que realizá-los, de modo prático, sem o uso de papel e lápis.

Tratando-se das unidades de medidas trabalhadas, tais como quilômetro, metro, centímetro, milímetro, o livro faz referências a antigas unidades de comprimento brasileiras, como a braça, colônia de terra, pés, polegada, palmo, entre outras. Além de possibilitar o conhecimento das unidades de medida de comprimento, explora-se o conteúdo geométrico, utilizando-se dessas unidades e aplicando-as em problemas do cotidiano dos alunos e sua utilização prática. Outro exemplo dessa aplicação pode ser observado pelo enunciado da seguinte situação-problema: "Uma tábua deve ter 16 pés de comprimento e 1 pé de largura. Quão caro é o pé quadrado, se a dúzia de tábuas custa 22$? (Observação. Muitas vezes os carpinteiros calculam 200 pés quadrados para 1 dúzia de tábuas)" (GRIMM, 1905, p.119). Pela situação-problema apresentada, constata-se que essas unidades ainda faziam parte do cotidiano dessas comunidades, de modo utilitário para os futuros colonos, especialmente com atividades relacionadas à agricultura, à economia e à comercialização de seus produtos. Ressalta-se que essas unidades e suas

ISBN: 978-85-61702-77-9

conversões já foram trabalhadas em outra unidade do livro, porém aqui se observou a sua aplicação.

O autor finaliza a seção com exemplos envolvendo cálculos de impostos sobre as propriedades e os critérios utilizados para calcular os valores a serem pagos.

> O imposto sobre a propriedade imobiliária sustenta-se sobre os 3 pilares seguintes: 1.) Imposto sobre a área = 30 Rs. por hectare (Fração de um hectare deve ser arredondado, por exemplo em vez de 32,3 ha são 33 à tributar). 2.) Imposto sobre valores = ¼ por cento do valor. 3.) Imposto Adicional = 5 % sobre os impostos 1 e 2 (GRIMM, 1905, p. 119).

Segundo Rambo (1994), a familiaridade com diferentes operações financeiras, tais como cálculos de juros, regra de três, porcentagem, transações comerciais, além dos conhecimentos de geometria e aritmética, constituía uma ferramenta indispensável para solucionar muitos problemas do dia a dia das gerações de colonos, dentre eles como calcular os impostos cobrados pelo governo em relação às propriedades rurais. No Quadro 7, o autor sugere uma situação-problema seguindo os critérios estabelecidos.

Quadro 7 – Impostos cobrados nas propriedades

1.	Minha propriedade tem 14 ½ braças de largura e 700 braças de comprimento. O valor está estimado em 2:500$. Quanto eu pago de imposto?
2.	Deixe seu pai especificar a extensão e o valor de suas terras e depois calcule o imposto sobre a propriedade.

Fonte: Grimm (1905, p. 118-119).

Os excertos descritos no Quadro 7 revelam duas situações envolvendo impostos. Na primeira, mediante ao cálculo da área territorial e o seu valor de venda, caberia ao aluno, mediante as regas estabelecidas, calcular os impostos a serem pagos. Ressalta-se a utilização de unidades de medidas antigas (braça) e sua conversão para a unidade estipuladas para a cobrança dos impostos (hectare), além dos critérios de arredondamentos de fração de áreas e porcentagem. No segundo caso, o autor sugere a socialização com o pai dos conhecimentos adquiridos, calculando os impostos a serem pagos pela propriedade da família.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ressalta-se que os problemas propostos no livro, de modo particular na seção XIII, associam-se à realidade dos alunos das escolas paroquiais gaúchas da época. O autor apresenta as diferentes situações-problema focando o ensino da geometria de forma prática, associada a situações reais, para que os alunos se apropriassem desses conhecimentos matemáticos, e no futuro, tornarem-se úteis para a administração correta quanto ao gerenciamento da sua propriedade rural.

AGRADECIMENTO

Ao apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do referencial da história cultural, investigou-se o livro ***Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft***, de Matthäus Grimm, editada em 1905 pela editora Selbach, localizada em Porto Alegre, RS, tendo sua primeira edição em 1900. Delimitou-se a análise à seção XII, que trata de cálculos de perímetro, área e volume, contando com 12 páginas (112 a 123), dividindo-se em três unidades: cálculos de perímetro, área e volume, a partir de situações-problema. Na investigação, analisou-se a 2ª edição, datada de 1905. O público-alvo eram os alunos das escolas elementares teuto-sul-rio-grandenses para o 3º, 4º e 5º ano do ensino elementar.

Observou-se, a partir do material analisado, que os conteúdos trabalhados são abordados de modo prático e útil, evidenciando o contexto dos alunos. Segundo Rambo (2013), os livros elaborados por Grimm foram amplamente utilizados nessas comunidades. Esse fato é explicado pela didática utilizada pelo autor. Ainda complementa que Grimm era o homem da matemática junto a essas comunidades, devido aos trabalhos desenvolvidos junto a professores e alunos, por meio da produção de livros e de palestras de formação. A proposta de Grimm consistia em inserir algo prático, útil, observando-se que a obra analisada está em consonância com o público a que se destina.

Com a investigação realizada, constatou-se que o autor aborda de modo separado cálculos de perímetro, área e volume, não recorrendo ao uso de fórmulas. No primeiro momento, conceitua, constrói a ideia e, na etapa seguinte, começa a operar com essas ideias e conceitos. Finaliza, após os conceitos estruturados, com

ISBN: 978-85-61702-77-9

situações-problema mistas, contemplando as três unidades trabalhadas, recorrendo a situações concretas a partir de associações com a rotina rural do público a que se destinava a obra. Os discentes não faziam somente o cálculo pelo cálculo, mas havia todo um contexto que se pretendia alcançar, tendo em vista os objetivos que estavam por trás dessa seção, quais conceitos deveriam ser desenvolvidos nos alunos para a sua vida.

Observou-se que o autor, em raros momentos, recorre a fórmulas para trabalhar os conteúdos, utilizando-se de conceitos, ficando a sua demonstração a cargo do professor, pois, segundo ele, é o professor que dá sentido aos conteúdos e não apenas reproduz o que está nos livros. Cabe a ele relacionar o novo conceito, articulando-o com situações concretas, úteis e práticas.

Constatou-se que o conhecimento das unidades de medidas (novas e antigas unidades de medidas brasileiras) e suas transformações estavam associados às situações-problema apresentadas. Isso porque o manejo e a sua utilização eram algo primordial na rotina diária dessas comunidades.

Enfim, com as estratégias de abordagem do ensino da Geometria de forma prática e útil empregadas pelo autor do *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft,* esperava-se que os alunos das escolas paroquiais gaúchas do século passado se apropriassem desses conhecimentos matemáticos, permitindo um adentramento na cultura escolar, em um lugar e em um tempo determinados, contribuindo assim para a História da Educação Matemática. Aponta-se a possibilidade de pesquisas que explorem as contribuições desse livro, em especial a seção XIII, tratando de cálculos de perímetro, área e volume, tema tão presente e indispensável na formação do conhecimento geométrico dos discentes.

REFERÊNCIAS

BRITTO. S. L. M. **O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no ginásio Nª Sª da Conceição de São Leopoldo nos séculos XIX e XX sob a óptica dos jesuítas**. Tese de Doutorado, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016.

CHARTIER, R. **A História Cultural:** entre práticas e representações. Lisboa: Difel, 1990.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DYNNIKOV, C. M. S. **A Aritmética de Mathäus Grümm no boletim informativo da associação de professores católicos da imigração alemã no Rio Grande do Sul.** XII Seminário Temático Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890 - 1970): o que dizem as revistas pedagógicas? (1890 – 1970). Abril de 2015.

GRIMM, M. **Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft.** Porto Alegre: Selbach, 1905.

MAURO, S. **Uma história da matemática escolar desenvolvida por comunidades de origem alemã no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX.** Tese Doutorado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

RAMBO, A B. **A escola comunitária teuto-brasileira católica.** São Leopoldo, RS: Unisinos, 1994.

____________. **A escola comunitária teuto-brasileira:** a associação dos professores e escola normal. São Leopoldo, RS: Unisinos, 1996.

____________. **A Escola Paroquial e as escolas dos Jesuítas no sul do Brasil.** São Leopoldo, 15 de abril de 2013. Entrevista concedida a Silvio Luiz Martins Britto.

VALENTE, W R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. ***REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática,*** UFSC, v. 2.2, p. 28-49, 2007..

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.003

ALIANÇA ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS NUMA HISTÓRIA EM QUADRINHOS DIGITAL SOBRE TRABALHO DE AL-BIRUNI NO DOCUMENTO *CANON MASUDICUS*

PÉROLA DIANA GOMES FELIPE
Mestra do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Nataruais e Matemática – PPGECNM da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, peroladiana@hotmail.com;

GISELLE COSTA DE SOUSA
Docente do Departamento de Matemática – DMAT e do Programa de Pós-Gradução em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – PPGECNM da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, giselle.sousa@ufrn.br.

RESUMO

Esse trabalho é fruto de uma pesquisa de mestrado que culminou num Produto Educacional (PE) embasado em estudos que tratam da Aliança entre História da Matemática (HM) e Tecnologias Digitais (TD) via Histórias em Quadrinhos (HQ). Portanto, tem como objetivo apresentar tal Produto e de que forma está ligado a essa Aliança a partir do documento *Canon Madusicus* de autoria do estudioso islâmico medieval, al-Biruni (973-1048), através do ***software*** Pixton, apropriado para produção de HQ. Para o desenvolvimento da pesquisa foram utilizados referenciais de diversas Ciências considerando as transformações vivenciadas, em particular, no âmbito educacional, a fim de possibilitar uma produção de conhecimento coletiva de projetos educacionais focados na compreensão do ensino de matemática e formação de professores. Então, foi aplicada uma abordagem qualitativa com características bibliográfica e documental. A partir do estudo do documento supracitado concluímos que trata de temas, como: teoria geocêntrica de al-Biruni; calendários e cronologia; concepções trigonométricas; geografia astronômica; existência de continentes americanos além dos mares ocidentais; tabela de longitudes e latitudes; menção de lugares indianos; projeções e cartografia; movimento solar; duração do ano solar; as estrelas fixas e seus movimentos; teoria lunar; a distância entre o sol e a Terra; as distâncias e magnitudes das estrelas da Terra;

os planetas; os eclipses e o aparecimento de uma nova lua; amanhecer e o pôr do sol e teoria e prática de astrologia. Desses temas, selecionamos o recorte do documento que trata de como al-Biruni elaborou os cálculos para identificar o comprimento do raio da Terra para assim, produzirmos o PE. Nosso PE pertence a uma proposta didática de uma HQ digital que versa sobre a produção do conhecimento referenciado. A intenção é disponibilizar o PE publicamente, principalmente para que os professores levem para sala de aula numa perspectiva de possibilidade de aliança entre HM e TD.

Palavras-chave: Aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais, Matemática Islâmica Medieval, História em Quadrinhos, Produto Educacional.

INTRODUÇÃO

O presente capítulo deste *e-book* é desdobramento de uma dissertação de mestrado profissional vinculada à linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática pertencente ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). A dissertação tinha como questão-foco: **Quais elementos desenvolvidos no cálculo do comprimento do raio da Terra por al-Biruni podem ser usados em uma proposta de Aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais via Histórias em Quadrinhos?**

A proposta central desta pesquisa consistia em conduzir um estudo histórico-matemático sobre o método utilizado por al-Biruni para calcular o comprimento do raio da Terra, com base em seu trabalho no documento ***Canon Masudicus***, datado aproximadamente entre os anos de 1030 e 1035. Para atingir esse objetivo, delineamos objetivos específicos, incluindo a extração de elementos biográficos de al-Biruni presentes no ***Canon Masudicus***, a análise detalhada do recorte do documento que aborda o cálculo do comprimento do raio da Terra, o estabelecimento de conexões entre a História da Matemática (HM) e as Tecnologias Digitais (TD) por meio de Histórias em Quadrinhos (HQ), e, finalmente, a criação de um Produto Educacional (PE) na forma de uma HQ, utilizando informações do estudo documental.

Levando em conta esses aspectos, este capítulo de e-book tem como objetivo apresentar do processo de criação da HQ supracitada, disponibilizando-a. Assim, ao encerrar esta seção introdutória, estabelecemos as bases fundamentais que direcionaram a exploração de uma HQ voltada para o ensino de Matemática, inspirada no trabalho de al-Biruni sobre seu cálculo do comprimento do raio da Terra. Desse modo, o presente capítulo se estrutura, para além dessa seção introdutória, com a seção de metodologia, onde adentraremos na próxima etapa de nossa jornada, detalhando os métodos envolvidos no processo criativo. Em seguida, tem-se mais duas seções, a de resultados de discussões e, por fim, as considerações finais, conforme podemos acompanhar na sequência.

METODOLOGIA: REFLEXÕES E FUNDAMENTOS

No decorrer desta seção, apresentaremos um guia do passo a passo para a produção da HQ, destacando os procedimentos, as escolhas narrativas e as

ISBN: 978-85-61702-77-9

considerações tecnológicas que nortearam a construção do PE. Este enfoque metodológico visa não apenas elucidar a implementação da prática da pesquisa, mas também oferecer uma visão aprofundada do pensamento por trás da Aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais via Histórias em Quadrinhos, alimentando a interseção entre conhecimento histórico e recursos contemporâneos para enriquecer o aprendizado matemático.

Vale ressaltar que antes de iniciar o processo de elaboração da HQ, um estudo histórico matemático do documento ***Canon Masudicus*** foi realizado na dissertação de Felipe (2023). Deste modo, é a partir dos elementos extraídos deste estudo que a produção HQ se inicia.

O processo de criação dos personagens e a escolha dos cenários desempenham um papel crucial na produção da HQ, pois são elementos que conferem vida e significado à narrativa. Antes mesmo de iniciar a execução da HQ, é essencial dedicar tempo e reflexão ao desenvolvimento dos personagens, definindo suas características, personalidades e papéis na trama. Os personagens não são apenas figuras ilustrativas, mas agentes condutores da história, capazes de cativar e envolver os leitores.

Da mesma forma, a escolha dos cenários não é apenas uma questão estética, mas uma decisão estratégica que contextualiza o enredo e influencia a compreensão do conteúdo matemático apresentado. Ao fornecer uma ambientação coerente e visualmente atraente, a HQ não apenas comunica informações, mas também cria uma experiência imersiva que facilita a construção do conhecimento.

Sobre o processo de criação dos personagens de uma HQ, Dias (2021) afirma:

> Personagens de Histórias em Quadrinhos e das mais variadas mídias narrativas costumam povoar o imaginário do leitor em diferentes formas, que vão da admiração ao estranhamento. Muitas vezes, são os personagens que criam a ligação do público com a obra e fazem com que essa relação se desdobre ao longo das produções em série. Nesse sentido, compreende-se que, embora no início das produções de HQs as pautas de representatividade não fossem abordadas pela maior parte dos autores, os movimentos de reinvindicação que geraram estudos em diferentes áreas proporcionaram desdobramentos tais que, atualmente, muitas publicações reconhecem e assumem universos compostos pela diversidade (Dias, 2021, p. 87).

O comentário destaca a relevância dos personagens nas HQ e em outras formas de mídia narrativa, destacando o impacto que eles exercem no imaginário

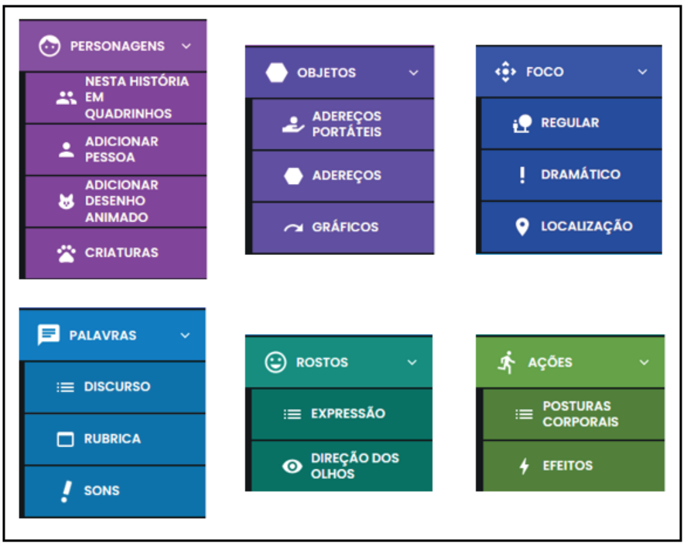
ISBN: 978-85-61702-77-9

do leitor. A observação de que os personagens desempenham papéis fundamentais na criação de uma conexão entre o público e a obra é acertada.

Além disso, essa etapa de criação prévia dos personagens desempenha um papel crucial no processo de produção de uma HQ, pois oferece uma série de benefícios práticos e criativos. Ao desenvolver os personagens antecipadamente, os criadores economizaram tempo valioso durante a execução da HQ, permitindo que se concentrassem mais intensamente nos aspectos narrativos e visuais da história. Em última análise, investir tempo na criação prévia dos personagens não apenas otimiza o processo de produção, mas também enriquece a qualidade e a coesão da narrativa, fornecendo uma base sólida para o desenvolvimento da HQ.

O PE, como informado, é composto por uma HQ digital criada a partir de um site chamado *Pixton*[1]. Este ***site*** oferece uma gama diversificada de recursos tecnológicos, proporcionando uma experiência abrangente para a criação de HQ. Além disso, se destaca por sua interface amigável, permitindo aos usuários desenvolverem narrativas visuais de forma intuitiva. Desde a criação de personagens com características desenvolvidas até a personalização de cenários, o ***Pixton*** oferece uma ampla gama de opções criativas. Sua interface pode ser vista partir da Figura 1.

Figura 1: Menu principal do *Pixton*.



Fonte: adaptado do *Pixton* (2023).

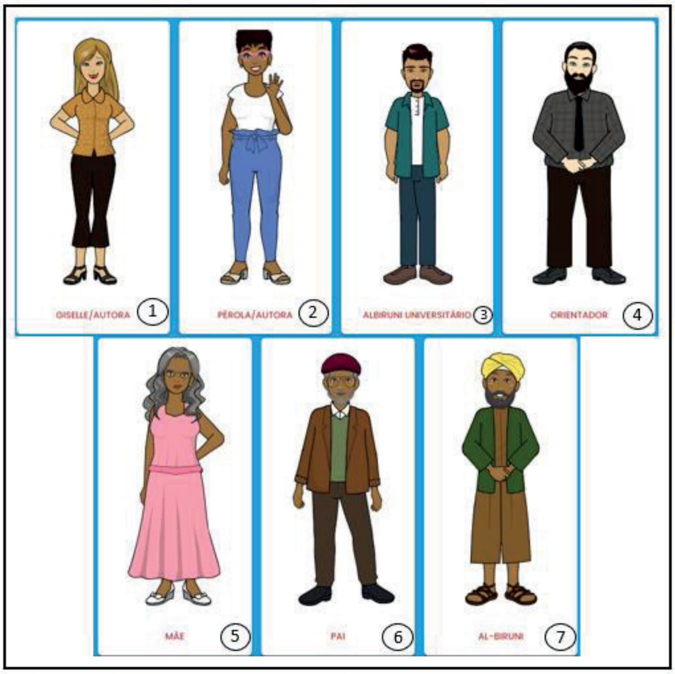
1 Acesso disponível em: https://app.pixton.com/#/

ISBN: 978-85-61702-77-9

Dentro do menu principal do *Pixton*, encontramos diversas opções que ampliam as possibilidades de criação. Em relação aos personagens, é possível adicionar desde figuras humanas até desenhos animados ou criaturas personalizadas. Quanto aos objetos, o *site* oferece a inclusão de adereços portáteis nas mãos dos personagens e a inserção de elementos decorativos ou símbolos nos cenários. O foco do cenário pode ser ajustado para criar atmosferas regulares, dramáticas ou específicas de localização. Não que se refira às palavras, os usuários têm controle sobre o diálogo, pensamento, gritos e sugestões dos personagens, bem como a posição das legendas, que podem estar na parte superior, central ou inferior da tela, além da inclusão de onomatopeias. Para personalizar ainda mais, é possível escolher a expressão facial e a direção dos olhos dos personagens, assim como definir posturas corporais e efeitos que complementam as ações representadas na HQ. Essa variedade de opções no *Pixton* fornece uma experiência rica e flexível na criação de histórias visuais.

Dessa forma, a Figura 2 adiante apresenta os personagens utilizados na HQ pertencente ao Produto Educacional de nosso estudo, a partir do *Pixton*.

Figura 2: Personagens usados na HQ do Produto Educacional.



Fonte: adaptado do Pixton (2023).

ISBN: 978-85-61702-77-9

De acordo com a representação na Figura 2, os personagens 1 e 2 assumem os papéis de autoras da HQ, sendo concebidos para que os leitores pudessem conhecê-los como orientadora e pesquisadora mestranda, respectivamente. Ao longo da trama, especialmente o personagem 2, faz aparições pontuais na HQ para apresentar ***links*** e ***QR CODES***, direcionando os leitores para ambientes externos à HQ, como o ***site*** desenvolvido para abrigar o Produto Educacional (PE) e fornecer outras informações relevantes aos capítulos na narrativa. Um exemplo, são textos e vídeos sobre Casa da Sabedoria e o Astrolábio, como também, direcionamento a outra HQ, publicada anteriormente, que contém mais alguns detalhes sobre a biografia de al-Biruni e o contexto islâmico medieval, que também é tratado nesta HQ.

O personagem 3, denominado Albiruni (vale ressaltar a diferenciação na grafia do nome em árabe do estudioso islâmico, ينوريبلا, que em inglês é conhecido como al-Biruni), é um dos protagonistas da história (o jovem universitário e mestrando), juntamente com o personagem 7, al-Biruni, que representa o estudioso islâmico medieval. Foi realizada uma pesquisa detalhada para retratar especificamente as vestimentas do personagem 7, uma vez que ele encarna uma personalidade da época medieval, situada entre os séculos X e XI.

O personagem 4 desempenha o papel de orientador de mestrado do personagem Albiruni (personagem 3) e foi concebido para introduzir, de maneira natural, informações adicionais sobre o documento ***Canon Masudicus***. Essa escolha permite que esse personagem, detentor do conhecimento sobre o documento, faça questionamentos de forma mais orgânica, evitando parecer forçado, se feito por outro personagem.

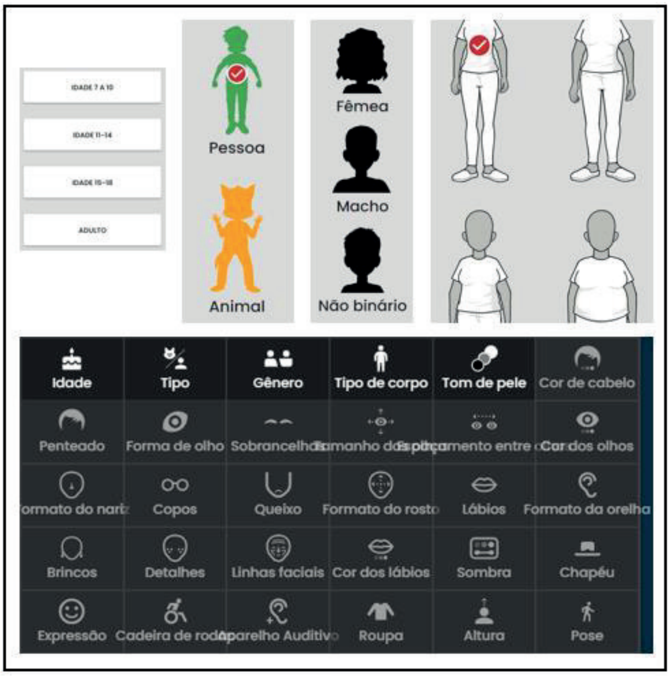
Os personagens 5 e 6 representam os pais de Albiruni, o jovem universitário. Ambos são matemáticos e prestam homenagem a al-Biruni dando ao filho o mesmo nome (embora escrito diferente) do matemático medieval.

Conforme referência, o outro protagonista, personagem 7, simboliza o estudioso islâmico medieval, responsável pela produção da obra ***Canon Masudicus***. Ele se destacou por seus estudos em diversas áreas do conhecimento no contexto islâmico medieval e, no referido documento, fez cálculos fundamentais para determinar o comprimento do raio da Terra.

Vale destacar que todos os personagens foram criados com os recursos de personalização oferecidos pelo ***Pixton***. Na interface principal do ***Pixton***, conforme evidenciado na Figura 3, os usuários têm a capacidade de personalizar diversos aspectos relacionados aos personagens que serão utilizados na criação de HQ.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3: Criação de personagens no *Pixton*.



Fonte: adaptado do *Pixton* (2023).

Entre as opções de personalização estão características como idade, gênero, tipo do corpo, tom da pele, cor e modelo do cabelo, formatos dos olhos e das sobrancelhas, cor dos olhos, formato do nariz, uso de óculos, formato do queixo, formato do rosto, configurações dos lábios, formato das orelhas, presença de brincos, linhas externas, maquiagem, uso de chapéus ou outros adereços, inclusão de cadeira de rodas, uso de aparelho auditivo e escolha de roupas. Essa extensa variedade de opções proporciona aos usuários a flexibilidade de criar personagens únicos e personalizados para suas narrativas, garantindo uma abordagem visual adequada e adaptada às necessidades específicas de cada história.

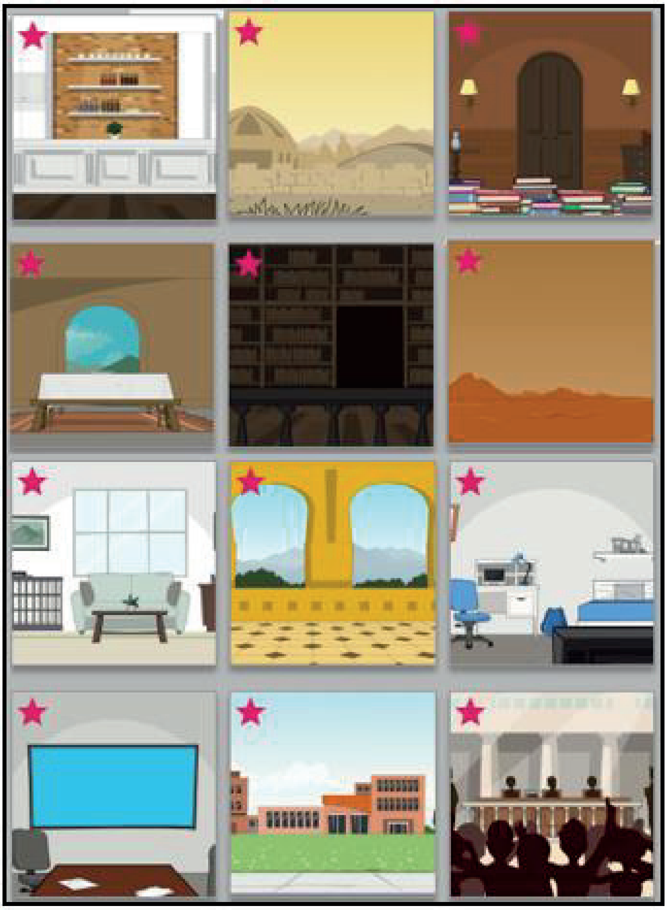
A criação e seleção dos cenários em uma HQ de cunho histórico-matemático apresentam desafios significativos, especialmente quando a preocupação é evitar anacronismos. A dificuldade reside em recriar ambientes e contextos que se alinham com a época em que a narrativa se desenrola, mantendo-se fiel aos detalhes históricos. Salientamos que o estudo histórico-matemático, feito na dissertação de Felipe (2023) traz detalhes dos aspectos que nortearam esse alinhamento. De fato, o cuidado na escolha dos cenários é crucial para garantir uma representação autêntica do

ISBN: 978-85-61702-77-9

período abordado, evitando elementos ou características que não condizem com o contexto temporal. A busca por isolamento histórico implica uma pesquisa minuciosa sobre os ambientes, arquitetura, vestimentas e outros elementos visuais da época, proporcionando aos leitores uma reflexão mais autêntica na narrativa e, ao mesmo tempo, respeitando a integridade histórica dos eventos matemáticos em foco.

O *Pixton* oferece a possibilidade de favoritarmos os cenários que serão usados no decorrer da HQ. Como tínhamos que ter cuidado com o anacronismo, observamos primeiramente, todos os cenários ofertados pelo *site* e em seguida fomos favoritando os que íamos utilizar. Essa possibilidade dá mais praticidade ao processo criativo. Os cenários utilizados podem ser vistos na Figura 4 adiante.

Figura 4: Cenários utilizados na HQ do Produto Educacional



Fonte: adaptado do *Pixton* (2023).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Neste ponto, iniciaremos a exploração detalhada do processo de criação da HQ, concentrando-nos especificamente no desenvolvimento do roteiro narrativo. Abordaremos as etapas envolvidas na construção da trama, personagens e diálogos, destacando como esses elementos foram elaborados para comunicar, de maneira envolvente e educativa, o cálculo do comprimento do raio da Terra realizado por al-Biruni no contexto do seu documento, o *Canon Masudicus*.

No início, concebemos um enredo como uma continuação de uma HQ anterior (cujo *QR Code* de acesso também se encontra nesta nova HQ do PE), também desenvolvida pelas autoras, que apresentou informações gerais sobre al-Biruni. O protagonista, agora concluindo a universidade, avança na narrativa ao ser aprovado em uma seleção de mestrado. Logo, como estratégia para incorporar o documento *Canon Masudicus* à trama, decidimos que AlBiruni exploraria esse documento importante durante seus estudos de mestrado. Essa abordagem visa integrar o contexto histórico-matemático à trajetória acadêmica do personagem principal, proporcionando uma conexão natural entre o enredo fictício e os elementos reais da história da matemática islâmica.

Com o objetivo de incorporar informações importantes sobre o documento *Canon Masudicus*, de maneira envolvente e para promover um diálogo esclarecedor, optamos por introduzir um orientador de mestrado em uma cena de orientação acadêmica. Essa escolha, como já mencionado, visa garantir que as informações cruciais sobre o documento sejam compartilhadas de forma autêntica e contextualizada, possibilitando um diálogo entre personagens que possuem a propriedade necessária para discutir o conteúdo do *Canon Masudicus*. Além disso, apresentando aspectos relevantes da história da matemática islâmica na narrativa fictícia, conectando o enredo às bases históricas de maneira coesa.

Essas informações cruciais do *Canon Masudicus* que foram levadas para HQ são: por quem foi escrito e em que época; a quem foi dedicado; quais assuntos aborda; como está estruturado e introdução geral. Mais ainda, durante a conversa, Albiruni e seu orientador também falam sobre fonte original e sobre como está lendo a transcrição do documento que está escrito em árabe, conforme podemos observar nos quadrinhos expostos na Figura 5.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 5: Diálogo entre Albiruni e o orientador.

Fonte: Produto Educacional.

Na trama da HQ, a interação entre Albiruni e seu orientador não se restringe apenas ao universo acadêmico, mas se estende a discussões sobre as fontes utilizadas na pesquisa. Esses diálogos sobre fontes não apenas enriquecem a trama, mas também proporcionam uma reflexão sobre a importância da análise crítica de documentos históricos e matemáticos. Ao explorarem juntos as fontes relacionadas ao *Canon Masudicus*, os personagens não apenas aprofundam a compreensão do contexto histórico-matemático, mas também evidenciam a relevância da pesquisa bibliográfica na construção do conhecimento. Essa abordagem na HQ destaca a importância do rigor acadêmico, incentivando a reflexão sobre a confiabilidade e

ISBN: 978-85-61702-77-9

a interpretação das fontes utilizadas em pesquisas e estudos históricos, conforme podemos observar na sequência de quadrinhos exposta na Figura 6.

Figura 6: Continuação do diálogo entre Albiruni e seu orientador.

Fonte: Produto Educacional.

Em uma abordagem ficcional a seguir, os quadrinhos apresentam uma narrativa reviravolta, na qual o personagem mestrando, Albiruni, empreende uma viagem no tempo com o objetivo de encontrar o estudioso islâmico al-Biruni. A escolha dessa trama visa proporcionar a Albiruni a oportunidade de dialogar diretamente com alguém que detém propriedade sobre o assunto, dado que al-Biruni foi o autor do *Canon Masudicus*. Essa ficção estratégica, inserida na Figura 7, possibilita que Albiruni, o mestrando, esclareça dúvidas e aprofunde seu entendimento ao discutir diretamente com a ciência medieval, inserindo assim um elemento dinâmico e cativante na trama, enriquecendo a narrativa e conectando de maneira mais autêntica os elementos históricos ao enredo fictício.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 7: Ficção estratégica.

Fonte: Produto Educacional.

Em um instigante diálogo entre Albiruni, o personagem fictício, e al-Biruni, o estudioso islâmico, a trama da HQ atinge um momento crucial. Durante a conversa, al-Biruni sugere a exploração de um tema específico do ***Canon Masudicus***, desencadeando um processo em que ele guia Albiruni na compreensão mais aprofundada desse aspecto do documento. Essa exploração é justamente sobre os cálculos desenvolvidos por al-Biruni para encontrar o comprimento do raio da Terra.

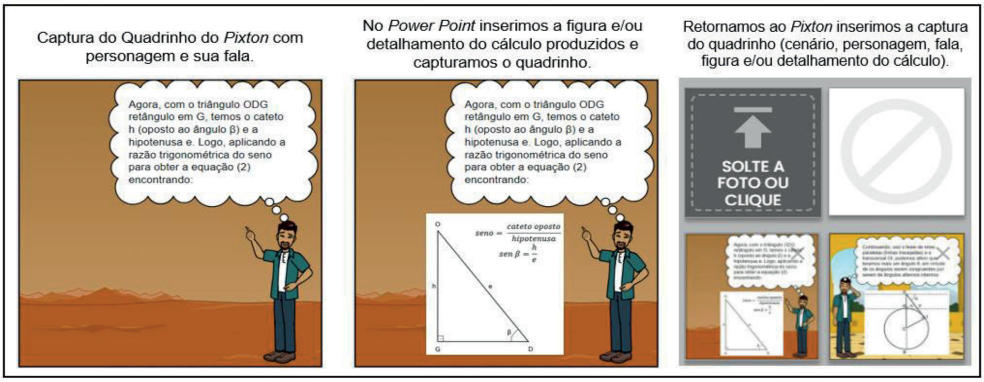
Esse diálogo não apenas proporciona uma oportunidade para explorar detalhes importantes do trabalho de al-Biruni, mas também destaca a dinâmica entre o aprendizado do personagem fictício e a expertise do estudioso islâmico. Essa interação enriquece a narrativa ao introduzir uma abordagem mais direta às complexidades do conteúdo do ***Canon Masudicus***, ao mesmo tempo em que constrói uma ponte entre as gerações, conectando o Albiruni ficcional ao conhecimento e à sabedoria do al-Biruni histórico.

Quando abordamos os detalhes dos cálculos para determinar o comprimento do raio da Terra, integramos elementos visuais e textuais usando o *Power Point* para complementar a narrativa no *Pixton*. Inicialmente, capturamos a tela do quadrinho no *Pixton*, acrescentamos gráficos ou detalhes do ***design*** no *Power Point*, recapturamos

ISBN: 978-85-61702-77-9

a tela para incluir a composição final como uma imagem, que foi inserida no *Pixton* como cenário. Tal processo pode ser observado no Quadro 1 a seguir.

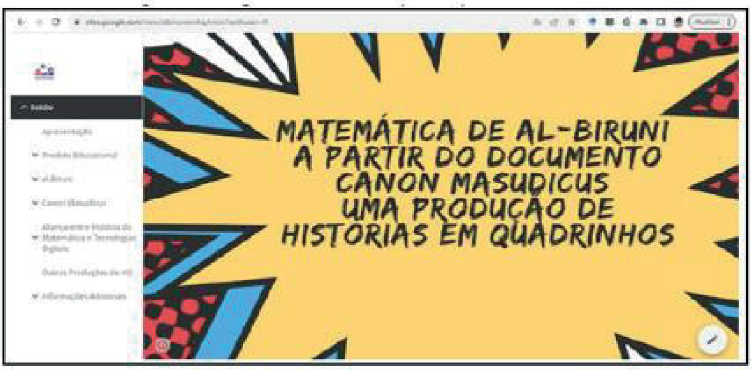
Quadro 1: Exemplo da inserção de figuras e cálculos nos quadrinhos.



Fonte: elaborado pelas autoras.

Para proporcionar uma experiência mais imersiva e detalhada sobre os cálculos intricados realizados por al-Biruni para determinar o comprimento do raio da Terra, optamos por disponibilizar um ***QR CODE*** e ***link***[2] que concedem acesso direto à HQ completa, de acordo com a Figura 8. Nesta figura também é possivel ver a interface do ***site***, que hospeda a HQ digital.

Figura 8: Interface do *site* no qual está hospedado a HQ e o *QR CODE* de acesso.



Fonte: elaborado pelas autoras.

2 Acesso em: https://sites.google.com/view/albiruniemhq/início/produto-educacional/história-em-quadrinhos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Essa estratégia visa oferecer aos leitores a oportunidade de explorar, em sua totalidade, a sequência extensa de quadrinhos dedicados a essa parte crucial da narrativa. Ao escanear o ***QR CODE***, os interessados têm acesso instantâneo a uma rica apresentação visual, combinando elementos narrativos e visuais para comunicar, de maneira eficaz, os detalhes dos cálculos matemáticos históricos. Essa abordagem não apenas simplifica o acesso à informação, mas também fomenta a interação direta com o conteúdo, permitindo que os leitores explorem a HQ de forma dinâmica e personalizada, adaptando o ritmo de sua leitura às nuances da narrativa e aos pormenores dos cálculos apresentados.

Ao encerrarmos esta seção, dedicada à metodologia, consolidamos a estrutura que guiou a condução desta pesquisa, delineando as ferramentas utilizadas para alcançar os objetivos propostos. Agora, adentraremos na seção subsequente, onde os resultados serão apresentados e discutidos. Nesse contexto, desdobraremos as descobertas advindas da interseção entre a História da Matemática, as Tecnologias Digitais e a produção de uma História em Quadrinhos (HQ), oferecendo uma análise crítica e aprofundada que contribuirá para a compreensão das possíveis implicações pedagógicas e históricas desse inovador entrelaçamento.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, direcionamos nossa atenção para a análise e discussão dos aspectos fundamentais presentes na HQ, que emergiu como resultado deste estudo, alinhando-se aos objetivos propostos para a Aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais via Histórias em Quadrinhos.

Como posto, o Produto Educacional (PE) desenvolvido consiste em uma História em Quadrinhos (HQ) que emergiu da interseção entre a História da Matemática (HM) e Tecnologias Digitais (TD). No alicerce da pesquisa, a HM foi transposta para a narrativa da HQ, destacando a figura e o trabalho de al-Biruni no contexto islâmico medieval.

A ferramenta de TD empregada foi o ***Pixton***, resultando na criação da HQ, posteriormente hospedada no Google Sites. O ***site*** "al-Biruni em HQ" é a plataforma que abriga o PE, organizado em seções como Apresentação, Produto Educacional, al-Biruni, Canon Masudicus, Aliança entre HM e TD, Outras Produções de HQ, e Informações Adicionais. Artigos Relacionados foram incluídos para fortalecer a

ISBN: 978-85-61702-77-9

conexão com a comunidade acadêmica, dando destaque a membros do grupo de matemáticos islâmicos e alunos do PPGECNM da UFRN.

Um questionário foi aplicado a estudantes do componente curricular Tópicos Especiais em Educação Matemática (código MAT1543), ministrado pela Prof.ª Dra. Marta Figueredo dos Anjos, e ofertado a discentes do curso de Licenciatura de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte para avaliar o PE, considerando seus objetivos na exploração histórico-matemática de al-Biruni.

Deste modo, como resultado, além da HQ produzida, sua aplicação permitiu seu refinamento e validação (por meio de questionário avaliativo) de modo a ser disponibilizada no site supracitado.

A fim de refletir sobre esses aspectos, trazemos ponderações sobre os comentários e respostas obtidas no questionário, que externam os refinamentos necessários e a validação do PE, bem como sua coerência com os propósitos da dissertação.

Os comentários recebidos dos leitores abordam diversas perspectivas em relação à qualidade e potencial de aprimoramento da HQ educacional. Um leitor, de maneira abrangente, oferece sugestões detalhadas para otimizar o PE, incluindo propostas para avaliações de impacto em sala de aula, personalização do material e integração de tecnologias avançadas.

Essas recomendações visam maximizar o potencial educacional da HQ, reconhecendo a importância de considerar elementos como acessibilidade, envolvimento do leitor, qualidade da escrita e o impacto educacional geral do material. Mesmo que nem todos os participantes tenham apresentado sugestões, as justificativas fornecidas oferecem contribuições valiosas e construtivas. A intenção foi incorporar essas sugestões na versão final da HQ, considerando-as como contribuições significativas para o aprimoramento do material, inclusive em futuros desenvolvimentos.

Ao analisar os resultados e explorar as discussões provenientes da avaliação do PE, evidenciam-se as contribuições e áreas passíveis de aprimoramento. Os comentários dos leitores ofereceram valiosas percepções sobre a qualidade e eficácia da HQ educacional, destacando a diversidade de perspectivas e sugestões construtivas. Este processo reflexivo conduz naturalmente à seção de Considerações Finais, onde consolidaremos as aprendizagens extraídas deste estudo, discutiremos as implicações mais amplas e delinearemos os caminhos

ISBN: 978-85-61702-77-9

para futuras pesquisas e desenvolvimentos na convergência entre História da Matemática, Tecnologias Digitais via Histórias em Quadrinhos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta seção conclui de maneira abrangente o capítulo, consolidando os resultados obtidos e destacando seu impacto no campo da Educação Matemática. Além disso, delineia-se as possibilidades de desdobramentos da pesquisa, contemplando oportunidades para futuros estudos, melhorias no PE e recomendações para sua implementação prática em outros contextos educacionais.

A resposta à questão-foco sobre os elementos desenvolvidos por al-Biruni no cálculo do comprimento da Terra revelou-se abrangente e relevante, abordando aspectos matemáticos e históricos presentes no trabalho do investigado. A pesquisa destaca que o ***Canon Masudicus*** compilou uma vasta gama de informações sobre a matemática islâmica medieval, cobrindo temas como teoria geocêntrica, trigonometria, geografia astronômica e projeções cartográficas. Tais elementos foram incorporados ao roteiro e narrativa da HQ.

O contexto islâmico medieval, ilustrado pelo documento de al-Biruni, reflete aspectos importantes, como a influência da religião, diversidade de áreas do conhecimento, organização social e política da época. Os cálculos de al-Biruni para determinar o raio da Terra são apresentados como um reflexo de sua curiosidade científica e aplicação prática em questões militares e geográficas. Estes, por sua vez, foram implementados na HQ numa linguagem acessível.

A aplicação de Tecnologias Digitais (TD) na criação de uma História em Quadrinhos (HQ), baseada nos cálculos de al-Biruni, oferece uma abordagem inovadora e acessível para explorar a matemática histórica. A interseção entre HM e TD, mediada pela HQ, demonstra como a Matemática pode ser contextualizada, visualizada e informada de maneira mais envolvente pelos estudantes, incluindo apelo visual e apoio a recursos tecnológicos extras com QRCodes e Links complementares.

Os desdobramentos futuros desta pesquisa visam à ampliação e aprimoramento do PE. As estratégias incluem a avaliação detalhada dos resultados na aprendizagem, a integração a diferentes níveis de ensino e a criação de recursos complementares, como simuladores (que reproduzem o cálculo do comprimento do raio da Terra, no GeoGebra, por exemplo) e atividades práticas (ou atividades-históricas-com-tecnologias, Sousa, 2023). A colaboração com escolas, a adaptação

ISBN: 978-85-61702-77-9

para estudantes com necessidades especiais e a manutenção do PE atualizada, com as últimas inovações tecnológicas, também são considerações essenciais para desdobramentos.

Em suma, este trabalho oferece uma contribuição significativa à Educação Matemática ao explorar a Aliança entre HM e TD via HQ, proporcionando uma experiência educacional enriquecedora e conectando a histórica matemática ao ensino contemporâneo. O PE desenvolvido não apenas abre portas para a apreciação da Matemática em seu contexto histórico, mas também serve como inspiração para futuras iniciativas educacionais.

REFERÊNCIAS

DIAS, Danilo Sérgio Campos. ELABORAÇÃO DE CONCEITOS: UMA PROPOSTA DE APLICAÇÃO DO MODELO DE DESIGN DE PERSONAGENS PARA HQ EM SALA DE AULA. In: **Anais do Congresso Internacional de Educação e Geotecnologias-CINTERGEO**. 2021. p. 87-92.

FELIPE, Pérola Diana Gomes. **MATEMÁTICA DE AL-BIRUNI A PARTIR DO DOCUMENTO *CANON MASUDICUS:*** UMA PRODUÇÃO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS. 2023. 192f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2023.

SOUSA, Giselle Costa de. Aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.004

ANÁLISE DE ERROS DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM PROBABILIDADE NO CONTEXTO DE JOGOS DE LOTERIA

ANTONIO FÁBIO DO NASCIMENTO TORRES
Autor: Mestrandro em Matemática do Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, pólo da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, fabio.torres@ifrn.edu.br;

DÉBORA BORGES FERREIRA
Orientadora: Doutora em Matemática pela Universidade de Brasília – Unb, debora.borges@ufrn.br.

RESUMO

Este trabalho apresenta um recorte dos resultados de uma pesquisa desenvolvida durante a dissertação de Mestrado do autor. Trata-se da análise de erros de estudantes do ensino médio no conteúdo de Probabilidade, tendo como fonte de dados um questionário aberto aplicado que contou com questões contextualizadas do universo de jogos de azar, especialmente os de loteria, dentre as quais destacamos as loterias Dia de Sorte e Mais Milionária, ambas administradas pela Caixa Econômica Federal. Outros jogos que serviram de base para a coleta das produções textuais dos estudantes foram a SPP da Sorte, jogo muito popular na região do Potengi/RN, e a Lotoemoji, criada pelos pesquisadores. Os participantes foram estudantes do ensino médio integrado do campus São Paulo do Potengi, do IFRN, que foram convidados a participarem da pesquisa via formulário eletrônico. Com a análise de erros, ficou constatada algumas dificuldades dos estudantes, sendo as mais frequentes: interpretar os problemas corretamente, correlacionar Análise Combinatória com Probabilidade para a resolução dos problemas e equívocos no manuseio das fórmulas. Com a análise dos erros foi possível fazer inferências sobre o que os estudantes aprenderam e o que os estudantes ainda não dominam, constituindo esses resultados como importantes fontes de informação para as próximas etapas da pesquisa.

Palavras-chave: Probabilidade, Análise de Erros, Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Os jogos de azar envolvendo apostas provavelmente foram os impulsionadores iniciais para o desenvolvimento da Probabilidade a partir do século XVII, muito em virtude de se apresentar como uma possibilidade de asceção social. Nota-se, porém, que o interesse das pessoas por esses jogos continua até os dias atuais.

A Probabilidade não está mais somente associada aos jogos, pois percebemos aplicações em várias outras áreas, como na Meteorologia, quando somos informados sobre as probabilidades de chuver nos próximos dias, ao informamos aos nosso amigos a chance de ir para uma festa usando probabilidade, como em "90% de chance de comparecer a tal festa", ou mesmo quando vamos contratar um seguro para o carro, onde a empresa contratada faz diversas simulações a partir de um banco de dados, e usando probabilidade, para se chegar a um valor a ser cobrado pelo seguro do bem.

Diante de tamanha presença em nosso cotidiano, a Probabilidade assumiu também um destaque no ambiente escolar, mais precisamente no currículo de Matemática para o ensino básico. Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, dos cinco eixos temáticos da Matemática para o ensino fundamental, um deles é "Probabilidade e Estatística", que de acordo com Lima et al (2022), deve ser inserida de maneira obrigatória desde os primeiros anos desse nível, o que é uma novidade em relação a documentos anteriores, que apenas sugeriam que a probabilidade fosse trbaalhada desde os primeiros anos. Essa mudança reforça a importância e a necessidade de que a probabilidade seja apresentada, discutida e interpretada desde os primeiros anos de escolarização.

Mas a simples inserção obrigatória da Probabilidade não é suficiente, pois é importânte destacarmos as dificuldades que a aprendizagem de Probabilidade em sala de aula enfrenta. Pontes e Nuñez (2019), Ferreira (2017) e Fonseca (2017) são alguns trabalhos em que há apontamentos de dificuldades das mais variadas, tais como dificuldade em interpretação do enunciado, equívocos na utilização dos princípios aditivo e multiplicativo e dificuldade de distinguir entre arranjo e combinação.

Em um cenário de dificuldades em relação a aprendizagem de Probabilidade, Torres (2023) fez um levantamento de dissertações do Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede – PROFMAT, em que no diretório do site do programa identificou 184 dissertações que versavam primordialmente sobre

ISBN: 978-85-61702-77-9

Probabilidade. Desse levantamento foi possível constatar que boa parte dos trabalhos discutiam a probabilidade a partir de jogos, como os de loteria, pôquer e "dos pontos".

Diante desse cenário, este trabalho se propôs a discutir a probabilidade em sala de aula a partir do estudo de jogos de azar, em especial jogos de loteria. A escolha se deu por ser um jogo que faz parte do imaginário do brasileiro, conforme afirma Silva (2018), pois há neles uma esperança de ascenção social, de comprar um bem de valor como um carro ou uma casa própria.

Este trabalho teve por objetivo geral fazer um levantamento dos erros cometidos pelos estudantes em probabilidade em contextos de jogos de azar. Por se tratar de um recorte de uma pesquisa, os objetivos específicos para este trabalho, que não são a totalidade do trabalho foram: categorizar os erros cometidos; Fazer inferências sobre as produções textuais dos estudantes.

METODOLOGIA

Este trabalho, por suas características, situa-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa, pois menos importaram quantficar os erros em si,e mais nos interessou investigar e fazer inferências dos motivos que levaram os estudantes a cometerem equívocos na resolução das questões.

Segundo Bogdan e Biklen (2008), as investigações qualitativas são descritivas e os investigadores qualitativos estão mais interessados no processo do que no resultado final. Neste sentido, percebe-se uma necessidade de o pesquisador observar atentamente aquilo que o estudante está produzindo, dotando as suas ações de significado, conforme pontua Borba e Araújo (2013).

Diante da caracterização de nossa pesquisa como qualitativa, descreveremos a partir de agora em mais detalhes de como se deu o nosso trabalho.

- *Participantes da pesquisa:* A pesquisa contou com a participação de 12 estudantes do 3º ano do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, campus São Paulo do Potengi.
- *Etapas de coleta de dados:* Para a coleta de dados foi aplicado um questionário aberto junto aos estudantes que continham questões de Análise

ISBN: 978-85-61702-77-9

Combinatória e Probabilidade inseridas em contexto de jogos de azar, como os de loteria.

- *Análise e tratamento de dados:* Como tratamento de dados utilizamos a Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (2015), que se caracteriza pela análise da produção textual dos estudantes a partir de três fases: ***pré-análise***, onde é feita uma leitura inicial da produção textual dos estudantes, ***exploração do material***, onde são feitas várias leituras do material em busca de similaridades, padrões de resposta, e inferências, e por fim, o ***tratamento dos resultados***, onde optamos por produzir uma tabela de categorização dos erros.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O questionário aberto aplicado junto aos estudantes foi dividido em três blocos, que correspondem, cada um, a um tipo de jogo de azar diferente. Antes de responderem ao questionários os estudantes foram apresentados às regras do jogo e convidados a fazer uma simulação desse jogo, para que tivessem mais familiaridade e pudessem tirar suas dúvidas antes de ir para o questionário.

Os resultados obtidos serão apresentados a seguir por jogo, onde será feita inicialmente uma apresentação das regras e posteriormente uma discussão sobre os erros cometidos pelos estudantes, estes que foram representados por letras maiúsculas, a fim de preservar as suas imagens.

Jogo SPP da Sorte: Este é um jogo muito popular na região do Potengi, não legalizado, motivo pelo qual optamos por utilizar um nome alternativo “SPP da Sorte”.

Regras do jogo: O SPP da sorte consiste em vender bilhetes que contém, cada um, quatro números, conhecidos por “milhar”, que vão de 0000 a 9999. Os bilhetes vendidos são todos diferentes, de modo quem ninguém que comprar um bilhete terá algum milhar igual a qualquer outro bilhete. Ganha quem tem o bilhete com o número sorteado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1: Bilhete do SPP da sorte.

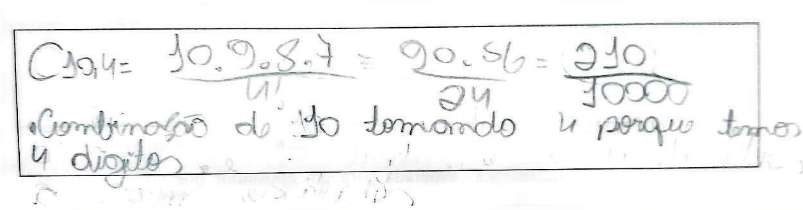
Fonte: Autoria própria, a partir de um bilhete da SPP da sorte.

Faixas de premiação: Inicialmente há uma única faixa de premiação, que é para quem acerta o milhar sorteado, garantindo um prêmio de R$ 500,00. Caso não haja vencedores o prêmio é acumulado para o próximo sorteio.

Pergunta 1: Quantos números podem ser sorteados no SPP da sorte?

Respostas dos estudantes:

Figura 2: Resposta do estudante H para a pergunta 1.



Fonte: Estudante H.

Notamos que o estudante H se equivocou ao fazer o cálculo de $_{10,4}$, pois encontrou uma fração que resulta em um número não inteiro, ao invés de 210. Na Figura 2, percebemos que o raciocínio do estudante, ao afirmar que para se descobrir quantos números (milhares) poderiam ser formados bastava-se calcular uma combinação de 10 elementos tomando 4 deles. Mas não se trata de uma combinação, e sim de uma observação simples, pois de 0 a 9999 há 10.000 números (milhares). De outra forma, o estudante poderia ter encarado o problema como

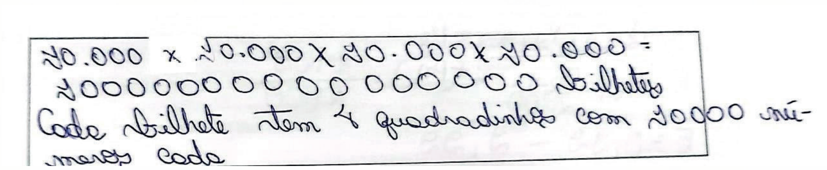
ISBN: 978-85-61702-77-9

um arranjo com repetição de 10 elementos escolhendo 4 deles, o que resulta em 10x10x10x10 = 10.000.

Pergunta 2: Quantos bilhetes podem ser vendidos, no máximo, por dia?

Resposta dos estudantes:

Figura 3: Resposta do estudante B para a pergunta 2.


10.000 x 10.000 x 10.000 x 10.000 =
10000000000000000 bilhetes
Cada bilhete tem 4 quadradinhos com 10000 nú-
meros cada

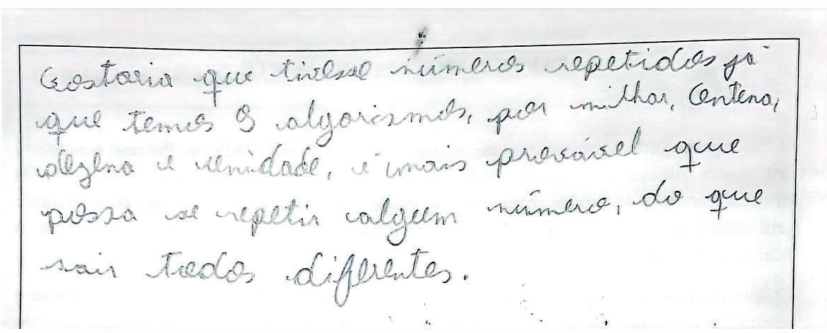
Fonte: Estudante B.

O estudante B raciocina que para cada milhar de um bilhete com 4 milhares é possível 10 quatrilhões de bilhetes, conforme resultado dos cálculos apresentados. Porém, percebe-se que o estudante não compreendeu exatamente as regras desse jogo, que dentre elas, não pode haver milhares repetidas, nem em um mesmo bilhete, muito menos em bilhetes diferentes. A resposta correta é obtida a partir da resposta da pergunta 1, onde já se sabe que há 10.000 milhares possíveis. Como cada bilhete tem 4 milhares, então será possível vender, no máximo, 10.000/4 = 2.500 bilhetes por dia.

Pergunta 3: Observando apenas as chances de serem selecionados, caso você comprasse 1 bilhete do Potengi da Sorte preferiria bilhetes com números de dígitos diferentes ou que tenham algum repetido?

Respostas dos estudantes:

Figura 4: Resposta do estudante F para a pergunta 3.


Gostaria que tivesse números repetidos já
que temos 8 algarismos, por milhar, centena,
dezena e unidade, é mais possível que
possa se repetir algum número, do que
sair todos diferentes.

Fonte: Estudante F.

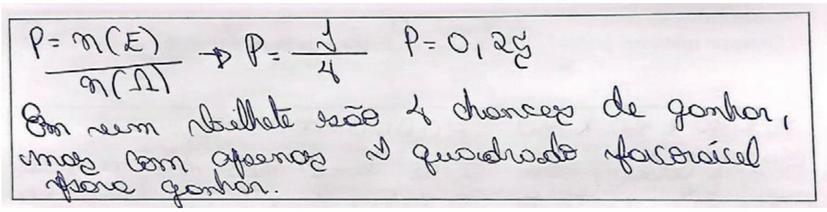
ISBN: 978-85-61702-77-9

O estudante F apresenta uma resposta não embasada em cálculos, mas em uma percepção pessoal de que é mais provável ter milhares com números repetidos. Sabe-se que a resposta correta é que há mais milhares com número distintos do que repetidos, pois há 10x9x8x7= 5.040 milhares com dígitos distintos em um total de 10.000

Pergunta 4: Comprando apenas 1 bilhete qual a probabilidade de o apostador ganhar o prêmio?

Respostas dos estudantes:

Figura 5: Resposta do estudante B para a pergunta 4.


$P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \Rightarrow P = \frac{1}{4} \quad P = 0,25$

Em um bilhete são 4 chances de ganhar, mas com apenas 1 quadrado favorável para ganhar.

Fonte: Estudante B.

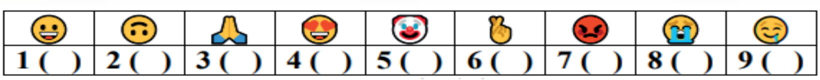
Na resposta acima, o estudante B faz uma redução do espaço amostral de maneira indevida, pois considera que dos 4 milhares de um bilhete 1 será o premiado. Estaria correto se fosse informado de que no bilhete há a milhar sorteada, o que não é o caso

Segundo Bryan e Nunes (2012) o espaço amostral não serve apenas para o cálculo da probabilidade, mas é componente que também ajuda a entender a natureza da probabilidade. Na resposta do estudante B notamos que o estudante confundiu a probabilidade direta com a condicional.

Jogo Lotoemogi: A Lotoemogi é um jogo fictício criado pelos pesquisadores para introduzir problemas de probabilidade envolvendo agrupamentos.

Regras: São disponibilizados 9 emojis, conforme Quadro 1, e o apostador deve escolher três deles. O sorteio é honesto de modo que cada emoji tem igual chance de ser selecionado. Durante o sorteio são sorteados 3 emojis, sem reposição.

Figura 6: Emogis disponíveis na cartela da Lotoemogi.



Fonte: Autoria própria, 2023.

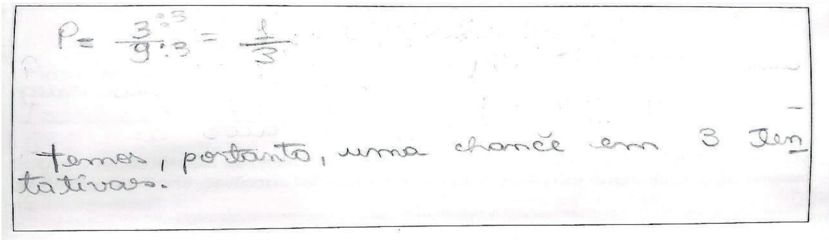
ISBN: 978-85-61702-77-9

Faixas de premiação: Ganha o 1º prêmio quem acertar 3 emojis; o 2º prêmio para quem acertar exatamente 2 emojis; 3º prêmio para quem acertar apenas 1 emoji.

Pergunta 5: Qual é a probabilidade de um apostador acertar os 3 emojis?

Respostas dos estudantes:

Figura 7: Resposta do estudante A para a pergunta 5.



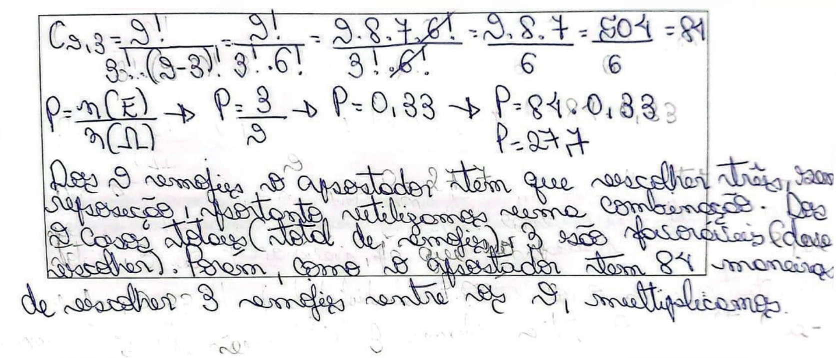
$P = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$

temos, portanto, uma chance em 3 tentativas.

Fonte: Estudante A.

A resposta do estudante A revela que o mesmo teve dificuldade em interpretar o problema, pois acredita que o evento “acertar” todos os emojis tem 3 elementos, quando na verdade é somente 1, pois só há 1 maneira de o jogador acertar todos os emojis sorteados. Na mesma ótica, não compreende que o espaço amostral é formado por ternos não ordenados de emojis a partir dos 9 disponíveis, ou seja, $n(\Omega) = C_{9,3} = 84$.

Figura 8: Resposta do estudante B para a pergunta 5.



$C_{9,3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!.6!} = \frac{9.8.7.6!}{3!.6!} = \frac{9.8.7}{6} = \frac{504}{6} = 84$

$P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \to P = \frac{3}{9} \to P = 0,33 \to P = 84 . 0,33$

$P = 27,7$

Dos 9 emojis o apostador tem que escolher três, sem reposição, portanto utilizamos uma combinação. Dos 9 casos totais (total de emojis), 3 são favoráveis (deve escolher). Porem, como o apostador tem 84 maneiras de escolher 3 emojis entre os 9, multiplicamos.

Fonte: Estudante B.

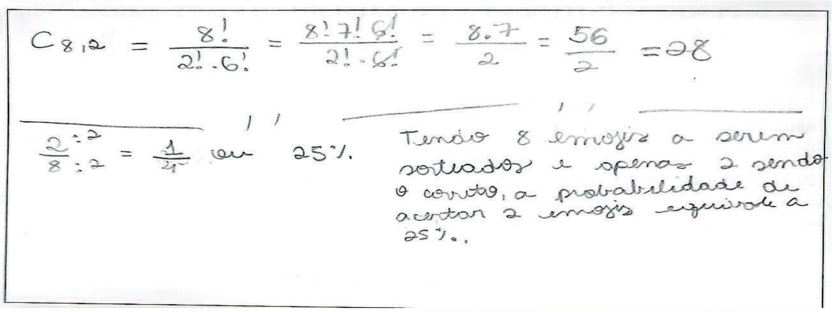
ISBN: 978-85-61702-77-9

O estudante B encontra o número de casos possíveis, que são 84, mas faz um cálculo paralelo de probabilidade bastante semelhante ao que fez o estudante A, e depois multiplica esse valor de probabilidade pelo número de casos totais. O resultado encontrado de 27,7 acaba por ferir o ***Axioma I*** de Kolgomorov, que afirma que nenhuma probabilidade pode ser maior do que 1.

Pergunta 6: Qual é a probabilidade de um apostador acertar somente 2 emojis?

Respostas dos estudantes:

Figura 9: Resposta do estudante G para a pergunta 6.



$C_{8,2} = \frac{8!}{2!.6!} = \frac{8!7!6!}{2!.6!} = \frac{8.7}{2} = \frac{56}{2} = 28$

$\frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$ ou 25%.

Tendo 8 emojis a serem sorteados e apenas 2 sendo o certo, a probabilidade de acertar 2 emojis equivale a 25%..

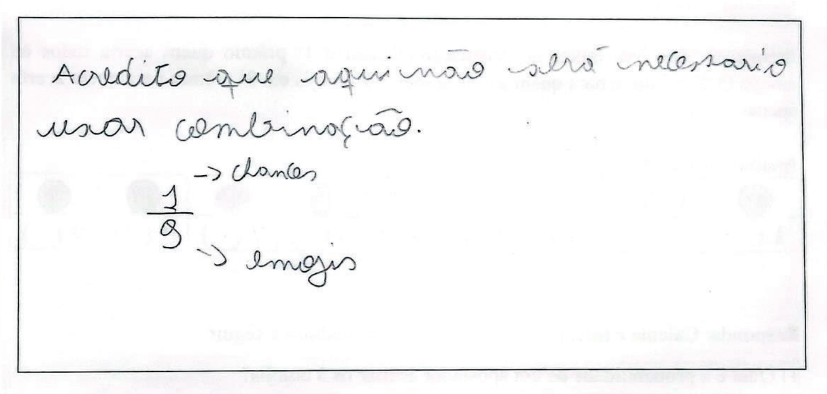
Fonte: Estudante G.

Nota-se que o estudante G faz dois cálculos em paralelo, o primeiro possivelmente sobre o $n(E)$, equivocado, e depois calcula a probabilidade sem usar o resultado obtido inicialmente. Possivelmente esse estudante encara como diferentes Análise Combinatória e Probabilidade, não conseguindo fazer uma relação entre os conteúdos.

Pergunta 7: Qual é a probabilidade de um apostador acertar somente 1 emoji?

Respostas dos estudantes:

Figura 10: Resposta do estudante F para a pergunta 7.


Acredito que aqui não será necessário usar combinação.

$\frac{1}{9}$ → chances → emojis

Fonte: Estudante F.

O estudante F responde à pergunta 7 dispensando combinações, pois acredita que o apostador tem apenas uma chance em nove de acertar um emoji. O cálculo, provavelmente, se baseou no fato de termos 9 emojis e querermos acetar apenas 1 deles.

Porém, devemos observar que o apostador sempre escolhe 3 emojis, e, para o problema 3, desses escolhidos deve acertar 1 e errar os outros dois, sendo o cálculo de probabilidade baseado nessa observação.

Jogo Dia de Sorte: Este é um jogo lotérico, administrado pelas Loterias Caixa, criado em 14 de maio de 2018.

Regras do jogo: O Dia de Sorte é a loteria onde você aposta seus números da sorte. Escolha de 7 a 15 números dentre os 31 disponíveis e mais 1 "Mês de Sorte". São sorteados sete números e um "Mês de Sorte" por concurso (LOTERIAS CAIXA, 2022).

Faixas de premiação: Do valor total arrecadado, 43,35% são destinados às premiações, que podem ser fixas ou variáveis, conforme segue.

- Faixa 1: Acerto do mês de sorte (Prêmio fixo de R$ 2,00)
- Faixa 2: Acerto de 4 números (Prêmio fixo de R$ 4,00)
- Faixa 3: Acerto de 5 números (Prêmio fixo de R$ 20,00)
- Faixa 4: Acerto de 6 números (Prêmio de 30% do valor destinado a premiações, descontando os valores pagos para as premiações fixas)

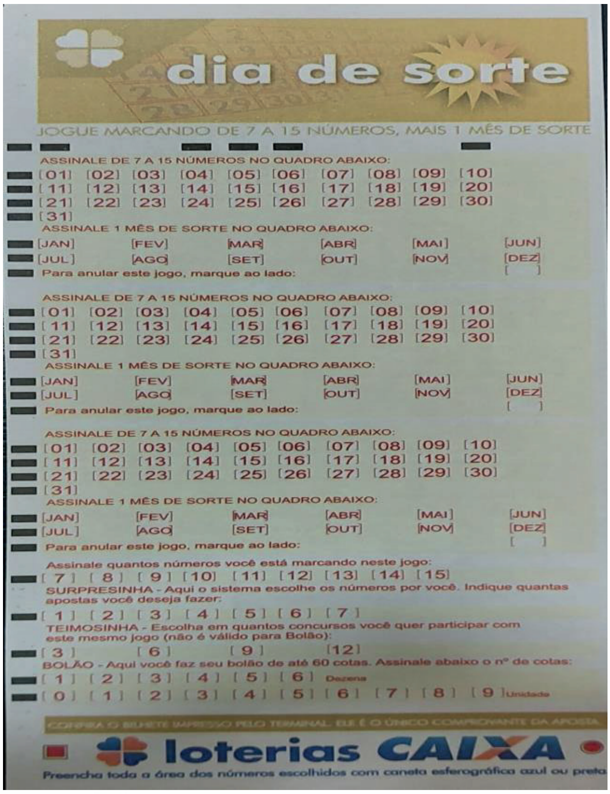
ISBN: 978-85-61702-77-9

- Faixa 5: Acerto de 7 números (Prêmio de 70% do valor destinado a premiações, descontando os valores pagos para as premiações fixas)

O prêmio de acerto do mês de sorte é independente e cumulativo com os demais.

A seguir, é exibido imagem de um bilhete do Dia de Sorte, frente.

Figura 11: Volante do jogo Dia de Sorte (Frente).


dia de sorte

JOGUE MARCANDO DE 7 A 15 NÚMEROS, MAIS 1 MÊS DE SORTE

ASSINALE DE 7 A 15 NÚMEROS NO QUADRO ABAIXO:
[01] [02] [03] [04] [05] [06] [07] [08] [09] [10]
[11] [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19] [20]
[21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30]
[31]
ASSINALE 1 MÊS DE SORTE NO QUADRO ABAIXO:
[JAN] [FEV] [MAR] [ABR] [MAI] [JUN]
[JUL] [AGO] [SET] [OUT] [NOV] [DEZ]
Para anular este jogo, marque ao lado: [ ]

ASSINALE DE 7 A 15 NÚMEROS NO QUADRO ABAIXO:
[01] [02] [03] [04] [05] [06] [07] [08] [09] [10]
[11] [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19] [20]
[21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30]
[31]
ASSINALE 1 MÊS DE SORTE NO QUADRO ABAIXO:
[JAN] [FEV] [MAR] [ABR] [MAI] [JUN]
[JUL] [AGO] [SET] [OUT] [NOV] [DEZ]
Para anular este jogo, marque ao lado: [ ]

ASSINALE DE 7 A 15 NÚMEROS NO QUADRO ABAIXO:
[01] [02] [03] [04] [05] [06] [07] [08] [09] [10]
[11] [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19] [20]
[21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30]
[31]
ASSINALE 1 MÊS DE SORTE NO QUADRO ABAIXO:
[JAN] [FEV] [MAR] [ABR] [MAI] [JUN]
[JUL] [AGO] [SET] [OUT] [NOV] [DEZ]
Para anular este jogo, marque ao lado: [ ]

Assinale quantos números você está marcando neste jogo:
[7] [8] [9] [10] [11] [12] [13] [14] [15]
SURPRESINHA - Aqui o sistema escolhe os números por você. Indique quantas apostas você deseja fazer:
[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7]
TEIMOSINHA - Escolha em quantos concursos você quer participar com este mesmo jogo (não é válido para Bolão):
[3] [6] [9] [12]
BOLÃO - Aqui você faz seu bolão de até 60 cotas. Assinale abaixo o nº de cotas:
[1] [2] [3] [4] [5] [6] Dezena
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] Unidade

loterias CAIXA
Preencha toda a área dos números escolhidos com caneta esferográfica azul ou preta

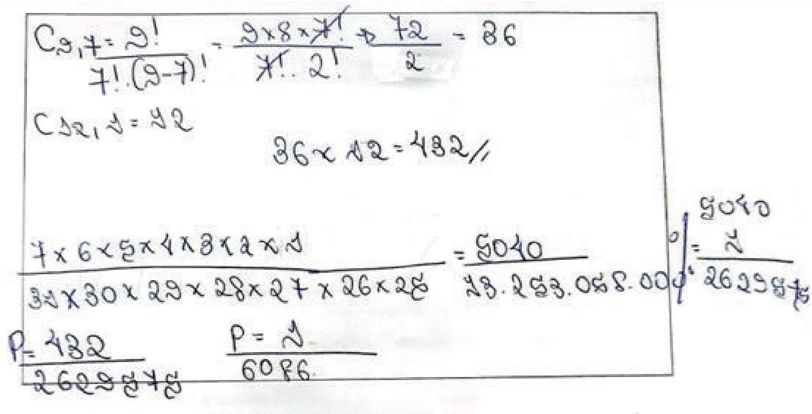
Fonte: Autoria própria, a partir de um volante do jogo Dia de Sorte.

Pergunta 8: Qual a probabilidade de um jogador ganhar a maior premiação possível escolhendo 9 números e um mês da sorte? Tente expressar a resposta na forma como aparece no bilhete da loteria.

Respostas dos estudantes:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 12: Resposta do estudante B para a pergunta 8.



Fonte: Estudante B.

O estudante B comete um equívoco logo no início da sua reposta, quando obtém o produto 432, pois acaba usando o princípio multiplicativo para multiplicar a combinação $C_{9,7} = 36$, que corresponde ao número de chances de o apostador acertar 7 números escolhendo 9, com a quantidade de meses, que são 12, quando na verdade deveria multiplicar apenas por 1, que corresponde a chance do apostador acertar o mês de sorte.

A partir das produções textuais dos estudantes fizemos um levantamento dos erros observados, os quais estão exibidos no quadro a seguir.

Quadro 1: Levantamento dos tipos de erros observados.

Tipo de Erro observado	Frequência absoluta do erro
E1: Erro de interpretação do problema.	19
E2: Erro na contagem dos elementos dos conjuntos Evento e/ou do espaço amostral.	15
E3: Erro de dificuldade de relacionar probabilidade com análise combinatória.	11
E4: Exibir uma medida de probabilidade p > 1.	4
E5: Erros de notação.	3
E6: Erro na redução indevida do espaço amostral.	1
E7: Erro ao interpretar o agrupamento como combinação, quando era um arranjo.	1

Fonte: Autoria própria, 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

De acordo com o Quadro 1, percebe-se que o erro mais frequente está relacionado com a interpretação do problema. O erro do tipo de interpretação do problema ocorre quando o aluno faz inferências, conclusões e julgamentos com base no que está escrito, mas de maneira equivocada.

Nos chamou bastante atenção o erro do tipo E3, que se caracterizou por o estudante fazer os cálculos combinatórios para os casos favoráveis e possíveis, às vezes correto, mas não utilizar os resultados para medir a probabilidade, sendo esta expressa por um raciocínio que não se comunicou com os cálculos anteriormente feitos

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos identificamos que os estudantes que participaram da pesquisa apresentaram dificuldades variadas, as quais mais frequentes foram relacionados a equívocos na interpretação dos problemas e erros nos cálculos de contagem de elementos.

Não chega a ser uma surpresa que os estudantes tenham dificuldades em interpretar os problemas, pois essa é uma dificuldade que nos parece inerente ao próprio estudo de probabilidade. Muitos estudantes têm dificuldades na língua materna, o que dificulta o entendimento dos problemas, ou seja, não é uma dificuldade na matemática em si, mas na interpretação textual.

Um equívoco que nos chamou muita atenção foi o do tipo E3, no qual o estudante não consegue relacionar Análise Combinatória com Probabilidade, fazendo cálculos em separado e não relacionando a contagem dos elementos dos eventos e espaço amostral com a razão de probabilidade, que envolve essas contagens. Acreditamos que o estudante, por razões que deve ser investigado, não conseguiu fazer conexão entre esses conteúdos durante as aulas.

Na continuação da pesquisa, os estudantes serão apresentados ao conceito de esperança matemática para a tomada de decisões envolvendo jogos com apostas, e criarão seus próprios jogos de loteria, como forma a trabalharem suas dificuldades observadas nessa etapa da pesquisa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2015. 288 p.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução teoria e aos métodos**. Tradução de M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Porto Editora, 2008, 336 p.

BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 144 p.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability. A literature review (full report).** Londres: Nuffield Foundation, 2012.

FERREIRA, T. A. **Resolução de problemas de probabilidade no ensino médio: uma análise de erros em provas da OBMEP no Maranhão**. Orientador: Profa. Dr.ª Valdiane Sales Araujo. Dissertação (Mestrado) - PROFMAT - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2017. Disponível em: . Acessado em 23 jun. 2023.

FONSECA, V. C. N. **Obstáculos epistemológicos da distinguibilidade e indistinguibilidade de objetos em análise combinatória e probabilidade**. Orientador: Prof. 120 Dr. Nei Carlos dos Santos Rocha. Dissertação (Mestrado) – PROFMAT - Programa de Pósgraduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3822&id2=95433> . Acessado em 20 jun. de 2023.

LIMA, S. O.; LIMA, R. F.; SILVA, A. W. J.; GIORDANO, C. C**. Ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória na Educação Básica: os novos desafios da BNCC**. Revista Baiana de Educação Matemática, Salvador, v. 03, n. 01, p. 01-20, e202209, jan./dez., 2022. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/15640> . Acessado em 20 jan 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

LOTERIAS CAIXA. Dia de sorte. Disponível em < https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Dia-de-Sorte.aspx> . Acessado em 10 mar. 2023.

PONTES, J. C.; NUÑEZ, J. B. **Questões de Estatística e Probabilidade nas provas do ENEM: uma aproximação a erros e dificuldades de aprendizagem.** Revista Educação Matemática Debate, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 87-110, jan./abr. 2019. Disponível em: < https://www.redalyc.org/journal/6001/600166634005/600166634005.pdf>. Acessado em 20 jun 2023.

SILVA, A. P. JOGOS DE LOTERIA: **Uma aplicação de probabilidade**. Orientador: Prof. Dr. Ronaldo da Silva Busse. Dissertação (Mestrado). PROFMAT - Programa de Pósgraduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=4524&id2=170480202. Acesso em 15 mar. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.005

ANÁLISE DE UM LIVRO DE ARITMÉTICA EDITADO POR UMA IRMÃ FRANCISCANA PARA O PÚBLICO FEMININO NA PRIMEIRA METADE DO SÉCULO XX

MALCUS CASSIANO KUHN
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado, malcuskuhn@ifsul.edu.br.

SILVIO LUIZ MARTINS BRITTO
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Professor das Faculdades Integradas de Taquara - FACCAT, silviobritto@faccat.br.

RESUMO

O trabalho tem por objetivo investigar como unidades de medidas foram utilizadas no estudo de operações elementares, em um livro de Aritmética da primeira metade do século XX, editado pela Irmã Franciscana Valesca Volkmer, para o público feminino. Possui uma abordagem qualitativa, por meio de análise documental, sendo um livro de Aritmética do 3º ano do curso primário, editado por uma religiosa da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã de São Leopoldo, Rio Grande do Sul, a principal fonte primária desta pesquisa histórica, analisada com base em referenciais sobre história cultural. Trata-se de uma obra voltada para o estudo de operações com números naturais, frações ordinárias e decimais e noções preliminares de geometria. Verificou-se que a autora utilizou unidades de medidas de comprimento, capacidade, massa, tempo e monetárias, para o estudo de operações elementares com números naturais e frações ordinárias e decimais, de forma prática e utilitária para o dia a dia das alunas. Com base no exposto, pondera-se que essa obra traz uma proposta que educava as gerações de alunas das instituições franciscanas para a solução de situações do cotidiano, a partir de um material didático próprio para as aulas de Matemática. Dessa forma, desejava-se que as egressas propagassem a tradição da

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ordem das Irmãs Franciscanas, especialmente através de sua ação no magistério de escolas primárias em diferentes comunidades do Rio Grande do Sul.

Palavras-chave: História da Educação Matemática, Livro de Aritmética, Operações elementares, Irmãs Franciscanas, Protagonismo feminino.

INTRODUÇÃO

Este capítulo traz resultados do projeto de pesquisa "O protagonismo feminino no ensino da Matemática no Colégio São José das Irmãs Franciscanas de São Leopoldo/RS nos séculos XIX e XX", financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) e apoiado pela Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã – Província do Sagrado Coração de Jesus – e direção do Colégio São José, localizados no município gaúcho de São Leopoldo. O papel das mulheres na construção da sociedade e da história do estado gaúcho, na multiplicidade de talentos e de áreas de atuação, merece ser resgatada e contada. Particularmente, as contribuições de Irmãs Franciscanas na formação feminina, através das instituições da Ordem, constituem parte deste resgate.

Além das Ordens religiosas masculinas (jesuítas, maristas, lassalistas, etc.), no Rio Grande do Sul (RS), identificou-se, na segunda metade do século XIX, a presença de Ordens femininas, com a vinda da Ordem Contemplativa das Irmãs Carmelitas, da Congregação das Irmãs do Imaculado Coração de Maria e da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no Brasil (FLESCH, 1993). As Irmãs Franciscanas foram a terceira Ordem a chegar em solo gaúcho, por convite dos padres jesuítas, completando 151 anos de missão religiosa e educacional no estado, no dia 2 abril de 2023.

Entre os materiais que se encontram no Acervo Documental do Instituto Anchietano de Pesquisas – localizado em São Leopoldo/RS, encontra-se o livro de ***Aritmética – Coleção S. T.***[1] ***– 3º ano do Curso Primário***[2] – de autoria da Irmã Franciscana Valesca Volkmer, sem data explícita de edição. Com a análise preliminar dessa obra, os pesquisadores foram levados ao seguinte questionamento: De

1 De acordo com a "Lembrança do 50º Anniversário da vinda das Irmans Franciscanas ao Brasil e da fundação do Collegio São José em São Leopoldo – 1872 a 1922", as iniciais da Coleção S. T. se referem a ***Schwester Theresia.*** Irmã Teresia Cremer integrou o grupo das pioneiras vindas da Alemanha, em 1872, e trabalhou vários anos no Colégio São José. "Do rico saber da prezada Irman hauriam discipulas e mestras, pois foi auctora de varios livros didacticos em que occultava o seu nome sob as iniciais S. T., todas os conhecem" (COLLEGIO SÃO JOSÉ, 1922, p. 55).

2 Uma versão digitalizada se encontra no CD (***Compact Disc***) de livros escolares das Escolas da Imigração Alemã no Brasil (1832-1940), volume III, organizado por Lúcio Kreutz e Isabel Cristina Arendt, no ano de 2007, e produzido no Acervo Documental e de Pesquisa da Biblioteca da Unisinos, São Leopoldo/RS.

ISBN: 978-85-61702-77-9

que forma unidades de medidas foram utilizadas no estudo de operações elementares, em um livro de Aritmética do século XX, editado pela Irmã Franciscana Valesca Volkmer, para o público feminino?

A partir desse problema de pesquisa, o texto se propõe a investigar como unidades de medidas foram utilizadas no estudo das operações elementares, em um livro de Aritmética do século XX, editado pela Irmã Franciscana Valesca Volkmer, para o público feminino. Com esse propósito, realiza-se uma investigação com abordagem qualitativa, por meio de análise documental, sendo um livro de Aritmética do 3º ano do Curso Primário, editado no século XX, por uma religiosa da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã de São Leopoldo, a principal fonte primária desta pesquisa histórica.

Após esta introdução, o texto discorre sobre o referencial teórico metodológico da história cultural, uma breve história da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no Brasil e a biografia da Irmã Valesca Volkmer, apresenta o percurso metodológico da investigação, as reflexões sobre o livro de Aritmética analisado e as considerações finais deste estudo.

HISTÓRIA CULTURAL COMO APORTE TEÓRICO METODOLÓGICO

Como o tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática do início do século XX, no RS, parte-se de Prost (2008), que considera a constituição de fatos históricos a partir de traços deixados no presente pelo passado. O autor pondera o trajeto da produção histórica como sendo um interesse de pesquisa, a formulação de questões históricas legítimas, um trabalho com os documentos e a construção de um discurso que seja aceito pela comunidade. No estudo de documentos escritos, Cellard (2008), destaca que:

> O documento escrito constitui uma fonte extremamente preciosa para todo pesquisador. Ele é, evidentemente, insubstituível em qualquer reconstituição referente a um passado relativamente distante, pois não é raro que ele represente a quase totalidade dos vestígios da atividade humana em determinadas épocas. Além disso, muito frequentemente, ele permanece como o único testemunho de atividades particulares ocorridas num passado recente (CELLARD, 2008, p. 295).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Entre as fontes primárias de pesquisas históricas em Educação Matemática, destacam-se os documentos textuais (documentos oficiais, livros, jornais, revistas, cadernos escolares, etc.), as fontes visuais (fotografias, gravuras, etc.) e os registros orais (entrevistas, gravações, etc.), como observado nos estudos realizados por Kuhn (2015), Britto (2016), entre outros.

A história cultural (***Kulturgeschichte***) ocupa-se da pesquisa e das representações de determinada cultura em dado período e lugar, tais como: relações familiares, língua, tradições, religião, arte e ciências. Segundo Chartier (1990), uma questão desafiadora para a história cultural é o uso que as pessoas fazem dos objetos que lhes são distribuídos ou dos modelos que lhes são impostos, uma vez que há sempre uma prática diferenciada na apropriação dos objetos colocados em circulação. Nessa perspectiva, pode-se dizer que a imprensa pedagógica, aqui representada pela obra ***Aritmética – Coleção S. T. – 3º ano do Curso Primário,*** foi um veículo para circulação de ideias que traduziam valores e comportamentos que se desejavam ensinar por meio de uma proposta pedagógica de forma prática e útil junto às instituições femininas da Ordem Franciscana no RS.

Conforme Chartier (1990), as noções complementares de práticas e representações são úteis para examinar os objetos culturais produzidos, os sujeitos produtores e receptores de cultura, os processos que envolvem a produção e a difusão cultural, os sistemas que dão suporte a esses processos e sujeitos e as normas a que se conformam as sociedades por meio da consolidação de seus costumes. Para a produção do livro ***Aritmética – Coleção S. T. – 3º ano do Curso Primário*** foram movimentadas determinadas práticas culturais e também representações, sem contar que a obra, depois de produzida, difunde novas representações e contribui para a produção de novas práticas.

Para Chartier (1990), as práticas culturais são tanto de ordem autoral (modos de escrever, pensar ou expor o que será escrito), como editoriais (reunir o que foi escrito para torná-lo material de estudos), ou ainda artesanais (a elaboração do livro na sua materialidade). Da mesma forma, quando um autor se põe a escrever uma obra, ele se conforma a determinadas representações do que deve ser um livro, a certas representações concernentes aos temas que ele abordará. As atividades propostas poderão ser realizadas de modo individual ou coletivo, e o seu conteúdo poderá ser imposto ou rediscutido.

A partir do desenvolvimento das atividades e da difusão da obra, poderão ser geradas inúmeras representações novas sobre o tema – aqui evidenciando o ensino

ISBN: 978-85-61702-77-9

da Aritmética, de modo prático e utilitário, que poderá passar a fazer parte das representações coletivas. De acordo com Chartier (1990, p. 17), a história cultural tem por principal objeto identificar o modo como "em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade cultural é construída, pensada e dada a ler, por diferentes grupos sociais", o que está fortemente relacionado à noção de representação.

CONGREGAÇÃO DAS IRMÃS FRANCISCANAS

As Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã chegaram ao Brasil, no dia 2 de abril de 1872, instalando-se no município de São Leopoldo, estado do RS, com o objetivo de contribuir para a educação de crianças e jovens, em sua maioria filhas de imigrantes alemães. A vinda das Irmãs foi demandada pelas comunidades de imigrantes alemães no estado gaúcho, que estavam desassistidas pela instrução pública (BOHNEN; ULLMANN, 1989). Seu preparo e experiência pedagógica[3] originaram um convite do missionário jesuíta alemão, Padre Guilherme Feldhaus, superior da missão brasileira dos jesuítas no RS, o que foi reforçado pela "ameaça de se desencadear na Alemanha um período de grandes dificuldades para a igreja: era o ***Kulturkampf***[4] à vista, que traria no seu bojo uma perseguição ferrenha às ordens e congregações religiosas ensinantes" (FLESCH, 1993, p. 40). Além disso, é preciso considerar que:

> O Estado brasileiro, na época sob regime monárquico, não possuía uma política educacional. A infância e a juventude eram desassistidas no que se referia ao ensino, à exceção de algum atendimento nas capitais, apenas para os filhos da elite. Havia uma necessidade educacional a ser atendida e que progressivamente foi organizada (RUPOLO, 2001, p. 90).

Com a chegada a São Leopoldo, as Irmãs fundaram o Colégio São José, sua primeira escola brasileira. "No dia 5 de abril, 1ª sexta feira do mês, começaram as aulas com 23 alunas de 7 a 13 anos, número que foi crescendo de dia para dia"

3 O trabalho educacional das Irmãs Franciscanas era solicitado por autoridades políticas e da Igreja na Alemanha, e recomendado por familiares e ex-alunas do internato e externas. Esse desempenho foi influenciado pelo pedagogo Gerardus Hendricus Laus, diretor do Curso Normal no Colégio de Heythuysen, no período de 1862 a 1869 (RUPOLO, 2001).

4 ***Kulturkampf,*** ou luta pela cultura, foi um movimento anticlerical alemão do século XIX, iniciado por Otto von Bismarck, chanceler do Império alemão em 1872.

ISBN: 978-85-61702-77-9

(FLESCH, 1993, p. 45). As seis Irmãs que partiram de Kapellen, Alemanha, no dia 9 de fevereiro de 1872, seguiram para a França, onde embarcaram rumo ao Brasil. No trajeto entre o Rio de Janeiro e Porto Alegre, houve problemas com a embarcação, sendo o seu resgate feito no dia 19 de março – dia de São José. Por isso, de acordo com Flesch (1993), as Irmãs dedicaram a São José a primeira escola que fundaram no Brasil.

> A primeira atenção era dirigida a uma sólida formação humana e religiosa. Mas também punham um grande capricho no ensino das matérias profanas: quatro idiomas (português, alemão, francês e inglês), matemática, ciências, história (geral e do Brasil), geografia (geral e do Brasil), desenho, pintura, bordado crochê, costura, ginástica, canto e música instrumental (piano, violino, cítara e bandolim) (FLESCH, 1993, p. 137).

Bohnen e Ullmann (1989, p. 174) complementam que “além das aulas de costume, as Irmãs davam lições de tricô às adolescentes, algumas vezes por semana. Igualmente ensinavam música a quem desejasse”. Complementa-se que:

> Inicialmente, as escolas franciscanas caracterizavam-se por um sistema tradicional, com rigor disciplinar, o regime de internato que, além, das disciplinas curriculares, pelo ensino de tempo integral, oferecia estudos complementares de teatro, música, canto, pintura... A maioria das escolas oferecia os cursos primário e ginasial e, nas localidades com maior número de habitantes, havia a formação de professoras primárias (RUPOLO, 2001, p. 91).

As Irmãs do Colégio São José também foram pioneiras na elaboração e compilação de livros didáticos para suas escolas e na formação de professoras. De acordo com Rupolo (2001, p. 92), “as escolas franciscanas possuíam uma prática experienciada do ensino vinculado à realidade, ou seja, uma educação para a vida”. Isso já era evidenciado nos estudos realizados por Rambo (1996), quando afirmava que, na época, a função da escola era equipar os alunos com o ferramental mais indispensável para serem capazes de competir com êxito, no futuro, no meio social em que nasceram e cresceram.

No ano de 1884, o Colégio São José, localizado ao lado da Igreja Matriz de São Leopoldo, começou a receber alunas do Rio de Janeiro, São Paulo, Paraná, Santa Catarina, Uruguai e Argentina, de modo que, em poucos anos, a escola já

ISBN: 978-85-61702-77-9

contava com alunas internas[5] e externas. Durante seus primeiros 50 anos, o Colégio São José funcionou às margens do rio dos Sinos, ao lado do Ginásio Nossa Senhora da Conceição[6], dos padres jesuítas.

De acordo com Flesch (1993), em 1923, ocorreu a mudança das margens do rio dos Sinos para a Colina do Monte Alverne, onde o Colégio São José está localizado atualmente. Dessa forma, aos poucos, a construção foi sendo ampliada, com novos pavilhões, para acolher a juventude feminina, que cada vez mais buscava sua formação nessa instituição. Na época, já se formavam mais professoras do que professores no RS, constituindo-se um processo de feminização do magistério. Para Almeida (1998, p. 64), a "feminização do magistério primário se refere à expansão da mão-de-obra feminina nos postos de trabalho em escolas e nos sistemas educacionais, relacionada com a frequência à Escola Normal e a traços culturais que favoreceram o exercício do magistério pelas mulheres". De acordo com Werle (1996), a feminização do magistério é identificada como estruturadora dos argumentos empregados no discurso do governo para justificar a proposição de mulheres como professoras em classes de meninos. Já Tambara (1998, p. 49) destaca a sutileza de um processo de feminilização definido pela "identificação entre a natureza feminil e a prática docente no ensino primário", num movimento de colagem das características feminis, próprias do sexo feminino, ao magistério, promovendo o assemelhamento da docência com o trabalho doméstico. E, assim, o magistério foi uma das maneiras de as mulheres assumirem espaços na sociedade gaúcha.

O primeiro curso de formação de professoras da Congregação da Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no RS, começou a ser ofertado no ano de 1904, no Colégio Nossa Senhora dos Anjos, em Porto Alegre/RS, transferindo-se, no ano seguinte, para o Colégio Nossa Senhora do Bom Conselho, também na capital gaúcha. No Colégio São José, o curso de magistério começou a ser ofertado em 1928, tendo suas primeiras 18 diplomadas no ano de 1932. Nesse período, além do magistério, o Colégio São José mantinha o curso Primário e de Música. Posteriormente, passou a ministrar o curso Complementar. Já em 1942, passa a funcionar o curso Ginasial Secundário no estabelecimento. De 1958 em diante, passa a oferecer os cursos Colegial Secundário Científico e Clássico (FLESCH, 1993). Até

5 Destaca-se que nos registros escolares do Colégio São José, identificou-se a matrícula de alunas internas, desde os cinco anos de idade.

6 Para saber mais sobre esse Ginásio, consultar Britto, Bayer e Kuhn (2020).

ISBN: 978-85-61702-77-9

1970, o Colégio São José atendia, exclusivamente, o público feminino, passando a ter turmas mistas no ano seguinte. Atualmente, o Colégio recebe em torno de 500 alunos, desde a Educação Infantil ao Ensino Médio.

Além do Colégio São José, no ano de 1874 tem início o Colégio Sagrado Coração de Jesus, em Santa Cruz do Sul/RS. A presença das Irmãs, em São Leopoldo e Santa Cruz do Sul, impulsiona outras obras religiosas, educacionais e sociais no sul do Brasil. Além dos citados, fundaram escolas em importantes municípios gaúchos, tais como Porto Alegre, Santa Maria, Estrela e Pelotas. Fundamental, ainda, foi o trabalho das Irmãs nas escolas paroquiais, buscando atender ao apelo da população. Diversas religiosas dedicaram-se ao ensino nas próprias paróquias e colégios locais (FLESCH, 1993). As escolas criadas pelas irmãs franciscanas no RS seguiam os princípios da Madre Madalena Damen[7] e sua unidade era marcada pelo pertencimento à Província, com respeito especial pela superiora provincial, que fazia visitas periódicas a cada unidade de ensino, para supervisionar o andamento do processo pedagógico de acordo com as determinações provinciais. “Na vida de Madalena Damen os valores não foram teorizados; a educação e a pedagogia tinham expressão prática, na convivência” (RUPOLO, 2001, p. 93).

Depois de 79 anos da chegada das primeiras Irmãs Franciscanas da Penitência e da Caridade Cristã ao Brasil, acontece a subdivisão da vasta província do Sagrado Coração de Jesus no RS, cujas razões são expressas pela superiora geral:

> Numa província tão vasta como a brasileira, uma só superiora provincial não pode atender devidamente, como prescrevem as Constituições, os trabalhos de visitação e administração. As grandes distâncias e o número cada vez maior de Irmãs tornam impossível a visitação anual. Além disso, a superiora provincial também deve ocupar-se com os assuntos

7 Maria Catarina Damen nasceu no dia 19 de novembro de 1787, na Holanda. Viveu no período da Revolução Francesa, em que era proibido praticar a religião. Muito jovem, vai trabalhar em Maaseik, como doméstica. Nesta cidade tem contato com os Freis Capuchinhos, que tinham conseguido, em 1810, permissão para reabrir seu convento. Trabalhando na casa paroquial também conhece a Ordem Franciscana Secular. Em 1817, Catarina, junto com outras três jovens, emite os votos como franciscana. Fica pouco tempo com as companheiras, pois, em 1825, o Padre Van der Zandt, pároco da cidade vizinha, solicita às Irmãs que o ajudassem com as crianças de sua localidade, dando-lhes a instrução religiosa e educação necessária; mas como ninguém se dispusesse a ir, Catarina se transfere para aquela cidade, Heythuysen. E quando outras jovens pedem para viver seu estilo de vida, Catarina sente ser este um sinal de Deus para fundar uma congregação. Assim, junto com outras três companheiras, funda a Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã, no dia 10 de maio de 1835. Catarina passa, então, a chamar-se Madre Madalena (FLESCH, 1993).

ISBN: 978-85-61702-77-9

> administrativos de sua província. Embora tenha fiéis auxiliares, deve ter conhecimento suficiente de tudo para poder arcar com a primeira responsabilidade. (FLESCH, 1993, p. 207-208).

Nesse sentido, a fundação da Província do Imaculado Coração de Maria, no município de Santa Maria/RS, ocorreu em 25 de março de 1951. No dia 2 de abril de 1951, foi celebrada missa festiva e, simbolicamente, feita a entrega da direção da nova Província ao novo conselho provincial.

Ressalta-se que, em abril de 2023, a Congregação das Irmãs Franciscanas completou 151 anos de ação missionária e educacional no Brasil, sendo mais uma razão para se resgatar suas contribuições na formação de crianças e jovens, especialmente o público feminino.

IRMÃ MARIA VALESCA VOLKMER[8]

Clara Volkmer, posteriormente, Irmã Maria Valesca Volkmer, nasceu em Porto Alegre/RS, no dia 28 de janeiro de 1892, filha de uma tradicional família católica, da comunidade São José, que congregava descendentes de imigrantes de língua alemã. Os seus pais são Paulo Volkmer e Mathilde Kroeff Volkmer, que tiveram 12 filhos. A mãe de Clara, Sra. Matilde, e sua irmã Tecla integraram o grupo das primeiras 13 alunas do Colégio São José de São Leopoldo, no ano de 1872, sendo elas as primeiras internas desse Colégio. Além de Clara, sua irmã mais velha, Edviges, ingressou na vida religiosa com o nome de Irmã Estefânia, em 1898, emitindo os votos perpétuos em 1900, com 20 anos. Além dela, sua irmã Ana também entrou no Colégio São José, mas faleceu como postulante.

Clara ingressou na vida religiosa, a exemplo de sua irmã Edviges, no dia 9 de julho de 1914, recebendo o nome de Irmã Maria Valesca da Santíssima Trindade. Desde criança, Clara revelava a vocação de futura educadora, levando seus irmãos menores à missa, aos domingos, e acompanhando-os em todos os ritos religiosos. Irmã Valesca fez os votos de pobreza, obediência e castidade no dia 15 de janeiro de 1918, atuando como professora, durante 45 anos, em diferentes instituições de ensino da Ordem:

8 A biografia da Irmã Valesca Volkmer foi escrita a partir da crônica sobre a referida Irmã, localizada no Centro Histórico das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã – Província do Sagrado Coração de Jesus – localizado em São Leopoldo/RS.

ISBN: 978-85-61702-77-9

- De 16/01/1918 a 05/12/1921: no Colégio Nossa Senhora dos Anjos, em Porto Alegre;
- De 05/12/1921 a 10/10/1922: no Colégio Nossa Senhora do Bom Conselho, em Porto Alegre;
- De 10/10/1922 a 05/12/1930: no Colégio Espírito Santo, em Bagé/RS;
- De 05/12/1930 a 22/01/1934: no Colégio Sagrado Coração de Jesus, em Santa Cruz do Sul/RS;
- De 22/01/1934 a 06/02/1939: novamente no Colégio Nossa Senhora do Bom Conselho, em Porto Alegre;
- De 06/02/1939 a 07/01/1963: no Instituto Nossa Senhora Medianeira, em Porto Alegre, onde também foi diretora do Curso Básico de Comércio que se fundara em 1956.

No período de 07/01/1963 a 15/04/1975, Irmã Valesca residiu no Colégio Nossa Senhora do Bom Conselho e se ocupou com traduções para a Província, valendo-se de lentes de aumento, devido a deficiências de visão e audição, que a impossibilitaram de continuar lecionando. Com o avanço da cegueira, a Irmã foi acolhida no antigo Sanatório Santa Elisabeth, hoje Lar Santa Elisabeth, localizando em São Leopoldo, onde recebeu os cuidados e tratamento de saúde que necessitava. No Lar permaneceu até seu falecimento, aos 86 anos, em 24 de agosto de 1978.

A Irmã Valesca Volkmer foi uma professora dedicada e amiga das alunas, mas também bastante severa e exigente, sendo reconhecida como boa mestra, com quem as alunas progrediam e saíam da escola preparadas para a vida. Periodicamente, ela atualizava os livros de Aritmética e de Francês da Coleção S. T., de ampla aceitação nas instituições de ensino daquele tempo. Em 1955, também foi responsável pela edição da ***Gramatica Alema***, publicada pela Livraria Selbach, de Porto Alegre. Na sequência deste capítulo, apresenta-se a ***Aritmética do 3º ano do Curso Primário***, com autoria da Irmã Valesca.

LIVRO DE ARITMÉTICA PARA O 3° ANO DO CURSO PRIMÁRIO DA AUTORA VALESCA VOLKMER

O livro ***Aritmética – Coleção S. T. – 3º ano do Curso Primário***, de autoria da Irmã Valesca Volkmer, sem data explícita da 12ª edição encontrada, possui 103

ISBN: 978-85-61702-77-9

páginas. Apesar dessa edição não especificar o seu ano de publicação, supõe-se que tenha sido após o ano de 1942, pois em suas páginas se encontram referências à moeda brasileira cruzeiro, vigente a partir de 1º de novembro de 1942.

Na capa, apresentada na Figura 1, além de suas informações de identificação, autoria, edição e nível a que se destina, chama a atenção a imagem de uma figura feminina escrevendo sentenças matemáticas no quadro negro e a ilustração de dois esquadros, instrumentos possivelmente utilizados para a construção de representações geométricas durante as aulas. Isso pode estar associado ao fato de a autora ser uma professora e o material editado estar voltado ao público feminino, foco de atuação da Ordem das Irmãs Franciscanas.

Figura 1 – Capa da Aritmética para o 3º ano do Curso Primário

Fonte: Volkmer, [s.d.].

Complementa-se que nas publicações de livros de Aritmética de Irmãs Franciscanas, desde a década de 80 do século XIX, observa-se a intenção de editar um material específico para o público feminino dos colégios da Ordem, pois havia

ISBN: 978-85-61702-77-9

poucos materiais voltados à vida prática de meninas. Depois da capa e contracapa do livro, a autora traz o programa de Aritmética para o 3º ano do curso primário, conforme descrito no Quadro 1:

Quadro 1 – Programa de Aritmética do Terceiro Ano Revisão da matéria ensinada no ano anterior.

Estudo completo da numeração: contagem, leitura e escrita de números, composição e decomposição nas diferentes ordens. Noção de algarismo e número, número simples e composto. Numeração romana até C. Estudos dos símbolos L e C.
Leitura e escrita de números com algarismos romanos.
Mecanização das tábuas de somar, subtrair, multiplicar e dividir.
Aplicação dos conhecimentos sobre adição na soma de grande número de parcelas.
Estudo dos casos especiais de subtração com zeros no minuendo.
Prova real da adição e subtração.
Cálculo mental, envolvendo adição e subtração de números compostos de duas ordens de unidades. Multiplicação de números quaisquer. Terminologia peculiar à multiplicação. Casos especiais de multiplicação: a) multiplicação com zeros intercalados no multiplicador; b) multiplicação pelas potências de 10; c) idem de números terminados em zero.
Divisão de números quaisquer. Casos especiais: a) divisão por 10, 100, 1000 dos números terminados em zeros; b) divisão de números terminados em zeros.
Divisão exata e divisão inexata. Divisibilidade por 2, 5 e 10. Noção de frações, como parte do inteiro. Representação das frações ordinárias na forma apropriada. Nome e significação dos termos. Leitura, escrita e equivalência das frações ordinárias. Comparação de fração. Noção de número decimal, divisão da unidade em décimos, centésimos e milésimos. Representação escrita dessas unidades. Leitura e escrita de números decimais.
Equivalência das ordens de unidades estudadas. Movimento da vírgula.
Adição e subtração de decimais. Multiplicação e divisão de decimais pelas potências de 10. Medidas: - Conhecimento do metro, litro e quilograma, do ½ metro, ½ quilograma, ½ litro; do ¼ de metro, ¼ de quilograma, ¼ de litro. Aplicação dessas unidades em medições. Equivalência do metro em meios metros e quartos de metros; idem do litro em meios e quartos de litros, e do quilograma em meios e quartos do quilograma.
Avaliação de superfícies e volumes por meio de padrões naturais: cartões, páginas de caderno, cubos etc.
Submúltiplos do metro e do litro. Equivalência da unidade principal nessas medidas. Representação, leitura e escrita de números que exprimam frações do metro e do litro. Soma e subtração com esses números.
Problemas (Vide 2º ano). Análise e interpretação oral de problemas. Análise escrita muito resumida.
Dinheiro: Conhecimento das moedas e cédulas brasileiras até Cr$ 1.000,00. Leitura e escrita de quantias nesse limite.
Prática de trocos.
Geometria. – Estudo da linha reta. Suas posições (vertical, horizontal, inclinada). Noção de ângulo agudo e obtuso, sem referência a grau. Posições relativas das linhas retas (linhas perpendiculares, oblíquas, paralelas, convergentes e divergentes).
Estudo do prisma (quadrangular, retangular e triangular). Faces laterais, bases, arestas e vértices.
Reconhecimento do quadrado retângulo e triângulo. Pirâmide e cone. Reconhecimento do círculo

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 3-4.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Observa-se que a autora apresenta o programa de Aritmética para o 3º ano do curso primário nas primeiras páginas do livro e, no final desse, traz o índice da obra, que está de acordo com o programa apresentado no Quadro 1. Supõe-se que as instituições de ensino da Ordem seguiam com rigor o programa oficial vigente no período[9], pois, de acordo com Leite (2005), as leis eram rígidas, especialmente com as escolas de origem alemã.

O índice do livro de Aritmética está organizado em quatro seções, conforme sintetizado no Quadro 2:

Quadro 2 – Síntese do índice da Aritmética para o 3º ano do Curso Primário

Seção	Descrição
Introdução	Programa de Aritmética do 3º ano e conceito de aritmética, número, grandeza e unidade.
Primeira parte	Números inteiros – numeração e algarismos romanos. Capítulo I – Números de 1 até 1000. Capítulo II – Números até 10000. Capítulo III – Números até 1000000. Capítulo IV – Números acima de 1000000.
Segunda parte	Frações – definições. Capítulo I – Frações ordinárias. Capítulo II – Frações decimais.
Suplemento	Noções preliminares de geometria (linhas, ângulo, polígonos, círculo, poliedros e corpos redondos).

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 101-102.

Destaca-se que, além de definições, o livro traz muitas propostas de cálculo oral, especialmente no estudo de números de 1 até 1000, pelos processos de composição e decomposição, além do foco nas tabuadas de multiplicação e divisão até o 12. Observam-se várias listas de exercícios de repetição e provas reais envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. A autora segue uma tendência de edição de livros pela Congregação das Irmãs Franciscanas, com pouca teoria e exemplos, mas com muitos exercícios e

9 Nesse período se observam reflexos do processo de nacionalização do ensino, o qual foi regido por uma série de decretos dos governos federal e estadual, emitidos no final da década de 1930, que disciplinaram a licença de professores e o material didático a ser usado nas escolas, tornaram o idioma nacional obrigatório (português) para a instrução e prescreveram a formação cívica brasileira.

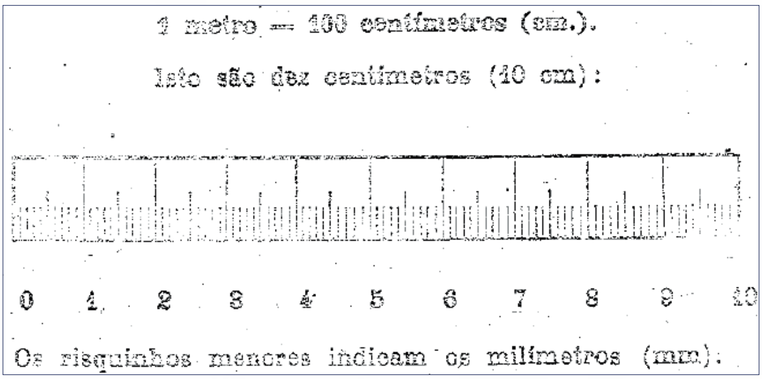
ISBN: 978-85-61702-77-9

problemas práticos e úteis ao público feminino (BRITTO, BAYER e KUHN, 2020). Destacam-se ainda problemas de aplicação prática envolvendo unidades de medidas, o que será melhor analisado na próxima seção deste capítulo.

SISTEMAS DE UNIDADES DE MEDIDAS E AS OPERAÇÕES ELEMENTARES

Nesta seção, discute-se como as unidades de medidas foram utilizadas pela autora no estudo das operações elementares, o que chamou a atenção dos autores deste capítulo na análise do livro. Inicialmente, a autora utiliza as unidades de medidas de comprimento, metro e centímetro, para explorar a multiplicação e a divisão por 100, apresentando, num primeiro momento, a relação entre essas unidades, conforme ilustrado na Figura 2:

Figura 2 – Unidades de comprimento: metro e centímetro



Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 13.

Depois de relacionar as unidades metro com centímetro, a autora propõe uma série de atividades que exploram a realização de medidas de comprimento de objetos da sala de aula, como caderno e livro, estatura das alunas para identificar a mais baixa e a mais alta, medida de partes do corpo como o polegar, o palmo e o pé, o que dá indícios de uma proposto de ensino baseada no método intuitivo[10]. Seguindo,

10 Esse método de ensino surgiu na Alemanha no final do século XVIII e foi divulgado pelos discípulos de Pestalozzi no decorrer do século XIX, na Europa e nos Estados Unidos. No Brasil, fez parte das propostas de reformulação da instrução pública no final do Império, sendo Rui Barbosa responsável por sistematizar os princípios do método intuitivo em seus pareceres e por traduzir o manual, ***Lições***

ISBN: 978-85-61702-77-9

propõe exercícios de transformação de metro em centímetro e vice-versa, explorando, assim, a multiplicação e a divisão por 100. Por fim, propõe duas atividades práticas para avaliar[11] e realizar medidas de comprimento, conforme ilustrado no Quadro 3:

Quadro 3 – Atividades para avaliar e medir objetos

Tomai um barbante de mais ou menos 2 metros de comprimento! A cada 10 cm dai um nó! Agora podeis medir objetos mais compridos. Primeiro avaliar. Depois medir. Tomai nota das medidas!

10. Copiar o seguinte modêlo:

Objeto	avaliado	mede	Diferença	
			excesso	falta
bengala	1 m	80 cm	20 cm	

Continuar conforme êste modêlo.

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 14.

As atividades ilustradas no Quadro 3 possibilitam que as alunas façam estimativas e depois meçam o comprimento de objetos, para o estabelecimento de relações entre as unidades de medidas, metro e centímetro. Chama a atenção que na atividade 10, solicita primeiro a avaliação (estimativa) e depois a medida realizada, para determinar a falta e o excesso em cada objeto avaliado. Como a autora traz no exemplo a medida da bengala, pode-se supor que essas atividades possam ser realizadas como tarefas de casa. Verifica-se que os exercícios propostos pela autora, exploram elementos concretos do dia a dia das alunas, dando indícios de uma proposta metodológica que parte do concreto para o abstrato. Ainda utiliza as duas unidades de medidas de comprimento (metro e centímetro) relacionando-as com frações ordinárias: meio metro; quinta parte do metro; quarta parte do metro e décima parte do metro. Assim, observa-se uma proposta que buscava preparar as alunas dos colégios das Irmãs Franciscanas para a utilização prática

de Coisas, de Calkins. Para o educador suíço Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827), a formação do aluno se dá conforme sua personalidade, suas aptidões e iniciativas. Por isso, defende uma educação que cultive harmonicamente as diferentes faculdades humanas (o cérebro, o coração e as mãos) para transformação da sociedade. No método intuitivo, a escola deveria ensinar coisas vinculadas à vida, utilizar os objetos como suporte didático e os sentidos para produção de ideias, iniciando do concreto e ascendendo à abstração (COSTA, 2014).

11 Avaliar tem o sentido de fazer uma estimativa da medida.

ISBN: 978-85-61702-77-9

de conhecimentos matemáticos, inclusive em outras aulas, como desenho, corte e costura, que faziam parte do currículo dessas instituições de ensino.

Na sequência do livro de Aritmética, a Irmã Valesca utiliza as unidades de medidas de capacidade, litro e hectolitro, considerando que "1 hectolitro (hℓ) = 100 litros (ℓ)" (VOLKMER, [s.d.], p. 14), propondo mais exercícios de multiplicação e de divisão por 100 envolvendo essas unidades de medidas, como a conversão de hectolitros em litros (multiplicação por 100) e a conversão de litros em hectolitros (divisão por 100). Também explora as frações ordinárias (meios, quarta parte, quinta parte e décimos) com essas unidades de medidas de capacidade. Observa-se uma proposta semelhante ao que foi feito com as unidades de medidas de comprimento, metro e centímetro, mas sem as atividades práticas de estimativas e medidas.

A autora também explora as unidades monetárias da época, cruzeiro e centavos, trazendo oito problemas relacionados à compra de selos a 10, 20, 30 e 40 centavos. No Quadro 4, descrevem-se dois desses problemas:

Quadro 4 – Problemas sobre selos[12]

1. Vanda recebeu uma carta. O envelope traz selos no valor de 1 cruzeiro. Quantos selos podem ser?
2. Áurea tem 1 cruzeiro. Compra 2 selos de 10 centavos cada um, um selo de 30 e um de 40 centavos. Que troco recebe?

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 16.

Inicialmente, é preciso considerar que 1 cruzeiro são 100 centavos para responder aos problemas descritos no Quadro 4. O problema de número 1 possibilita diferentes composições de resposta, explorando a soma 100 com as quantidades 10, 20, 30 e 40. Já o problema 2, envolve operações elementares para o cálculo do troco. Destaca-se que a autora traz mais exercícios explorando situações reais para determinação do troco, oralmente, o que indica uma preparação das alunas para lidar com operações comerciais e saberem calcular o troco de forma correta, como se pode observar na Figura 3. De acordo com Rambo (1996), um equipamento prático indispensável à sobrevivência concreta do indivíduo, atuando numa comunidade qualquer ou numa determinada sociedade, era o cálculo aritmético.

12 De acordo com Roche (1969), devido à ausência de meios de comunicação, recorria-se ao envio de correspondências pelos serviços postais para comunicações entre familiares e conhecidos mais distantes.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 – Cálculos de troco oralmente

Trocos

(Fazer os cálculos oralmente)

1. Um jovem cobrador recebe 700 cruzeiros em pagamento de uma dívida de 516 cruzeiros. Para dar o trôco êle calcula assim: De 516 para 520 são 4, de 520 para 600 são 80, de 600 para 700, 100: total 184 cruzeiros.

Façam o mesmo com os seguintes cruzeiros:

246	para	400	261	„	500	117	para	200
215	„	400	346	„	500	593	„	700
304	„	400	407	„	500	221	„	300
321	„	400	238	„	500	495	„	600
252	„	400	189	para	500	512	„	700
317	„	400	373	„	500	648	,	800
239	„	400	411	„	500	709	„	900

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 19.

Para fazer os cálculos de troco oralmente, a autora apresenta um exemplo em que determina quantas unidades faltam para completar a dezena, depois quantas dezenas faltam para fechar uma centena e, por fim, quantas centenas faltam para completar o valor total. Dessa forma, fazendo uma composição com os valores parciais, encontra o troco a ser dado. Em seguida, propõe 21 cálculos de troco, a partir do exemplo apresentado. Assim, como em outras atividades encontradas no livro, observa-se uma proposta com muitos exercícios de repetição, objetivando-se a fixação dos conteúdos pelas alunas.

Na sequência do livro a autora apresenta a relação entre quilograma e gramas (1kg = 1000g) e, em toda a página 21, com o título "os nossos pesos", a imagem de 10 pesos (1g, 2g, 5g, 10g, 20g, 50g, 100g, 200g, 500g, 1kg). Com isso, propõe exercícios que envolvem os pesos e a relação entre quilograma e gramas, conforme descrito no Quadro 5:

Quadro 5 – Exercício/problemas com pesos

1. Meu irmão quer pesar diversos objetos. Que pesos deve empregar para 38, 54, 76, 85, 110, 245, 329, 490, 532, 603, 767 gramas?
2. Breno foi comprar na venda 500g, 250g de açúcar, 125g de pimenta moída e 50g de canela. Dize-me:
   a. quanto pesa tudo junto?
   b. quanto falta para 1kg?

3. Nossa criada cozinhou 1kg de carne. Depois de cozida, a carne pesou ainda 882g. Quanto perdeu de peso?

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 20-22.

O primeiro exercício descrito no Quadro 5 propõe a composição de quantidades de massa a partir dos pesos apresentados na página 21 do livro, de forma gradativa. Pelo enunciado é possível que a autora esperasse que as alunas fizessem a composição com a menor quantidade de pesos possível ou que apresentassem diferentes possibilidades para constituir os pesos totais.

O problema seguinte envolve a operação de adição para determinar o peso total, em gramas, e, a partir desse, verificar quanto falta para 1kg, por meio da operação de subtração, considerando que 1kg = 1000g. No último problema do Quadro 5, a autora parte de 1kg de carne para determinar o peso perdido, em gramas, por um pedaço de carne após o cozimento. Registra-se que na proposição desses problemas, a autora emprega os títulos "No armazém" e "Em casa", para associar o conteúdo com o cotidiano das alunas, o que mostra que a metodologia tinha expressão prática, conforme os princípios da fundadora da Congregação das Irmãs Franciscanas (RUPOLO, 2001).

Após propor multiplicações e divisões com múltiplos de 10, de forma oral, principalmente, por meio de tabuadas, a autora traz as relações de tempo ilustradas na Figura 4:

Figura 4 – **Unidades de medida de tempo**

1 mês = 30 dias (ds.)
1 hora = 60 minutos (min.)
1 minuto = 60 segundos (seg.)

1. Quantos meses são: 210, 150, 270, 120, 240, 180 dias?
2. Quantas horas são: 480, 360, 120, 540, 420, 300, 180, 600, 200 minutos?
3. Quantos meses e dias são: 130, 250, 190, 160, 200 dias?

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 26.

A partir dessas relações entre unidades de medida de tempo, a autora propõe exercícios que exploram as relações entre meses e dias, horas e minutos, meses

ISBN: 978-85-61702-77-9

e dias, conforme observado na Figura 4. Ainda explora relações entre minutos e segundos no livro, ressaltando-se o foco na resolução desses exercícios pela decomposição e composição, por meio de cálculos orais.

Na sequência, a autora apresenta exercícios escritos que envolvem a multiplicação e a divisão por 11 e por 12, dando maior ênfase a esse último, com o emprego das relações: 1 dúzia = 12 coisas e 1 grosa = 12 dúzias, que são muito exploradas com problemas do cotidiano. Ainda emprega as relações de tempo 1 ano = 52 semanas e 1 dia = 24 horas, em situações de multiplicação e divisão que envolvem essas unidades de medidas de tempo.

No estudo das quatro operações fundamentais com os números até 10000, a autora utiliza as seguintes relações entre unidades de medidas (VOLKMER, [s.d.], p. 42):

1000 metros = 1 quilômetro (1 km)
1000 gramas = 1 quilograma (1 kg)
1000 kg = 1 tonelada
1 metro = 1000 milímetros (mm)

A partir delas, propõe exercícios orais envolvendo as operações de multiplicação e de divisão com números até 10000. Finaliza-se a unidade de estudo com dois problemas que envolvem a medida léguas, mas sem defini-la.

No estudo de frações decimais, a autora também utiliza unidades de medidas, como metro e centímetros (1m = 100cm), hectolitro e litros (1hℓ = 1ℓ), tonelada e quilogramas (1t = 1000kg), quilograma e gramas (1kg = 1000g), quilômetro e metros (1km = 1000m), metro e milímetros (1m = 1000mm), cruzeiro e centavos (1Cr$ = 100 centavos). Com essas unidades propõe exercícios de leitura e escrita de frações decimais, além das quatro operações, com ênfase em problemas que envolvem dinheiro, conforme exemplos descritos no Quadro 6:

Quadro 6 – Frações decimais com dinheiro

1. Comprei 25kg de feijão a Cr$ 23,30 o quilo e 15kg de arroz a Cr$ 30,20 o quilo. Dei Cr$ 1200,00. Quanto recebi de troco? 2. Uma dona de casa comprou 8m de chita a Cr$ 8,60 o metro e 10m de pelúcia a Cr$ 9,50 o metro. Deu Cr$ 200,00. Quanto recebeu de troco?

Fonte: Volkmer, [s.d.], p. 84-85.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Os problemas descritos no Quadro 6 exploram operações com frações decimais em contextos do dia a dia das alunas, envolvendo unidades de medidas de massa, comprimento e monetárias. Destaca-se a ênfase em problemas para o cálculo de troco, o que supõe uma preocupação da autora do livro em trazer conteúdos relacionados à economia doméstica, para as alunas das instituições de ensino da Ordem.

Ao finalizar a breve análise do livro de ***Aritmética – Coleção S. T. – 3º ano do Curso Primário***, de autoria da Irmã Valesca Volkmer, infere-se que a proposta apresentada está voltada para a compreensão de conceitos e aplicação desses, buscando uma sólida formação em conhecimentos matemáticos práticos e úteis. Dessa forma, desejava-se que as egressas de instituições de ensino da Congregação colocassem em prática os conhecimentos adquiridos e propagassem a tradição de seus colégios, especialmente através de sua ação no magistério de escolas primárias em diferentes comunidades do RS.

AGRADECIMENTO

Ao apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) e ao apoio para realização da pesquisa pela Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã – Província do Sagrado Coração de Jesus, localizada em São Leopoldo/RS.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Motivadas pelo convite do superior da missão brasileira dos jesuítas no RS, as Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã chegaram ao Brasil, em abril de 1872, instalando-se no município de São Leopoldo/RS, com a finalidade de contribuir para a educação de crianças e jovens, em sua maioria filhas de imigrantes alemães. Com base em referenciais sobre história cultural, investigou-se como unidades de medidas foram utilizadas no estudo de operações elementares, em um livro de Aritmética do século XX, editado pela Irmã Franciscana Valesca Volkmer, para o público feminino.

A obra analisada está voltada para o estudo de operações com números naturais, frações ordinárias e decimais e noções preliminares de geometria. Apresenta definições e prioriza propostas de cálculo oral, especialmente no estudo de

ISBN: 978-85-61702-77-9

números até 1000, pelos processos de composição e decomposição, além do foco nas tabuadas de multiplicação e divisão até o 12. Observam-se vários exercícios de repetição e provas reais envolvendo as quatro operações com números naturais. Portanto, a autora segue uma tendência de edição de livros pela Congregação das Irmãs Franciscanas no RS, com pouca teoria e exemplos, mas com exercícios e problemas práticos e úteis ao público feminino.

Verificou-se que a autora utilizou unidades de medidas de comprimento (km, m, cm e mm), capacidade (hℓ e ℓ), massa (t, kg e g), tempo (ano, mês, semana, dia, h, min e s) e monetárias (cruzeiro e centavos), para o estudo de operações elementares com números naturais e frações ordinárias e decimais, de forma prática e utilitária para o dia a dia das alunas.

Com base na análise realizada, pondera-se que o livro traz uma proposta que pretendia educar as gerações de alunas para solução de problemas do cotidiano, tanto no gerenciamento de atividades domésticas, quanto de atividades profissionais. Dessa forma, desejava-se que as egressas propagassem a tradição da Ordem das Irmãs Franciscanas, especialmente através de sua ação no magistério de escolas primárias em diferentes comunidades gaúchas. Esse estudo permite resgatar um pouco da história dos 151 anos de ação missionária e educacional das Irmãs Franciscanas no RS, particularmente no campo da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. S. **Mulher e educação:** a paixão pelo possível. São Paulo: UNESP, 1998.

BOHNEN, A.; ULLMANN, R. A. **A Atividade dos Jesuítas de São Leopoldo**. São Leopoldo/RS: Unisinos, 1989.

BRITTO, S. L. M. **O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no Ginásio Conceição, sob a ótica dos Jesuítas nos séculos XIX e XX.** Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas/RS, 2016.

BRITTO, S. L. M.; BAYER, A.; KUHN, M. C. **A contribuição dos Jesuítas para o ensino da Matemática no Rio Grande do Sul.** São Leopoldo/RS: Unisinos, 2020.

CELLARD, A. A análise documental. *In:* POUPART, J. *et al.* **A pesquisa qualitativa:** enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis/RJ: Vozes, 2008.

CHARTIER, R. **A História Cultural:** entre práticas e representações. Lisboa: Difel, 1990.

COLLEGIO SÃO JOSÉ. **Lembrança do 50º Anniversário da vinda das Irmans Franciscanas ao Brasil e da fundação do Collegio São José em São Leopoldo – 1872 a 1922.** São Leopoldo/RS, 1922.

COSTA, D. A. As concepções e contribuições de Pestalozzi, Grube, Parker e Dewey para o ensino da aritmética no nível elementar: o conceito de número. **História da Educação***,* Porto Alegre, RS, v. 18, n. 42, p. 37-59, jan./abr. 2014.

FLESCH, B. **História da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no Brasil (1872-1951).** Porto Alegre: Metrópole, 1993. v. 1.

KREUTZ, L.; ARENDT, I. C. (org.). **Livros escolares das Escolas da Imigração Alemã no Brasil (1832-1940)** - Volume III. São Leopoldo/RS: Unisinos, 2007. CD-ROM

KUHN, M. C. **O ensino da matemática nas escolas evangélicas luteranas do Rio Grande do Sul durante a primeira metade do século XX.** Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas/RS, 2015.

PROST, A. **Doze lições sobre a História.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

RAMBO, A. B. **A escola comunitária teuto-brasileira católica**: a associação de professores e a escola normal. São Leopoldo/RS: Unisinos, 1996.

ROCHE, J. **A Colonização Alemã e o Rio Grande do Sul.** Porto Alegre: Editora Globo, 1969. v. 1 e v. 2.

RUPOLO, I. Irmãs Franciscanas no Rio Grande do Sul e compromisso educacional. **Revista Vidya,** Santa Maria, RS, Edição Especial – 50 anos, p. 83-98, jul. 2001.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/498/488 Acesso em: 16 set. 2023.

TAMBARA, E. Profissionalização, escola normal e feminilização: magistério sul-rio-grandense de instrução pública no século XIX. **Revista História da Educação**, Pelotas, RS, n. 3, p. 35-58, abr. 1998. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/30720/pdf Acesso em: 17 set. 2023.

VOLKMER, V. **Aritmética** – Coleção S. T. – 3º ano do Curso Primário. Porto Alegre/RS: Livraria Selbach, [s.d.].

WERLE, F. O. C. Feminização do magistério como estratégia de expansão da instrução pública. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá, MT, v. 5, n.7, p. 187-200, jan./jun. 1996.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.006

APLICAÇÕES DO MAPA MENTAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

DENISE SAYURI ODA NAMPO
Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, campus de Foz do Iguaçu – PR, denise.nampo@gmail.com;

SUSIMEIRE VIVIEN ROSOTTI DE ANDRADE
Professora Doutora do Curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Unioeste, campus de Foz do Iguaçu – PR, susimeire.andrade@unioeste.br.

RESUMO

Nesta revisão integrativa, exploramos as aplicações do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Buscamos por publicações nas seguintes bases eletrônicas: *Educational Resources Information Center* (ERIC), *Scopus* e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), sem limitação de idioma ou período, utilizando-se a combinação dos descritores "Mapa mental", ("Aprendizagem" ou "Ensino") e "Matemática" e seus sinônimos, de acordo com o sistema de indexação de cada base. Catorze pesquisas foram incluídas, sendo 06 estudos quasi-experimentais, 05 não experimentais e 03 revisões da literatura. Após análise, identificamos a utilização do mapa mental em ambientes virtuais de aprendizagem, de forma colaborativa, com o uso de ***softwares*** que permitiram a inserção de vídeos e imagens em sua construção. Ainda, identificamos a aplicação do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática para: a) Auxiliar na introdução e construção de um novo conhecimento; b) Estabelecer relações entre conceitos; c) Desenvolver a cognição matemática; d) Fornecer uma visão geral do conteúdo estudado; e) Revisar um conteúdo; f) Organizar a informação; g) Auxiliar na memorização; h) Resumir um conteúdo; i) Estimular a criatividade; j) Mostrar conexões entre a Matemática e o mundo; k) Desenvolver habilidades críticas e análiticas; l) Avaliar, tornando visíveis as estruturas cognitivas dos estudantes. Concluímos que existe uma ampla variedade de uso do mapa mental, para o ensino e aprendizagem da Matemática, da educação básica ao ensino superior, tanto por alunos quanto por professores. No entanto, por ser uma

representação gráfica individual, sua elaboração depende do conhecimento do usuário, sendo importante que essa característica seja ponderada quando de sua utilização. Considerando que as evidências trazidas em nossa revisão são provenientes de estudos não experimentais e quasi-experimentais, encorajamos a realização de pesquisas experimentais adequadamente dimensionadas para avaliar a efetividade dos mapas mentais no ensino da Matemática.

Palavras-chave: Recurso didático, Educação Matemática, Representação gráfica, Mapeamento mental.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

A Matemática é amplamente reconhecida como um saber fundamental para a plena participação do indivíduo na vida social e econômica (Brasil, 2020). No entanto, ela é frequentemente vista como uma disciplina desafiadora, sendo uma das que apresenta maiores taxas de reprovação.

Nesse contexto, historicamente o ensino e a aprendizagem da Matemática têm sido um desafio tanto para os alunos quanto para os professores e pesquisadores, que estão constantemente em busca de novas abordagens para o processo de ensino e aprendizagem.

Em 2018, os resultados da avaliação de Matemática no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) revelaram que o Brasil obteve 384 pontos, o que representou um desempenho 108 pontos abaixo da média dos estudantes dos países que fazem parte da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Isso evidencia não apenas a dificuldade dos alunos brasileiros nessa disciplina, mas também seu déficit em relação a estudantes de outros países, potencialmente prejudicando sua apresentação frente a um mundo globalizado (Brasil, 2020).

Dado o papel crucial da Matemática e a complexidade que os estudantes brasileiros enfrentam ao aprender essa disciplina, conforme demonstrado pelos resultados do PISA, torna-se evidente que qualquer estratégia que possa aprimorar o ensino, bem como motivar e estimular o aprendizado dos alunos, é de extrema importância. Uma ferramenta, inicialmente criada para fazer anotações, que vem sendo explorada para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem é o mapa mental. Criada pelo matemático, psicólogo e neurocientista Tony Buzan (1942-2019), essa técnica favorece a organização e estruturação de um pensamento, de uma forma visualmente interessante (Buzan; Buzan, 1994; Marques, 2008).

A essência do mapa mental é simplificar ao máximo os símbolos necessários para expressar ideias importantes relacionadas a um tópico específico. Um mapa mental bem elaborado incorpora todos os detalhes fundamentais e indispensáveis para a compreensão do tema em questão. O conceito principal é centralizado no mapa, idealmente representado por meio de uma imagem ou ilustração. As ideias correlacionadas são descritas com palavras-chave, cada uma em cores distintas, formando extensões a partir da ideia principal. Por essa característica, o mapa

ISBN: 978-85-61702-77-9

mental constitui uma ferramenta de fácil e rápido acesso quando o assunto é a retomada de um conteúdo (Buzan, 2012; Buzan; Buzan, 1994; Marques, 2008).

De acordo com Buzan (2012), a inclusão de imagens ou ícones associados às palavras-chave, ou até mesmo em substituição a elas, é uma estratégia recomendada. Isto se deve ao fato de que imagens são particularmente mais eficazes em evocar associações, estimulando o pensamento criativo e melhorando a capacidade de memorização. Buzan afirma que uma imagem é capaz de transmitir mais do que mil palavras, uma vez que envolve uma ampla gama de habilidades cerebrais, incluindo percepção de cores, formas, linhas, dimensões, texturas e o estímulo à imaginação. Em contrapartida, o uso de sentenças ou frases completas deve ser evitado, pois isso pode inibir a formação de novas conexões e associações. Quando organizadas dessa maneira, as informações contidas em um mapa mental oferecem uma visão abrangente do tema, facilitando a organização, síntese e hierarquização dos tópicos relacionados a um determinado assunto (Buzan, 2012; Marques, 2008).

Devido à sua estrutura, o mapa mental é aplicado e valorizado em uma ampla variedade de contextos, abrangendo ambientes organizacionais, escolares, domésticos e atividades sociais. Nesses cenários, os mapas mentais emergem como uma ferramenta útil para otimizar o gerenciamento do tempo, planejamento de projetos, tomada de decisões, auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, bem como coordenar tarefas cotidianas, atividades de lazer e eventos.

Dada a complexidade que os estudantes enfrentam ao aprender Matemática e a relevância de investigar abordagens inovadoras para aprimorar o ensino dessa disciplina, conduzimos um estudo com o objetivo de explorar as possíveis aplicações do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

METODOLOGIA

A presente pesquisa foi estruturada por meio de uma revisão integrativa, uma metodologia cujo objetivo é compilar e sintetizar resultados de pesquisas experimentais e não-experimentais, unindo dados da literatura teórica e empírica, proporcionando um vasto e profundo entendimento do fenômeno pesquisado (Souza; Silva; Carvalho, 2010).

Para esta revisão consideramos elegíveis os estudos primários e secundários que discorressem sobre a aplicação de mapas mentais no processo de ensino e

ISBN: 978-85-61702-77-9

aprendizagem da Matemática. Os estudos primários foram aqueles que propunham investigar a utilização do mapa mental como recurso didático em sala de aula e os estudos secundários aqueles que tinham como objetivo compilar evidências.

A busca eletrônica por estudos de interesse foi realizada no dia 20/07/2023, nas seguintes bases eletrônicas de dados: ***Educational Resources Information Center*** (ERIC), ***Scopus*** e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), sem limitação de idioma ou período, conforme estratégia descrita no Quadro 1.

As referências encontradas foram importadas para uma planilha eletrônica. Após a eliminação de referências duplicadas, procedemos com a análise de títulos e/ou resumos, sendo excluídos os estudos claramente não elegíveis. Em seguida, realizamos a análise dos textos completos, permanecendo apenas as referências que atendiam aos critérios de elegibilidade. Posteriormente, conduzimos uma busca manual nas referências dos estudos incluídos. As referências potencialmente relevantes foram submetidas à análise de títulos e/ou resumos e análise de textos completos, permanecendo apenas os estudos que contemplavam os critérios de elegibilidade.

Quadro 1 – Descrição das buscas realizadas por base eletrônica

Base eletrônica	Descritores	Campo
ERIC	(*"mind map" OR "mental map" OR "mind mapping" OR "mental mapping") AND (education OR learning) AND (math OR mathematic)*	Em todos os campos
Scopus	*("mind map" OR "mental map" OR "mind mapping" OR "mental mapping") AND (education OR learning) AND (math OR mathematic)*	Em todos os campos
BDTD	"mapa mental" *AND* (ensino *OR* aprendizagem) *AND* matemática	Em todos os campos

Fonte: as autoras (2023).

A extração dos dados objetivou identificar as seguintes informações: o público-alvo atingido com o uso dos mapas mentais, a aplicação dos mapas mentais no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e suas limitações.

Os dados extraídos foram submetidos a uma análise descritiva, que segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 102) procura detalhar as propriedades, atributos e perfis de indivíduos, "grupos, comunidades, processos, objetos ou qualquer outro fenômeno" passível de análise. Essencialmente, o propósito é exclusivamente

ISBN: 978-85-61702-77-9

mensurar ou coletar informações de maneira isolada ou combinada sobre os conceitos ou variáveis em questão, sem a intenção de estabelecer suas interações ou relações mútuas.

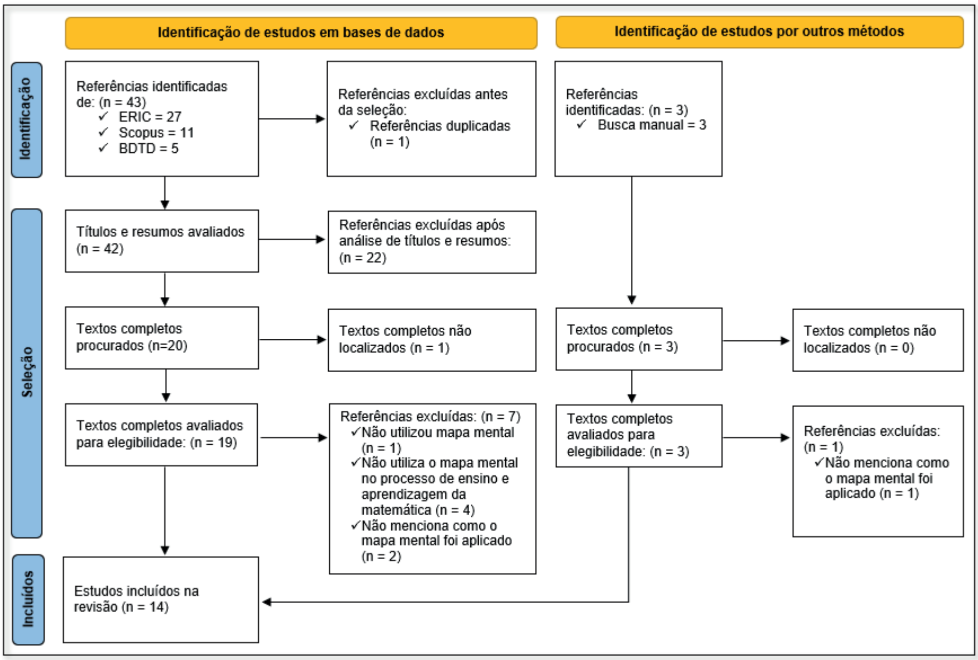
RESULTADOS E DISCUSSÃO

A busca retornou 43 referências. Após a exclusão de uma entrada duplicada, dos 42 estudos, 22 foram excluídos após leitura dos títulos e/ou resumos por não terem utilizado o mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Na fase de procura por textos completos, uma referência não foi localizada. Dos 19 textos completos analisados, 7 estudos foram excluídos (um por não ter utilizado o mapa mental, 4 por não terem utilizado o mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e 2 por não terem mencionado como o mapa mental foi aplicado no estudo).

Na sequência, realizamos uma busca manual por artigos de interesse nas referências dos estudos incluídos. Nesta etapa encontramos 3 estudos potencialmente relevantes, dos quais um foi excluído por não ter mencionado como o mapa mental foi aplicado. Ao final das etapas, 14 estudos foram incluídos nesta revisão (Figura 1).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1 – Fluxograma da seleção dos estudos



Fonte: as autoras (2023).

As 14 pesquisas incluídas foram conduzidas em 10 países diferentes e variaram quanto ao tipo, entre estudos quasi-experimentais (n=6), estudos não experimentais (n=5) e revisões de literatura (n=3). Os estudos abordaram a utilização do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática em diversos públicos-alvo, variando entre estudantes da educação infantil a estudantes da graduação (Quadro 2).

Quadro 2 – Características dos estudos incluídos

Título	Autor/ano	Origem	Público alvo do estudo	Tipo de estudo
RME Approach and Mind Map Methode to Enhance Mathematical Cognition of Elementary School Students	ILMI; BENTRI, 2019	Indonésia	Estudantes do ensino fundamental anos iniciais	Estudo quasi-experimental
The effect of using mind maps on the development of maths and science skills	POLAT; YAVUZ; TUNC, 2017	Turquia	Crianças de 4 a 5 anos	Estudo quasi-experimental

ISBN: 978-85-61702-77-9

Título	Autor/ano	Origem	Público alvo do estudo	Tipo de estudo
The Enhancement of Mathematical Reasoning Ability of Junior High School Students by Applying Mind Mapping Strategy	AYAL *et al*., 2016	França	Estudantes do ensino médio	Estudo quasi-experimental
Identifying Concepts Created for Geometric Objects: Mind Map	YORULMAZ; UYSAL, 2021	Turquia	Estudantes de pedagogia	Estudo não experimental
The use of mind maps related to the four operations in primary school fourth-grade students as an evaluation tool	YORULMAZ; UYSAL; SIDEKLI, 2021	Turquia	Estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental	Estudo não experimental
Online collaborative mind mapping in a mathematics teacher education program: a study on student interaction and knowledge construction	ARAUJO; GADANIDIS, 2020	Canadá	Estudantes de licenciatura em matemática	Estudo não experimental
Sala de aula invertida e aprendizagem de temas financeiro-econômicos.	OLIVEIRA, 2021	Brasil	Estudantes do 1º ano do Ensino Médio	Estudo não experimental
The Use of ICT Tools to Organize Distance Learning of Mathematics for Primary School Students under COVID-19 Pandemic Conditions	RUDENKO *et al*., 2021	Ucrânia	Estudantes do ensino fundamental anos iniciais	Estudo não experimental
Using mind map in teaching mathematics: An experimental study	LOC, LOC, 2020	Vietnã	Estudantes do ensino médio	Estudo quasi-experimental
Mind maps in electronic and classical format in mathematics teaching.	SĂMĂRESCU, 2020	Romênia	Estudantes do ensino fundamental anos iniciais	Estudo quasi-experimental
Supporting Pre-schoolers' Acquisition of Geometric Knowledge Through Mind Mapping	SEZER; POLAT, 2022	Turquia	Crianças de 5 a 6 anos	Estudo quasi-experimental
Graphical Knowledge Display: Mind Mapping and Concept Mapping as Efficient Tools in Mathematics Education.	BRINKMANN, 2003a	Alemanha	N/A	Revisão bibliográfica
Mind Mapping as a Tool in Mathematics Education.	BRINKMANN, 2003b	Alemanha	N/A	Revisão bibliográfica
Mathematical Mind Mapping.	ENTREKIN, 1992	EUA	N/A	Revisão bibliográfica

Fonte: as autoras (2023).

Nas seções seguintes descreveremos as características dos estudos incluídos e as aplicações do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, sob a perspectiva da construção do conhecimento matemático, sua utilização como instrumento de avaliação e suas limitações como ferramenta didática.

MAPA MENTAL NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Seis estudos quasi-experimentais (Ayal ***et al.***, 2016; Ilmi; Bentri, 2019; Loc; Loc, 2020; Polat; Yavuz; Tunc, 2017; Sămărescu, 2020; Sezer; Polat, 2022) e dois estudos não experimentais (Oliveira, 2021; Rudenko ***et al.***, 2021) pesquisaram a utilização do mapa mental como ferramenta para a construção do conhecimento matemático.

Loc e Loc (2020), Sămărescu (2020) e Sezer e Polat (2022) abordaram a aplicação do mapa mental em dois contextos: para o ensino de um conteúdo novo e para a revisão de um conteúdo já ensinado.

Para o ensino, Loc e Loc (2020) sugerem que o professor introduza um tópico e desenhe ou escreva a palavra-chave no centro do mapa. Durante o desenvolvimento da aula, novos ramos devem ser incluídos a medida que novos conhecimentos são introduzidos. Concluída a aula, o professor utiliza o mapa mental para consolidar e resumir o conhecimento construído. Já para a revisão do conteúdo, os autores sugerem que os estudantes criem mapas mentais do que foi aprendido em sala, como parte de suas atividades de casa. Uma outra maneira, seria iniciar a construção do mapa mental em uma aula subsequente, orientando os estudantes por meio de questionamentos que estimulem a lembrança de conteúdos já abordados. Os autores relatam que o mapa mental permitiu que o conhecimento fosse codificado de uma maneira compreensível, detalhada e ao mesmo tempo concisa, ajudando os estudantes na observação e memorização do conteúdo. As atividades propostas geraram entusiasmo entre os estudantes e promoveram o desenvolvimento da criatividade e da habilidade de raciocínio.

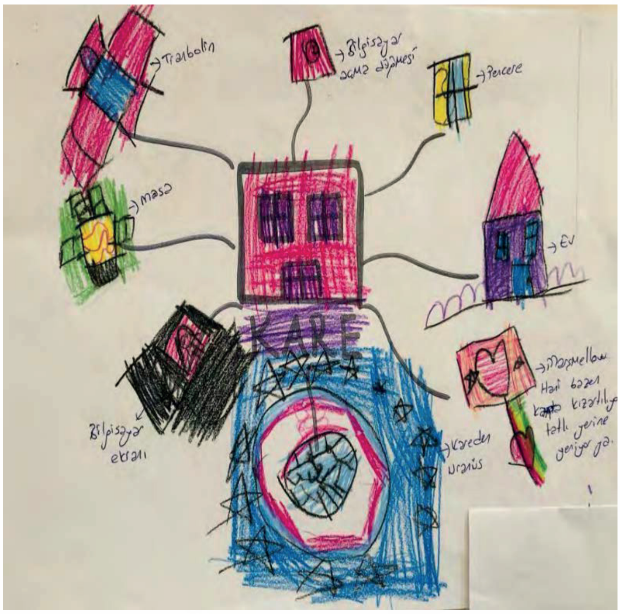
Nos estudos de Sămărescu (2020) e Sezer e Polat (2022), o mapa mental foi utilizado para além da performance dos estudantes em Matemática. Nesses estudos, a ferramenta favoreceu a conscientização da relação entre conceitos e subconceitos, propiciando a consolidação do conhecimento. Sămărescu (2020) enfatiza que o uso do mapa mental proporcionou o desenvolvimento de habilidades críticas e

ISBN: 978-85-61702-77-9

analíticas e a possibilidade de expor as relações concebidas de forma errada pelos estudantes, possibilitando a intervenção do professor quando necessário.

Uma das atividades desenvolvidas no estudo de Sezer e Polat (2022) objetivou desenvolver correlações entre a figura geométrica quadrado e objetos com o mesmo formato. Nela, por exemplo, uma criança de 5 anos correlacionou o quadrado com a superfície de uma mesa (***masa yüzeyi***), um trampolim (***trambolin***), o botão de um computador (***bilgisayar açma dügmesi***), uma janela (***pencere***), uma casa (***ev***), um marshmallow (***lokum/marsmelov***) e a tela de um computador (***bilgisayar ekrani***) (Figura 2).

Figura 2 – Mapa mental no ensino da Geometria



Fonte: Sezer e Polat (2022).

Outros três estudos quasi-experimentais (Ayal ***et al.***, 2016; Ilmi; Bentri, 2019; Polat; Yavuz; Tunc, 2017) utilizaram o mapa mental no desenvolvimento de habilidades cognitivas em Matemática. Embora a aplicação do mapa mental tenha sido similar e os resultados tenham sido favoráveis para seu uso nos três estudos, as populações estudadas e as estratégias de utilização dessa ferramenta foram bastante distintas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

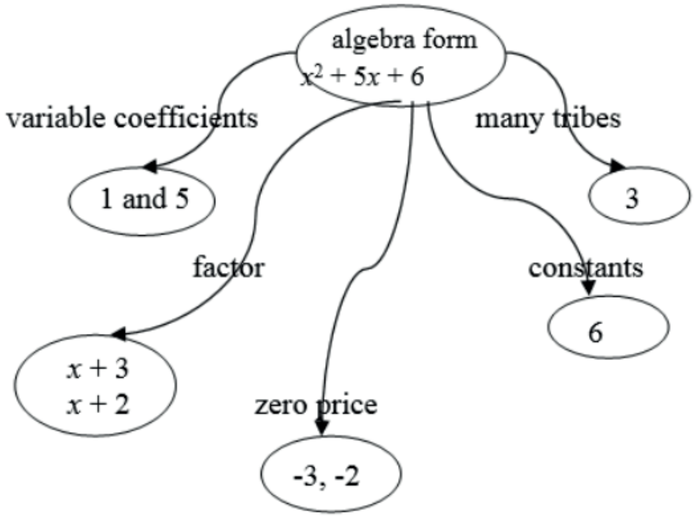
O estudo de Polat, Yavuz e Tunc (2017) utilizou o mapa mental no desenvolvimento de temas diversos não relacionados à Matemática. As construções, realizadas de forma colaborativa por crianças de 4 e 5 anos de idade, envolviam conceitos associados aos temas: água, roupas, comida, escola, brinquedos e dinossauros.

Já o estudo desenvolvido por Ayal ***et al.*** (2016), com estudantes do ensino médio, utilizou como estratégia o mapa mental nas quatro etapas descritas abaixo:

1. Visão geral: essa etapa visa a criação de um mapa mental mestre, fornecendo uma visão geral dos tópicos que serão estudados durante o semestre. Os autores sugerem a aplicação do mapa mental, com este propósito, na primeira aula de cada semestre.
2. Pré-visualização: é uma continuação da visão geral, em um nível mais detalhado. Os estudantes desenvolverão um conhecimento prévio suficiente sobre o subtópico do material, antes do início de uma discussão mais detalhada.
3. Visão interna: consiste em uma revisão em profundidade, na qual o tópico é discutido detalhadamente. Nessa fase, espera-se que os alunos registrem as informações, conceitos ou fórmulas importantes, para ajudá-los a compreender e dominar o material que está sendo ensinado.
4. Revisão: é uma revisão realizada antes do final da aula e na forma de um resumo do material que foi ensinado, enfatizando as informações, conceitos e fórmulas importantes. Esse procedimento auxilia os estudantes a se concentrarem em reestudar em casa todos os materiais ensinados durante a aula. As revisões também podem ser feitas quando a aula estiver prestes a começar, em um próximo encontro, como uma forma de relembrar o conteúdo que foi ensinado na aula anterior.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 – Mapa mental no ensino de Álgebra



Fonte: Ayal *et al.* (2016).

A Figura 3 ilustra um mapa mental confeccionado no ensino de equações quadráticas, desenvolvido no estudo de Ayal ***et al.*** (2016). As ideias relacionadas evidenciam os coeficientes, a forma fatorada e as raízes da equação.

Alinhado ao estudo de Ayal ***et al.*** (2016), Ilmi e Bentri (2019) também consideram o mapa mental como um meio de disponibilizar uma visão geral do que será estudado e permitir a identificação, de forma clara e criativa, do que foi ensinado. Os autores utilizaram o mapa mental para o ensino da Matemática com o objetivo de envolver ativamente o estudante na construção de seu conhecimento e compararam seu efeito com a aplicação de uma Educação Matemática Realista (EMR), a qual conecta a Matemática com situações do mundo real. As habilidades cognitivas foram mensuradas por meio de indicadores de integração viso-motora, atenção, habilidades matemáticas e coordenação motora fina pois, segundo os autores, o desenvolvimento precoce dessas habilidades tem se mostrado importante na construção do conhecimento matemático.

Das duas pesquisas não experimentais, Oliveira (2021) destaca-se pelo uso do mapa mental como uma ferramenta de metodologia ativa em aulas ***online***. O mapa mental elaborado foi utilizado como recurso didático em uma aula sobre funções quadráticas, conduzida pelos alunos, em uma metodologia de sala de aula invertida. Oliveira (2021) evidenciou a viabilidade de se utilizar o mapa mental nessa

ISBN: 978-85-61702-77-9

metodologia, destacando a motivação e a participação ativa dos estudantes ao se utilizar essa ferramenta.

Por sua vez, Rudenko ***et al.*** (2021) conduziu uma pesquisa-ação com o objetivo de fundamentar a viabilidade pedagógica e o valor didático da incorporação de recursos eletrônicos e tecnologias modernas na organização do ensino de Matemática à distância na escola primária. A criação dos mapas mentais referente às aulas de Matemática foi realizada durante a pandemia (COVID-19), de forma remota, com o auxílio dos ***softwares FreeMind, Bubbl.us*** e ***MindMeister***. Os autores relatam que houve uma melhora na compreensão do conteúdo pelos estudantes e sugerem que o uso de mapas mentais nas aulas de Matemática à distância podem ajudar os alunos a entender melhor o material e a absorver os conteúdos matemáticos de uma maneira mais eficaz.

No geral, as pesquisas concluíram que os mapas mentais permitiram revisar, visualizar, vincular e manipular ideias, contribuindo para uma melhor compreensão do conteúdo e construção e organização do conhecimento. Os resultados dos estudos apontaram para ganhos em habilidades cognitivas em Matemática com o uso do mapa mental e reforçam sua utilização por estudantes e professores para a melhora do aprendizado em Matemática.

MAPA MENTAL COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO

Uma outra possibilidade de aplicação do mapa mental é a sua utilização como instrumento de avaliação. Segundo Brinkmann (2003a; 2003b), quando o mapa mental é desenhado pelo estudante, a estrutura de seu conhecimento torna-se visível, tanto para o professor quanto para ele mesmo, que toma consciência da organização do seu próprio conhecimento. Expor as conexões ou conceitos errados assimilados pelo estudante permite que o professor interfira, corrigindo e aprimorando o aprendizado de seus alunos. O mapa mental também pode ser utilizado antes e após a apresentação de um tópico, como ferramenta de diagnóstico da evolução do conhecimento do estudante.

Os estudos de Yorulmaz e Uysal (2021) e Yorulmaz, Uysal e Sidekli (2021) utilizaram o mapa mental para determinar o conhecimento, a percepção e os conceitos errados elaborados por estudantes. O primeiro avaliou o conhecimento de futuros pedagogos sobre sólidos geométricos. O segundo, verificou o conhecimento de

ISBN: 978-85-61702-77-9

alunos do 4º ano do ensino primário da Turquia (equivalente ao 4º ano do Ensino Fundamental no Brasil) sobre as quatro operações matemáticas.

De forma similar, Araujo e Gadanidis (2020) buscaram descobrir, por meio de um mapeamento mental colaborativo, como futuros professores de Matemática interagem e constroem o conhecimento. O mapa mental possibilitou reorganizar a maneira pela qual os alunos pensavam sobre a Matemática, sobre o pensamento computacional e sobre a pedagogia da Matemática.

Em conjunto, essas pesquisas mostraram que os mapas mentais permitiram visualizar, vincular e manipular ideias de uma forma que discussões encadeadas não poderiam suportar e indicam para a possibilidade de utilização do mapa mental como ferramenta de avaliação, de modo a identificar os erros e a compreensão conceitual estruturada pelos estudantes. Além disso, o estudo de Yorulmaz, Uysal e Sidekli (2021) destaca uma vantagem do uso do mapa mental em comparação com o teste de desempenho empregado no estudo, particularmente na avaliação da compreensão conceitual.

FERRAMENTAS PARA A CONFECÇÃO DE MAPAS MENTAIS

A criação de um mapa mental requer poucos materiais. Um simples papel em branco, lápis ou canetas coloridas são suficientes para sua construção. No entanto, a partir de sua criação, muitos ***softwares*** vêm sendo desenvolvidos para auxiliar em sua construção, facilitando inclusive o seu uso colaborativo, em ambientes virtuais de aprendizagem.

Dos estudos incluídos, três utilizaram ***softwares*** para construção de mapas mentais. Araujo e Gadanidis (2020) utilizaram os ***softwares Popplet, Mindmeister*** e ***Mindomo*** para a construção de um mapeamento mental colaborativo e ***online***, que possibilitou mostrar como ideias coletivas relacionavam-se com a ideia de outros participantes. Rudenko ***et al***. (2021) utilizaram os ***softwares FreeMind, Bubbl.us*** e ***Mindmeister*** para aulas ***online*** de Matemática durante a pandemia COVID-19. Já o estudo de Sămărescu (2020) utilizou os seguintes ***softwares*** para o desenvolvimento de atividades a serem realizadas em casa pelos estudantes:

MindNode Remember, *Docear* (http: //docear.org), *CMAP*, *Rationale* (austhink.com) *MindMapingTool* (www.mindmeister.com/), *XMind* (www.xmind.net), *LucidChart* (www.lucidchart.com), *iThoughts, Simple-Mind, Mindly, MindVector, Miro* (Miro.com).

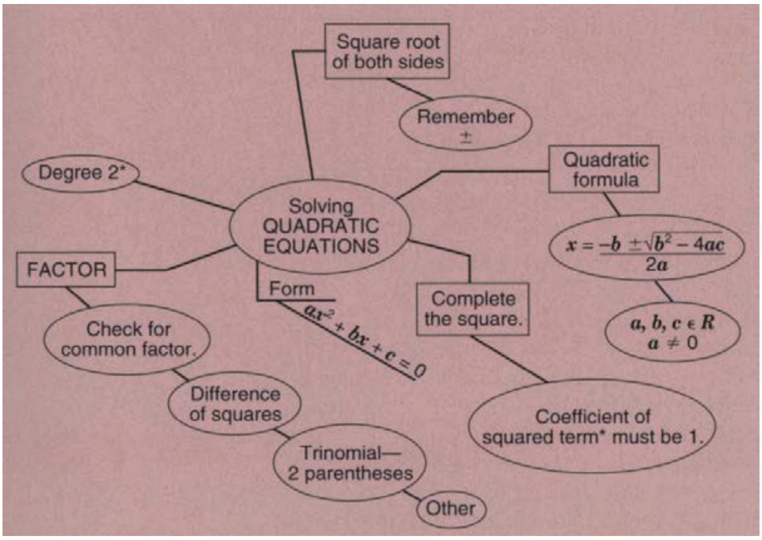
ISBN: 978-85-61702-77-9

Dentre as vantagens da utilização de mapas mentais no formato digital, claramente visíveis nos estudos incluídos, podemos citar a inserção de imagens e vídeos e a realização de um trabalho simultâneo e colaborativo.

MAPA MENTAL: APLICAÇÕES E LIMITAÇÕES

Os estudos de Brinkmann (2003a), Brinkmann (2003b) e Entrekin (1992) foram revisões bibliográficas que procuraram apresentar o mapa mental como uma ferramenta pedagógica para a educação matemática e descrever suas aplicações, vantagens e limitações. Complementarmente, Entrekin (1992) oferece um exemplo didático da utilização do mapa mental para o ensino de equações quadráticas (Figura 4).

Figura 4 – Mapa mental no ensino de Equações Quadráticas



Fonte: Entrekin (1992).

Em conjunto, as autoras citam possibilidades da aplicação do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática:

1. Para auxiliar na organização da informação: por possuir uma estrutura aberta, cada ideia produzida pode ser integrada ao mapa mental, relacionando-se com uma ideia já estruturada (Brinkmann, 2003a; 2003b).

ISBN: 978-85-61702-77-9

2. Para auxiliar na memorização: cada mapa possui uma aparência única e um forte apelo visual, facilitando a memorização (Brinkmann, 2003a; 2003b).
3. Como ferramenta de resumo: o professor pode escrever o tópico no quadro e perguntar aos alunos quais ideias principais se conectam a ele, formando a primeira ramificação do mapa mental. Na sequência, os alunos devem ser questionados sobre quais outras ideias se conectam com as ideias do primeiro ramo e uma nova ramificação é formada. Nesse caso, o mapa mental resumirá a ideia de diversos estudantes, como uma tarefa comum de uma sala toda (Brinkmann, 2003a) . Uma outra opção é solicitar ao estudante que redesenhe o mapa mental, imprimindo nele seu próprio estilo (Brinkmann, 2003b)
4. Para introduzir novos conceitos: o novo conceito deve ocupar o centro do mapa mental. A partir do momento que o conceito evolui, novos componentes são adicionados a ele. A representação visual servirá para auxiliar o estudante a relacionar conceitos novos a conceitos já conhecidos (Brinkmann, 2003a; 2003b; Entrekin, 1992).
5. Para conectar uma nova informação com uma informação já existente: uma nova informação pode ser adicionada a um mapa mental pre-existente, formando um mapa mental expandido. O professor, por já possuir uma visão geral do tópico e por compreender como novos conceitos podem se conectar aos velhos, deve iniciar essa atividade (Brinkmann, 2003a; 2003b; Entrekin, 1992).
6. Para tornar as estruturas cognitivas dos estudantes visíveis: os mapas mentais desenhados por estudantes fornecem informações sobre seus conhecimentos. Os mapas mentais tornam a estrutura do conhecimento dos estudantes visíveis tanto para o professor quanto para o estudante, que toma consciência da organização do seu próprio conhecimento. Esse processo pode ser melhorado se realizado de forma colaborativa. As conexões errôneas tornam-se visíveis, permitindo que o professor interfira neste momento, corrigindo e aprimorando o aprendizado de seus alunos. Ainda, é possível utilizar o mapa mental para checar a evolução do conhecimento do aluno, solicitando que ele faça um mapa mental antes da apresentação do tópico e outro após a apresentação (Brinkmann, 2003a; 2003b).

ISBN: 978-85-61702-77-9

7. Para estimular a criatividade: cada aluno pode desenvolver um estilo diferente na construção de um mapa mental, que pode ter diferentes formas, cores, símbolos ou imagens. Uma vez que todas as informações já estão postas no mapa mental, a autora sugere que ele seja redesenhado. Uma vez que se sabe quais são as estruturas do mapa e todos seus componentes, é possível aprimorar seu layout, design e arranjo. Além disso, redesenhar permite que o estudante reforce seu conhecimento (Brinkmann, 2003a; 2003b).
8. Os mapas mentais permitem mostrar conexões entre a Matemática e o mundo: por ser uma ferramenta aberta, qualquer ideia pode ser associada a ela. Assim, conteúdos matemáticos podem ser conectados a assuntos não matemáticos, permitindo ao estudante reconhecer que a Matemática não é uma disciplina isolada, mas que está relacionada a muitas outras áreas (Brinkmann, 2003a; 2003b).
9. O mapa mental ajuda o estudante a se lembrar das relações e passos necessários nos processos matemáticos (Entrekin, 1992).

Como limitações, as autoras relatam que as estruturas do mapa mental são limitadas ao conhecimento e experiência prévia do usuário. Embora a individualização do processo de ensino e aprendizagem seja interessante, as autoras reconhecem que, apesar de possuir um conteúdo bem estruturado e ordenado, o mapa mental pode, às vezes, parecer confuso. Suas representações gráficas são muito individuais. Assim, pessoas diferentes farão associações diferentes com o mesmo tópico e desenharão, por consequência, mapas mentais diferentes. Portanto, para um melhor ganho em aprendizagem, o mapa mental deve ser desenhado por aquele que o utilizará. Além disso, esse método não garante o domínio de um processo algorítmico no que se refere a gerar uma resposta a partir de uma equação, mas fornece um método para lembrar as relações e as etapas de um algoritmo. O mapa mental matemático não garante a eficiência do processo matemático, nem substitui a prática pela repetição de procedimentos. No entanto, ajuda a lembrar o que é necessário para executar um procedimento matemático.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Até onde alcança nosso conhecimento, esta foi a primeira revisão abrangente para compilar as formas de utilização do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Não aplicamos restrições de idioma, período ou país de realização do estudo. Como resultado, compilamos tanto ideias de aplicabilidade dos mapas mentais, quanto ***softwares*** em diferentes partes do mundo para favorecer o aprendizado da Matemática. Em conjunto, tais informações ampliarão a visão de professores e formadores de professores acerca da utilidade dos mapas mentais no ensino e aprendizagem da Matemática, bem como fomentarão a investigação quanto à efetividade desta ferramenta.

Identificamos a utilização do mapa mental em ambientes virtuais de aprendizagem, de forma colaborativa, com o uso de ***softwares*** que permitem a inserção de vídeos e imagens em sua construção. Ainda, identificamos a aplicação do mapa mental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática para: a) Auxiliar na introdução e construção de um novo conhecimento; b) Estabelecer relações entre conceitos; c) Desenvolver a cognição matemática; d) Fornecer uma visão geral do conteúdo estudado; e) Revisar um conteúdo; f) Organizar a informação; g) Auxiliar na memorização; h) Resumir um conteúdo; i) Estimular a criatividade; j) Mostrar conexões entre a Matemática e o mundo; k) Desenvolver habilidades críticas e análiticas e l) Avaliar, tornando visíveis as estruturas cognitivas dos estudantes.

Concluímos que existe uma ampla variedade de uso do mapa mental para o ensino e aprendizagem da Matemática; da educação básica ao ensino superior, tanto por alunos quanto por professores. Recomenda-se que professores e formadores de professores reflitam acerca das possibilidades apresentadas, selecionando cuidadosamente aquelas que melhor se ajustem ao conteúdo e contexto de ensino em que atuam. Ao se adotar a ferramenta, devem manter em mente que, por ser uma representação gráfica individual, sua elaboração depende do conhecimento do usuário, sendo importante que essa característica seja ponderada quando de sua utilização.

Ao mesmo tempo, considerando que as evidências trazidas em nossa revisão são provenientes de estudos não experimentais e quasi-experimentais, encorajamos a realização de pesquisas experimentais adequadamente dimensionadas e rigorosamente conduzidas para avaliar a efetividade dos mapas mentais no ensino da Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Rosa Cendros; GADANIDIS, George. Online Collaborative Mind Mapping in a Mathematics Teacher Education Program: A Study on Student Interaction and Knowledge Construction. **ZDM Mathematics Education**, [*s. l.*], v. 52, n. 5, p. 943–958, 2020.

AYAL, Carolina S.; KUSUMA, Yaya S.;SABANDAR, Jozua; DAHLAN, Jarnawi Afgan. The Enhancement of Mathematical Reasoning Ability of Junior High School Students by Applying Mind Mapping Strategy. **Journal of Education and Practice**, [*s. l.*], v. 7, n. 25, p. 50–58, 2016.

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Relatório Brasil no PISA 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. ISSN 1098-6596. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_201 8_preliminar.pdf. Acesso em: 02 Ago. 2023.

BRINKMANN, Astrid. Graphical Knowledge Display: Mind Mapping and Concept Mapping as Efficient Tools in Mathematics Education. **Mathematics Education Review**, [*s. l.*], n. 16, p. 35–48, 2003a.

BRINKMANN, Astrid. Mind Mapping as a Tool in Mathematics Education. **Mathematics Teacher**, [*s. l.*], v. 96, n. 2, p. 96–101, 2003b.

BUZAN, Tony. **The Ultimate Book of Mind Maps**. Londres: HarperCollins Publishers, 2012. Disponível em: http://books.google.com/books?id=v4-D6Pu_9bAC&pgis=1. Acesso em: 09 Ago. 2023.

BUZAN, Tony; BUZAN, Barry. **The Mind Map Book: How to use radiant thinking to maximize your brain's untapped potencial**. Nova Iorque: Plume, 1994.

ENTREKIN, Virginia S. Mathematical Mind Mapping. **The Mathematics Teacher**, [*s. l.*], v. 85, n. 6, p. 444–445, 1992.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ILMI, Rahmatul; BENTRI, Alwen. RME Approach and Mind Map Methode to Enhance Mathematical Cognition of Elementary School Students. *In*: International Conference on Education, Science and Technology, 2019. **Journal of Physics: Conference Series**. [*S. l.*]: IOP Publishing, 2019. p. 12138. Disponível em: https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85076406535&doi=10.1088%2F1742-6596%2F1387%2F1%2F012138&partnerID=40&md5=8b54fd2c45444f65731405f2287979b b. Acesso em: 04 Ago. 2023.

LOC, Nguyen Phu; LOC, Mai Tan. Using mind map in teaching mathematics: An experimental study. **International Journal of Scientific and Technology Research**, [*s. l.*], v. 9, n. 4, p. 1149–1155, 2020.

MARQUES, António Manuel de Miranda. **Utilização pedagógica de mapas mentais e de mapas conceptuais**. 2008. 153 f. Universidade Aberta, [*s. l.*], 2008. Disponível em: https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/1259. Acesso em: 03 Out. 2022.

OLIVEIRA, Izabela Badaró Machado de. **Sala de aula invertida e aprendizagem de temas financeiro-econômicos**. 2021. 162 f. Universidade Federal de Juiz de Fora, [*s. l.*], 2021.

POLAT, Ozgul; YAVUZ, Ezgi Aksin; TUNC, Ayse Betul Ozkarabak. The effect of using mind maps on the development of maths and science skills. **Cypriot Journal of Educational Sciences**, [*s. l.*], v. 12, n. 5, p. 32–45, 2017.

RUDENKO, Nina; PALAMAR, Svitlana; NEZHYVA, Liudmyla; BONDARENKO, Gennady; SHYROKOV, Denys. The Use of ICT Tools to Organize Distance Learning of Mathematics for Primary School Students under COVID-19 Pandemic Conditions. *In*: 17th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer, 2021, Kherson, Ucrânia. **CEUR Workshop Proceedings**. Kherson, Ucrânia: [*s. n.*], 2021. p. 371–380. Disponível em: https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85121580846&partnerID=40&md5=9152f2652fedde07f9c801e1889dab83. Acesso em: 04 Ago. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

SĂMĂRESCU, Nicoleta. Mind maps in electronic and classical format in mathematics teaching. *In*: , 2020, Bucareste, Romênia. **The 16th International Scientific Conference eLearning and Software for Education**. Bucareste, Romênia: [*s. n.*], 2020. p. 584–588. Disponível em: https://proceedings.elseconference.eu/index.php?r=site/index&year=2020#. Acesso em: 04 Ago. 2023.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, María del Pilar Baptista. **Metodologia de Pequisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SEZER, Türker; POLAT, Özgül. Supporting Pre-Schoolers' Acquisition of Geometric Knowledge through Mind Mapping. **Electronic Journal for Research in Science & Mathematics Education**, [*s. l.*], v. 26, n. 3, p. 86–105, 2022.

SOUZA, Marcela Tavares de; SILVA, Michelly Dias da; CARVALHO, Rachel de. Revisão integrativa: o que é e como fazer. **Einstein**, [*s. l.*], v. 8, p. 102–106, 2010.

YORULMAZ, Alper; UYSAL, Hümeyra. Identifying Concepts Created for Geometric Objects: Mind Map. **Shanlax International Journal of Education**, [*s. l.*], v. 9, n. 4, p. 309– 324, 2021.

YORULMAZ, Alper; UYSAL, Hümeyra; SIDEKLI, Sabri. The Use of Mind Maps Related to the Four Operations in Primary School Fourth-Grade Students as an Evaluation Tool. **Journal of Education and Learning (EduLearn)**, [*s. l.*], v. 15, n. 2, p. 257–266, 2021.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.007

APRENDIZAGEM DESENVOLVIMENTAL: PRODUÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO E SENTIDOS SUBJETIVOS NA ATIVIDADE DE ESTUDO DE MATEMÁTICA

JAQUELINE FERREIRA DOS REIS
ROBERTO VALDÉS PUENTES

> A pedagogia deve se orientar não pelo ontem, mas pelo amanhã do desenvolvimento infantil [...]. A aprendizagem só é boa quando caminha à frente do desenvolvimento. (L. S. Vigotsky)

RESUMO

O presente trabalho refere-se a uma parte da pesquisa teórica em andamento intitulada, "Aprendizagem de Matemática na perspectiva da Atividade de Estudo: uma análise a partir das contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin", do curso de Doutorado em Educação pela UFU, e constituinte dos estudos teóricos do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática Desenvolvimental e Profissionalização Docente (GEPEDI). O desafio de estruturar e organizar uma aprendizagem desenvolvimental de Matemática pautada pela Teoria da Atividade de Estudo na perspectiva histórico-cultural, que promova o desenvolvimento do pensamento teórico, bem como a valorização da dimensão subjetiva da aprendizagem, representa um caminho possível para repensar as formas de conceber a formação e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos que viabilize nos alunos o pensamento teórico e o sujeito criativo. Para tanto, não se pode assumir como premissa que todos os alunos aprendem e operam a matemática do mesmo modo, pois isso significa desconsiderar o caráter histórico-cultural e subjetivo da constituição da psique humana, bem como o processo relacional entre subjetividade social e individual, que emergem nas experiências de vida de cada aluno durante seu processo de formação escolar. Como ressignificar e organizar uma aprendizagem desenvolvimental de Matemática que promova o desenvolvimento do pensamento teórico, assim como a produção de sentidos subjetivos pela via da atividade de estudo na

perspectiva histórico-cultural? Diante do exposto, faz-se imperativo a ressignificação da ação do aluno na escola, a desapropriação da condição de aluno passivo no seu processo de aprendizagem, para assumir-se sujeito ativo e gerador, que se apropria dos significados sociais, gera sentidos subjetivos que produzem modos de ação com base em seus princípios substanciais e promove o desenvolvimento do pensamento teórico e da constituição de sua personalidade como sujeito.

Palavras-chave: Aprendizagem Desenvolvimental de Matemática, Teoria da Atividade de Estudo, Pensamento Teórico, Sentidos Subjetivos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

O presente artigo, se constituiu a partir dos estudos e pesquisas realizadas pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Desenvolvimento Profissional Docente (GEPEDI) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), grupo com uma expressiva trajetória de investigação, estudos e pesquisas. Esse grupo foi formado em 2008, e desde então desenvolve estudos teóricos referentes, a organização dos processos didáticos na perspectiva do materialismo histórico-dialético, do enfoque histórico-cultural, das teorias da Aprendizagem Desenvolvimental e da Subjetividade. O desenvolvimento dessa pesquisa, ganha materialidade teórica, a partir de vários livros, artigos, eventos, teses e dissertações sobre a aprendizagem desenvolvimental produzidos pelo GEPEDI – dentre as quais se destacam as publicações dos seus líderes, R. V. Puentes e A. M. Longarezi.

A pesquisa intitulada "Aprendizagem de Matemática na perspectiva da Atividade de Estudo: uma análise a partir das contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin", tem como temática a constituição do movimento dialético de apropriação e produção de aprendizagem de matemática, que impulsione o desenvolvimento psíquico e a autotransformação dos sujeitos em atividade de estudo. A investigação busca analisar e compreender a organização dos processos formativos na área do conhecimento matemático, na perspectiva das possíveis contribuições da Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental na promoção de potencialidades intelectuais e subjetivas, que favoreçam a formação do pensamento teórico dos sujeitos nos processos formativos educacionais, bem como a sua

Neste âmbito, a relevância da pesquisa se concentra em não conceber a Matemática apenas como uma simples ferramenta de resolução de problemas sociais e científicos, mas, sobretudo, com enfoque nas potencialidades reflexivas, analíticas, problematizadoras e psíquicas desse conhecimento. Para que o conhecimento matemático assuma sua responsabilidade, amplitude social e científica, a formação dos sujeitos em atividade pauta-se em princípios didáticos constitutivos de um tipo específico de aprendizagem direcionado ao desenvolvimento do pensamento teórico matemático, como constructo humano que permita aos sujeitos em formação interagir com a realidade social e sobre ela agir de maneira consciente.

A pesquisa ancorada na Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental, no sistema Elkonin-Davídov-Repkin, na Didática Desenvolvimental e na Teoria da Subjetividade, busca investigar como a atividade de estudo vem sendo estruturada

ISBN: 978-85-61702-77-9

nas práticas didático-pedagógicas aplicadas, nos últimos anos, em diversas pesquisas experimentais no contexto da educação pública no Brasil; assim como, investigar quais são os elementos significativos da formação, por meio da atividade de estudo como atividade principal, que estão sendo implementados e investigados em práticas didático-metodológicas de pesquisa, que objetivam a produção e apropriação de conhecimento científico pela via do pensamento teórico, em detrimento a pura reprodução do conhecimento empírico da Matemática e explicitando analiticamente, com isso, as relativas contribuições para a formação dos sujeitos, pensamento e a produção de sentido subjetivos.

Diante do exposto, aportamos sobre a emergência de se discutir a complexidade e a diversidade dos processos psicológicos dos estudantes, bem como, buscar argumentar sobre como a tendência de padronização e formalização da educação brasileira na atualidade, têm ignorado a singularidade dos alunos e limitando-se a reproduzir conhecimento já estabelecido. Esta abordagem resulta em uma ênfase excessiva nas funções cognitivas e intelectuais, em detrimento de um aprendizado mais reflexivo, produtivo e autônomo. A fragmentação e a padronização na educação são vistas como barreiras à produção do conhecimento em sua totalidade e à promoção da curiosidade e do pensamento teórico crítico.

> A base do ensino, prevalecente no contexto brasileiro, tem como característica a formação do pensamento empírico, baseado na observação dos objetos, na generalização formal e na comparação das propriedades comuns, em detrimento da transformação dos objetos, da generalização teórica e da análise das relações de suas propriedades intrínsecas, que são características do pensamento teórico (Rosa; Moraes; Cedro, 2010). Essa condição objetiva do ensino acentua-se pelo fato de que a formação do professor, seja inicial ou continuada, muitas vezes, não possibilita a compreensão da organização do ensino tendo como base a formação e o desenvolvimento do pensamento teórico (Moura, 2000, 2002, 2010; Moretti, 2007; Marco, 2009; Puentes; Longarezi, 2012, 2013; entre outros) (Longarezi; Franco, 2016, p. 52).

Portanto, a discussão teórica proposta nesse artigo se orienta pela busca de elementos e fundamentos teóricos da Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental, enfatizando a atividade de estudo como base constituinte de promoção de uma Aprendizagem Desenvolvimental de Matemática, que seja, de fato, desenvolvedora de conceitos teóricos matemáticos que viabilizem a formação psíquica e subjetiva dos alunos na educação básica.

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

Segundo González Rey, o ato de produzir conhecimento é permeado por contradições, historicidade e diálogo, sendo que sua legitimidade se configura na capacidade do pesquisador de gerar novas zonas de inteligibilidade acerca do objeto em estudo na pesquisa.

> Produzir conhecimento no contexto da complexidade da sociedade contemporânea implica em resgatar o pesquisador – cientista – do lugar de tabulador e processador de dados para o lugar de produtor de conhecimento como resultado da articulação construção-interpretação no contexto teórico que sustenta o fenômeno estudado. A Epistemologia Qualitativa tem como pressuposto principal a legitimação do processo construtivo-interpretativo que leve a novos modelos teóricos em torno dos objetos em estudo. "O conhecimento legitima-se na sua continuidade e na sua capacidade de gerar novas zonas de inteligibilidade acerca do que é estudado" (González Rey ***apud*** Rossato; Mitjáns Martinez, 2018, p. 187).

A proposta metodológica desta pesquisa está sendo estruturada pautada pelo método "construtivo-interpretativo" (González Rey; Mitjáns Martínez, 2017), ao entender que o conhecimento não é apenas a acumulação de fatos e dados, mas um processo complexo e dinâmico que está intrinsecamente ligado a experiência humana, à historicidade e às contradições inerentes à realidade, nesse viés metodológico o objeto de pesquisa é analisado por meio da ótica construtiva e dialógica com as produções históricas dos autores da Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental, bem como dissertações e teses que abordaram, em suas pesquisas, o objeto de estudo, aprendizagem desenvolvimental de Matemática no ensino fundamental.

Trata-se de uma pesquisa de natureza teórica bibliográfica, que busca a construção interpretativa das informações situadas em um tempo histórico-cultural, por meio do diálogo com as produções teóricas dos sujeitos históricos dessa teoria, que mediaram a produção teórico-científica, a partir dos seus estudos constituídos por experimentos nas escolas laboratórios da ex-União Soviética, assim como travaremos um diálogo dialético com as dissertações e teses realizadas no período de 2011 a 2021, objetivando compreender como os pesquisadores dos grupos de pesquisa nessa temática, têm reproduzido e produzido a Teoria da Aprendizagem

ISBN: 978-85-61702-77-9

Desenvolvimental na atualidade e suas contribuições, no âmbito das pesquisas acadêmicas brasileiras.

Nesse ínterim, nos colocamos como pesquisadores que, ao dialogar com as produções teóricas e acadêmicas, interrogamos reflexivamente as informações, com a potencialidade de propiciar em nós, sujeitos pesquisadores, a produção de significados e sentidos sobre o objeto de pesquisa, propiciando a produção de inteligibilidades teóricas para além do método indutivo-descritivo, rompendo-se, portanto, com a dicotomia entre empírico e teórico nas pesquisas de cunho qualitativo.

> Na implementação de uma pesquisa orientada pela Epistemologia Qualitativa, o pesquisador necessita ser sujeito, dialogar, construir, interpretar e confrontar as informações, pois depende de seu poder criativo e imaginativo, para explicar o fenômeno por meio de construções oriundas da articulação entre sua base teórica e as informações, no processo da pesquisa. Nesse processo, a legitimidade do conhecimento não existe em si, mas está pautada pelo que representa o conhecimento produzido em termos da "ampliação do potencial heurístico da teoria, o qual permite acesso às áreas do real que resultavam inacessíveis em momentos anteriores". (González Rey, 2005a, p. 6) (Rossato; Mitjáns Martinez, 2018, p. 187).

Ao dialogar com a fontes teóricas, adentramos em um campo rico de informações que possibilitam ao pesquisador interrogar e confrontar a realidade pesquisada, objetivando renunciar o empírico como lugar de legitimação da ciência, ou seja, "uma teoria geral deveria existir por meio de seus múltiplos desdobramentos nos sistemas de pesquisa particular por ela alimentados, crescendo e desenvolvendo-se ante os desafios que implica a produção de novas zonas de sentidos facilitados pela pesquisa." (González Rey, 2005, p. 31), conferindo à pesquisa uma natureza flexível e processual na produção do conhecimento de pesquisa.

Diante desse caminho singular constituído para o desenvolvimento da pesquisa, nos envolvemos em movimentos reflexivos, dialéticos e dialógicos, que permeiam a produção de significados e sentidos sobre o objeto em estudo, isto é, aprendizagem desenvolvimental de Matemática no ensino fundamental, na interrelação com a atividade de estudo. As ações metodológicas formuladas no processo vivo da pesquisa não se constituíram a "priori", estagnadas em suas teorizações, mas foram concebidas por um movimento dinâmico pela interlocução, teoria e

ISBN: 978-85-61702-77-9

epistemologia, objeto de estudo, problematizações e informações apreendidas, assim como análises teóricas de cunho construtivo-interpretativo.

No que se refere ao diálogo e à produção de conhecimento acerca dos estudos nas teses e dissertações acerca da aprendizagem de matemática no ensino fundamental, no período de 2011-2021, fizemos uso do estado da arte que se estruturou pelas seguintes etapas metodológicas: escolha das fontes de produção científica no âmbito nacional; seleção dos descritores de busca; organização do corpus de análise: leitura flutuante dos resumos apresentados nos bancos de dados acadêmicos; seleção das informações na bibliografia anotada; identificação e seleção de fontes que constituíram a bibliografia sistematizada, análise das fontes selecionadas e organização da bibliografia referida.

O diálogo preterido com as teses e dissertações visa compreender como a produção atual efetivamente contribui para o avanço do conhecimento da área, qual a relevância e a consistência do conhecimento produzido pelas pesquisas, quais as contribuições desses estudos para a aprendizagem de matemática no ensino fundamental, bem como os limites e lacunas que podem servir de elementos para a presente pesquisa e futuras produções acadêmicas.

Nesse sentido, nos colocamos no movimento construtivo-interpretativo de investigação, com intencionalidade de buscar a compreensão dos elementos constitutivos para pensar a atividade de estudo como meio propulsor da apropriação dos princípios e modos de ação fundamentais para a formação da personalidade criativa, ao compreender a criatividade como um processo subjetivo, que constituição do sentido subjetivo da aprendizagem como um fator crucial para o desenvolvimento da criatividade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

APRENDIZAGEM DESENVOLVIMENTAL

A Didática Desenvolvimental, concebida no fim da década de 1950 no interior da Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental, emergiu no contexto soviético com a premissa de rompimento com concepções educacionais que limitavam o lugar do sujeito e seu desenvolvimento nos processos de organização da educação escolar. Representantes do enfoque Histórico-Cultural da psicologia soviética estudaram e pesquisaram formas de organização das condições, dos modos e fundamentos que

ISBN: 978-85-61702-77-9

colaboram para a promoção da capacidade do sujeito desenvolver-se psíquica e subjetivamente em processos de aprendizagem que sejam dialógicos, colaborativos e regulados.

Esses pressupostos têm sido produzidos como resultado de numerosas pesquisas teóricas e experimentais realizadas por psicólogos, didatas, filósofos, linguistas, filólogos, metodólogos e fisiologistas, do enfoque histórico-cultural da psicologia e da Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental, que teve como base teórica as obras de L. S. Vigotski, S. L. Rubinstein e A. N. Leontiev, que produziram diferentes sistemas didáticos desenvolvimentais, entre os quais os mais representativos são: sistema zankoviano, sistema Galperin-Talízina e sistema Elkonin-Davidov-Repkin (Longarezi, 2017a, 2017b; Longarezi; Puentes, 2017; Longarezi; Silva, 2018; Puentes; Cardoso; Amorim, 2018; Puentes; Longarezi, 2013, 2017a, 2017b).

No Brasil, desde segunda metade da década de 1990, a Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental tem ganhado espaço a partir do movimento teórico crescente e significativo de pesquisas e estudos nos programas de pós-graduação e áreas afins a favor do estudo e divulgação da obra dos principais representantes desses sistemas, especialmente de P. Ia. Galperin, D. B. Elkonin, V. V. Davidov e L. V. Zankov. Os problemas de aprendizagem dos alunos na educação básica e superior, tem direcionado as pesquisas no sentido de repensar e ressignificar o modo de organização educacional para que a escola possa promover o desenvolvimento humano em sua máxima potencialidade.

Nessa perspectiva é de fundamental importância compreender o que é uma aprendizagem desenvolvimental, seria possível pensar em uma aprendizagem que não seja organizada para o desenvolvimento? Repkin e Repkina, em seu artigo "O que é aprendizagem Desenvolvimental?", elenca a partir dos seus estudos cinco características da aprendizagem desenvolvimental.

> Qualquer aprendizagem pedagogicamente racional e organizada promove necessariamente mudanças no desenvolvimento do aprendiz. Entretanto, a relação desse efeito de desenvolvimento da aprendizagem com seu objetivo principal pode ser diferente. Como se sabe, o objetivo da aprendizagem tradicional consiste na assimilação de uma determinada quantidade de conhecimentos e habilidades por parte do aprendiz, que prepara a possibilidade de participação nas várias esferas da vida em sociedade. Já o desenvolvimento que ocorre no processo de aprendizagem, embora surja como algo importante e altamente desejável, ainda é um resultado secundário e nem um pouco previsível. Mas, **o**

ISBN: 978-85-61702-77-9

> **desenvolvimento pode aparecer também como o objetivo direto e principal da aprendizagem**. É claro que isso não quer dizer que, nesse tipo de aprendizagem, a assimilação de conhecimentos, aptidões e habilidades perde seu sentido, mas esses aspectos são examinados não como objetivo final, mas como meio e modo de desenvolvimento do aprendiz (Repkin; Repkina, 2023, p. 18-19, grifo nosso).

A citação dos autores, mencionada acima, traz uma complexidade adicional ao discutir a natureza do objetivo principal da aprendizagem. Tradicionalmente, este objetivo está vinculado à assimilação de conhecimentos e habilidades específicas, preparando o aprendiz para participar de diversas esferas da vida social. Este ponto de vista sugere uma visão mais utilitarista e pragmática da educação, onde o foco está em resultados mensuráveis e aplicáveis. Contudo, os autores ressaltam que, embora este objetivo seja primordial, ele não é exclusivo, e a aprendizagem pode desencadear outros tipos de desenvolvimento que, embora secundários, são igualmente importantes.

Assim, assumir a aprendizagem, na qual o desenvolvimento do aprendiz é considerado o objetivo principal, considera o aprendizado de conhecimentos, habilidades e aptidões contextualizado como meios para um fim maior, o desenvolvimento integral do aluno. Esta abordagem reflete uma mudança paradigmática na educação, onde o processo de aprendizagem é valorizado tanto quanto, ou mais do que, os resultados. Essa visão alinha-se com as tendências modernas em educação, que buscam fomentar não apenas competências técnicas, mas também o crescimento pessoal, emocional e social dos alunos em formação.

Logo, é extremadamente emergente ressignificar o desenvolvimento intelectual e o desenvolvimento da personalidade como um processo de desenvolvimento relacional do aluno como sujeito de sua atividade objetal, no entanto, o que temos questionado na educação atual, é o fato do aluno não se inserir no seu processo de formação escolar como sujeito de sua aprendizagem, mas como objeto dela. Para o aluno se tornar sujeito do estudo, não implica somente assimilação de conhecimentos e suas aplicações, mas sim uma postura ativa e geradora de atividades para si, almejando encontrar de forma mais autônoma pela colaboração com os pares e professor, modos de resolver as novas tarefas orientadas pelo processo de aprendizagem.

As cinco características da aprendizagem desenvolvimental elencadas por Repkin e Repkina são: orientação para o desenvolvimento como objetivo principal;

ISBN: 978-85-61702-77-9

na sustentação de seu conteúdo está um sistema de conceitos teóricos que fixam as bases dos modos generalizados de ação que o aluno deve dominar; a aprendizagem desenvolvimental na atividade de estudo como forma elevada de estudo; a aprendizagem desenvolvimental se apoia na atividade dos alunos e professores distribuída coletivamente, e não nas formas autônomas individuas de ação de cada aluno, dirigida de maneira autoritária pelo professor (o que é característico do ensino tradicional); o método de aprendizagem que consiste na colocação e resolução de tarefas de estudo pelos alunos juntamente com o professor, que confere à relação entre os participantes do processo de estudo um caráter de trabalho cooperativo.

Nesse sentido, Repkin e Repkina nos direcionam para uma questão de suma relevância, que é definir o objetivo da aprendizagem. Se o objetivo da aprendizagem é preparar os alunos para a atividade criativa, será preciso considerar o processo psíquico e subjetivo em movimento entre o sujeito e o objeto do conhecimento, considerar os modos de ação dos alunos na e pela interação com esse objeto, e como esses modos de ação podem ser aprimorados pela via do desenvolvimento do pensamento teórico, assim como a assunção do aluno como sujeito da sua própria aprendizagem.

É por isso que os pesquisadores de Kharkov chegaram à conclusão de que o principal objetivo do sistema de aprendizagem destinado a preparar os alunos para a atividade criativa não é o desenvolvimento do pensamento em si, mas o desenvolvimento dos alunos como sujeitos da aprendizagem desenvolvimental, que precisam pensar teoricamente para resolver seus problemas (Repkin; Repkina apud Puentes; Longarezi, 2019, p. 35).

O aluno precisa se desenvolver como sujeito da ação de sua atividade, só assim ele poderá experienciar a sua autotransformação por meio de sua aprendizagem. E defendemos que a Aprendizagem Desenvolvimental constituída no boço do sistema Elkonin-Davidov-Repkin com a Teoria da Atividade de Estudo poderá promover as reais de vias de acesso a essa formação.

PRODUÇÃO DOS SENTIDOS SUBJETIVOS NA APRENDIZAGEM

A relevância da subjetividade na aprendizagem matemática, orienta para a necessidade de um ensino que promova a emancipação do indivíduo e o desenvolvimento de uma postura crítica e reflexiva. Em consonância com a Teoria da Subjetividade de González Rey, faz se imprescindível a valorização da construção

ISBN: 978-85-61702-77-9

teórica dos conceitos baseada em experiências e significados pessoais dos alunos, a aprendizagem está intrinsecamente ligada às configurações subjetivas dos alunos e às relações estabelecidas no ambiente escolar. Emerge, portanto, a urgência em reconhecer e atribuir lugar para a produção subjetiva do aluno no processo de formação escolar.

Logo, a valorização da produção de sentidos subjetivos, pressupõe admitir a indissociabilidade entre o individual e social, na compreensão dos processos de aprendizagem e desenvolvimento humano. Esta teoria propõe que a subjetividade não é apenas um fenômeno individual, mas também influenciada pelo contexto social e cultural no qual o indivíduo está inserido.

Um aspecto crucial dessa teoria é a ideia de que a subjetividade social e individual é entrelaçada. A subjetividade social compreende as relações, produções simbólicas e subjetivas que constituem o espaço social, como descrito por Mitjáns Martínez e González Rey (2017). Essa dimensão social da subjetividade envolve não apenas as interações interpessoais, mas também os valores, normas, crenças e práticas culturais que permeiam o ambiente social. Ela afeta como os indivíduos percebem, interpretam e interagem com o mundo ao seu redor.

Por outro lado, a subjetividade individual é vista como a manifestação da psique humana no desenvolvimento das pessoas e em todos os processos humanos, conforme destacado por González Rey e Patiño Torres (2017). Essa perspectiva enfatiza que a mente humana não pode ser compreendida isoladamente, mas sim como parte integrante e inseparável da história, cultura e contextos sociais em que está inserida. Isso significa que os processos cognitivos, emocionais e comportamentais de um indivíduo estão intrinsecamente ligados às suas experiências sociais e culturais.

Nesse constructo, entendemos que aprendizagem de matemática, não pode ser dissociado do contexto social e cultural dos alunos. A aprendizagem matemática é, portanto, influenciada não apenas pelas habilidades cognitivas individuais, mas também pelas experiências, relações sociais e contextos culturais dos alunos. Reconhecer essa interconexão é fundamental para desenvolver práticas pedagógicas que sejam culturalmente relevantes, socialmente responsivas e individualmente significativas para os alunos.

Assim sendo, tem-se a emergência de articular tanto as dimensões subjetivas quanto as operacionais no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Isso implica na necessidade de entender e integrar os processos simbólico-emocionais

ISBN: 978-85-61702-77-9

dos alunos, bem como suas teorias implícitas e conceitos científicos. Tal abordagem busca promover não apenas o conhecimento científico, mas também o desenvolvimento subjetivo e a capacidade de aplicar o conhecimento em diversos contextos, contribuindo assim para uma educação matemática mais eficaz e significativa.

> As unidades simbólico-emocionais que compõem a subjetividade são os sentidos subjetivos e as configurações de sentido subjetivo. As configurações subjetivas representam a organização do fluxo de sentidos subjetivos produzidos pelo indivíduo, em variadas experiências e nos espaços sociais diversos em que participa. Elas integram o atual e o histórico, em cada momento de ação do indivíduo, nas diversas áreas de sua vida. Os sentidos subjetivos, por sua vez, são as unidades simbólico-emocionais mais elementares, dinâmicas e versáteis da subjetividade (Mitjáns Martínez, 2005; González Rey & Mitjáns Martínez, 2017b; Mitjáns Martínez & González Rey, 2017). Os sentidos subjetivos são produzidos na tensão entre a configuração subjetiva da ação do indivíduo e aqueles de sua história pessoal (Alves et al., 2022, p. 4).

O conceito de unidades simbólico-emocionais é fundamental para entender a complexidade da subjetividade humana. Ele destaca como a subjetividade não é estática, mas sim um processo contínuo de interpretação e reinterpretação da realidade, influenciado por fatores sociais, culturais e históricos, bem como pelas experiências pessoais do indivíduo. Este entendimento é particularmente relevante no contexto educacional, onde reconhecer e trabalhar com a subjetividade dos alunos pode enriquecer significativamente o processo de aprendizagem, tornando-o mais sensível ao contexto e experiência individual de cada aluno.

Sentido subjetivo é definido por González Rey (2011, p. 31) como,

> a unidade processual do simbólico e do emocional que emerge em toda a experiência humana, unidade essa onde a emergência de um dos processos que a integre sempre invoca o outro sem se converter em sua causa, gerando verdadeiras cadeias simbólico-emocionais que se organizam na configuração subjetiva da experiência.

Portanto, a aprendizagem na escola deve ir além do desenvolvimento cognitivo. A ênfase está na geração de "unidades simbólico-emocionais", essenciais para a formação de recursos subjetivos nos alunos. Esses recursos subjetivos são fundamentais para superar dificuldades de aprendizagem, eliminar o medo e aumentar a autoconfiança. A escola tem o poder ser um agente transformador

ISBN: 978-85-61702-77-9

na vida dos alunos, não apenas os instruindo academicamente, mas também apoiando seu desenvolvimento emocional e subjetivo. Isso implica na criação de um ambiente escolar que estimula a curiosidade, o pensamento crítico, a resiliência e a autoconfiança, permitindo que os alunos desenvolvam não apenas competências acadêmicas, mas também habilidades vitais para a vida, tais como a capacidade de enfrentar desafios, a autocompreensão e a resiliência emocional.

Nessa ambiência, emerge a necessidade de superar a tendência de focar exclusivamente na assimilação de conteúdo, característica do processo de aprendizagem reprodutivo-memorístico. Em contrapartida, promover as aprendizagens colaborativa e criativa, onde o aprendiz reflete sobre as informações recebidas, personaliza-as e é capaz de utilizar o conhecimento adquirido em diferentes contextos. Na matemática, isso pode significar transcender a memorização de fórmulas e procedimentos, incentivando o aluno a entender e aplicar conceitos matemáticos de forma significativa e contextualizada.

ATIVIDADE DE ESTUDO NA APRENDIZAGEM DESENVOLVIMENTAL DE MATEMÁTICA

A atividade é um conceito fundante, para o Materialismo Histórico-Dialético, constituição histórico-social do desenvolvimento humano na perspectiva dessa teoria, concebe o desenvolvimento humano pela atividade que o indivíduo exerce.

Afirmam Libâneo e Freitas (2007) que:

> [. . .] no cerne da teoria da atividade está a concepção marxista da natureza histórico-social do ser humano, explicada a partir das seguintes premissas: 1) a atividade representa a ação humana que mediatiza a relação entre o homem, sujeito da atividade, e os objetos da realidade, dando a configuração da natureza humana; 2) o desenvolvimento da atividade psíquica, isto é, dos processos psicológicos superiores, tem sua origem nas relações sociais do indivíduo em seu contexto social e cultural (Libâneo; Freitas, 2007, p. 42).

Então, se o desenvolvimento da atividade psíquica tem origem nas relações sociais do indivíduo em seu contexto social e cultural, mediante essas relações os indivíduos se apropriam dos bens que a humanidade já produziu social e culturalmente e reproduz em si formas histórico-sociais da atividade e promove modificação

ISBN: 978-85-61702-77-9

no seu contexto de vida e, assim como a produção de novos bens culturalmente constituídos pela atividade.

Nesse viés, ao considerar a matemática uma atividade humana que se constituiu ao longo da história para explicar e transformar os fenômenos das relações do homem com a natureza, mediante a necessidade dos povos em seu processo de evolução. A atividade, como meio de apropriação-objetivação dessa produção humana matemática, deve ser fundamento para a constituição do processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento, com a intencionalidade de resgatar a dimensão histórico-lógica da matemática, para promover a apropriação da base de análise e síntese na aprendizagem dos conceitos matemáticos, por meio da compreensão da essência dos fenômenos para além da aparência.

Diante pressuposto, é necessário compreender como os alunos aprendem matemática, e como essa aprendizagem resulta em desenvolvimento psíquico e produz sentidos subjetivos. Como nos coloca Vigotski (1989), o aprendizado pode resultar em desenvolvimento desde que seja organizado adequadamente com essa intencionalidade e crie desafios teóricos na zona de desenvolvimento proximal para provocar a ação de aprender no aluno, está é uma das premissas da aprendizagem desenvolvimental do Sistema Elkonin-Davidov-Repkin.

> [. . .] o aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas (Vigotski, 1989, p. 101).

Em consonância com Vigotski, Davidov (1982) buscou por meio de seus estudos uma nova organização para o ensino com o propósito de desenvolvimento do pensamento e da generalização teórica, que configurasse uma ruptura com a dimensão utilitária e empírica do conhecimento.

Davidov (1982) em seus estudos nas escolas experimentais, aponta para a necessidade de mudança na concepção que sustenta o ensino de matemática na década de setenta no século XX, o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos se resumia em buscar solução para determinados tipos de problemas, identificar o problema e em seguida aplicar o método de resolução previamente assimilado, visando alcançar o resultado, e por meio da repetição memorizar o

ISBN: 978-85-61702-77-9

método resolutivo, esse modelo assegura apenas a reprodução e não oportuniza aos alunos o desenvolvimento de análises do modelo teórico.

Essa perspectiva empirista limita o processo de pensamento dos alunos e seu desenvolvimento, visto que se pauta pela reprodução do modelo teórico e não na sua apropriação enquanto produção, síntese e análise desse modelo por meio de conceitos teóricos, sua generalização e abstração. A aprendizagem baseada na lógica formal tradicional dos conteúdos matemáticos impõe limitações ao processo de apropriação dos conceitos científicos, visto que permanece na concretude da empiria, portanto para a promoção da aprendizagem desenvolvimental de matemática, "[...] é necessário mostrar francamente às crianças a essência abstrata das matemáticas, inculcar-lhes a faculdade de fazer abstrações e de aproveitar sua força teórica" (Davidov, 1982, p. 157).

Diante desse preâmbulo, Libâneo e Freitas (2013) registram que Davidov:

> [...] defendeu em suas pesquisas que o ensino mais compatível com o mundo contemporâneo, da ciência e da tecnologia, dos meios de comunicação, da cultura, aquele compromissado com a transformação pessoal e social do aluno, que o ajude a desenvolver a análise dos objetos de estudo por uma forma de pensamento abstrata, generalizada, dialética (Libâneo; Freitas, 2013, p. 316).

Estruturar uma aprendizagem matemática que subsidie a análise e síntese dos objetos de estudo, significa superar a maneira como a lógica formal tradicional concebe a relação entre a abstração, a generalização e os conceitos, e ressignificar a produção do conhecimento em sua totalidade dialética pelo desenvolvimento do pensamento teórico.

Nessa ambiência, a função da escola e dos professores é fundamental, pois ao iniciar sua vida escolar o aluno terá como atividade principal a atividade de estudo, que exigirá dele novas responsabilidades e motivações, e será a organização e execução da atividade de estudo que potencializará ou não o desenvolvimento das neoformações psíquicas do aluno durante seu processo de aprendizagem. Para que essas potencialidades sejam constituídas o conteúdo da atividade de estudo é o pensamento teórico ou conceito. Assim como escreve Libâneo (2007), em relação ao pensamento teórico ou conceito:

> [...] não se refere apenas às características e propriedades dos fenômenos em estudo, mas a uma ação mental peculiar pela qual se efetua uma reflexão sobre um objeto que, ao mesmo tempo, é um meio de

ISBN: 978-85-61702-77-9

> reconstrução mental desse objeto no pensamento. Nesse sentido, pensar teoricamente é desenvolver processos mentais pelos quais chegamos aos conceitos e os transformamos em ferramentas para fazer generalizações conceituais e aplicá-las a problemas específicos. Como escreve Seth Chaiklin, o conceito significa um conjunto de procedimentos para deduzir relações particulares de uma relação (Libâneo, 2007, p. 61).

Portanto, pensar teoricamente significa desenvolver processos mentais mediados por conceitos científicos, mas como esses conceitos são reconstruídos pela aprendizagem matemática com esse potencial? Segundo Davidov (1988) esses conceitos se constituem pelo método de ascensão do abstrato ao concreto, os alunos não criam conceitos, contudo os assimilam no processo da atividade de estudo, ao executarem ações mentais similares àquelas pelas quais forram desenvolvidos os produtos da cultura ao longo do percurso histórico, ou seja, desenvolvem estruturas mentais para compreender e analisar os objetos de estudo, por meio de ações mentais como abstração e generalização.

Ao resolver a tarefa de estudo nessa perspectiva, "os alunos realizam certo microciclo de ascensão abstrato ao concreto como forma de assimilação do conhecimento teórico", desse modo "o pensamento dos alunos das séries iniciais do nível fundamental se move do geral para o particular" (Davidov, 1986[2020], p. 219).

1. Para que esse movimento conceitual do geral para o particular se efetive pela atividade de estudo, Davidov (1986) elegeu algumas ações de estudo que são de suma importância nesse processo de aprendizagem desenvolvimental. Transformação das condições da tarefa para detectar a relação universal do objeto em estudo;
2. Modelagem da relação diferenciada na forma objetal, gráfica e por intermédio de signos;
3. Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em uma "forma pura";
4. A construção de um sistema de tarefas particulares que é resolvido por um modo generalizado;
5. Controle sobre a implementação das ações anteriores;
6. Avaliação da assimilação do modo generalizado como resultado da solução de determinada tarefa de estudo (Davidov, 1986[2020], p. 221).

No início os alunos são auxiliados pelos professores no movimento de execução das ações de estudo e suas operações, em seguida de maneira gradual os

ISBN: 978-85-61702-77-9

alunos vão assumindo autoria de suas próprias ações de estudo mediadas pela relação com o objeto de estudo e suas generalizações. E assim como as ações de estudo, as ações de controle e avaliação tem papel fundamental no processo de assimilação dos conteúdos, essas ações de estudo, controle e avaliação objetivam desenvolver no aluno a sua autonomia ao realizar as tarefas de estudo, esse desenvolvimento é gradual e intencional.

Nesse ínterim, no processo de ensino e aprendizagem de matemática, o desafio que está colocado é: como colocar os alunos em situação de resolução de problemas que intencione a apropriação e assimilação da essência do conteúdo historicamente construído. A atividade de estudo em matemática deve ser organizada com o objetivo que os alunos reconheçam a história do conceito, mas, sobretudo, se apropriem da essência de conceito como a necessidade que levou a humanidade construí-lo e transformá-lo.

A matemática tem, em sua natureza constitutiva, as bases na abstração e generalização e à medida que a linguagem simbólica tornou-se gênese para esse conhecimento, os níveis de generalização e estruturação dos conceitos se tornaram mais complexos, daí a necessidade de se pensar em um ensino de matemática que promova no aluno o desenvolvimento de tais capacidades mentais, como a abstração, generalização e síntese conceitual. Nessa perspectiva, as proposições davidovianas, para o ensino e aprendizagem de matemática se consolidaram, tendo em vista que, tem como intencionalidade o desenvolvimento da abstração e da generalização pela atividade de estudo, na perspectiva desenvolvimental que prima pela formação do pensamento teórico em consonância com o desenvolvimento psíquico dos alunos.

Davidov e seus colaboradores, realizaram diversos experimentos acerca do ensino de conceitos matemáticos, em específico para a estruturação do ensino e aprendizagem de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental, definiram um sistema de tarefas de estudo constituído por:

> 1. introdução dos alunos na esfera das relações entre grandezas: formação do conceito abstrato de grandeza matemática;
> 2. demonstração, para as crianças, da relação múltipla das grandezas como forma geral do número: formação do conceito abstrato de número e da compreensão da inter-relação fundamental entre seus componentes (o número é derivado da relação múltipla das grandezas);

ISBN: 978-85-61702-77-9

3. introdução sucessiva dos estudantes na área dos diferentes tipos particulares de números (naturais, quebrados, negativos): formação dos conceitos sobre estes números como uma das manifestações da relação múltipla geral das grandezas em determinadas condições concretas;
4. demonstração aos alunos do caráter unívoco da estrutura da operação matemática (se se conhece o valor dos elementos da operação se pode determinar univocamente o valor do terceiro elemento): formação da compreensão sobre a inter-relação dos elementos das ações aritméticas fundamentais (Davidov, 1988, p. 209).

Portanto, Davidov considera a tarefa de estudo de matemática no ensino fundamental contemple a compreensão minuciosa do conceito de número e suas operações como relação entre grandezas, ao nível teórico, abrangendo o campo dos números reais, para a resolução das tarefas de estudo, os alunos devem utilizar as seis ações de estudo.

A teoria histórico-cultural compreende o ser humano como um sujeito histórico, concreto e real, a partir desse viés teórico os processos de ensino e aprendizagem direcionam para o desenvolvimento humano em sua integralidade. Sendo assim, a escola por meio de suas ações de ensino deve orientar processos formativos que levem o aluno a pensar abstratamente, considerando que o papel da aprendizagem é ser fonte do desenvolvimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No artigo "Aprendizagem Desenvolvimental: Produção do Pensamento Teórico e Sentidos Subjetivos na Atividade de Estudo de Matemática", conduzimos uma análise profunda sobre o desafio de estruturar e organizar a aprendizagem matemática pautada pela Teoria da Atividade de Estudo na perspectiva histórico-cultural. O objetivo central foi promover o desenvolvimento do pensamento teórico e valorizar a dimensão subjetiva da aprendizagem, visando repensar a formação e o desenvolvimento de conceitos matemáticos, de modo a favorecer nos alunos a emergência do pensamento teórico e do sujeito criativo.

A pesquisa destacou a relevância da subjetividade na aprendizagem matemática, apontando para a necessidade de um ensino que promova a emancipação do indivíduo e desenvolva uma postura crítica e reflexiva. Em alinhamento com a Teoria da Subjetividade de González Rey, enfatizamos a importância da construção teórica dos conceitos matemáticos baseada nas experiências e significados pessoais dos alunos. A aprendizagem matemática, portanto, está intrinsecamente ligada às configurações subjetivas dos alunos e às relações estabelecidas no ambiente escolar.

Neste contexto, reconhecemos a indissociabilidade entre o individual e o social na compreensão dos processos de aprendizagem e desenvolvimento humano. A subjetividade social e individual é vista como entrelaçadas, afetando a maneira como os indivíduos percebem, interpretam e interagem com o mundo ao seu redor. Este entendimento reforça a necessidade de desenvolver práticas pedagógicas que sejam culturalmente relevantes, socialmente responsivas e individualmente significativas para os alunos.

Assim, concluímos que a articulação das dimensões subjetivas e operacionais no processo de ensino e aprendizagem de matemática é fundamental. Isso implica na necessidade de entender e integrar os processos simbólico-emocionais dos estudantes, bem como suas teorias implícitas e conceitos científicos. Essa abordagem busca promover não apenas o conhecimento científico, mas também o desenvolvimento subjetivo e a capacidade de aplicar o conhecimento em diversos contextos, contribuindo assim para uma educação matemática mais eficaz e significativa.

A aprendizagem desenvolvimental, conforme articulada por Repkin e Repkina, é caracterizada por sua orientação para o desenvolvimento como objetivo principal, fundamentando-se em um sistema de conceitos teóricos que orientam os modos generalizados de ação. Esta abordagem se baseia na atividade de estudo como a forma mais elevada de aprendizagem, apoiando-se na atividade coletiva dos alunos e professores, e rejeitando métodos autoritários característicos do ensino tradicional. A aprendizagem desenvolvimental promove uma relação de trabalho cooperativo, valorizando o processo psíquico e subjetivo do aluno como sujeito do conhecimento.

Portanto, este artigo ressalta a necessidade de uma abordagem pedagógica que reconheça e valorize a subjetividade e o desenvolvimento do pensamento teórico na aprendizagem de matemática. Ao articular a teoria com a prática, a pesquisa destaca o papel crucial do sujeito ativo na formação escolar, promovendo um aprendizado que é reflexivo, produtivo e autônomo. A aprendizagem desenvolvimental de matemática, segundo a Teoria da Atividade de Estudo, proporciona uma educação matemática transformadora, que não só abrange a aquisição de conhecimentos e habilidades técnicas, mas também fomenta o crescimento pessoal, emocional

ISBN: 978-85-61702-77-9

e social dos alunos, preparando-os para uma participação consciente e crítica na sociedade contemporânea.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. M. et al. O Subjetivo e o Operacional na Superação das Dificuldades de Aprendizagem em Ciências. Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte), v. 24, p. e29692, 2022.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. Conteúdo e estrutura da atividade de estudo (1986). In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). Teoria da atividade de estudo: contribuições de D. B. Elkoni, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro 1. Curitiba: CRV, 2020. (Série Ensino Desenvolvimental v. 10). p. 213-231.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. Tipos de generalización en la enseñanza. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

GONZÁLEZ REY, Fernando. Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação. São Paulo: Pioneira, 2005.

GONZÁLEZ REY, Fernando. Pesquisa qualitativa em psicologia: caminhos e desafios. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

GONZÁLEZ REY, Fernando; MITJÁNS MARTÍNEZ, Albertina. Subjetividade: teoría, epistemología, método. Campinas: Alínea, 2017.

GONZÁLEZ REY, Fernando; PATIÑO TORRES, José Fernando. La Epistemología Cualitativa y el estudio de la subjetividad en una perspectiva cultural-histórica: conversación con Fernando González Rey. Revista de Estudios Sociales, Bogotá, n. 60, 2017. p. 120-127.

ISBN: 978-85-61702-77-9

LIBÂNEO, José Carlos. A organização e a gestão da escola: teoria e prática. Goiânia: Alternativa, 2007.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira. Vasily Vasilyevich Davydov: A escola e a formação do pensamento teórico-científico. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Valdés Roberto (Orgs.). Ensino Desenvolvimental: Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013. p. 331-366.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira. Vygotsky, Leontiev, Davidov: contribuições da teoria histórico-cultural para a didática. In: SILVA, Carlos Cardoso; SUANNO, Marilza Vanessa Rosa (Orgs.). Didática e interfaces. 1. ed. Rio de Janeiro: Deescubra, 2007. p. 39-60.

LONGAREZI, Andréa Maturano. Intervenção didático-formativa: uma proposta metodológica para pesquisas-formação numa perspectiva desenvolvimental. 2017. Projeto de Pesquisa (Pós-doutorado) – Brasília: CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, São Paulo: USP, 2017a.

LONGAREZI, Andréa Maturano. Para uma didática desenvolvimental e dialética da formação-desenvolvimento do professor e do estudante no contexto da educação pública brasileira. Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, Uberlândia, v. 1, n. 1, p. 187-230, 2017b. DOI: https: //doi. org/10. 14393/OBv1n1a2017-9.

LONGAREZI, Andréa Maturano; FRANCO, Patrícia Lopes Jorge. A formação-desenvolvimento do pensamento teórico na perspectiva Histórico-Cultural da atividade no ensino de Matemática. Revista Educativa, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 449-473, 2016. DOI: http: //doi. org/10. 18224/educ. v19i2. 5406.

LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés. Fundamentos psicológico-didáticos para um ensino na perspectiva histórico-cultural: a unidade dialética obutchénie-desenvolvimento. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (Orgs.). Fundamentos psicológicos e didáticos do Ensino Desenvolvimental. Uberlândia: EDUFU, 2017. p. 187-224.

ISBN: 978-85-61702-77-9

LONGAREZI, Andréa Maturano; SILVA, Diva Souza. Formação de professores e sistemas didáticos na perspectiva histórico-cultural da atividade: panorama histórico-conceitual. Apresentação. Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, Uberlândia, v. 2, n. 3, p. 571-590, 2018. DOI: https: //doi. org/10. 14393/OBv2n3. a2018-47433.

PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente. A Atividade de Estudo segundo V. V. Repkin: uma abordagem crítica à perspectiva da Teoria da Subjetividade. Ensino em Revista, Uberlândia, v. 25, n. 3, p. 748-771, 2018. DOI: https: //doi. org/10. 14393/ER-v25n3a2018-13.

PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano (Orgs.). Ensino Desenvolvimental: Sistema Elkonin–Davidov–Repkin. Campinas: Mercado de Letras; Uberlândia: EDUFU, 2019.

PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano. A didática desenvolvimental: seu campo conceitual na tradição da psicologia histórico-cultural da atividade. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (Orgs.). Fundamentos psicológicos e didáticos do ensino desenvolvimental. Uberlândia: EDUFU, 2017b. p. 187-225.

PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano. Didática desenvolvimental: sessenta anos de tradição teórica, epistemológica e metodológica. Apresentação do Dossiê. Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, Uberlândia, v. 1, n. 1, p. 9-19, 2017a.

PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano. Escola e didática desenvolvimental: seu campo conceitual na tradição da teoria histórico-cultural. Educação em Revista, Belo Horizonte, v. 29, n. 1, p. 247-271, 2013. DOI: https: //doi. org/10. 1590/S0102-46982013005000004.

REPKIN, V. V.; REPKINA, N. V. O que é a aprendizagem desenvolvimental? In: LONGAREZI, A. M.; REPKINA, N. V.; PUENTES, R. V.; REPKINA, V. V. Aprendizagem desenvolvimental e atividade de estudo. Campinas: Mercado de Letras, 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ROSSATO, Maristela; MITJÁNS MARTÍNEZ, Albertina. Contribuições da metodologia construtivo-interpretativa na pesquisa sobre o desenvolvimento da subjetividade. Revista Lusófona de Educação, Lisboa, v. 40, n. 40, p. 185-198, 2018.

VIGOTSKI Lev Semionovitch. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.008

ARTICULAÇÕES ENTRE OS NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE E OS TIPOS DE PROVA DE BALACHEFF

MARCELLA LUANNA DA SILVA LIMA
Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, marcellaluanna@hotmail.com.

RESUMO

A não utilização das provas e demonstrações matemáticas na sala de aula pode estar relacionada à forma como o professor a apresenta aos seus alunos, de forma pronta e acabada, pedindo para eles reproduzirem tal como mostraram, sem saber que tipo de dificuldades esses alunos terão ao realizar essa tarefa. O presente trabalho apresenta um recorte da tese da autora que teve como objetivo estabelecer uma relação entre os níveis do pensamento geométrico discutidos por van Hiele e os tipos de provas propostos por Balacheff, a partir das argumentações e justificações produzidas por onze licenciandos em Matemática, que se encontravam entre o 6º e o 10º período do curso. Sua pesquisa foi caracterizada como quali-quantitativa, com aspectos de um estudo de caso, utilizando os seguintes procedimentos de coleta de dados: questionário, atividades com provas matemáticas, notas de campo, observação participante, videogravações e entrevistas semiestruturadas, realizadas após a aplicação das atividades. Com o intuito de verificar as articulações possíveis entre os níveis de pensamento geométrico e os tipos de prova, foram utilizados os principais referenciais teóricos: Balacheff, van Hiele, Jaime e Gutiérrez e Gutiérrez e Jaime. Balacheff, a partir de seus primeiros trabalhos de investigação, conseguiu distinguir quatro tipos principais de provas: empirismo ingênuo, experiência crucial, exemplo genérico e experiência mental. Já o modelo do casal van Hiele propõe que os alunos progridam de acordo com uma sequência de cinco níveis de compreensão de conceitos, enquanto aprendem Geometria. Os estudos e discussões teóricas desses pesquisadores, bem como os resultados encontrados com o auxílio dos procedimentos citados acima, contribuíram

ISBN: 978-85-61702-77-9

para confirmar a existência de articulações entre os níveis de pensamento geométrico e os tipos de provas. Para tanto, somente com o pensamento geométrico desenvolvido, é possível que os alunos construam e elaborem diferentes tipos de prova, podendo também chegar a elaborar demonstrações.

Palavras-chave: Níveis do pensamento geométrico, Provas e demonstrações matemáticas, Educação Matemática, Geometria, Licenciatura em Matemática.

INTRODUÇÃO

Ponte, Pereira e Henriques (2012) afirmam que o grande objetivo do ensino da Matemática é o de desenvolver a capacidade de raciocínio dos alunos, contudo esse raciocínio não será desenvolvido caso o professor utilize a simples memorização de conceitos, representações e procedimentos rotineiros, uma vez que acarretará a percepção de que a Matemática é apenas um conjunto de regras mais ou menos desconexas, o que não é verdade, visto que ela é uma disciplina lógica e coerente. Para que os alunos desenvolvam essa capacidade é preciso trabalhar com tarefas que tanto requerem raciocínio como o estimulem.

Esses pesquisadores consideram que ser capaz de raciocinar é essencial tanto para usar eficazmente a Matemática em diversas situações, como para a sua própria compreensão. Ao raciocínio matemático podemos associar diversas formas de pensamento, tais como prever resultados, questionar soluções, procurar padrões, recorrer a representações alternativas, analisar e sintetizar. Relacionado a essas discussões, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998) esperam que o currículo de Matemática contemple atividades que desenvolvam experiências em que os alunos sejam capazes de argumentar, justificar, conjecturar e provar determinados conteúdos, ou seja, atividades que proporcionem o desenvolvimento e a comunicação efetiva de argumentos matematicamente válidos.

Balacheff (2000) acredita que os alunos não devem ser obrigados a demonstrar, eles devem, a partir de seus argumentos, serem motivados a pensar, refutar e levantar conjecturas, fazendo com que tome para si a responsabilidade de sua aprendizagem e para que a demonstração faça sentido para ele. Para isso, é necessário descobrir e levar em consideração a racionalidade[1] que eles têm inicialmente, saber como funciona e como pode evoluir, uma vez que é a partir dessa racionalidade que os alunos conseguirão dar sentido a demonstração.

A partir das dificuldades encontradas por seus alunos do curso secundário na Holanda, Dina van Hiele Geldof e Pierre Marrie van Hiele perceberam a relação existente entre a compreensão e o nível de maturidade geométrica do aluno. Assim, a ideia principal do modelo de van Hiele é que os alunos progridam de acordo

1 Balacheff (2002, n.p.) entende racionalidade como "o sistema de critérios ou regras mobilizadas quando é necessário fazer escolhas, tomar decisões ou executar julgamentos" (tradução nossa). Para o pesquisador, a racionalidade nos permite raciocinar e decidir e é então a base de qualquer processo de prova.

ISBN: 978-85-61702-77-9

com uma sequência de níveis de compreensão de conceitos enquanto aprendem Geometria. Kaleff *et al.* (1994) afirmam que, para o modelo de van Hiele, o crescimento cronológico não produz automaticamente um crescimento nos níveis de pensamento e que decididamente poucos atingem o último nível.

Alguns pesquisadores afirmam que existe uma estreita ligação entre provas e demonstrações e o modelo de van Hiele. De Villiers (2010) afirma que a ocorrência do desenvolvimento da capacidade de provar, dentro desse modelo, surge a partir do nível 3, porém em várias de suas pesquisas empíricas, ele observou que as funções de prova, tais como explicação, descoberta e verificação, podem ser significativas para alunos nos níveis inferiores ao nível 3 de van Hiele, contando que os argumentos sejam de natureza intuitiva ou visual. Isto quer dizer que, os alunos que estão nos níveis 1 ou 2 de van Hiele não duvidam da validade de suas observações empíricas e por isso a demonstração não faz sentido para eles.

Battista e Clements (1995) apresentam Van Dormolen (1977), o qual argumenta que no nível 1 (visual), casos únicos são justificados e as conclusões são restritas ao exemplo específico para o qual a justificação é dada. No nível 2 (descritivo/analítico), as justificativas e as conclusões podem ser feitas para casos específicos, mas referem-se a coleções de objetos semelhantes. Somente após o nível 3 é que os alunos podem justificar as declarações formando argumentos que estejam em conformidade com as normas aceitas, ou seja, após o nível 3, os estudantes são capazes de construir provas formais. Corroborando assim a ideia de De Villiers (2010) apresentada acima.

À vista de toda essa discussão, neste artigo, a autora apresenta um recorte de sua tese que teve como objetivo estabelecer articulações entre os níveis de pensamento geométrico discutidos por van Hiele e os tipos de prova propostos por Balacheff. A tese, orientada pelo Professor Doutor Marcelo Câmara dos Santos, diz respeito a um estudo teórico-prático sobre as articulações existentes entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova de Balacheff. Para isso, buscamos, inicialmente, fazer uma pesquisa bibliográfica, a fim de levantarmos os materiais necessários para estabelecermos essas articulações, utilizando como principais referenciais teóricos: Balacheff (2000), van Hiele (1957), Jaime e Gutiérrez (1994) e Gutiérrez e Jaime (1998).

Posteriormente, a fim de verificarmos a coerência dessas articulações, fizemos um estudo com 11 licenciandos em Matemática, que se encontravam entre o 6º e o 10º período do curso. Para isso, a pesquisa foi caracterizada como quali-quantitativa, exploratória, com aspectos de um estudo de caso, utilizando os seguintes procedimentos de coleta de dados: questionário, atividades com provas matemáticas, notas de campo, observação participante, videogravações e entrevistas semiestruturadas, realizadas após a aplicação das atividades (Gil, 2002). Neste artigo, focaremos apenas na parte teórica da tese, apresentando nos próximos tópicos um resumo dos tipos de provas propostos por Balacheff, os níveis do pensamento geométrico propostos por van Hiele, a metodologia utilizada, os resultados e discussões (enfatizando as relações existentes entre as duas teorias) e as considerações finais.

TIPOS DE PROVAS PROPOSTOS POR BALACHEFF

A não utilização das provas e demonstrações matemáticas na sala de aula pode estar relacionada à forma como o professor a apresenta aos seus alunos, de forma pronta e acabada, pedindo para eles reproduzirem tal como mostraram, sem saber que tipo de dificuldades esses alunos terão ao realizar essa tarefa (Balacheff, 2000). Para o autor, antes de apresentar a demonstração aos alunos, é preciso ter em mente a racionalidade deles e quais são os meios possíveis para eles fazerem matemática.

Para isso, Balacheff (2000) considera importante a distinção entre as palavras ***prova*** e ***demonstração***. Grinkraut (2009) afirma que prova e demonstração não são palavras sinônimas, uma vez que a pesquisadora considera a prova em um sentido mais amplo, podendo ser entendida como um discurso para estabelecer a validade de uma afirmação, não necessariamente aceita pelos matemáticos. Isto quer dizer que a pesquisadora considera as justificativas utilizadas pelos alunos dentro do seu contexto escolar, em termos do raciocínio envolvido, mesmo sabendo que, muitas vezes, eles não conseguiriam atingir a formalidade necessária. Já a demonstração é considerada um tipo de prova aceita pela comunidade dos matemáticos, baseada em um conjunto de axiomas e de outras propriedades já demonstradas, devendo ser obtida por meio de um processo hipotético-dedutivo. Desse modo, podemos inferir que uma demonstração pode ser um tipo particular de prova, mas nem toda prova é uma demonstração.

Balacheff (2000) evidencia a importância do trabalho com as provas e demonstrações matemáticas na Educação Básica pois, em seu estudo, ele se interessou em saber qual a natureza das provas, se é possível elucidar uma hierarquia

ISBN: 978-85-61702-77-9

da gênese da demonstração e quais são os meios de provocar sua evolução. Com isso, ele buscou analisar a natureza e a hierarquia das provas, conseguindo identificar dois tipos básicos de provas: as ***pragmáticas*** e as ***intelectuais***. As primeiras são aquelas em que os sujeitos recorrem a testes de validade, busca de regularidades, exemplos ou desenhos para justificar determinado resultado. Já as segundas, são aquelas em que o discurso a ser utilizado é unicamente teórico, não necessitando tomar observações experimentais como argumentos para validar uma conjectura.

A partir de seus primeiros trabalhos de investigação, Balacheff (2000) conseguiu distinguir quatro tipos principais de ***provas pragmáticas*** e ***intelectuais*** que terão um lugar privilegiado na gênese cognitiva da demonstração: o ***empirismo ingênuo***, a ***experiência crucial***, o ***exemplo genérico*** e a ***experiência mental***. O autor considera uma hierarquia hipotética desses níveis de prova, evidenciada pela ordem acima apresentada. A posição de cada tipo de prova dentro dessa hierarquia é determinada pelo seu nível de exigência de generalidade e por seu nível de conceituação dos conhecimentos que exige.

De acordo com Balacheff (2000), o ***empirismo ingênuo*** consiste em assegurar a validade de um enunciado depois de tê-lo verificado em alguns casos. Esse modo de validação é rudimentar e insuficiente, como também é uma das primeiras formas do processo de validação. Na ***experiência crucial,*** o aluno busca validar uma proposição após a verificação para um caso especial, geralmente não familiar, como também realiza experiências e começa a tomar consciência de que busca por um resultado geral.

Para Balacheff (2000), no ***exemplo genérico,*** o aluno busca uma generalização ainda baseada em exemplos, mas procurando justificá-la com a teoria relacionada a esta proposição. Ou seja, o aluno justifica a partir de um exemplo, o que ele poderia ter feito teoricamente, utilizando incógnitas ou variáveis. Na ***experiência mental***, o aluno afirma a validade de uma proposição de forma genérica e não faz mais referência ao caso particular, uma vez que a afirmação é elaborada para uma classe de objetos e a validação é sustentada pela teoria. Para o pesquisador, quando se recorre à ***experiência mental*** significa a marca verdadeira da transição das ***provas pragmáticas*** às ***provas intelectuais***, na medida em que as provas passam de ações efetivas a ações interiorizadas (no sentido de Piaget) postas em prática.

Além disso, é importante enfatizar que Balacheff (2000) argumenta que, na transição da ***experiência mental*** para a ***demonstração***, devem ser reconhecidos diferentes tipos de ***provas intelectuais*** que diferem tanto em seus níveis de

ISBN: 978-85-61702-77-9

descontextualização, atemporalidade e despersonalização[2], como em seu nível de formalismo. O pesquisador afirma que ainda falta fazer uma análise dessas provas e sua tipologia. Do ponto de vista da ***demonstração***, entendida como estrutura do discurso, o nível de formalização dos conhecimentos que coloca em prática é um ponto crucial. Assim, ainda é preciso mais estudos para verificar o que acontece durante esse processo de construção das provas e demonstrações e se realmente há outros tipos de provas entre a ***experiência mental*** e a ***demonstração***. Portanto, pode-se inferir que a ***experiência mental*** ainda não seria considerada uma ***demonstração***, mas já é o primeiro tipo de prova dentro da categoria ***intelectual***, no qual o aluno utiliza apenas o discurso teórico para validar uma afirmação.

NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE

O casal van Hiele, ao identificar as dificuldades encontradas por seus alunos do curso secundário na Holanda, elaborou um modelo estabelecendo a relação entre a compreensão e o nível de maturidade geométrica do aluno. Nesse sentido, a proposta elaborada pelo casal pode ser utilizada tanto para orientar na formação quanto para avaliar as habilidades do aluno.

A ideia principal do modelo de van Hiele é que os alunos progridam de acordo com uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto aprendem Geometria. Uma das principais características desse modelo é a distinção entre os cinco níveis de pensamento com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos em Geometria. Em resumo, esses níveis são atingidos em sequência e, por meio de uma instrução adequada, o aluno vivencia cinco fases ao progredir de um nível para outro superior.

No primeiro nível, ***visualização*** ou ***reconhecimento***, os alunos reconhecem as figuras por sua aparência global, mas não conseguem identificar explicitamente suas propriedades. Ou seja, os alunos, nesse nível, podem aprender o vocabulário

2 O desenvolvimento da linguagem, como uma ferramenta para o cálculo lógico e não apenas um meio de comunicação, requer em particular: "uma **descontextualização** ou renúncia ao objeto atual como um meio eficaz de executar as ações, para acessar a categoria de objetos, independentemente das circunstâncias associadas ou anedóticas de sua aparência; uma **despersonalização**, separando a ação de quem foi seu ator e da qual ela deve ser independente; uma **atemporalidade**, liberando as operações a partir da data em que foram realizadas e sua duração anedótica. Esse processo marca a transição do universo de ações para o de relacionamentos e operações" (Balacheff, 2000, p. 23). [tradução nossa]

ISBN: 978-85-61702-77-9

geométrico, identificam figuras geométricas, reproduzem uma figura dada, associam o nome à figura, reconhecem nos elementos do meio ambiente representações de figuras geométricas, porém eles não conseguem reconhecer as figuras por suas propriedades e não enxergam as características de uma figura em outra da mesma classe (Van Hiele, 1957; De Villiers, 2010; Nasser, 1992; Kaleff ***et al.***, 1994; Dall'Alba, 2015).

No segundo nível, ***análise***, o aluno conhece e analisa as propriedades das figuras geométricas, mas não relaciona explicitamente as diversas figuras ou propriedades entre si. Isto quer dizer que ele começa a discernir características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades que são, então, utilizadas para conceituarem classes e formas, porém ele ainda não explicita inter-relações entre figuras e propriedades (Van Hiele, 1957; De Villiers, 2010; Nasser, 1992; Kaleff ***et al.***, 1994; Dall'Alba, 2015).

No terceiro nível, ***dedução informal*** ou ***ordenação***, os alunos relacionam as figuras entre si de acordo com suas propriedades, mas não dominam o processo dedutivo. Dessa forma, eles conseguem formar definições abstratas, estabelecendo inter-relações das propriedades nas figuras e entre figuras. Esses alunos podem distinguir entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito geométrico como também conseguem acompanhar e formular argumentos e provas informais, porém não compreendem o significado de uma dedução como um tudo nem têm condições de elaborar argumentos e provas formais (Van Hiele, 1957; De Villiers, 2010; Nasser, 1992; Kaleff ***et al.***, 1994; Dall'Alba, 2015).

No quarto nível, ***dedução formal***, o aluno compreende o processo dedutivo, a recíproca de um teorema e já está ciente de que uma figura é apenas um caso e que para provar uma afirmação é necessário fazer uma sequência de implicações com base em propriedades já provadas. Além disso, nesse nível, o aluno pode construir provas e não somente memorizá-las, como também percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira. Por fim, no quinto e último nível, ***rigor***, o aluno compreende a importância do rigor nas demonstrações e é capaz de analisar outras geometrias, tais como a Geometria Não-Euclidiana. Além disso, ele consegue utilizar sistemas dedutivos abstratos, como também é capaz de fazer ligações entre os conceitos e desenvolver, às vezes, novos postulados (Van Hiele, 1957; De Villiers, 2010; Nasser, 1992; Kaleff ***et al.***, 1994; Dall'Alba, 2015).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Portanto, a partir das leituras dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, conseguimos perceber que é essencial que os professores saibam combinar a aprendizagem com o nível de pensamento do aluno, tomando consciência de adaptar as atividades para cada nível, de modo a auxiliar no desenvolvimento de um para outro. Para que haja esse desenvolvimento do pensamento geométrico, é necessário que as atividades no ensino da Geometria não sejam reduzidas a memorizações e aplicações de fórmulas e regras, pois, conforme recomenda-se, não poderá ocorrer a diminuição da linguagem e dos exercícios de determinado conteúdo dentro desses níveis de pensamento.

METODOLOGIA

A parte teórica da tese da autora diz respeito a uma pesquisa de natureza qualitativa, uma vez que tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve um grupo de participantes (D'Ambrósio, 2004). Além disso, reconhecemos que ela faz parte dessa categoria, pois, de acordo com Garnica (2004), sabemos da transitoriedade de seus resultados; a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; a não neutralidade do pesquisar que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvincilhar; entre outros aspectos.

Acreditamos também que nossa pesquisa é exploratória, pois, de acordo com Gil (2002), essas pesquisas têm como objetivo proporcionar uma maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. Nesse tipo de pesquisa, o objetivo principal é o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuição. Assim, nosso objetivo foi, a partir das discussões trazidas por Balacheff (2000), van Hiele (1957), Jaime e Gutiérrez (1994) e Gutiérrez e Jaime (1998), entre outros, estabelecer uma relação entre os níveis de pensamento geométrico e os tipos de prova. Para essa parte teórica, a pesquisa teve como foco a bibliográfica, desenvolvida com base em materiais já elaborados, constituído principalmente de livros e artigos científicos (Gil, 2002), a partir dos referenciais citados acima.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Pietropaolo (2005) afirma que o modelo de van Hiele possui estreita ligação com a habilidade de justificar em Matemática. Nasser e Tinoco (2003) argumentam

ISBN: 978-85-61702-77-9

que nos dois primeiros níveis, os alunos não duvidam da validade de suas observações empíricas e, por isso, não percebem que a demonstração é necessária. Senk (1989) acrescenta que a demonstração deve ser desenvolvida apenas em salas de aula cujos alunos estejam pelo menos no nível 3, uma vez que antes disso eles não conseguirão acompanhar o professor e poderão não perceber a importância dela na Matemática.

Battista e Clements (1995) apresentam uma relação entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e o processo de justificativa e prova, abordada por Van Dormolen (1977). Esse pesquisador considera que no nível 1 de van Hiele, os casos únicos são justificados e as conclusões são restritas ao exemplo específico para o qual a justificação é dada. No nível 2, as justificativas e as conclusões podem ser feitas para casos específicos, mas referem-se a coleções de objetos semelhantes. Somente após o nível 3 é que os alunos podem justificar as declarações com base em argumentos que estejam em conformidade com as normas aceitas, ou seja, após o nível 3, os alunos já são capazes de construir provas formais.

De Villiers (1987) também discute um pouco sobre os níveis de van Hiele e o raciocínio dedutivo. Para o pesquisador, o raciocínio dedutivo ocorre apenas no nível 3, pois é quando a rede de relações/implicações lógicas entre propriedades é estabelecida, enquanto o significado de dedutivo formal e demonstração só é entendido no nível seguinte (o quarto). Os alunos que estão nos níveis 1 e 2 em relação a um tópico específico não irão entender instruções direcionadas às atividades e significados dos níveis mais altos. Como eles não possuem essa rede de implicações lógicas, acabam experimentando uma determinada prova como uma tentativa de verificação do resultado. No entanto, como ele não duvida da validade de suas observações empíricas, então experimenta tal prova como sem sentido, pois está provando o que já lhe é óbvio.

Todos os pesquisadores apresentados anteriormente discutem a mesma questão, indicando que as provas formais só devem ser trabalhadas a partir do nível 3. Encontramos nos artigos dos pesquisadores espanhóis Gutiérrez e Jaime aportes que norteiam a nossa articulação entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova de Balacheff, pois eles trabalham com quatro processos-chave dentro dos quatro primeiros níveis de van Hiele, em que um deles diz respeito à ***prova*** de propriedades ou declarações, com o intuito de convencer alguém a veracidade de uma declaração, nos permitindo com isso estabelecer uma articulação mais específica entre esses níveis e os tipos de prova de Balacheff.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Jaime e Gutiérrez (1990) descrevem a relação existente entre os níveis de van Hiele e a linguagem, pois para eles as diferentes habilidades de raciocínio associadas aos quatro primeiros níveis não refletem apenas na maneira de como os alunos resolvem os problemas propostos, mas também no modo como eles expressam as suas ideias e no significado dado a um determinado vocabulário. Os pesquisadores neste artigo trabalham apenas com os quatro primeiros níveis de van Hiele, pois seu trabalho foi desenvolvido com alunos do Ensino Fundamental e Médio. Jaime (1993) também discute sobre essa relação, argumentando que cada nível tem sua linguagem própria, significando não apenas as palavras ou construções gramaticais utilizadas, mas também o significado dado a elas.

Dentro desta perspectiva, Jaime e Gutiérrez (1990) afirmam que a palavra ***demonstração*** tem diferentes significados para as pessoas que raciocinam em diferentes níveis. No nível 1 de van Hiele, a palavra demonstração não tem significado matemático, o que geralmente é traduzido no raciocínio mais disparatado. Para um aluno de nível 2, demonstrar consiste simplesmente em verificar que a afirmação é verdadeira em alguns casos, mesmo em apenas um, fazendo as medidas apropriadas com alguma ferramenta, sendo então suficiente para aceitar a verdade da afirmação. No nível 3, essa palavra já tem um significado próximo ao dado pelos matemáticos: as demonstrações são formadas pelo raciocínio lógico, embora seus argumentos ainda sejam informais, baseados na observação de exemplos concretos. Por fim, no nível 4, a palavra demonstração já tem o significado usual entre os matemáticos, conseguindo construir provas formais que levem em consideração a teoria subjacente às afirmações. Ou seja, provavelmente um aluno do nível 4 fará a mesma demonstração do nível 3, seguindo os mesmos passos, mas agora ele justificará as igualdades baseadas em outras propriedades matemáticas já conhecidas.

Ainda sobre esse trabalho de descrição dos níveis de pensamento geométrico de van Hiele, Jaime e Gutiérrez (1994) descrevem quatro principais processos-chave dentro dos quatro primeiros níveis de van Hiele, não considerando o nível 5, pois sua pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Fundamental e Médio. Os pesquisadores descrevem esses processos-chave da seguinte maneira: ***identificação*** da família a que um objeto geométrico pertence; ***definição*** de um conceito, entendido como a utilização de determinadas situações e a formulação de uma classe de objetos geométricos; ***classificação*** de objetos geométricos em diferentes famílias; e ***prova*** de propriedades ou declarações, com o intuito de convencer alguém da veracidade de uma declaração. Esses processos-chave identificados

ISBN: 978-85-61702-77-9

pelos pesquisadores contribuem ainda mais para uma classificação adequada do nível de pensamento geométrico do aluno.

De acordo com Jaime e Gutiérrez (1994), no nível 1 a identificação das figuras é feita a partir de suas características físicas globais, tais como aspecto, tamanho dos elementos, posição etc. Como esses alunos levam em consideração somente os atributos a objetos físicos de maneira global ou a propriedades não-matemáticas, então eles não são capazes de ler uma definição matemática, pois para eles o conceito já é a própria definição. Para classificar, os alunos utilizam o mesmo tipo de propriedade das figuras que nos processos anteriores, pois não são capazes de aceitar quaisquer relações entre duas famílias diferentes nem, muitas vezes, entre dois elementos da mesma família com aspecto físico bastante diferente. Nesse nível não há indícios de prova.

No nível 2, segundo Jaime e Gutiérrez (1994), os alunos já conseguem identificar as figuras geométricas com base em suas propriedades matemáticas. Embora já prestem atenção às propriedades matemáticas, esses alunos podem ter problemas com algumas partículas lógicas ao ler ou declarar definições. Por isso, algumas vezes eles podem omitir uma propriedade necessária, que estão utilizando implicitamente e outras vezes acabam fornecendo uma lista com mais propriedades do que as necessárias. A classificação nesse nível é exclusiva, ou seja, os alunos não relacionam as famílias com base nos atributos fornecidos nas definições e quando recebem uma nova definição de determinando conceito, diferente da que já conheciam, eles não admitem a nova definição, pois estavam habituados a utilizar definições exclusivas e receberam as inclusivas. Os alunos desse nível provam a veracidade de determinada propriedade por meio de um ou alguns exemplos.

Jaime e Gutiérrez (1994) afirmam que no nível 3 os alunos já são capazes de interpretar e declarar definições, estando conscientes de que um conjunto necessário e suficiente de propriedades é importante e que adicionar mais propriedades à definição não resultará em uma melhor, ou seja, ao fornecer uma definição, os alunos tentam não ser redundantes. Eles já fazem classificações inclusivas com base nas propriedades declaradas nas definições dadas dos conceitos e são capazes de mudar de ideia quando novas definições são dadas, mesmo quando há uma mudança de exclusiva para inclusiva, ou vice-versa. Nesse nível, os alunos podem verificar a propriedade a partir de alguns exemplos, mas eles também procuram por alguma explicação informal baseada em propriedades matemáticas, ou os exemplos são bem selecionados.

Por fim, Jaime e Gutiérrez (1994) afirmam que no nível 4 os alunos já têm um melhor entendimento das definições e na capacidade de provar a equivalência de diferentes definições do mesmo conceito. Aqui eles já são capazes de fazer provas matemáticas formais e as figuras específicas são utilizadas apenas algumas vezes para ajudar a escolher as propriedades adequadas para prova, mas eles já estão cientes de que uma figura é apenas um caso e que para provar uma afirmação é necessário fazer uma sequência de implicações com base em propriedades já provadas.

Concordamos com as declarações feitas por Jaime e Gutiérrez (1994) e percebemos a conexão existente com as discussões trazidas anteriormente por Battista e Clements (1995), Pietropaolo (2005), Nasser e Tinoco (2003), Senk (1989) e Jaime e Gutiérrez (1990), confirmando que as provas formais só poderão ser trabalhadas e ensinadas a partir do nível 3 de van Hiele, embora nesse nível ainda seja feita informalmente, mas eles conseguem acompanhar o desenvolvimento delas pelo professor. A partir do nível 2, de acordo com Jaime e Gutiérrez (1990), o aluno começa a desenvolver seu raciocínio matemático, uma vez que ele busca provar a veracidade de afirmações por meio de um ou mais exemplos. E esse raciocínio continua a ser desenvolvido nos níveis posteriores, a partir do momento em que os alunos começam a estabelecer relações entre figuras e classes de famílias, a compreender as propriedades inclusivas de figuras geométricas e a perceber que busca por algo geral e não mais por meio de exemplos.

Percebemos o quão todas essas pesquisas apresentadas acima possuem inter-relações, de modo que todas elas evidenciam a necessidade de se trabalhar com os alunos as argumentações, justificações, provas e demonstrações, dependendo do grau de maturidade e de conhecimentos geométricos deles, ou seja, sabendo em que nível de pensamento eles se encontram, é possível trabalhar com as provas e demonstrações, adaptando as atividades para cada nível e utilizando a linguagem e o material didático adequados, com o intuito de desenvolver o raciocínio geométrico da melhor forma possível.

Além disso, toda essa discussão nos fez perceber a conexão existente entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e o processo de justificação e prova na Matemática. Pesquisadores como Battista e Clements (1995), Nasser e Tinoco (2003), Senk (1985, 1989), De Villiers (1987), Jaime e Gutiérrez (1990, 1994), Gutiérrez e Jaime (1998), Usiskin (1982), Vargas e Araya (2013), Díaz, Gutiérrez e Jaime (2016), entre outros, perceberam essa relação, apresentando de forma geral

ISBN: 978-85-61702-77-9

uma ligação existente entre os níveis de van Hiele, a linguagem adotada e o entendimento da palavra demonstração dentro de cada nível. Ou seja, esses pesquisadores concluíram que no nível 1, os alunos ainda não são capazes de realizar provas. No nível 2, eles começam a provar a validade de determinada afirmação de maneira empírica, por meio de um ou mais exemplos. No nível 3, os alunos utilizam alguns exemplos, mas já procuram por alguma explicação informal baseada em propriedades ou os exemplos são bem selecionados. No nível 4, eles já são capazes de realizar provas formais. E, no nível 5, o aluno é treinado para analisar o grau de rigor de vários sistemas dedutivos e compará-los entre si, pois já capturam a Geometria de forma estritamente abstrata.

A partir dessas colocações, em nossa pesquisa buscamos estabelecer uma articulação mais específica entre os níveis de pensamento geométrico e o processo de justificar em Matemática, ou seja, diferencia-se no sentido de que exploramos uma articulação entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova propostos por Balacheff.

Considerando as descrições dos níveis de van Hiele feitas por Jaime e Gutiérrez (1990, 1994) e Gutiérrez e Jaime (1998), utilizando os processos-chave (reconhecimento/identificação, definição, classificação e prova) para facilitar a identificação desses níveis, conseguimos enxergar uma articulação bastante específica entre esses níveis e os tipos de prova propostos por Balacheff (2000).

No ***nível 1*** (***visualização***) de van Hiele, o aluno ***não entende o conceito de prova e de demonstração***, por isso nesse nível os alunos não produzem nenhum tipo de construção empírica ou dedutiva, pois eles só reconhecem as figuras por sua aparência global, identificando apenas o aspecto, o tamanho dos elementos, a posição etc. Também não são capazes de ler uma definição matemática, pois para eles o conceito é a própria definição. E por isso não são capazes de aceitar qualquer relação entre duas famílias diferentes, nem entre dois elementos da mesma família com aspecto físico bastante diferente (Lima, 2020).

No ***nível 2*** (***análise***) de van Hiele, o aluno já busca uma verificação experimental da verdade de uma propriedade, utilizando um ou alguns exemplos. Então, dependendo do grau de aquisição dessas habilidades pelos alunos, a verificação pode ser feita por meio de um ou mais exemplos específicos, ou de um exemplo especial ou por meio de um conjunto de exemplos mais elaborado. Com isso, conseguimos relacionar dois tipos específicos de provas (dentro das ***pragmáticas***) de Balacheff (2000) que podem ser produzidos por alunos que estejam nesse nível, a

ISBN: 978-85-61702-77-9

saber: ***empirismo ingênuo***, consistindo em assegurar a validade de um enunciado depois de tê-lo verificado em alguns casos particulares; e ***experiência mental***, buscando verificar para um caso especial, geralmente não familiar, como também realizando experiências e começando a tomar consciência de que busca por um resultado geral. Os alunos nesse nível já conseguem escrever provas empíricas, pois já reconhecem as figuras geométricas com base em suas propriedades, mas ainda não entendem a estrutura lógica das definições e por isso só são capazes de fornecer provas por meio de exemplos e casos particulares (Lima, 2020).

No ***nível 3*** (***dedução informal***) de van Hiele, os alunos podem verificar a propriedade a ser provada em alguns exemplos, mas eles também procuram por alguma explicação informal baseada em propriedades matemáticas ou os exemplos são bem selecionados. Além disso, sabemos que nesse nível o aluno ainda não compreende as provas formais em sua totalidade e por isso ele não consegue organizar uma sequência de raciocínio lógico que justifique suas observações. Com isso, conseguimos relacionar um único tipo específico de prova proposto por Balacheff (2000) que pode ser produzido por alunos que estejam nesse nível, a saber: ***exemplo genérico***, que se encontra na transição entre as ***provas pragmáticas*** e as ***intelectuais***, pois o aluno busca uma generalização ainda baseada em exemplos, porém procurando justificá-la com a teoria relacionada a esta proposição, ou seja, o aluno justifica a partir de um exemplo, o que ele poderia ter feito teoricamente, utilizando incógnitas ou variáveis. Os alunos nesse nível constroem provas ainda baseadas na experimentação, porque não sentem a necessidade de utilizar o raciocínio lógico-formal, como também não entendem o sistema axiomático da Matemática. Por conta disso, eles acabam produzindo provas informais, ainda baseadas em exemplos, contudo procuram relacioná-la com a teoria (Lima, 2020).

No ***nível 4*** (***dedução formal***) de van Hiele, os alunos já são capazes de fazer provas matemáticas formais e as figuras específicas são utilizadas apenas algumas vezes para ajudar a escolher um caso e que para provar uma afirmação é necessário fazer implicações com base em definições, axiomas e teoremas já demonstrados. Com isso, conseguimos relacionar um único tipo específico de prova (dentro das ***intelectuais***) proposto por Balacheff (2000) que pode ser produzido por alunos que estejam nesse nível, a saber: ***experiência mental***, buscando verificar a validade de uma proposição de forma genérica e não fazem mais referência a casos particulares, pois a validação é sustentada pela teoria. Sendo isso possível, porque os alunos já têm um melhor entendimento das definições e na capacidade de provar a

ISBN: 978-85-61702-77-9

equivalência de diferentes definições do mesmo conceito, uma vez que já entendem e executam o raciocínio lógico-formal e as provas formais têm significado para eles e sentem sua necessidade como um dos meios de verificar a validade de uma afirmação de forma genérica. Ou seja, nesse nível, eles já podem entender a estrutura axiomática da Matemática, mas ainda não sentem a necessidade do rigor (Lima, 2020).

Resumidamente, apresentamos o quadro abaixo (Quadro 1) com o intuito de simplificar as articulações estabelecidas acima entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele, discutidos por Jaime e Gutiérrez (1990, 1994) e Gutiérrez e Jaime (1998), e os tipos de prova propostos por Balacheff (2000).

Quadro 1 – Articulações entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova de Balacheff, com as respectivas justificativas

Articulações	Justificativa
Nível 1 Não há construção de provas.	Os alunos fazem apenas atribuições físicas globais das figuras geométricas, atribuindo um significado apenas visual, pois ainda não são capazes de usar determinadas definições matemáticas e de reconhecer as figuras por suas propriedades. Consequentemente, eles ***não entendem o conceito de prova e de demonstração*** e por isso nesse nível não produzem nenhum tipo de construção empírica ou formal.
Nível 2 Construção de ***provas pragmáticas*** do tipo ***empirismo ingênuo*** ou ***experiência crucial***.	Os alunos já reconhecem que as figuras geométricas são dotadas de propriedades matemáticas, mas ainda não relacionam as famílias de figuras com base nos atributos fornecidos nas definições. Com isso, eles buscam uma verificação experimental da verdade da propriedade, utilizando um ou alguns exemplos. Dependendo do grau de aquisição dessas habilidades pelos alunos, a verificação pode ser feita por meio de um ou mais exemplos específicos, ou de um exemplo especial ou por meio de um conjunto de exemplos mais elaborado.
Nível 3 Construção de provas que estão na transição entre as ***pragmáticas*** e as ***intelectuais*** do tipo ***exemplo genérico.***	Os alunos já relacionam as figuras entre si de acordo com suas propriedades, mas ainda não dominam o processo dedutivo. Eles começam a desenvolver a capacidade de raciocínio formal (matemático), mas ainda é apoiada pela manipulação. Esses alunos já podem deduzir e provar informalmente as afirmações. Por conta disso, eles verificam a propriedade a ser provada em um ou alguns exemplos, mas também procuram por alguma explicação informal baseada em propriedades matemáticas, ou os exemplos são bem selecionados.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Articulações	Justificativa
Nível 4 Construção de *provas intelectuais* do tipo *experiência mental*.	Os alunos já compreendem o processo dedutivo, a recíproca de um teorema, mas ainda não sentem necessidade de usar o rigor matemático. Eles já podem entender e realizar provas dedutivas formais e entendem a sua necessidade como um dos meios de verificar a verdade de uma afirmação de forma genérica. Por conta disso, eles utilizam as figuras apenas para ajudar a escolher as propriedades adequadas para a construção de sua prova formal.

Fonte: Lima (2020, p. 363-364)

A palavra ***demonstração*** é entendida por Balacheff (2000) como uma série de enunciados que se organizam seguindo um conjunto bem definido de regras, caracterizando assim a demonstração como um gênero de discurso estritamente codificado. Com isso, acreditamos que Balacheff (2000) não entende a ***experiência mental*** como a ***demonstração*** em si, pois para ele existem outros tipos de ***provas intelectuais*** na transição da ***experiência mental*** para a ***demonstração***, diferindo em seus níveis de descontextualização, atemporalidade e despersonalização, como também em seu nível de formalismo (Lima, 2020).

Por conta dessa discussão trazida por Balacheff (2000), acreditamos que o *nível 5* (*rigor*) de van Hiele está além do tipo de prova ***experiência mental***, pois nesse nível os alunos já compreendem a importância do rigor nas demonstrações e são capazes de analisar outras Geometrias, trabalhando com sistemas dedutivos abstratos e com a Geometria não-Euclidiana, conseguindo assim fazer ligações entre os conceitos e desenvolvendo, às vezes, novos postulados. Devido ao seu alto grau de abstração, os alunos já são treinados para analisar o grau de rigor de vários sistemas dedutivos e compará-los entre si, podendo apreciar a consistência, a independência e a integridade dos axiomas dos fundamentos da Geometria. Além disso, os alunos desse nível já têm a capacidade de compreender a importância da precisão ao lidar com os fundamentos e as relações entre as estruturas matemáticas (Lima, 2020).

Portanto, compreendendo o nível 5 com esse significado e conceito, e sendo ainda pouco discutido por pesquisadores, tais como Usiskin (1982), Jaime e Gutiérrez (1990, 1994), Jaime (1993), Gutiérrez e Jaime (1998), Oliveira (2012), entre outros e pelo próprio van Hiele (1957), como também compreendendo a discussão trazida por Balacheff (2000) acerca do conceito de ***demonstração***, inferimos que esse ***nível 5 (rigor)*** de van Hiele está associado com as ***demonstrações***, que consistem em uma teoria matemática, fundamentando-se em um corpo de conhecimento

ISBN: 978-85-61702-77-9

fortemente institucionalizado sobre um conjunto de definições, de teoremas e de regras de dedução, cuja validade é aceita matemática e socialmente tendo como um dos fundamentos o rigor matemático (Lima, 2020).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das discussões feitas, conseguimos perceber a ligação existente entre os níveis do pensamento geométrico de van Hiele e o processo de provas e demonstrações, que começa a ser iniciado pelo nível 2, com provas utilizando exemplos e verificações empíricas e se desenvolve até chegar na construção de provas intelectuais (nível 4). Lembrando sempre que esse desenvolvimento deve ser feito quando o professor conhece e sabe das características do modelo de van Hiele e reconhece que quando aluno e professor falam diferentes "idiomas", não existe a possibilidade de ocorrer a aprendizagem (Jaime, 1993). Portanto, o professor deve trabalhar com o material adequado e a linguagem adequada, de modo a atingir a maioria de seus alunos.

Os estudos e discussões teóricas de Balacheff (2000), van Hiele (1957), Jaime e Gutiérrez (1994) e Gutiérrez e Jaime (1998), bem como os resultados encontrados da parte prática da tese (estudo realizado com 11 licenciandos em Matemática), utilizando os seguintes procedimentos de coleta de dados: questionário, atividades com provas matemáticas, notas de campo, observação participante, videogravações e entrevistas semiestruturadas, realizadas após a aplicação das atividades, contribuíram para confirmar a existência das articulações entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de provas propostos por Balacheff discutidas acima.

Resumidamente, percebe-se que os alunos que se encontram no nível 1 de van Hiele não entendem o conceito de ***prova*** ou de ***demonstração*** e por isso eles não produzem nenhum tipo de construção empírica ou dedutiva. Os alunos que se encontram no nível 2 podem produzir dois tipos de prova de Balacheff, tais como: o ***empirismo ingênuo*** e a ***experiência crucial***, que se encontra na categoria das ***provas pragmáticas***, utilizando-se de exemplos e casos particulares. Os alunos que se encontram no nível 3 de van Hiele podem produzir um tipo de prova de Balacheff, como o ***exemplo genérico***, uma vez que o aluno busca uma generalização ainda baseada em exemplos, estando na transição das ***provas pragmáticas*** para as ***provas intelectuais***. Os alunos que se encontram no nível 4 de van Hiele podem produzir um

ISBN: 978-85-61702-77-9

tipo de prova de Balacheff, como a ***experiência mental***, que se encontra na categoria das ***provas intelectuais***, pois os alunos afirmam a validade de uma proposição de forma genérica e não fazem mais referência a casos particulares. Por fim, os alunos que se encontram no nível 5 de van Hiele já conseguem ***demonstrar*** os resultados matemáticos, uma vez que a demonstração se fundamenta sobre um conjunto de definições, de teoremas e de regras de dedução, cuja validade é aceita matemática e socialmente, tendo como um dos fundamentos o rigor matemático.

Portanto, conclui-se que somente com o pensamento geométrico desenvolvido, é possível que os alunos construam e elaborem diferentes tipos de prova, podendo também chegar a elaborar demonstrações. Conforme recomendação de Nasser e Tinoco (2003), é preciso auxiliar os alunos a desenvolverem o raciocínio lógico-dedutivo e a habilidade de argumentar. E para isso é preciso utilizar as provas e demonstrações de modo a propiciá-los o ***fazer matemática***, envolvendo experimentações, conjecturas, refutações, argumentações e justificações.

REFERÊNCIAS

BALACHEFF, N. **Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas**. Bogotá: Universidad de los Andes, 2000.

BATTISTA, M. T.; CLEMENTS, D. H. Geometry and proof. **Mathematics Teacher**, n. 88(1), p. 48-54, 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto. MEC-SEF. Brasília. 1998. 148p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 13 maio 2018.

DALL'ALBA, C. S. **Possibilidade de utilização do software GeoGebra no desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do ensino fundamental**. 188f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.

ISBN: 978-85-61702-77-9

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio (2004). *In:* BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

DE VILLIERS, M. **Research evidence on hierarchical thinking, teaching strategies and the Van Hiele Theory:** Some critical comments. University of Stellenbosch: RUMEUS, 1987. Disponível em: http://math.kennesaw.edu/~mdevilli/VanHieleCritique-87.pdf. Acesso em: 15 jun. 2018.

_____________. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010. Tradução de Celina A. A. P. Abar.

DÍAZ, M. A; GUTIÉRREZ, A; JAIME, A. Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile. **Enseñanza de las Ciencias**, 34.1, p. 107-128, 2016.

GARNICA, A. V. M. História oral e Educação Matemática. *In:* **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p. 77-98.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GRINKRAUT, M. L. **Formação de professores envolvendo a Prova Matemática:** Um olhar sobre o Desenvolvimento Profissional. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, *20*(2/3), 27-46, 1998.

JAIME, A. **Aportaciones a la interpretación y aplicación del Modelo de Van Hiele:** La enseñanza de las isometrías en el plano. La Evaluación del nivel de razonamiento. 379f. Tesis Doctoral - Universidad de Valencia, España, 1993.

JAIME, A; GUTIÉRREZ, A. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares; M. Sánchez, (Eds.), **Teoría y**

ISBN: 978-85-61702-77-9

práctica en educación matemática. Colección Ciencias de la Educación, *4*, p. 295-384. Sevilla, España: Alfar, 1990.

____________. A model of test design to assess the Van Hiele levels. *In*: **Proceedings of the 18th PME Conference** (vol. 3, pp. 41-48). Lisboa, Portugal: PME, 1994.

KALEFF, A. M. *et al*. Desenvolvimento do pensamento geométrico – o modelo de van Hiele. **BOLEMA**, Rio Claro - SP, v. 10, p. 21-30, 1994.

LIMA, M. L. S. **Um estudo sobre as provas e demonstrações na Licenciatura em Matemática: articulações entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova de Balacheff**. 398f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2020.

NASSER, L. Níveis de Van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria?. **Boletim GEPEM**, 29, 21-25, 1992.

NASSER, L.; TINOCO, L. A. A. **Argumentação e provas no ensino de Matemática**. 2 Ed. Projeto Fundão. Rio de Janeiro: Editora do IM/UFRJ, 2003.

OLIVEIRA, M. C. **Ressignificando conceitos de Geometria Plana a partir do estudo de sólidos geométricos**. 279f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores da educação básica**. 388f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PONTE, J. P.; PEREIRA, J. M.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Práxis Educativa**, Paraná, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012.

SENK, S. L. How well do students write geometry proof's? **The Mathematics Teacher**, vol. 78, n. 6, p. 448-456, 1985.

ISBN: 978-85-61702-77-9

____________. Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. **Journal for Research in Mathematics Education**, 20(3), p. 309-321, 1989.

USISKIN, Z. **Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry**. CDASSG Project. The University of Chicago. Chicago (USA). 1982.

VAN HIELE, P. M. **El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria).** (Tese de Doutorado em Matemática e Ciências Naturais). Tradução Rosa Corberán *et al*. Universidade de Utrecht: Utrecht, Holanda, 1957.

VARGAS, G. V; ARAYA, R. G. El modelo de van Hiele e la enseñanza de la Geometría. **UNICIENCIA**, vol. 27, n. 1, p. 74-94. jan./jun. 2013.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.009

AS ANGÚSTIAS DISCENTES COM A MATEMÁTICA: APELOS PARA UMA RESSIGNIFICAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO

LUÍS HAVELANGE SOARES
Doutor em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Professor do Instituto Federal da Paraíba – IFPB, havelan@gmail.com.

DAIANA ESTRELA FERREIRA BARBOSA
Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE. Professora substituta do Instituto Federal da Paraíba – IFPB, daiana.estrela@ifpb.edu.br.

RESUMO

Uma das questões mais desafiadoras para o professor, no contexto atual do ensino de Matemática na escola básica, diz respeito às concepções dos discentes sobre essa ciência, que são baseadas em pilares como conhecimento complexo, conhecimento abstrato e de difícil compreensão. Assim, parece natural para muitos alunos não aprender satisfatoriamente Matemática, aceitar as dificuldades de aprendizagem, passar pela educação básica, mas não adentrar nas construções dessa ciência, quando muito, limitar-se à aplicação de procedimentos e/ou algoritmos sem compreensão dos conceitos que estão por trás do processo. Nesse contexto o objetivo dessa investigação foi interpretar a relação entre os discentes e a Matemática buscando ressignificar através do aspecto da afetividade o modo de lidar com a Matemática em sala de aula, seja no discurso ou na ação docente como professor. Para isso, foram utilizados dois instrumentos de coleta de dados: uma construção textual realizada por 35 alunos de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio Integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, no Campus de Campina Grande que consistiu na escrita de um texto dissertativo pelos alunos com o título "Eu e a Matemática: aproximações e distanciamentos"; uma autoavaliação realizada pelos estudantes ao final do primeiro semestre letivo. A análise das narrativas discentes, com base na identificação de categorias que emergiram dos textos, mostrou, na maioria dos discentes,

um processo marcado por frustrações, medos, angústias e subestimações das suas potencialidades. Diante da urgência em ressignificar a prática de ensino, passamos a atuar com base na afetividade. As análises das autoaviações evidenciaram uma mudança significativa dos estudantes em relação à Matemática.
Palavras-chave: Ensino de Matemática, Concepções, Angústias, Ressignificação.

INTRODUÇÃO

Este ensaio traz uma reflexão dos sentimentos de estudantes de uma turma do 3º do ensino médio em relação à Matemática. Ratifica conclusões já delineadas em outros estudos ao evidenciar o medo que muitos estudantes possuem da Matemática. Estudos, como por exemplo, (COSTA, 2021; FELICETTI, 2007 e 2012; PAPERT, 1998), contribuem para que haja um consenso de que o medo que os alunos têm da Matemática é um fato já estabelecido, com raízes no contexto sociocultural e com consequências ruins para a aprendizagem e para a construção de concepções sobre o que venha a ser essa Ciência.

As reflexões que fazemos nesse texto, com base no que os próprios alunos de uma turma do 3º do ensino médio disseram, ratificam a existência do medo, da fobia à Matemática, mas, vão além ao trazerem para o debate algumas das consequências desse medo, que muitas vezes são materializadas na forma de angústias discentes geradas ao longo da trajetória escolar, por produzirem, em muitos estudantes, uma sensação de limitação, de incapacidade para lidar com esse conhecimento.

Por outro lado, também é importante que fiquemos atentos e reflitamos sobre a fala dos estudantes que disseram ter gosto por este conhecimento: Que fatores significativos esses discentes apresentam para justificar a boa relação com a Matemática? Que contribuições podem emergir das suas falas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, para a minimização das "sequelas" deixadas numa grande parcela de alunos ao longo da vida estudantil?

Com base nos relatos dos estudantes, na experiência e na atuação docente de Matemática nessa turma ao longo do primeiro semestre letivo do ano de 2023 apresento como possibilidade de minimização do problema, um elemento, que já é conhecido e estudado em outras pesquisas e que pode se configurar como fator significativo para a transformação das concepções dos discentes sobre a Matemática e sobre suas possibilidades de aprendizagem no âmbito desse conhecimento. Trata-se do aspecto da afetividade nas relações professor-aluno.

Ao considerar o aspecto da afetividade como algo primordial no processo de ensino de Matemática, registramos de modo enfático, que não desconsideramos como importantes e significativas as diversas propostas de resultados de investigações das ciências da educação, que têm contribuído para a melhoria do ensino de Matemática na educação básica.

ISBN: 978-85-61702-77-9

É inegável que propostas didáticas como as apresentadas, por exemplo, por Lorenzato (2010), são relevantes para o ensino de Matemática, ao fazê-las, na condição de professor, reflito sobre as relações entre temas da Matemática, sobre representações distintas dos objetos da Matemática, sobre o uso da História da Matemática, dentre outras. Também são por demais significativos os estudos sobre a Teoria da Resolução de Problemas (ONOUCHIC, 1999), as metodologias de ensino com usos de recursos da tecnologia digital (SOARES, 2009 e 2012); as propostas com Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2013) ou com Materiais Didáticos (LORENZATO, 2010). Além dos estudos que se debruçaram sobre as metodologias de ensino, também são relevantes as pesquisas que tratam da formação docente, como as pesquisas de (NÓVOA, 1992).

Porém, defendemos que o elemento primeiro para que qualquer proposta didática em sala de aula faça sentido, se constitui na relação afetiva que o professor possui com cada um dos seus alunos. Nada será relevante e trará contribuições para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática se faltar este elemento. Dizendo de outra forma, a relação afetiva do docente com os discentes deveria ser a condição necessária para se dar início a qualquer planejamento de ação educativa no processo de ensino. Estamos nos referindo à afetividade com base em Freire (1996), ao enfatizar que ela é a base ou o começo para o aprendizado, que estimula o aluno a compreender, a se sentir motivado para os novos conhecimentos e a interagir com os professores e com os colegas.

Na sequência fazemos algumas reflexões teóricas que dão sustentação a existência de uma aversão à Matemática por parte dos estudantes nos espaços escolares e defendemos a necessidade de uma prática educativa para superação dessa realidade, que tenha como base a afetividade nos processos de ensino.

A análise oi feita com base nos textos que foram solicitados aos alunos em qualquer gênero, construídos por ocasião do início e do final do semestre letivo 2023.1. Tais construções foram objetivadas, inicialmente, para conhecer a relação dos discentes com a Matemática e, depois, ao final, avaliar o sentimento deles com a Matemática após as experiências vivenciadas no semestre letivo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

2. MEDO DE MATEMÁTICA: UMA CONSTRUÇÃO SÓCIO-CULTURAL

Em muitas situações, na condição de aluno, experimentamos eventos na escola e também fora dela, nos quais os discursos dos professores, as falas de pessoas da sociedade, contribuíam para a construção da aversão a essa área de conhecimentos. Afirmações como "a Matemática é difícil" e "a Matemática é para poucos", que estão enraizadas numa concepção deturpada sobre esse conhecimento, geram no aluno um sentimento de medo, de fobia.

Provavelmente os professores (consciente ou inconsciente), por diversas vezes, reforçam estes estereótipos. Por conta de um processo de formação inicial frágil, os docentes adentram na profissão, na educação básica, presos a concepções equivocadas sobre a Matemática, sobre a educação e sobre a aprendizagem escolar. E, assim, possivelmente, muitos deles contribuem para a geração de medos, angústias e frustrações de alunos na relação com essa ciência.

Uma das pesquisas pioneiras sobre o medo da Matemática foi realizada por Papert (1988), que definiu esse medo como "Matofobia". Segundo ele, tal processo se estabelece quando as pessoas acreditam ser incapazes de compreender o conhecimento matemático e, assim, constroem um bloqueio psicológico, que as levam a se distanciar desse conhecimento.

> "A Matofobia, endêmica à cultura contemporânea, impede muitas pessoas de aprenderem qualquer coisa que reconheçam como Matemática, embora elas não tenham dificuldade com o conhecimento matemático quando não o percebem como tal" (PAPERT, 1988, p.21).

De acordo com Felicetti (2012), a Matofobia pode ser definida como o medo de Matemática existente em muitos alunos. Como consequência é gerado o medo de aprender, tornando o processo de aprendizagem como algo dolorido ou complexo, carregado de frustrações. Portanto, esse medo vai muito além da obstrução da aprendizagem pela Matemática, ele interfere significativamente na vida das pessoas, quando estas são rotuladas com ou sem aptidão para qualquer coisa que seja.

O sentimento de inferioridade provocado pela Matofobia, que constrói uma concepção de incapacidade, faz com que as pessoas que a desenvolvem considerem aquele que possui facilidade na aprendizagem matemática, como uma pessoa de capacidade superior às demais. A ilusão de que poucos conseguem atingir esse

ISBN: 978-85-61702-77-9

conhecimento é construída por quem teme a Matemática, pois quem possui a Matofobia não se considera capaz o suficiente para compreensão do conhecimento matemático.

É essencial buscar compreender as possíveis construções e causas desse medo, para então, tentar desconstruí-las. Qualquer caminho a ser percorrido na busca da compreensão desse fenômeno e de sua minimização, deve ter como ponto de partida a análise do ensino de matemática e as influências das quais ele tem experimentado, com o intuito de entender a realidade. Como diz Soares (2015), todos nós que estudamos e/ou ensinamos Matemática carregamos conosco, inconscientemente, uma concepção sobre o conhecimento matemático que direciona as ações que fazemos nas nossas práticas. No nosso entendimento, são as nossas práticas, a forma como atuamos que podem contribuir ou para reforçar tal aspecto ou para refutá-lo.

Nesse sentido, Papert (1988), ao falar sobre elementos que levam a Matofobia, aponta que

> [e]ntre as causas, encontramos os "traumas" relacionados às experiências envolvendo as aulas de Matemática. Ou seja, a forma como se ensina Matemática influencia quem aprende, contribuindo para a formação, no aluno, do sentimento de aversão à Matemática e, em extensão, influencia no insucesso apresentado e encontrado nos diversos níveis escolares (PAPERT, 1988, p.76)

A escola é o espaço de maior constatação da Matofobia. No entnato, o contexto cultural é um dos motivos influenciadores para o surgimento da aversão à matemática. O ensino de matemática nas salas de aula tem consequências das concepções de Matemática que se fazem presentes na sociedade, seja como ferramenta da necessidade do homem, seja pelo simples fato do seu poder na arte de pensar.

O fator cultural influencia na aprendizagem matemática, visto que o aluno, já antes do ingresso na escola, vem com a concepção de que a mesma é algo totalmente alheia a seu meio (desconhecida), algo que nunca manipulou e que parece-lhe de difícil compreensão (FELICETTI, 2012, p. 59).

Defendemos que uma prática docente pautada numa relação afetiva relevante com os alunos é um dos primeiros passos para a desconstrução do medo e de concepções limitadoras de aprendizagem da Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

3. AFETIVIVDADE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

> *A afetividade não se acha excluída da cognoscibilidade. O que não posso obviamente permitir é que minha afetividade interfira no cumprimento ético de meu dever de professor no exercício de minha autoridade*
>
> *(FREIRE, 1996, p.72).*

O aspecto da afetividade foi por muito tempo negligenciado (ou mesmo ignorado) no cotidiano das atividades escolares em razão de uma prática educativa que tem sua centralidade na figura do professor, como o sujeito detentor e transmissor de conhecimentos e o aluno um sujeito passivo e receptor de informações, modelo de ensino que Freire (2019) denominou de "educação bancária".

O conselho da por Freire (1996), "[e]nsinar exige querer bem aos educandos"(p.72), parece ainda não ter sido levado a sério em muitas realidades escolares. O que se presencia, como se verá na análise das construções textuais dos estudantes, é uma realidade de sala de aula ainda agarrada ao racionalismo exagerado, fruto de um modelo cartesiano, em que têm lugar prioritário as diretrizes burocráticas do currículo e as abordagens didáticas presas ao paradigma do exercício. Essa trama faz com que não se dê atenção, não se olhe no olho, não se pare para ouvir, o sujeito principal do processo educacional: o aluno.

Querer bem no sentido freiriano é exercer a docência indo além da cientificidade, do conteúdo previsto, é ter uma relação de afetividade com o aluno. Esta abertura ao querer bem não significa, na verdade, que, porque professor me obrigo a querer bem a todos os alunos de maneira igual. Significa, de fato, que a afetividade não me assusta, que não tenho medo de expressá-la. Significa esta abertura ao querer bem a maneira que tenho de autenticamente selar o meu compromisso com os educandos, numa pratica específica do ser humano (FREIRE, 1996, p.72).

Alguns podem alegar que a afetividade no contexto de uma prática educativa trará complicações para o exercício da docência. No entanto Freire (1996) refuta tal posicionamento e vai além ao comentar que "não é certo, sobretudo do ponto de vista democrático, que serei tão melhor professor quanto mais severo, mais frio, mais distante e "cinzento" me ponha nas minhas relações com os alunos, no trato dos objetos cognoscíveis que devo ensinar" (p.72-73).

Há muitos estudos que colocam a afetividade como fundamental na relação educativa (CÔTÉ, 2002; DIAS, 2003; ESPINOSA, 2002; MOLL, 1999). A ideia que

ISBN: 978-85-61702-77-9

permeia todas as pesquisas sobre a temática é a de que a afetividade contribui para um clima propício à construção dos conhecimentos, com ganhos significativos para a aprendizagem dos estudantes. No entanto, conforme já destacado, com base em Vasconcelos (2004), apesar dessa importância, a dimensão afetiva tem sido negligenciada tanto no contexto da prática da sala de aula na educação básica quanto no âmbito da formação dos professores que vão atuar nesse nível educacional. Mas, então como caracterizar uma prática docente marcada pelo aspecto da afetividade?

Essa possibilidade começa a fazer sentido a partir da consciência do professor de que deve ter um respeito profundo pelo seu aluno. Isso significa tratá-lo com a dimensão que esse ato exige. Significa ouvir suas dúvidas, suas inquietações, compreender o ser humano-aluno na sua integralidade, com vivências, conhecimentos, e histórias. Diante de uma relação respeitosa, seja professor-aluno ou aluno-aluno, estabelece-se o segundo elemento que dá concretização a afetividade num processo de ensino: o diálogo

O diálogo é uma exigência existencial. E, se ele é o encontro em que se solidarizam o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado, não pode reduzir-se a um ato de depositar ideias de um sujeito no outro, nem tampouco tornar-se simples troca de ideias a serem consumidas pelos permutantes (FREIRE, 2019, p.109)

A concepção dialógica, nesse sentido de Freire (2019), potencializa as capacidades dos discentes e também do docente, tornando-os sujeitos ativos no processo de ensino. O diálogo é fundamental, pois é o instrumento pelo qual os sujeitos (todos) inseridos no contexto da sala de aula sentir-se-ão à vontade para expressar-se. É a partir dele que, continuadamente, serão construídos os consensos sobre os conhecimentos e os acontecimentos da sala de aula.

O terceiro elemento constitutivo da afetividade na sala de aula é o aspecto da humanização. A afetividade no processo de ensino se materializa a partir de uma prática docente humanista, na concepção dada por Freire (2019). Parece contraditório que numa atividade que só tem razão de existir pela presença de seres humanos, haja possibilidades de que as ações que se estabelecem no interior de uma sala de aula estejam desprovidas de concepções humanistas. No entanto, há indicativos, especialmente no contexto do ensino de Matemática, da existência de práticas nas quais os estudantes são considerados como simples receptores de informações, estabelecendo-se assim uma espécie de robotização ou objetificação de alunos. Por isso, Freire (2019), recomenda para o docente que “sua ação, identificando-se, desde logo, com a dos educandos deve orientar-se no sentido da humanização de ambos. (...) Isso tudo exige dele que seja um companheiro dos educandos, em suas relações com estes" (p. 86).

Uma prática de ensino baseada numa relação de afetividade tem no seu cerne o respeito, o diálogo e a humanização. Com isso, diversos aspectos que são relevantes para a construção de aprendizagens podem ser maximizados. O professor que atua nessa perspectiva valoriza o aluno, respeita seus saberes prévios, respeita suas especificidades. O aluno, por sua vez, se sente inserido no processo, resignifica concepções sobre o conhecimento, se sente capaz e ativo. Por essas e outras razões o professor não pode negligenciar a afetividade na relação educativa (GIASSON E ROYER, 1990). A afetividade contribui para um sentimento de positividade na aula. O professor busca possibilidades para tornar a aula mais significativa para os estudantes, pois o laço de afetividade associado à ética profissional não lhe permitem que veja seus alunos passivos. Os alunos se sentem motivados, pois têm a confiança do docente, sabem que ele os valoriza.

Chaves e Barbosa (1998), Felden (2008) e Ribeiro (2008), constataram que os alunos demonstram maior interesse pelas disciplinas cujos professores mantêm uma relação amistosa com eles, fazem-lhes elogios, incentivam-lhes, trocam ideias sobre seus deveres e questionam sobre suas vidas, demonstram afeição ou, ao menos, não são agressivos. (RIBEIRO, 2010, p. 404)

A conclusão de Rebeiro (2010) vai de encontro a um entendimento da psicologia tradicional que separa o aspecto afetivo do cognitivo. No entanto, para Vygotsky (1992, p. 75), "os processos cognitivos não estão separados das relações afetivas". Ele considera que o pensamento surge de motivações. Assim numa educação baseada em afeto e emoção, os interesses dos alunos, também estarão inclinados para o aprendizado. Na mesma direção, Piaget (1962), embora considerado um cognitivista, entende que a afetividade e a inteligência não podem ser dicotomizadas, pois sem o afeto não há interesse ou motivação para o aprendizado.

> [A] afetividade joga um papel importante na motivação dos estudantes diante das disciplinas do currículo, dos professores que as ministram e, consequentemente, da aprendizagem escolar. Apesar dessa importância, o tema afetividade é ainda estigmatizado ou ignorado na Escola Básica e nos programas de formação docente no ensino superior, o que parece estranho, pois o ensino é uma atividade que envolve interações humanas (RIBEIRO, 2010, p. 410)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Entendemos ser emergenciais alterações/inserções curriculares nos cursos de formação inicial para que os futuros professores possam construir saberes que contemplem essa temática. Defendemos, com base em Freire (1996), que toda formação docente inicial deve ser conduzida, por um lado, com base no caráter da criticidade, que implica a promoção da curiosidade ingênua à curiosidade epistemológica, e por outro, com o reconhecimento do valor das emoções, da sensibilidade, da afetividade, da intuição ou adivinhação.

4. COM A PALAVRA OS ALUNOS...

As "falas" que analisamos dizem respeito às construções textuais de alunos de uma turma do 3º ano do Curso Médio Integrado em Química, do IFPB, Campus de Campina Grande, constituída de 35 discentes, sendo 14 alunos e 21 alunas. Os textos elaborados em dois momentos. O primeiro, por ocasião do nosso contato inicial com a turma no primeiro dia de aula do ano letivo de 2023 e, o segundo, foi no encerramento do primeiro semestre letivo do ano (2023).

No primeiro encontro, após nos apresentarmos dissemos que queria saber os sentimentos deles em relação à Matemática e que isso seria a nossa primeira atividade, que consistiria na construção de um texto (em qualquer gênero). Entregamos para cada um deles uma folha com a seguinte proposta de atividade:

Figura 1: Atividade solicitada aos alunos no início do ano letivo

Dialogando com (sobre) a Matemática e seu ensino

Já pensou sobre a sua relação com a Matemática, como você se sente ao estudá-la? Há um consenso sobre a aprendizagem que o requisito básico para que ela ocorra é a "disposição", a "vontade", o "desejo", do estudante (aprendiz) em aprender. Isso indica que qualquer outra iniciativa no contexto de aula não funcionará se o aluno não tiver o interesse na construção do conhecimento. Vamos refletir sobre isso, sobre a nossa relação com a Matemática?

Elabore um texto (qualquer gênero textual), a partir de uma das seguintes propostas:

1. Eu e a Matemática: aproximações e distanciamentos
2. Conselhos de um(a) aluno(a) para professores de Matemática
3. (outra proposta)

Fonte: Autoria própria

As construções textuais dos alunos, carregadas de marcas das suas experiências com a Matemática e seu ensino, me fizeram refletir sobre a realidade da aula de Matemática. Algumas questões que antes tínhamos como hipóteses foram expostas nas "angústias" discentes: o medo, os traumas, a concepção equivocada de Matemática, o distanciamento do professor, a não significação da Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Esses elementos nos levaram a pensar sobre como a nossa ação docente poderia contribuir para a minimização das problemáticas relatadas pelos estudantes. No encontro seguinte tivemos a ideia de ter uma conversa com a turma, colocando em pauta alguns dos elementos destacados por eles na construção textual.

Um dos pontos centrais da conversa foi despertá-los para as suas potencialidades, argumentado que não tínhamos dúvidas que todos eles eram capazes de aprender e de gostar de Matemática. Deixamos claro também que teria total respeito as suas dúvidas, às suas inquietações, às suas dificuldades de aprendizagem. Pedimos para que tivéssemos um processo de diálogo permanente, sobre tudo, sobre os conhecimentos, sobre concordâncias e discordâncias durante as aulas. Por fim, lhes prometemos que faria o possível para que cada um deles tivesse o desejo de estar presente em cada uma de nossas aulas, pois, entendíamos que o mais importante era a participação ativa de cada um nas explorações vivenciadas em sala.

A partir dessa concepção, que hoje entendemos se configurar como a valorização da dimensão afetiva, as aulas foram acontecendo. Com experimentações de novas metodologias, com atividades em grupo nas quais construíamos as ideias matemáticas juntos, com abolição de grandes listas de exercícios e valorização de atividades investigativas, com um processo de avaliação pautado mais nas atividades continuadas desenvolvidas em sala e menos em provas. Com atenção e respeito a qualquer pergunta, a qualquer dúvida.

Ao final do semestre letivo de 2023.1, por ocasião de uma autoavaliação que propomos a eles, solicitamos que cada um deles lhe atribuísse uma nota, mas, pedimos que escrevessem um texto dissertativo justificando o (des)merecimento da nota atribuída. E, embora não tenhamos solicitado uma avaliação do modelo de aula de Matemática experimentado no primeiro semestre, surgiram alguns relatos. São estes que trazemos ao final da análise que segue.

4.1 O QUE INTERPRETAMOS DAS VOZES DOS DISCENTES

Analisamos as falas[1] dos estudantes a partir da proposta solicitada no primeiro dia de aula com a turma. Três alunos não compareceram ao encontro. Dos

1 Para preservar a identidade dos estudantes os textos foram catalogados na ordem recebida no dia da atividade com o código AX, em que X representa a ordem de ordenação de entrega dos textos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

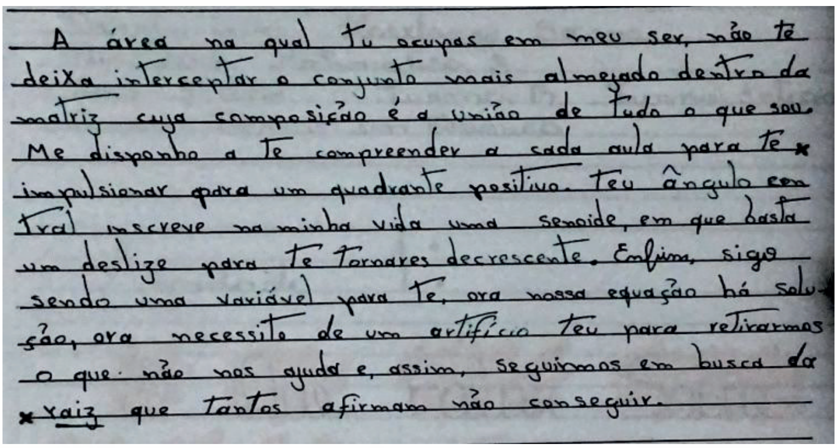
trinta e dois que participaram, sete dissertaram sobre a proposta 1, oito, sobre a 2, e dezessete propuseram outros temas, mas, todos possuindo diálogos, às vezes suaves e às vezes impactantes, com os seus sentimentos em relação à Matemática e/ou seu ensino.

Alguns dos títulos utilizados foram: "Carta para a Matemática", "Quem é a Matemática?", "Matemática mata?", "A Matemática e suas dificuldades", "Em busca de aprovação", "Uma velha Senhora!", dentre outros.

Os textos dos alunos são marcados de elementos significativos para uma reflexão sobre o olhar dos discentes em relação à Matemática e seu ensino, exigindo, no nosso entendimento, novos direcionamentos sobre a forma como a Matemática é apresentada, ensinada e construída em sala de aula. Em face das limitações de espaço desse ensaio, apresentamos uma amostra de cinco textos, nas categorias de análise: gosto pela Matemática, mediação docente, medo (matofobia), conselhos aos professores e afetividade.

Embora tendo constatado um grupo significativo (14 alunos) que disseram gostar da Disciplina, mesmo assim, para muitos destes, há um sentimento de insegurança, de incompreensão. Esse fato também foi verificado noutros estudos (CAMPOS, 2021; FELICETTI, 2007). A31 escreve um texto poético (Figura 2) para falar da sua relação com a Matemática.

Figura 2: Gosto pela Matemática



A área na qual tu ocupas em meu ser, não te
deixa interceptar o conjunto mais almejado dentro da
matriz cuja composição é a união de tudo o que sou.
Me disponho a te compreender a cada aula para te *
impulsionar para um quadrante positivo. Teu ângulo cen
tral inscreve na minha vida uma senoide, em que basta
um deslize para te tornares decrescente. Enfim, sigo
sendo uma variável para te, ora nossa equação há solu
ção, ora necessito de um artifício teu para retirarmos
o que não nos ajuda e, assim, seguimos em busca da
* raiz que tantos afirmam não conseguir.

Fonte: Recorte da atividade proposta para A31

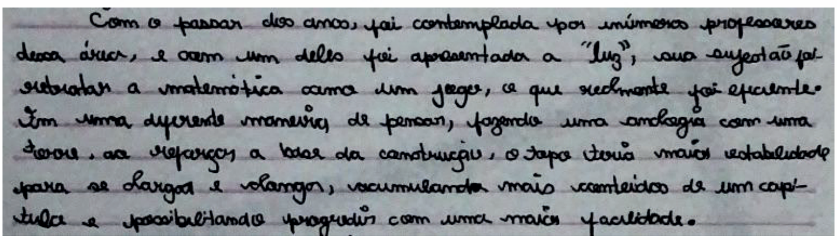
ISBN: 978-85-61702-77-9

É texto marcado por um desejo de aprender, uma admiração pelo conhecimento matemático, denotado pelo uso de elementos da matemática na construção do enredo. Ao final, na frase “seguimos em busca da raiz que tantos afirmam não conseguir”, uma demonstração de que entende que, para muitos, é difícil aprender Matemática. No mesmo sentido há outros relatos, como o de A34 ao dizer que gosta de Matemática, mas, às vezes, sente raiva e frustração quando não consegue resolver um problema.

São importantes os registros dos discentes sobre os fatores que alteraram a sua relação com o conhecimento matemático. A16, por exemplo, exalta as aplicações da Matemática, mostrando alguns de seus usos; A22 comenta a boa relação desde cedo, por conta do pai que é professor e acrescenta que tudo mudou quando o pai se separou da sua mãe e teve que sair de casa; A21 comenta que suas dificuldades e medos começaram após não dar muita importância à Matemática e, com o passar do tempo, as coisas só foram piorando.

É significativo o relato de A12, que posteriormente demonstraria, nos encontros cotidianos, seu fascínio e facilidade de compreender os temas matemáticos. Ela narra sua história com a Matemática dizendo “Era uma vez uma garotinha com muitas dificuldades”. E, para ela, o diferencial foi um professor que lhe apresentou a “luz”.

Figura 3: Como destravar a Matemática.


Com o passar dos anos, fui contemplada por inúmeros professores dessa área, e com um deles fui apresentada a "luz", sua sugestão foi retratar a matemática como um jogo, o que realmente foi eficiente. Em uma diferente maneira de pensar, fazendo uma analogia com uma torre, ao reforçar a base da construção, o topo teria maior estabilidade para se alargar e alongar, acumulando mais conteúdos de um capítulo e possibilitando progredir com uma maior facilidade.

Fonte: Recorte da atividade proposta para A12

A fala de A12 deve ser interpretada na concepção de Freire (2019) e Nóvoa (1992), no sentido de que a atuação docente deve ser de tal modo que represente o diferencial na aprendizagem do estudante. A prática educativa deve ser baseada num sentimento de paixão, de amor, de humanidade. E, por isso, o conhecimento deve ser explorado, construído numa perspectiva que se opõe a quaisquer sombras de medo, de angústia, de frustrações. Pelo contrário, deve possibilitar olhares

ISBN: 978-85-61702-77-9

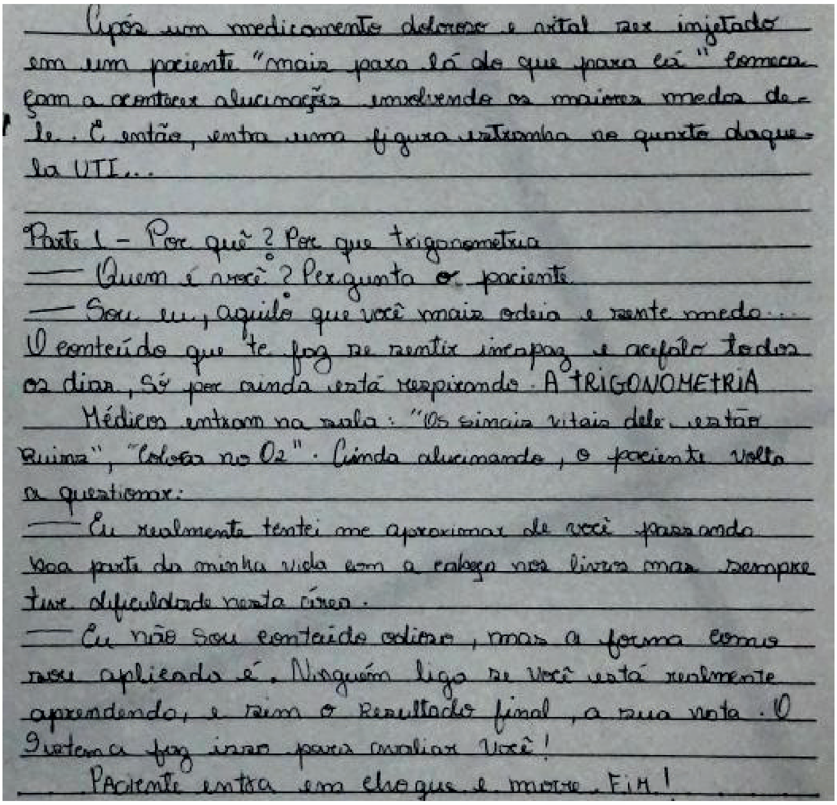
diferentes para que os alunos comecem a ter o desejo de aprender, a ter alegria com o aprender, a ter encantamento com o objeto do conhecimento. Do mesmo modo foi externado por A20 quando disse ter ido do medo ao gosto pela Matemática a partir do conselho de um professor.

Os resultados das pesquisas que mostram a existência de uma grande aversão à Matemática (PAPERT, 1988; FELICETTI, 2012, CAMPOS, 2021) foram ratificados a partir das construções textuais dos discentes. Onze estudantes externaram de alguma forma, esse sentimento de medo. Algumas frases são marcantes: "(...) Me levou a ruína" (A7); "O mundo desaba quando aparece uma fração" (A8); "Desde pequena via como um 'bicho papão'" (A10; A14).

Além dos relatos individuais nota-se, em muitos textos dos estudantes, um entendimento de que o medo de Matemática, as dificuldades com essa disciplina, sejam algo comum, já naturalizado e aceito. Isso fica exposto em fragmentos como "(...) a Matemática ainda é imaginada com muito temor" (A15), "É comum que estudantes apresentem notas baixas em Matemática" (A3). Assim, pensamos que devemos nos debruçar sobre os desgostos dos estudantes, marcados por frustrações, angústias e, para alguns um sentimento de muito medo, na busca de contribuir para uma mudança de concepções sobre a Matemática, seu conhecimento e seu ensino.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4: O medo da Matemática


Após um medicamento doloroso e vital ser injetado em um paciente "mais para lá do que para cá" começa a acontecer alucinações envolvendo os maiores medos dele. E então, entra uma figura estranha no quarto daquela UTI...

Parte 1 - Por quê? Por que trigonometria

— Quem é você? Pergunta o paciente.

— Sou eu, aquilo que você mais odeia e sente medo... O conteúdo que te faz se sentir incapaz e acéfalo todos os dias, Só por ainda está respirando. A TRIGONOMETRIA

Médicos entram na sala: "Os sinais vitais dele estão Ruins", "Coloca no O_2". Ainda alucinando, o paciente volta a questionar:

— Eu realmente tentei me aproximar de você passando boa parte da minha vida com a cabeça nos livros mas sempre tive dificuldade nesta área.

— Eu não sou conteúdo odioso, mas a forma como sou aplicado é. Ninguém liga se você está realmente aprendendo, e sim o Resultado final, a sua nota. O Sistema faz isso para avaliar Você!

Paciente entra em choque e morre. FIM!

Fonte: Atividade proposta para A9

Na condição de educadores não podemos nos omitir, como admiradores da Matemática e como humanistas, ao ler um relato de uma estudante, como este de A9 (Figura 4). Decidimos apresentar na íntegra o texto de A9, pois entendemos que ele possui uma variedade de questões que merecem a atenção. Primeiro o trauma descrito, que surge em alucinações, resgatando um passado vivenciado traumático, uma vivência de medos, de ressentimentos. Depois, a área da Matemática sobre a qual a estudante faz referência: a Trigonometria. E algumas questões precisam ser colocadas em pauta: Como tem se dado o ensino de Trigonometria nas escolas?

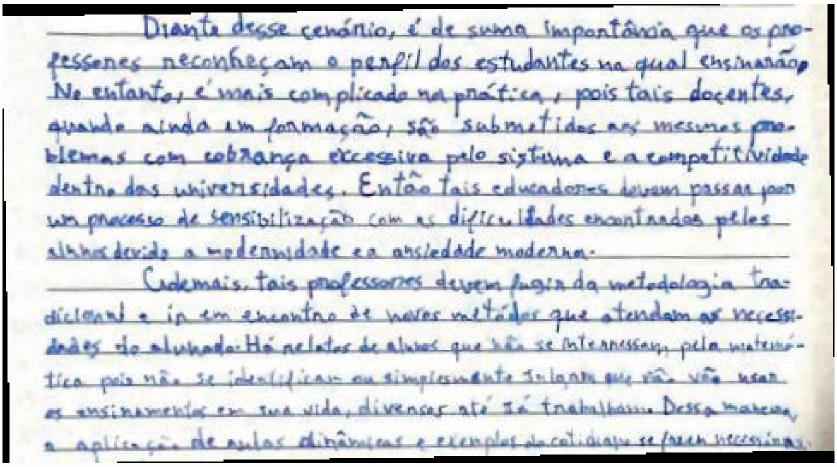
Além disso, a "fala" do conhecimento, num apelo da estudante, sobre a forma como este conhecimento tem sido ensinado, ao dizer "eu não sou conteúdo odioso" e sua conclusão sobre como o sistema educacional, alegando que o que interessa

ISBN: 978-85-61702-77-9

é somente a nota. São tantas questões profundas, com frases fortes, com palavras tristes, que só poderia o texto ser finalizado com o arremate final do enredo: a morte.

Dialogando com as urgências colocadas pelo texto de A9 outros estudantes foram taxativos ao escreverem sobre conselhos aos professores.

Figura 5: Conselhos de uma aluna para professores de Matemática.



Diante desse cenário, é de suma importância que os professores reconheçam o perfil dos estudantes na qual ensinarão. No entanto, é mais complicado na prática, pois tais docentes, quando ainda em formação, são submetidos aos mesmos problemas com cobrança excessiva pelo sistema e a competitividade dentro das universidades. Então tais educadores devem passar por um processo de sensibilização com as dificuldades encontradas pelos alunos devido a modernidade e a ansiedade moderna.

Ademais, tais professores devem fugir da metodologia tradicional e ir em encontro de novos métodos que atendam as necessidades do alunado. Há relatos de alunos que não se interessam pela matemática pois não se identificam ou simplesmente julgam que não vão usar os ensinamentos em sua vida, diversas até já trabalham. Dessa maneira, a aplicação de aulas dinâmicas e exemplos do cotidiano se fazem necessárias.

Fonte: Recorte da atividade proposta para A32

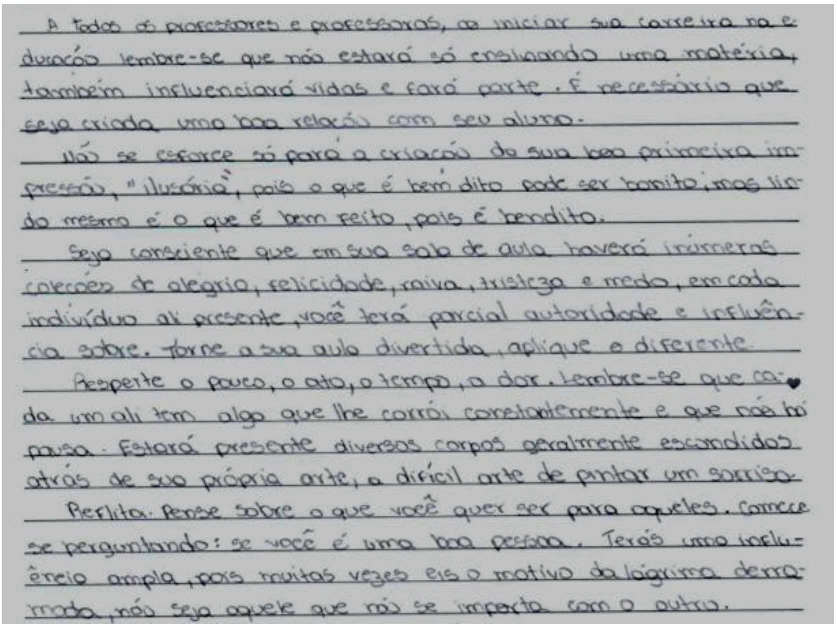
O recorte textual apresentado na Figura 5 é bastante representativo do conjunto de textos escritos com a mesma temática. “Sejam empáticos com os alunos que dificuldades, aos alunos que tem desejo de aprender e não conseguem” (A1); “Saibam lidar com estudantes com dificuldades” (A20, A19); “Não complicar o que já é complicado, entender que se o aluno não foi bem não significa que não estudou” (A20, A19), “Façam aulas mais dinâmicas, com abertura para comunicação, dúvidas e opiniões” (A3).

É bastante pertinente o que diz A32 sobre a necessidade dos professores conhecerem os seus estudantes, mas, pondera que o processo de formação não favorece esse aspecto nos futuros docentes. Não sabemos se A32 possui algum conhecimento do processo de formação dos professores ou se deduziu tal elemento. No entanto, sua ideia tem consonância em pesquisas sobre a formação do professor de Matemática (LORENZATO, 2010; CURY, 2001). A proposta da estudante, no sentido de uma mudança metodológica, dialoga com os anseios de muitos outros por um processo de ensino com mais significado, mais dinâmico.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para conhecer o estudante, as suas necessidades, os seus saberes prévios, como também para torná-lo um sujeito ativo e crítico reflexivo, se faz necessária uma prática pedagógica centrada na afetividade. Esse aspecto, de modo indireto, surgiu em vários textos.

Figura 6: Conselho de uma aluna para professores de Matemática: sejam afetivos



A todos os professores e professoras, ao iniciar sua carreira na educação lembre-se que não estará só ensinando uma matéria, também influenciará vidas e fará parte. É necessário que seja criada uma boa relação com seu aluno.

Não se esforce só para a criação da sua boa primeira impressão, "ilusória", pois o que é bem dito pode ser bonito; mas lindo mesmo é o que é bem feito, pois é bendito.

Seja consciente que em sua sala de aula haverá inúmeras coleções de alegria, felicidade, raiva, tristeza e medo, em cada indivíduo ali presente, você terá parcial autoridade e influência sobre. Torne a sua aula divertida, aplique o diferente.

Resperte o pouco, o ato, o tempo, a dor. Lembre-se que cada um ali tem algo que lhe corrói constantemente e que não há pausa. Estará presente diversos corpos geralmente escondidos atrás de sua própria arte, a difícil arte de pintar um sorriso.

Reflita. Pense sobre o que você quer ser para aqueles. Comece se perguntando: se você é uma boa pessoa. Terás uma influência ampla, pois muitas vezes eis o motivo da lágrima derramada, não seja aquele que não se importa com o outro.

Fonte: Recorte da atividade proposta para A28

A questão da afetividade foi colocada por A28, num texto em que faz refletir sobre a importância do professor olhar o aluno na sua integralidade, com seus problemas, com suas particularidades, com sua idiossincrasia.

Ao enfatizar que o professor influencia vidas e que, portanto, deve ter uma boa relação com seus alunos, ela está pedindo que o professor seja afetivo, aspecto reforçado quando chama a atenção para que o professor entenda que cada aluno tem sentimentos de "alegria, de felicidade, de tristeza, de raiva e de medo". A construção de A28, além de trazer claramente a necessidade de o professor olhar no olho do aluno, de respeitá-lo e ouvi-lo para conhecê-lo melhor.

A leitura dos textos dos alunos, quando do momento de iniciar o ano letivo, nos fez repensar sobre a postura em sala de aula, não somente com essa turma, mas de um modo gral a forma como desenvolvíamos a docência. Por isso, adotamos uma

ISBN: 978-85-61702-77-9

perspectiva da afetividade, considerando alguns desses conselhos e apelos que foram externados pelos estudantes.

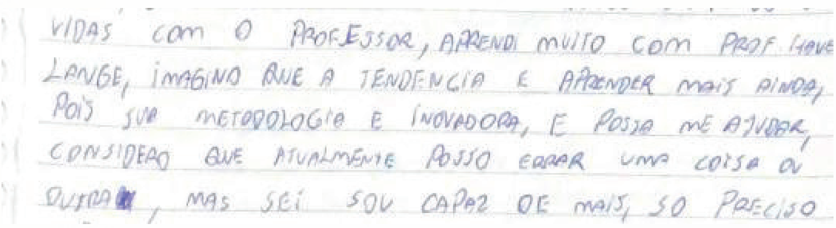
Por fim, seguem algumas considerações desses alunos ao final do primeiro semestre letivo, quando lhes solicitamos uma nota para autoavaliação, justificada com um texto dissertativo.

A abertura para o diálogo, algo que paulatinamente se tornou natural, possibilitou um conhecimento significativo sobre cada aluno. Muitas inquietações sobre os temas matemáticos são resolvidas na própria sala, ninguém tem medo de perguntar, todas as perguntas são importantes. Ademais, algumas particularidades, questões pessoais sobre as quais os estudantes não se sentem confortáveis para externar publicamente, podem ser conversadas em horário distinto das aulas. Para isso, disponibilizamos um horário no qual qualquer aluno pode comparecer e dialogar conosco.

Passamos a ter um olhar mais cuidadoso com a turma, conhecendo especificidades dos alunos que ajudam a direcionar as ações em sala. Alunos com problemas de saúde, alunos com desequilíbrios familiares que afetam o desempenho, alunos com autismo, alunos com crises de ansiedade. Felicita-nos relatos como de A25, que no texto inicial falou de um bloqueio com a Matemática e depois, no meio do período, externou a alegria que havia experimentado em casa por ter resolvido uma questão do livro de Matemática de modo consciente, coisa que, segundo ela, nunca havia ocorrido. Comoveu-nos os relatos como o de A9, ao externar os sofrimentos com um problema de saúde e as dificuldades em lidar com esse problema na escola por conta do não entendimento dos professores.

A Figura 7 mostra o relato de A7, um aluno com TDAH[2], que no início do período se mostrou muito desestimulado com a Matemática, com a aprendizagem.

Figura 7: Não tenho medo de errar. Tenho consciência que sou capaz.


VIDAS COM O PROFESSOR, APRENDI MUITO COM PROF HAVE
LANGE, IMAGINO QUE A TENDENCIA É APRENDER MAIS AINDA,
POIS SUA METODOLOGIA É INOVADORA, E POSSA ME AJUDAR,
CONSIDERO QUE ATUALMENTE POSSO ERRAR UMA COISA OU
OUTRA, MAS SEI SOU CAPAZ DE MAIS, SÓ PRECISO

Fonte: Recorte do relato de A7 na autoavaliação

2 Doença crônica que inclui dificuldade de atenção, hiperatividade e impulsividade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A discente A29 se diz surpresa com a metodologia e que levou um tempo para se adaptar as mudanças. "... um ensinamento totalmente diferente da dos outros professores que é aquele método de dá o conteúdo e só, não tem uma interação com os alunos" (A29). Sobre a sua interação com os alunos é muito impactante o que disse no seu relato A32.

Figura 8: Renascimento da esperança, da humanização.

mais ou menos. As aulas do professor Kavalanche me proporcionaram um
olhar mais cuidadoso e a renascença da esperança que já houvera em
mim, de que os professores de matérias exatas fossem cada vez mais hu-
manizados

Fonte: Recorte do relato de A32 na autoavaliação

Na fala de A2 parece haver um sentimento de harmonia no ambiente da sala de aula de Matemática, ao agradecer em nome da turma, pelo o apoio que foi demonstrado em tão pouco tempo, dizendo que torce para que cada vez mais, "nos tornemos pessoas melhores, que fazem coisas porque amam o que fazem e não porque foram obrigadas" (A21). Também merecem destaques as falas de A11 e A17. "Este bimestre me surpreendi com a metodologia na qual esta disciplina foi aplicada em minha sala. Percebi que Matemática não precisava, como anteriormente, ser a minha maior preocupação, nem o meu maior medo" (A11). Já A17 relata: "me interessei pelo assunto e me senti imersa nele nos momentos em sala de aula e nos momentos de estudo e resolução de questões".

Talvez o relato dos estudantes A2, A11 e A17 sejam testemunhas das mudanças ocorridas no processo de ensino com essa turma, que no entendimento de A31 as aulas estão mais leves, com discussões para além da Matemática.

Figura 9: Aulas mais leves, com discussões para além da Matemática.

Justificativa: Bom, eu procurei ao máximo ser
participativo nas aulas que o professor disponibilizava
aos alunos, que inclusive, acho uma ideia genial a di-
dática de aulas mais leves, com discussões para além
da matemática, algo difícil por aqueles bem tradicionais
na forma de ensinar. Além da participação, a minha

Fonte: Recorte do relato de A31 na autoavaliação

ISBN: 978-85-61702-77-9

A partir dos relatos dos discentes, interpretamos que a interação entre o professor e os alunos, dada por uma relação afetiva onde prevalece o respeito mútuo, a observância dos estudantes como sujeitos ativos e participativos, contribui para um ambiente agradável e para melhores resultados de aprendizagem. Como apontam Ratner e Stettmer (1999), essa relação requer uma mutualidade e uma coordenação tanto de caráter cognitivo como afetivo. Concordamos com Miras (2004, p. 221), ao assinalar que "[a]s emoções, os sentimentos e os afetos não desempenham um papel unicamente nos processos interativos que ocorrem nas salas de aula, mas também estão envolvidos no próprio ato de aprender".

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os escritos dos discentes, sobre suas relações com a Matemática e seu ensino, no início do ano letivo, expuseram muito mais marcas de angústias com a Matemática do que sentimentos de harmonia. Mesmo para aqueles que disseram admirar esse conhecimento, que foram aproximadamente 30% dos alunos, notamos um sentimento de incapacidade, de frustrações.

Notamos uma "aceitação" ou entendimento de que a Matemática é uma ciência difícil e que, portanto, requer uma maior dedicação por parte do estudante. Os discentes associam esse conhecimento a algo complexo, conhecimento abstrato, sem aplicações práticas e de difícil compreensão. Por isso, identificamos nos textos dos alunos, um teor de "pedido de desculpas", como se para eles, o fato de não aprenderem Matemática, de não gostar desse conhecimento, é simplesmente explicado por não terem se dedicado devidamente. Com isso, alguns deles ficaram até surpresos quando lhes falamos que eles podem gostar de Matemática, que são capazes de aprender, que podem ter uma boa aprendizagem.

Sentimentos como medo, angústia e decepção foram marcas fortes em muitas das construções textuais, algumas vezes em declarações diretas, outras vezes em associações implícitas ao falar das dificuldades enfrentadas com a Matemática ao longo do percurso educacional. Tais "desgostos" foram, na maioria, associados a formas pelas quais a Matemática tem sido lhes apresentada e ensinada. Nesse contexto, expuseram situações de processos de ensino, de metodologias, que, para eles, são desestimulantes e não promovem o gosto pela Matemática.

Nas produções textuais que tiveram como temática, "conselhos aos professores", os estudantes pediram para que os docentes deem atenção as dificuldades

ISBN: 978-85-61702-77-9

dos alunos, que os valorizem, que estejam abertos para o diálogo, que promovam aulas mais atrativas. Pediram para que os professores sejam mais atenciosos, que alterem o modelo de aula de Matemática para que sejam mais atrativas. Muitos dos aspectos sugeridos pelos discentes aos professores estão diretamente associados à afetividade, alguns deles pedindo diretamente para que os professores sejam empáticos. Observou-se, na maioria dos textos, um sentimento de distanciamento entre professor – aluno.

Alguns relatos observados ao final do primeiro semestre letivo, depois da inserção de uma prática educativa centrada na afetividade, com alterações no modo de apresentar, construir e explorar a Matemática em sala de aula, indicam mudanças significativas na relação entre os discentes com a Matemática e nas ações em sala de aula. Alguns relataram essa mudança dizendo que estão mais participativos, mais motivados e mais confiantes. Outros destacaram a importância das aulas de Matemática com discussões que vão além do conteúdo, dando mais significado à Matemática. Para outros, a sala de aula está um ambiente mais agradável, porque os alunos se sentem tranquilos e não têm medo de participar, de perguntar.

A investigação mostrou que, num processo de ensino de Matemática pautado na afetividade, com respeito ao estudante e aos seus saberes, com diálogo, com um olhar para a Matemática que vai além do modelo conteúdista, é possível transformar a percepção dos estudantes sobre a Matemática e sobre suas potencialidades.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

COSTA, C. E. C**. O medo da matemática: indícios das causas e das consequências.** Monografia de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática. Campina Grande, PB: IFPB, 2021.

CÔTÉ, R. L. Faire des émotions et de l'affectivité des alliés dans le processus d'enseignement-apprentissage. In L. Lafortune & P. Mongeau (Dirs.), **L'affectivité dans l'apprentissage** (pp.85-114). Québec: Presses de l'Université du Québec, 2002.

CURY, H. N. (Org.). **Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada**. 1.ed. EDIPUC, RS: Porto Alegre, 2001.

DIAS, A. M. S. **O desenvolvimento pessoal do educador através da biodança**. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2003.

ESPINOSA, G. La relation maître-élève dans sa dimension affective: un pivot pour une différenciation des pratiques pédagogiques enseignantes? In: L. Lafortune, P. Mongeau (Dirs.), **L'affectivité dans l'apprentissage** (pp.159-181). Québec: Presses de l'Université du Québec, 2002.

FELICETTI, V. L.; GIRAFFA, L. M. M. **Matofobia: auxiliando a enfrentar este problema no contexto escolar.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2012.

FELICETTI, V. L. **Um estudo sobre o problema da matofobia como agenteinfluenciador nos altos índices de reprovação na 1ª série do Ensino**. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

______________. **Pedagogia do Oprimido: saberes necessários à prática educativa**. 71 ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2019.

KOCHHANN, A.; ROCHA, V. A afetividade no processo ensino-aprendizagem na Perspectiva de Piaget, Vygotsky e Wallon. In: **SIMPÓSIO DE PESQUISA E EXTENSÃO** (SIMPEX), v. 1, 2015.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

MIRAS, M. Afetos, emoções , atribuições e expectativas: o sentido da aprendizagem escolar. In: COLL, César; MARCHESI, Álvaro; PALACIOS, Jesús. (orgs).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Desenvolvimento Psicológico e Educação. Trd. Fátima Murad. – 2.ed. – Porto Alegre: Artmed, 2004.

MOLL, J. Relation éducative. In J. Houssaye (Dir.), **Questions pédagogiques**. Encyclopédie historique (pp.470-482). Paris: Hachette Éducation, 1999.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, A. (org.) **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática:concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

PIAGET, J. **Inteligencia e Afectividad Introducion e revision**. de Mario Carretero. Buenos Aires: Aique, 2005. p. 120.

RIBEIRO, M. L. **A afetividade na relação educativa**. Estudos de Psicologia. Campinas, 27(3), 403-412, Julho/setembro, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S0103-166X2010000300012

SAINT-LAURENT, L.; GIASSON, J. & ROYER, E. **Stabilité affective et rendement scolaire**. Vie Pédagogique, (68), 1990, p. 37-40.

SOARES, L. H. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2009.

_____________. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo 1, n. 1 (2012): LXVI - LXXX.

ISBN: 978-85-61702-77-9

VASCONCELOS, M. S. **Afetividade na escola: alternativas teóricas e práticas**. Educação & Sociedade, 25 (87), 2004, p. 616-620.

VYGOSTKKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.010

ATITUDES MATEMÁTICAS: APRENDIZAGEM PARA ALÉM DO BINARISMO CERTO OU ERRADO

ANA CRISTINA GOMES DE JESUS
Mestre do Curso de Educação em Ciência e Matemática da Universidade Federal de Goiás - UFG, ana.jesus@ifg.edu.br;

JULIANA MORENO OLIVEIRA
Graduada pelo Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás - IFG, julianamoreno.oliveira@gmail.com

MARINA LONGHI FRANÇA
Graduada pelo Curso de Bacharelado em Ciências Sociais da Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR cientistasocialmatematica@gmail.com

RESUMO

Para muitos, ter sucesso em matemática implica em chegar a resposta certa o mais rápido possível, consequentemente, na maioria das salas de aula acredita-se que um aluno aprendeu o conteúdo se ele acertar o resultado de um exercício. Dessa forma muitos alunos não se reconhecem como seres matemáticos. Porém, o fazer matemático vai além das respostas certas, ele envolve busca de padrões, estabelecimento de conexões entre os conteúdos, desenvolvimento de estratégias, experimentação, e análises dos erros. Assim, o objetivo desse trabalho é contribuir com a construção e aplicação de uma práxis pedagógica que fortaleça a identidade matemática nos alunos e promova a equidade. Para tal, reunimos as práticas matemáticas do ***Common Core*** (as diretrizes curriculares da educação básica nos Estados Unidos), estudos de neurociência e educação matemática publicados por Zaretta Hammond e Jo Boaler e a metodologia de pesquisa ***Improvement Science***. Este trabalho anuncia um sistema de classificação de níveis de aprendizagem em matemática, explanando as oito atitudes matemáticas que estão presentes no que consideramos o fazer matemático, assim, propondo um ***framework***. Baseado na Taxonomia de Bloom, o sistema de classificação de níveis é constituído por quatro grandes etapas iniciando em busca por padrões, passando pelo desenvolvimento do senso numérico, a expansão do pensamento algébrico

e finalizando na generalização. O ***framework*** traz possibilidades para que docentes possam trabalhar a aprendizagem matemática para além de respostas certas e erradas, ou seja, focando no processo. Além do framework, trazemos sugestões de atividades e possibilidades de adaptação de tarefas para desenvolver as atitudes matemáticas com intencionalidade. Notamos que ao vivenciar atividades que desenvolvem as atitudes matemáticas, consciente dos níveis de aprendizagem, respeitando ritmo, vivências, dificuldades e reconhecendo a capacidade de cada indivíduo, os alunos se reconhecem como seres matemáticos, fortalecem a identidade matemática e têm uma relação positiva com essa ciência.

Palavras-chave: Atitudes matemáticas, Identidade matemática, Senso numérico, Neurociência, Aprendizagem matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

Normalmente, no fundo da sala de aula sentam aqueles estudantes que "dão trabalho". Apelidada de "a galera do fundão", esse grupo é famoso pelas conversas paralelas, por não prestarem atenção no ou na docente, por não fazerem as atividades e/ou por dormirem durante a aula. Gabriel é do fundão, calado, quieto, isolado, disperso, sentava sempre no mesmo lugar, usava um blusão de moletom laranja, raramente fazia as atividades e costumava dormir durante a aula. As notas estavam baixas e ele foi convidado a participar das aulas de reforço de matemática.

Nas aulas de reforço, porém, ele era interessado e engajado. Durante a atividade denominada "os quatro quatros", ele se mostrou motivado e disposto a encontrar as respostas do desafio proposto. A atividade consiste em escrever os números de 0 a 20 por meio de expressões numéricas usando exatamente quatro quatros e quaisquer operações matemáticas. Ele estava concentrado, em busca dos resultados e, cada vez que encontrava uma expressão ele comentava "consegui o número 6... consegui o 10", até que chegou no 11. Ele não estava encontrando o resultado para o 11 e perguntou "professora, como faço para encontrar uma expressão para o 11 com essas operações matemáticas?", a professora respondeu que seria possível usando uma operação chamada fatorial, que ele aprenderia no oitavo ano. Ansioso, ele retruca "por que você não ensina pra gente agora?", e foi assim que essa turma de reforço aprendeu fatorial no sexto ano.

Uma aluna da turma, impressionada com Gabriel, questionou "Gabriel, por que nas aulas normais você não faz nada e aqui no reforço você vira um gênio?". Eis um questionamento interessante: o que acontece nessa sala de aula que promove, inclusive, o engajamento de um aluno "do fundão" que está de recuperação?

Podemos citar alguns fatores como o tipo de atividade, o ambiente, o conteúdo, a didática, a metodologia, enfim, a prática pedagógica.

Infelizmente, o caso do Gabriel não se trata de uma exceção, mas sim da regra quando falamos de educação matemática. De acordo com o Anuário Brasileiro da Educação Básica (2021), a cada 100 crianças que concluem a primeira etapa do Ensino Fundamental apenas 48 têm o nível adequado de aprendizagem matemática. Conforme avançamos os níveis de escolarização, vemos que esse número cai pela metade ao final dos Anos Finais do EF (apenas 24 estudantes) e no Ensino Médio apenas 10 estudantes demonstram dominar os conceitos matemáticos que

ISBN: 978-85-61702-77-9

têm o direito de conhecer. Ou seja, admitimos ano após ano que mais de 90% das e dos estudantes brasileiros têm o seu direito constitucional à aprendizagem violado. Se colocarmos o recorte de raça, gênero e classe esse cenário fica ainda mais assustador.

Por meio deste trabalho queremos contribuir com o debate acerca das possibilidades de transformar essa realidade. Partindo das evidências da neurociência dos últimos 40 anos, temos como primeira premissa tanto da nossa pesquisa, quanto da nossa prática pedagógica que todo mundo é capaz de aprender qualquer coisa se tiver as condições adequadas para tal. Juntamos às evidências da neurociência a teoria socioculturalista da educação, por meio da qual se constatou: 1. o contexto sociocultural da e do educando (e da e do educador) são de suma relevância para o processo de aprendizagem; 2. nos fazemos como seres humanos ao passo que produzimos o mundo à nossa volta (MARX, 1867) o que é indissociável do processo de aprendizagem. A educação só pode ser efetiva e alcançar o máximo de pessoas possível se for uma prática na qual toda a comunidade de aprendizagem[1] for reconhecida como sujeito desse processo. No recorte do presente trabalho, da educação matemática, teremos como principal, mas não única, as pesquisas da Professora Jo Boaler organizadora da abordagem Mentalidades Matemáticas.

Para trazer refletir sobre a nossa prática docente e na elaboração dessa pesquisa, tivemos como referencial de ***Improvement Science*** metodologia de pesquisa que teve sua origem no desenvolvimento das ciências médicas, mas que têm sido cada vez mais presente nas pesquisas sobre educação.

Dessa maneira, este e-book está organizado da seguinte maneira: 1. esta introdução, na qual expomos nossa questão central: todo mundo é capaz de aprender matemática providas as condições adequadas, a neurociência já comprovou isso, realizando um recorte da prática de sala de aula, como podemos criar as condições adequadas para tal? 2. no item Metodologia vamos expor às e aos leitores quais são os nossos referenciais teóricos e metodológicos para, então, justificar nossas escolhas ao longo dessa pesquisa. 3. Apresentaremos os resultados de nossa pesquisa e as discussões pertinentes organizadas em três subitens (neuroplasticidade

1 Dados o recorte do atual trabalho não vamos nos debruçar sobre o tema da comunidade de aprendizagem. Para se aprofundar no tema sugerimos Linda Darling-Hammond,Janaína Oliveira Chaves; e bell hooks.

ISBN: 978-85-61702-77-9

e capacidade de aprendizagem, atitudes matemáticas[2] e desenvolvimento de habilidades de complexidade cognitiva; e práticas docentes para desenvolver o fazer matemático). 4. por fim nossas considerações finais.

METODOLOGIA

> [...]cheio de "soldaduras" e "ligaduras" de velhas e puras "adivinhações" a que meu novo saber emergindo de forma crítica deu sentido, eu "li" a razão de ser ou algumas delas, as tramas de livros já escritos e que eu não lera ainda e de livros que ainda seriam escritos e que viriam a iluminar a memória viva que me marcava. Marx, Lukács, Fromm, Gramsci, Fanon,[...] Sartre, Kosik, [...]. (FREIRE, 2005, p. 19)

Como Freire, o nosso referencial teórico não poderia ser outro que não uma abordagem crítica sociológica e da educação. A partir do materialismo histórico, compreendendo o movimento do real de forma dialética, daí se dá análise da sociedade na qual vivemos e da educação como produto e estruturador da mesma. Assim, entendemos a educação dentro do sociometabolismo do capital. A educação moderna, calcada na instituição escolar, está intimamente ligada à produção capitalista (FRANÇA, 2016). Na sociedade sobre a égide do capital as mediações de segunda ordem se sobrepõem às mediações de primeira ordem de maneira que a produção da mercadoria se torna o objetivo maior e absoluto. Produção essa que é alienada, uma vez que a mercadoria é colocada acima de seus produtores de forma que só se reconhece o produto final e não o processo para produzi-lo. Ou seja, a ontologia do ser social, o trabalho produtor das mercadorias e de todo o mundo à nossa volta, por sua vez é alienado ficando subsuprido pelo fetichismo da mercadoria.

Pode parecer que a produção capitalista em nada tem a ver com a educação em sua forma da escola moderna, porém se olharmos com atenção para essa instituição veremos que a educação escolar também é uma educação alienada dentro

2 5 No documento Common Core, uma espécie de BNCC dos EUA, o termo usado é "Math Practices" que em português seria "práticas matemáticas". Todavia, na abordagem MM, pensando em práticas docentes, Jo Boaler desenvolveu cinco Práticas de Mentalidades Matemáticas (PMMs): cultura de mentalidade de crescimento, natureza da matemática, desafio e esforço, conexões e colaborações, e avaliação, daí optamos por traduzir math practices como "atitudes matemáticas" que se tratam de atitudes que as e os estudantes passam a ter nas aulas de matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

deste sociometabolismo (MÉSZÁROS, 2005). A escola moderna se converte no espaço das respostas para perguntas que nunca foram feitas, bem como o foco não está mais no processo, na ontocriatividade humana (KOSIK, 1976), mas sim apenas nas respostas ditas certas, "produtos finais" do conhecimento construído e acumulado historicamente pela humanidade, agora totalmente vazios de sentido e significado. Não é de se estranhar que num sistema assim a imensa maioria das e dos estudantes não tenham interesse ou não veja sentido na escola.

Também não podemos esquecer que há outros atravessamentos da nossa sociedade desigual na escola. A classe dominante, que tem raça e gênero (DAVIS, 2016) também usa da escola moderna para tentar naturalizar seus privilégios de maneira que como pontua Darcy Ribeiro o fracasso da educação pública no Brasil (e não seria exagero dizer, na maior parte do mundo) é um projeto.

Para pensar em alternativas para aumentar o engajamento das e dos estudantes nas aulas de matemáticas (o que pode por sua vez aumentar a aprendizagem matemática, que pode aumentar a autoestima das e dos estudantes e até mesmo gerar uma maior aprendizagem em outras disciplinas) se faz mister lançar mão de ferramentas de análise ***Improvement Science***. Usamos essa ferramenta como uma espécie de microscópio que nos permite analisar em detalhe as micropráticas pedagógicas da sala de aula.

Com esse instrumento podemos dissecar as questões ligadas à prática docente e pensar em alternativas. Usamos os seguintes princípios dessa abordagem organizados pela Fundação Carnegie para o advento do ensino: 1- ter um problema/ questão específica a ser tratada- para nós, a falta de engajamento das e dos estudantes; 2- entendemos o contexto como o coração dessa questão uma vez que o que nos interessa mais é entender para ***quem*** funciona as propostas de alteração de micropráticas e em ***quais*** condições elas funcionam; 3- ter a consciência e convicção que trabalhando em comunidade teremos melhores e mais efetivos resultados.

Para embasar a análise das práticas docentes temos como referencial pesquisas no campo da abordagem sociocultural.

> Algumas idéias centrais caracterizam a abordagem sociocultural, destacando-se que tais idéias estão presentes, em sua origem, nas formulações teóricas de L. S. Vygotsky (1987, 1991). Segundo Rogoff e Chavajay (1995), podem-se citar alguns princípios desta abordagem, tais como: a escolha da atividade como unidade de análise, o conceito de mediação, a consideração de diferentes planos de análise, a pluralidade

ISBN: 978-85-61702-77-9

> metodológica e a noção de que a própria atividade de pesquisa é uma construção social. (RIBAS, 2006 p.130)

Com base nessa abordagem, que tem grande influência da teoria marxista, entendemos o trabalho como ontologia do ser social, ou seja, nós seres humanos criamos o mundo a nossa volta a partir da nossa interação com o outro e com a natureza e nesse processo fazemos a nós mesmos. Assim, a escola só terá sentido quando ela trouxer à tona a nossa ontologia criativa, ou seja, quando se calcar em projetos de exploração e investigação do mundo.

Entendemos que dentro da educação matemática algumas teorias e abordagens seguem essa perspectiva, mas dados os limites desse trabalho vamos nos limitar à abordagem Mentalidades Matemáticas organizada pela professora Jo Boaler a qual tem os seguintes princípios com base nas pesquisas da neurociência: todo mundo é capaz de aprender matemática em altos níveis, erros são valiosos, perguntas são importantes, as aulas de matemática devem ser espaços de aprendizagem e não apenas de desempenho, a matemática é uma ciência criativa, de conexões e de colaborações e profundidade é mais importante que velocidade.

Para reforçar a capacidade de todo mundo (e não apenas uma classe, um gênero e uma raça) de aprender matemática, temos também como referencial as pesquisas da neurociência de Zaretta Hammond.

O que as pesquisas da neurociência sobre o desenvolvimento do cérebro têm mostrado é que não há pessoas que nascem com um cérebro mais ou menos propício para a matemática, mas sim que a única coisa que todos os cérebros já nascem prontos é para aprender.

A partir de tais evidências da neurociência, a educação matemática também está em transformação. abordagens como Mentalidades Matemáticas de Jo Boaler mostram que é urgente resignificar o que entendemos por matemática, pelo fazer matemático bem como o ensino e aprendizagem de matemática.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

NEUROPLASTICIDADE E CAPACIDADE DE APRENDIZAGEM

Em 1957, enquanto cursava o equivalente à antiga primeira série, a canadense Bárbara Arrowsmith Young foi diagnosticada com um bloqueio mental. Ela não entendia lógica, conceitos e relações, tinha dislexia, não compreendia filosofia,

ISBN: 978-85-61702-77-9

fração, conceitos abstratos, piadas e ironia. Além disso, era como se o lado esquerdo do corpo fosse desconectado, a percepção cinestésica desse lado era alterada, deixava cair as coisas que pegava com a mão esquerda, por exemplo, não conseguia criar mapas e tinha dificuldade com a terceira dimensão (geometria era um pesadelo). Seu raciocínio espacial era comprometido, calculava mal as distâncias e se acidentava com frequência, perdia os objetos (chaves, brinquedos, pertences pessoais etc) e se perdia constantemente. Eram tantas limitações que chegou a pensar que não conseguiria cursar o ensino médio e, ao final da antiga oitava série, tentou suicídio. Culpada por não conseguir atingir seu objetivo a fim de acabar com seu sofrimento, só lhe restou continuar lutando.

Em 1977, conheceu a história de alguém semelhante a ela: o russo Lyova Zazetsky que teve a mente danificada por um tiro. Foi assim que descobriu que seu problema era o hemisfério esquerdo do seu cérebro, que não funcionava. Mas ainda não sabia como "se curar". Mais tarde, ela conheceu o trabalho de Mark Rosenzweig com ratos, em que ratos estimulados tinham cérebros modificados e mais desenvolvidos. Young acreditou que seu cérebro também podia ser modificado e começou a criar exercícios para estimulá-lo e provocar as mudanças que tanto desejava. Começou com relógios de ponteiros, que representavam sua maior fraqueza: relacionar os símbolos. Quando conseguiu entender a relação entre o ponteiro das horas e dos minutos, acrescentou o ponteiro dos segundos, depois acrescentou mais um ponteiro e, em menos de seis meses, com trabalho árduo, notou que seu cérebro estava diferente, afinal, agora ela conseguia ler várias páginas de livros de filosofia e compreender o que estava escrito.

Contente e motivada com seu progresso, Young criou mais exercícios para seu cérebro desenvolver outras limitações como as dificuldades espaciais e a cinestesia do lado esquerdo, comprovando, portanto, que o cérebro humano se modifica a partir de estímulos adequados.

Histórias como a de Young e de tantas outras pessoas que desafiaram a medicina com seus relatos de superação após ter parte do cérebro danificada,

> Mostraram que, a cada atividade realizada, o cérebro muda a própria estrutura, aperfeiçoando seus circuitos de modo que fique mais apto à tarefa proposta. Caso alguns "componentes" venham a falhar, às vezes outros podem assumir o controle. A metáfora do cérebro máquina, um órgão com componentes especializados, não podia explicar totalmente as mudanças observadas pelos cientistas. Eles começaram a

ISBN: 978-85-61702-77-9

> chamar esta propriedade fundamental do cérebro de "neuroplasticidade". (DOIDGE, 2016, p. 12)

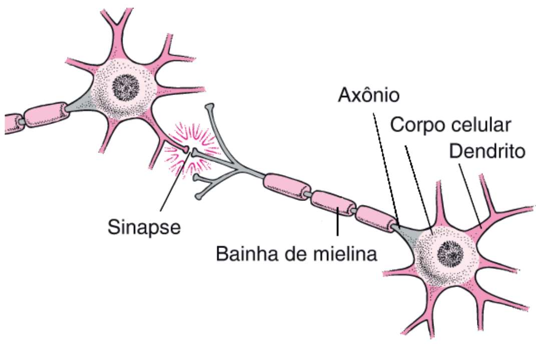
Vale ressaltar que o sistema nervoso é dividido em duas partes: sistema nervoso central e sistema nervoso periférico. O sistema nervoso central é formado pelo cérebro, cerebelo, tronco encefálico e a medula espinhal, é esse sistema que controla o nosso corpo. Nervos e gânglios nervosos constituem o sistema nervoso periférico, cuja função principal é conduzir as informações entre os órgãos receptores de estímulos, o sistema nervoso central e os músculos. Segundo Doidge (2016), durante muito tempo, acreditava-se que não havia plasticidade no sistema nervoso central, diferentemente do sistema periférico o qual já era reconhecido como plástico, pois ao cortar um nervo do dedo, por exemplo, ele é capaz de se regenerar sozinho.

Os estudos de Santiago Ramón y Cajal, médico, espanhol, "pai" da neurociência e ganhador do Prêmio Nobel em 1906 evidenciam a plasticidade cerebral. Cajal investigou as células presentes no cérebro, descobriu como elas são formadas e como elas se conectam umas com as outras, ou seja, ele compreendeu como o cérebro aprende. Esse desenvolvimento cerebral está diretamente relacionado com o processo de aprendizagem como um todo, portanto, entender essa dinâmica é fundamental para a construção de uma prática pedagógica equitativa.

Como ilustra Stanislas, cada célula nervosa, chamada de neurônio, "tem uma enorme árvore, composta de alguns milhares de ramificações, cada uma menor que a seguinte, chamadas de 'dendritos'" (2022, p.126) e uma longa cauda ramificada chamada de axônio. O axônio (transmissor) de um neurônio se conecta ao dendrito (receptor) de outro neurônio para transmitir mensagens conforme ilustra a figura 1, logo, quanto mais interações o indivíduo tem com o ambiente, mais o cérebro aprende, mais conexões (sinapses) são realizadas e mais complexa se torna essa rede neural.

ISBN: 978-85-61702-77-9

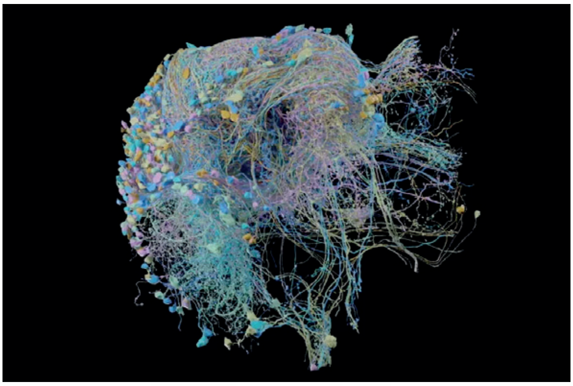
Figura 1 – Conexão entre dois neurônios (sinapse)



Fonte: Página Manual MSD[3].

Como os neurônios estão constantemente se associando uns com os outros, em uma visão macro, a rede neural parecia uma estrutura fixa e estática, como mostra a figura 2, um registro de 25 mil neurônios realizando 20 milhões de sinapses. Porém, com os estudos de Cajal, concluiu-se que essa estrutura é dinâmica, as conexões são feitas e desfeitas conforme o indivíduo vai aprendendo, isso quer dizer que se fizesse um registro desse mesmo cérebro em outro momento, a imagem seria diferente. E é justamente essa estrutura dinâmica que torna o cérebro plástico.

Figura 2 - Mapa de atividade cerebral



Fonte: Página da revista Superinteressante[4].

3 Disponível em: https://www.msdmanuals.com/pt/casa/multimedia/figure/estrutura-t%C3%ADpica-de-um-neur%C3%B4nio

4 Disponível em: https://super.abril.com.br/saude/25-mil-neuronios-esta-imagem-e-o-melhor-mapa-ja-feito-de-um-cerebro

ISBN: 978-85-61702-77-9

Cientistas também perceberam que, segundo Hammond (2015), à medida em que há novos desafios cognitivos, há resoluções de problemas e há o aumento de atividade física, os neurônios desenvolvem mais dendritos a fim de otimizar o processamento de informações. E quando um dendrito não é mais utilizado, ele desaparece, pois o cérebro entende que não é necessário manter aquela informação já que a atividade que o fez crescer não foi revisitada. Por isso a prática é tão importante, se ficar muito tempo sem tocar violão, por exemplo, é provável que esqueça algumas notas musicais. Por outro lado, quanto mais revisitamos uma ideia ou atividade, mais fortalecemos essas conexões.

Consoante a Hammond, Boaler conclui:

> Os pesquisadores agora sabem que quando aprendemos alguma coisa, desenvolvemos o cérebro de três maneiras. A primeira é a formação de uma nova rota. Inicialmente ela é frágil e tênue, mas quanto mais profundamente você aprende, mais forte ela fica. A segunda é o fortalecimento de uma rota que já está presente, e a terceira é a formação de uma conexão entre duas rotas antes desconectadas.
>
> Essas três formas de crescimento cerebral ocorrem quando aprendemos, e os processos pelos quais as rotas se formam e se fortalecem nos permitem ter êxito em nossos esforços matemáticos, científicos, artísticos, musicais e de outros tipos. (2020, p. 15-16)

Conseguinte, o fascinante mecanismo de desenvolvimento cerebral indica que todo mundo é capaz de aprender com esforço, persistência e condições adequadas. Ou seja, ninguém nasce sabendo matemática, mas, salvo raríssimas exceções, todos nascem com um cérebro plástico pronto para se desenvolver e aprender essa ciência. Independente de classe social, raça e gênero, a matemática é para todos.

Ao discutir um ensino culturalmente responsável, além da neuroplasticidade, Zaretta Hammond traz outras contribuições da neurociência para a educação. Ela evidencia o impacto da cultura e do ambiente na aprendizagem.

Conforme a Teoria do Cérebro Trinu, desenvolvida em 1970 por Paul D. MacLaren, Hammond discorre sobre as três camadas do cérebro, que estão sobrepostas, uma em cima da outra: cérebro reptiliano, região límbica e neocórtex.

A primeira camada é o cérebro reptiliano (formado pelo tronco cerebral e o cerebelo) cuja função principal é garantir a sobrevivência, ele não pensa, ele não descansa. É ele quem controla as nossas funções vitais automáticas como respiração, controle da temperatura corporal e batimentos cardíacos. Ele monitora nosso

ISBN: 978-85-61702-77-9

corpo incessantemente em busca de qualquer e toda informação que possa representar uma ameaça, sempre em estado de alerta e atenção. Quando estamos em situação de ameaça, é ele que dispara a frequência cardíaca. E também é ele que nos acorda quando há algum barulho alto e estranho indicando perigo.

A segunda camada é a região límbica conhecida como cérebro emocional, responsável pela aprendizagem, pelas emoções e pela memória.

Acima da segunda camada está o neocórtex, a região racional, responsável pelo planejamento, pensamento abstrato, organização e autorregulação. É nessa região que mora a nossa capacidade intelectual.

Em se tratando da aprendizagem, ocorre que, quando as e os estudantes frequentam uma sala de aula hostil, o cérebro reptiliano capta essa informação e interpreta que esse ambiente não é seguro, consequentemente, ele envia sinais de perigo para o cérebro o qual começa a produzir hormônios de estresse e compromete a aprendizagem, paralisando todas as funções cognitivas. Ainda que esse ambiente não seja hostil, o simples fato de não ser acolhedor gera ansiedade e afeta a aprendizagem.

Logo, quando falamos que todos são capazes de aprender com condições adequadas, pensando em uma sala de aula de matemática que busca promover a equidade, é essencial criar um ambiente seguro de aprendizagem. O Gabriel do sexto ano era calado e quieto nas aulas regulares e tradicionais de matemática, mas nas aulas de reforço ele se expressava, compartilhava seu progresso e também suas dificuldades, ele estava aprendendo, seu cérebro estava criando e/ou fortalecendo conexões, ele e seus colegas estavam reconhecendo-o como ser matemático ao perceber sua "genialidade", mesmo quando suas notas estavam abaixo da média. Percebe-se que a nota obtida pelas provas que avaliam apenas o resultado certo ou errado não é um parâmetro confiável quando se fala em aprendizagem, Gabriel estava aprendendo. Sendo assim, como coletar evidências de aprendizagem nesse contexto? Se a nota não é confiável, para onde devemos olhar? É aqui que entram as atitudes matemáticas que serão abordadas com mais detalhes na sessão a seguir.

ATITUDES MATEMÁTICAS E DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES DE COMPLEXIDADE COGNITIVA

É bastante comum quando falamos de atitudes matemáticas, ou seja, o ***fazer matemático*** as pessoas o resumirem a fazer contas e saber a "tabuada de cor". Além disso, acredita-se muito comumente que a velocidade é um indicador de conhecimento matemático. Nada poderia estar mais longe da verdade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

De acordo com pessoas que estudam a matemática como Keith Devlin (2014), a matemática é a ciência dos padrões. Foi por meio da matemática (entre outras ciências) que a humanidade organizou os padrões que primeiramente via na natureza e no mundo social. Assim, ela não pode ser limitada à memorização de procedimentos, regras e fatos pré-estabelecidos, ela é uma forma de expressão da criatividade humana.

Com base nos estudos de Jo Boaler entendemos que o *fazer matemático* se dá em quatro dimensões sendo elas: 1. busca por padrões, 2. senso numérico, 3. pensamento algébrico e 4. generalização.

- **BUSCA POR PADRÕES:** Entendemos que as ciências matemáticas (geometria, álgebra, etc) são a busca por padrões nos números, formas, medidas, espaços, etc. Por isso, uma dimensão do *fazer matemático* é a busca por padrões. Na busca por padrões podemos expressar nossa criatividade uma vez que existem diversas possibilidades de enxergar um padrão. E aqui reside um importante entendimento sobre a matemática: essa área do conhecimento humano é muito mais do que a simples memorização de procedimentos, que muitas vezes parecem sem sentido. Ela é a busca pelo reconhecimento de padrões nas diversas esferas da vida humana.
- **SENSO NUMÉRICO:** Chamamos de senso numérico um tipo de "intuição" desenvolvida sobre os números ou uma quantidade. Com um senso numérico apurado, prontamente é possível enxergar diversas relações entre os números e, assim, pensar flexivelmente sobre eles, o que permite exercitar ainda mais o pensamento criativo e a resolução de problemas complexos.
- **PENSAMENTO ALGÉBRICO:** O pensamento algébrico pode ser definido como "um processo no qual generalizamos ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade"[5].

5 Texto de Marcia Aguiar e Flávio Ulhoa Coelho https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?lang=pt#

ISBN: 978-85-61702-77-9

- **GENERALIZAÇÃO:** Dado um conjunto de elementos que possuem um padrão em comum, o processo de generalização envolve a transcrição de um padrão reconhecido e sistematizado usando uma linguagem matemática de tal maneira que essa generalização seja aplicável a todos os elementos do conjunto. Esse processo está alinhado com o desenvolvimento do pensamento algébrico e envolve o levantamento de hipóteses, testes, elaboração de conjecturas, bem como sua análise rigorosa para validá-las ou refutá-las. Essa etapa de avaliação e análise das conjecturas é essencial para o profundo pensar matemático.

Essas quatro dimensões se realizam por meio das atitudes matemáticas presentes no ***Common Core***, bem como no Currículo de Matemática do Estado da Califórnia. Abaixo organizamos as oito atitudes matemáticas que compõe o fazer matemático:

Quadro 1 - Atitudes Matemáticas Currículo da Califórnia

ATITUDE	DESCRIÇÃO
Entender um problema e perseverar na resolução deles	• identificar as informações chave num problema • lembrar fatos, conceitos ou procedimentos matemáticos. • analisar dados, restrições, relacionamentos e objetivos • criar conjecturas sobre a forma e o significado da solução. • planejar um caminho para a solução, em vez de simplesmente saltar para uma tentativa de solução • relacionar problemas análogos. • testar casos especiais e formas mais simples do problema original a fim de obter uma inspiração sobre sua solução • avaliar seu progresso e realizar alterações de estratégia, quando necessário.
Raciocinar abstrata e quantitativamente	• entender as quantidades e seus relacionamentos em situações problemáticas. • representar um padrão/situação simbolicamente • criar uma representação coerente do problema em questão • compreender o significado das quantidades, não apenas como calculá-las • conhecer e usar de forma flexível diferentes propriedades de operações e objetos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ATITUDE	DESCRIÇÃO
Construir argumentos válidos e criticar o raciocínio dos demais	• lembrar definições e resultados previamente estabelecidos na construção de argumentos. • comparar suposições, definições e resultados previamente estabelecidos na construção de argumentos • elaborar conjecturas • organizar uma progressão lógica de declarações para explorar a verdade de suas conjecturas • justificar suas conclusões, as comunicar aos outros • criticar os argumentos dos outros. • elaborar argumentos plausíveis que levam os dados utilizados em consideração bem como o contexto no qual os dados foram coletados. • distinguir a lógica ou o raciocínio correto do que é falho, explicando suas falhas
Modelar com matemática	• lembrar conceitos, fatos e procedimentos matemáticos que já conhecem • aplicar a matemática que conhecem para resolver problemas que surgem na vida cotidiana, na sociedade e no local de trabalho. • criar suposições e aproximações para simplificar uma situação mais complexa • revisar métodos e estratégias • comparar informações por meio de ferramentas como diagramas, tabelas bidirecionais, gráficos, fluxogramas e fórmulas • analisar as relações matematicamente existentes para chegar a conclusões • interpretar resultados matemáticos no contexto da situação investigada • avaliar se os resultados alcançados fazem sentido • aprimorar um modelo se ele não tiver servido ao seu propósito.
Usar as ferramentas apropriadas estrategicamente	• mapear e avaliar as ferramentas disponíveis para resolução de um problema matemático, como, por exemplo: lápis e papel, uma régua, um sistema de computação algébrica, um pacote estatístico ou software de geometria dinâmica. • avaliar quando cada uma das ferramentas pode ser útil, reconhecendo tanto as possibilidades de ganhos quanto as limitações dessas ferramentas.
Ter precisão	• comunicar precisamente com os outros • lembrar e usar definições claras nas discussões com os outros e em seu próprio raciocínio. • entender o significado dos símbolos que escolhem, incluindo o uso do sinal de igual de forma consistente e adequada • especificar unidades de medida e rotular eixos para esclarecer a correspondência com as quantidades em um problema • elaborar respostas numéricas com um grau de precisão apropriado para o contexto do problema.
Buscar e fazer uso de estrutura	• discernir um padrão ou estrutura • criar estrutura ou generalização

ISBN: 978-85-61702-77-9

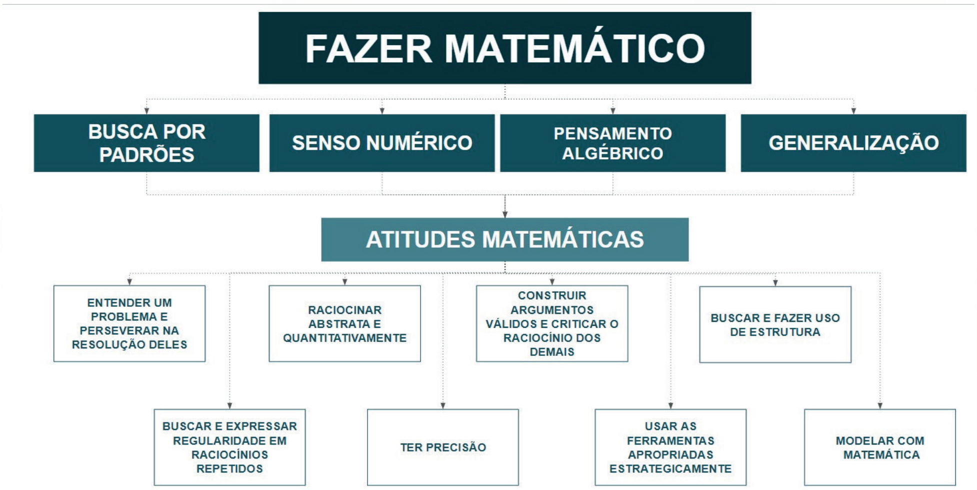
ATITUDE	DESCRIÇÃO
Buscar e expressar regularidade em raciocínios repetidos	• reconhecer quando os cálculos são repetidos • lembrar métodos gerais e atalhos • criar métodos gerais e atalhos • entender generalizações • criar generalizações • avaliar o seu próprio raciocínio e escolhas, enquanto cuidam dos detalhes • avaliar continuamente a razoabilidade de seus resultados intermediários.

Fonte: acervo das autoras

Aqui está um framework que pode ajudar os docentes, para que saibam o que observar ao acompanhar a aprendizagem de suas e seus estudantes. Aqui não propomos que as e os estudantes "cumpram" todos os itens listados, mas que cada item seja uma "pista" do progresso e das potencialidades de cada uma e cada um. Mudamos nosso olhar do "o que não se sabe" para "o que já se sabe" e como podemos aprender mais e mais com o que sabemos. Não vemos mais como ***não saber***, mas sim o que precisamos descobrir, investigar e até mesmo criar para ir além das fronteiras do que já nos é sabido. Não olhamos para a falta como algo negativo, mas observamos na falta o que podemos vir a ser. Nós e nossas e nossos estudos não são "vazios" estáticos, mas sim seres repletos de potencialidades.

O esquema abaixo ilustra como se relacionam as dimensões do fazer matemático com as atitudes matemáticas:

Figura 3 - **O fazer matemático**



Fonte: acervo das autoras

ISBN: 978-85-61702-77-9

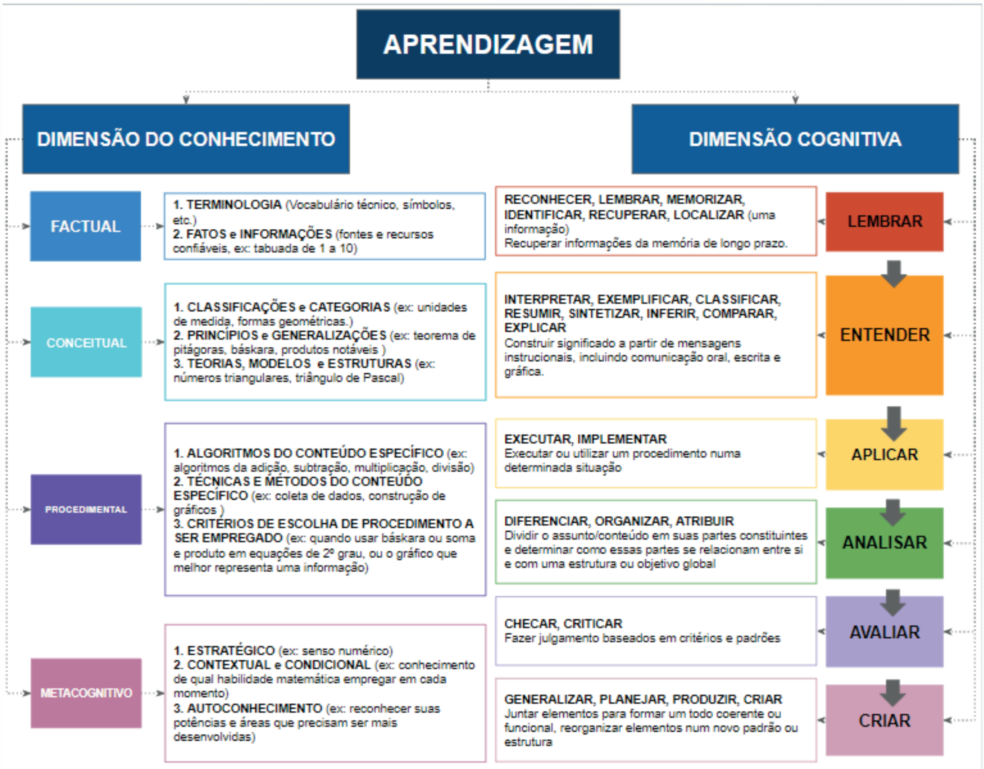
Ao analisar a tabela acima vemos que as atitudes matemáticas envolvem competências e habilidades muito além do calcular e ter precisão. Elas são bem mais complexas e relacionam diretamente com a proposta da Taxonomia de Bloom (ANDERSON, 2001). Sobre a taxonomia Anderson a define da seguinte forma:

> O que os professores podem fazer quando confrontados com o que consideram ser um número excessivamente elevado de objetivos vagos [de aprendizagem]? Para lidar com o vasto número de objetivos, é necessário organizá-los de uma certa forma. Para lidar com o problema de vagueza, precisamos tornar os objetivos mais precisos. Em suma, estes professores precisam de uma estrutura de organização que aumente a precisão e, mais importante, promova a compreensão [sobre os objetivos de aprendizagem].
>
> Como é que uma estrutura pode ajudar os professores a dar sentido a tais declarações de objetivos? Essa estrutura é constituída por um conjunto de categorias relacionadas com um único fenômeno (por exemplo, minerais, ficção). As categorias são uma coleção de "compartimentos" em que podem ser colocados objetos, experiências e ideias. Objetos, experiências e ideias que partilham características comuns são colocados no mesmo "compartimento". Os critérios que são relevantes no processo de classificação são determinados por um conjunto de princípios organizadores que são usados para diferenciar as categorias.
>
> Uma vez classificadas, as características de cada categoria, bem como as características das outras categorias da estrutura, ajudam os professores a compreender melhor o que é colocado na categoria. (ANDERSON, 2001 p. 4)

Com base nisso a seguinte organização da taxonomia de bloom: os primeiros dois campos maiores são ***Dimensões do Conhecimento*** e ***Dimensão do Processo Cognitivo***. Na primeira dimensão, do conhecimento, pode ser organizado em 4 critérios: factual, conceitual, procedimental e metacognitivo. Já na segunda dimensão, do processo cognitivo, há a seguinte classificação de níveis: lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar e criar. Veja no esquema abaixo como se dá essa organização.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4 - Taxonomia de Bloom



Fonte: acervo das autoras

Ao analisar as ***atitudes matemáticas*** notamos que em sua imensa maioria as habilidades que elas exigem estão ligadas muito mais às dimensões conceituais e metacognitivas do conhecimento, bem como a ações de alta complexidade cognitiva relacionadas a analisar, avaliar e criar.

Nesse item vimos como o fazer matemático é muito mais complexo do que o entendimento ainda muito presente nas salas de aulas e na “boca do povo” de que ser matemático é fazer contas rápido com previsão e decorar procedimentos que muitas vezes não fazem sentido algum. Também apresentamos um framework para que as e os docentes possam acompanhar a aprendizagem de todo mundo que faz parte da sua comunidade de aprendizagem. No próximo item vamos explorar atividades e pequenas mudanças na prática docente que ajudarão as e os estudantes a devolver atitudes matemáticas não só na escola, mas em suas vidas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

PRÁTICAS DOCENTES PARA DESENVOLVER O FAZER MATEMÁTICO

Esperar uma mudança significativa no processo de aprendizagem dos e das estudantes sem que haja uma mudança na postura do professor e/ou na dinâmica da sala de aula é esperar um milagre sem fazer oração. Os professores são de suma importância nesse contexto, pois são eles que criam um ambiente estimulante, respeitoso, seguro, através de mensagens positivas e atividades desafiadoras, que despertam a criatividade e evidenciam o fazer matemático com a presença das atitudes matemáticas. Como afirma Boaler "quando as tarefas de matemática são abertas para diferentes maneiras de ver, para métodos e rotas distintas e para representações variadas, tudo muda" (2018, p.76).

Existem várias [6]criadas a partir da abordagem Mentalidades Matemáticas da Boaler que trazem na sua essência a criatividade, o aspecto visual e a equidade. Atividades que propiciam a prática das atitudes matemáticas e levam em consideração a aprendizagem do cérebro. A atividade que motivou Gabriel, dos quatro quatros, é uma delas: é uma atividade aberta, pois existem várias expressões numéricas para representar cada um dos números de 0 a 20 (por exemplo, o número 1 pode ser representado por $4 \div 4 + 4 - 4$ ou $(4 \div 4) \times (4 \div 4)$ ou $(\sqrt{4} + \sqrt{4}) \div (\sqrt{4} + \sqrt{4})$ ou $44/44$); criativa, pois podem criar as expressões usando quaisquer operações matemáticas; desafiadora, pois alguns números, como o 13 e o 19, requererem o acesso a um conhecimento mais profundo das operações matemáticas; e promove a equidade já que todos e todas estudantes conseguem começar a tarefa, têm liberdade para exporem as suas ideias e aprenderem uns com os outros. Além disso, pode-se acrescentar um componente visual ao solicitar que as e os estudantes utilizem a codificação de cores para destacar as conexões entre as expressões encontradas.

Na turma de Gabriel, enquanto as e os estudantes estavam testando as operações, agrupando os quatros e criando as expressões, estavam entendendo o problema e perseverando na resolução dele. Ao resolver as expressões para conferir o resultado, estavam buscando precisão. Quando não conseguiam encontrar expressão para algum número, eles discutiam juntos, levantavam hipóteses, argumentavam, lembravam conceitos, ou seja, eles construíam argumentos válidos e

6 Atividades como a dos quatro quatros podem ser encontradas no site www.youcubed.org/pt-br.

ISBN: 978-85-61702-77-9

criticavam o raciocínio dos demais. Isto é, as atitudes estavam presentes, os e as estudantes estavam disparando sinapses, portanto, estavam aprendendo.

Todavia a abordagem Mentalidades Matemáticas, assim como qualquer abordagem de ensino, não se resume às atividades, ela trata acima de tudo da prática docente. Assim, como traz Paulo Freire (2019) teoria sem prática não passa de falatório sem sentido, bem como prática sem teoria não passa de ativismo sem sentido. É por isso que é preciso uma práxis pedagógica coerente.

A práxis emancipatória busca práticas de mediação de sala de aula que reconheçam as e os estudantes como produtores de conhecimento e não apenas folhas em branco a serem preenchidas. Podemos sim ter essa prática mesmo quando somos obrigadas e obrigadas a utilizar materiais que são escolhidos pelas escolas.

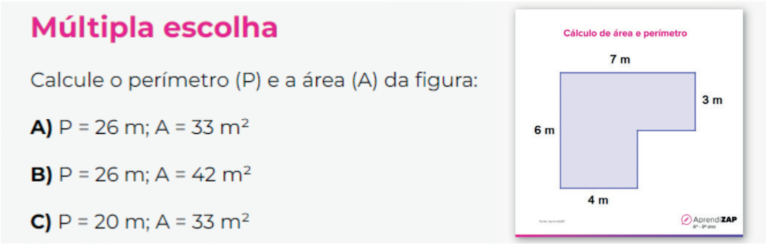
Por exemplo, ouvimos muito: Ah, mas, a criança está no 5º ano e não decorou a tabuada! E fica a pergunta, é preciso decorar todos os resultados das multiplicações dos números de 1 a 10? Vamos, pensar... Quanto aos múltiplos de 7, será que é preciso decorá-los ou se eu souber os múltiplos de 2, eu posso fazer qualquer número (X) vezes dois, somar três vezes esse resultado e depois somar com mais uma parcela desse mesmo número, ou seja 2x+2x+2x+x ? Mas também posso fazer 2x+2x+3x, ou 5x+2x, ou 3x+4x, ou mesmo 10x - 3x. As possibilidades são infinitas e "mmzar" a nossa prática no sentido de desenvolver as atitudes matemáticas passa por não se limitar aos resultados finais, mas explorar possibilidades. Propomos adotar três perguntas poderosas: e se... (outro cenário)? Será que podemos fazer de outro jeito? Por que será que isso acontece?

Voltando ao estudo dos múltiplos de 1 a 10, ao invés de pedir que as e os estudantes memorizem resultados sem entender a relação entre eles e as conexões entre as áreas da matemática, podemos mudar a abordagem e explorar esse conteúdo de maneira a buscar padrões e conexões. Como quais resultados são repetidos, por que são e qual a relação entre eles. Abrindo para investigação teremos mais interação e participação das e dos estudantes.

Vejamos mais um exemplo. Geralmente vemos tarefas como essa da figura 5 a seguir.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 5 - **Modelo de tarefa fechada**



Fonte: Aprendizap, 2023

Essas são tarefas que chamamos de tarefas fechadas, uma vez que não dão muito espaço para pensar em diferentes possibilidades de resolução. Elas exigem apenas que as e os estudantes decorem um procedimento e apliquem as informações contidas para chegar à resposta certa. Não admira que as e os estudantes não se engajem em tarefas desse tipo. Elas são apenas mecânicas. Não há possibilidades de argumentação matemática nelas.

Agora vamos fazer algumas alterações no enunciado, podemos abrir a tarefa e torná-la mais propícia à argumentação matemática. E se "escondermos" as medidas, apresentarmos apenas a imagem às e aos estudantes e perguntarmos: o que vocês veem? Quais perguntas vocês se fazem? Quais informações nos faltam para responder nossas perguntas?

Quando fizemos isso numa aula ouvimos das e dos estudantes conjeturas como: acredito que todos os ângulos da figura medem 90º. Outro estudantes respondeu: eu acredito que um deles mede 270º. Ao que uma estudante indagou: como podemos nomear os ângulos da figura? E se usássemos letras para identificar os vértices? Outra: ou podemos usar letras para nomeá-los (os ângulos)? E as perguntas continuaram: será que em qualquer caso a área dessa figura será maior que o perímetro? E seguiram com as perguntas. Então combinamos que a turma se organizaria em grupos de 4 pessoas[7] e elencariam pelo menos 4 conjecturas elaboradas com base na figura para testar e depois apresentar seus processos de testagem para os demais grupos.

Acima temos um exemplo de tarefa aberta. Entendemos por tarefas abertas aquelas que mesmo bastante simples são matematicamente desafiadoras, exigem e estimulam a argumentação matemática e provocam a criatividade, a colaboração

7 Vide Lotan, 2018 para saber mais sobre trabalhos em grupos colaborativos e complex instruction.

ISBN: 978-85-61702-77-9

e conexões entre os conteúdos matemáticos uma vez que não podem ser resolvidas pelo mero emprego de procedimentos fechados. Elas são caracterizadas pelas múltiplas possibilidades de resolução. Na maioria das vezes são atividades que lançam mão de recursos visuais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho buscamos não só criar um framework a partir do qual docentes podem se inspirar para buscar evidências do que suas e seus estudantes estão aprendendo, mas também explicar quais foram as nossas bases teóricas para tal. Também exploramos alterações de práticas e possíveis atividades para ajudar a aflorar a capacidade inata de aprendizagem de todos os membros da nossa comunidade de aprendizagem. Antes de encerrar esse trabalho também gostaríamos de fazer algumas ressalvas a seguir.

No livro ***How we learn***, Stanislas Dehaene afirma:

> No, learning does not occur passively through simple exposure to data or lectures: on the contrary, cognitive psychology and brain imaging show us that children are budding scientists, constantly generating new hypotheses, and that the brain is an ever-alert organ that learns by testing the models it projects onto the outside world. (DEHAENE, 2021, p.236).[8]

Aqui encontramos um ingrediente importante para aumentar o engajamento em sala de aula: tirar as e os estudantes do papel passivo. A ideia de protagonismo da e do aprendiz não é nova, porém em muitos momentos nos falta conseguir qualificar o que é aprender de forma ativa. Jo Boaler defende que:

> Os professores são o recurso mais importante dos estudantes. São eles que podem criar ambientes matemáticos estimulantes , passar aos estudantes as mensagens positivas de que precisam e fazer qualquer tarefa matemática despertar a curiosidade e o interesse dos alunos. (BOALER, 2018 p. 51)

8 Não, a aprendizagem não ocorre passivamente através da simples exposição a dados ou palestras: pelo contrário, a psicologia cognitiva e as imagens cerebrais nos mostram que as crianças são cientistas iniciantes, constantemente gerando novas hipóteses, e que o cérebro é um órgão sempre alerta que aprende testando os modelos que projeta no mundo exterior. (Tradução das autoras)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Embora saibamos que a responsabilidade pela melhoria da educação não é exclusiva das e dos docentes e que as condições de trabalho da nossa categoria estão cada vez mais precarizadas, e justamente por isso, é urgente ressaltar que somos nós o recurso mais valioso na sala de aula (e deveria ser reconhecido como tal).

Sim, a questão da melhoria da educação é muito complexa e está intimamente ligada à forma como nos organizamos socialmente para produzir e reproduzir a vida. Embora saibamos que numa sociedade estruturada sobre o fetichismo da mercadoria e o trabalho alienado é impossível que o trabalho retorne a sua forma ontológica de expressão da criatividade e de todo potencial humano na sua interação com a natureza, como os demais seres humanos e consigo mesmo, ainda é possível que criemos experiências de ilhas de resistência enquanto acumulamos as condições necessárias para findar com o sociometabolismo do capital (MÉSZÁROS, 2005). E o recurso mais valioso que temos somos nós, educadoras e educadores.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, Lorin W. et. al. **A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing**: a revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Pearson Longman, 2001.

BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018. Título original: Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching.

BOALER, Jo. **Mentes sem barreiras:** as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2020. Título original: Limitless: learn, lead, and live without barriers.

CRUZ, P.; MONTEIRO, L. (Org.). **Anuário Brasileiro da Educação Básica**. São Paulo: Moderna, 2021. Disponível em: <https://todospelaeducacao.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2021/07/Anuario_21final.pdf>. Acesso em: 09 dez. 2023.

DAVIS, Angela. **Mulheres, classe e raça**. São Paulo: Boitempo, 2016.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DEHAENE, Stanislas. **How We Learn:** Why Brains Learn Better Than Any Machine ... for Now. Nova Iorque: Penguin, 2020.

DEHAENE, Stanislas. **É assim que aprendemos**: por que o cérebro funciona melhor do que qualquer máquina (ainda...). Tradução de Rodolfo Ilari. São Paulo: Contexto, 2022. Título original: How we learn: why brains learn better than any machine... for now.

DEVLIN, Keith. **O instinto matemático**. Tradução de Michelle Dysman. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2014. Título original: The math instinct.

DOIDGE, Norman. **O cérebro que se transforma**. Tradução: Ryta Vinagre. 1. ed. Rio de Janeiro: **Record**, 2016. Título original: The brain that changes itself.

FRANÇA, Marina. **Da fábrica para a escola**: trabalho, educação e luta de classes. São Paulo: 2016. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/bitstream/handle/27454/1/MARINA%20LONGHI%20DE%20FRAN%C3%87A.pdf > Acesso em: 09 dez. 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 74. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança**: um reencontro com a pedagogia do oprimido. 16. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

HAMMOND, Zaretta. **Culturally responsive teaching and the brain**: promoting authentic engagement and rigor among culturally and linguistically diverse students. Thousand Oaks: CORWIN, 2015.

KOSIK, Karel. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

MÉSZÁROS, István. **A educação para além do capital**. São Paulo: Boitempo, 2005.

RIBAS, Adriana F. P.; MOURA, Maria L. S. **Abordagem sociocultural**: algumas vertentes e autores. **Psicologia em estudo**, Maringá, v. 11, n. 1, p.129 - 138, abril, 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pe/a/fSdQmSWhQqH7dgScTgx3Qyt/?lang=pt>. Acesso em 09 dez. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.011

AVALIAÇÃO DA EFETIVIDADE DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO NA CIDADE DE MANAUS - AM

CARLOS EDUARDO MOTA LOPES
Mestrando do curso de Ciências da Educação da Universidad de La Integración de Las Américas - UNIDA, carlos_edumota@yahoo.com.br.

DEIVILA ALVES MOTA
Mestranda do curso de Ciências da Educação da Universidad de La Integración de Las Américas - UNIDA, deivila.alvez@gmail.com

DORLI JOÃO CARLOS MARQUES
Doutor pelo curso de Biotecnologia da Universidade Federal do Amazonas – UFAM, dmarques@uea.edu.com

RESUMO

A pesquisa foi motivada pela constatação dos baixos índices de aprendizagem da Matemática por parte dos estudantes das escolas públicas do Ensino Médio no Brasil nas avaliações de Pisa, 2018 e Saeb, 2019. A Matemática sempre foi carregada de barreiras, crenças e dificuldades para sua aprendizagem, seja pelas metodologias utilizadas, seja pelas lacunas nos processos de formação inicial dos professores, notadamente no tocante aos novos conceitos que facilitem uma abordagem mais eficiente, principalmente as relacionadas aos diferentes perfis de inteligência. Desta forma, optou-se como temática dessa pesquisa "Avaliação da efetividade das Inteligências Múltiplas no processo de aprendizagem da Matemática: Um Estudo de Campo na Escola Estadual Brigadeiro João Camarão Telles Ribeiro, localizada na Cidade de Manaus/AM-Brasil, no Período de 2023". Tendo como objetivo discutir a importância do uso das inteligências múltiplas para contribuição na efetividade do processo de ensino-aprendizagem na disciplina de Matemática com os estudantes da 3º série "A" do Ensino Médio. A pesquisa partiu de uma metodologia exploratória-descritiva com o enfoque qualitativo, através da

ISBN: 978-85-61702-77-9

realização de questionários, observações e entrevistas aplicadas para os professores e estudantes. Constatou-se que, conhecer os diferentes perfis intelectuais e de aprendizagem auxiliam o professor para fazer abordagens pedagógicas individualizadas respeitando as características de cada estudante. Evidenciou-se que há uma relação promissora entre as inteligências múltiplas com a aprendizagem da Matemática em sala de aula e com isso, os professores precisam criar condições para um aprendizado significativo e pautado nas diferenças individuais e em um ambiente acolhedor onde o estudante é o protagonista nesse processo.

Palavras Chave: Inteligências múltiplas; Aprendizagem; Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

A Matemática sempre teve grande importância nas sociedades, em diferentes tempos e espaços, quase sempre usufruindo de ***status*** privilegiado nos processos formativos. Tais processos, no entanto, não raro, são acompanhados de muitas crenças, barreiras, dificuldades e preconceitos.

A Matemática também normalmente é uma disciplina obrigatória nos currículos escolares e seus objetivos fundamentais são: desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, racionalizar, analisar, generalizar e projetar coisas. Para atender e cumprir todos esses objetivos, a Matemática escolar deveria possuir uma linguagem fácil e que buscasse dar conta de aspectos concretos do dia a dia dos estudantes, sem deixar de ser um instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências (SILVA, 2005).

A área de conhecimento em questão, comporta um campo vasto de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade, além de instigar a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento crítico e o desenvolvimento do raciocínio lógico, abstrato e analítico. Entretanto, a forma como vem sendo trabalhada no processo de ensino-aprendizagem no nível básico da educação, continua apresentando resultados indesejados, o que reflete nos baixos índices de aprendizagem nas escolas do Brasil, como os que se observa nos índices de aprendizagem divulgados pelos Programa Internacional de Avaliações de Estudantes (PISA) de 2018 e do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB) de 2019 e isso tem sido motivo de questionamentos e de grande preocupação tanto para professores quanto para estudantes, familiares e todos os profissionais que trabalham na Educação.

Uma das principais razões na dificuldade do aprendizado de Matemática está associada à mecanização do ensino, uma vez que os estudantes apenas repetem e reescrevem no caderno ou na avaliação o que já foi escrito e discutido no quadro durante as abordagens das aulas do professor (FERNANDES et al, 2008). Nesse contexto, é necessário entender como acontece o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, procurando verificar quais são as principais barreiras e bloqueios que enfrentam os professores e os estudantes para compreendê-la melhor e assim buscar formas, práticas, recursos e meios de minimizar essas dificuldades e quebrar as barreiras que apresenta essa temática na rotina da educação básica no Brasil e, em especial, na sala de aula na docência da disciplina de Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Outras razões do insucesso da aprendizagem da Matemática estão relacionadas a existência de diferentes perfis intelectuais e das formas especiais, específicas, particulares de conhecimentos, em especial, na Matemática, conforme apresentadas por Gardner (1995; 2000; 2011) onde discute a estrutura da mente , a teoria das inteligências múltiplas e as diferentes dimensões da inteligência, não se limitando a estratégias e propostas educacionais voltadas especificamente para o estímulo das inteligências verbal e lógico-matemática, que estão relacionadas as habilidades cognitivas e racionais, deixando de lado, especialmente o estímulo das inteligências de forma plural e individualizada e não considerando assim, o estudante de forma integral.

Este estudo busca compreender a atualidade da teoria de Gardner no contexto atual de uma unidade educativa na cidade de Manaus-AM, o que possibilitará ampliar as discussões de modo a contribuir para o fortalecimento da mesma ao mesmo tempo em que se estará ampliando situações de mudanças que favoreçam o desenvolvimento dos estudantes e das formas de produção de conhecimentos, pois ao se reconhecer as várias capacidades cognitivas, abre-se espaço para utilizá-las da melhor forma possível.

Nessa óptica o processo de aprendizagem pode ser potencializado e fortalecido através de estímulos diferenciados relacionados aos diferentes perfis intelectuais que cada estudante apresenta de forma individualizada.

EM TORNO DO CONCEITO DE INTELIGÊNCIA

Pocinho & Mendes (2021), ao buscarem a gênese e evolução do conceito de inteligência, remonta aos estudos de Wilhelm Wundt, realizados no Laboratório de Psicologia Experimental de Leipzig. Contudo, apoiando-se em pesquisas como as de Almeida et al., 2012; Candeias & Almeida, 2007, além dos achados de Schultz e Schultz, 2007, as autoras concluem que os primeiros estudos sistematizados deste constructo são atribuídos a Sir Francis Galton que definiu a inteligência em termos de energia e sensibilidade aos estímulos físicos. Foi um dos primeiros autores a ter em conta as diferenças individuais entre sujeitos, bem como a valorizar o fator hereditário das mesmas.

Segundo o mesmo estudo, foi só em 1905 que Alfred Binet e Théodore Simon criaram o primeiro instrumento verdadeiramente psicológico que permitia medir a inteligência, designado por Escala de Inteligência de Binet-Simon. Todavia, uma vez

ISBN: 978-85-61702-77-9

que este instrumento se concentrava nas funções cognitivas, acabou por associar a inteligência às capacidades escolares, marcando fortemente, e ao longo de vários séculos, a forma como os investigadores consideraram a inteligência. Ainda assim, a criação deste teste, permitiu a introdução do conceito de idade mental que deu origem à tradição psicométrica e permitiu a medida e quantificação da inteligência, atribuindo ao sujeito um papel ativo.

No tocante à escala de Inteligência proposta por Binet-Simon, ressalta-se que a mesma passou por sucessivas revisões.

> A Escala de Inteligência de Binet-Simon foi revista por diversos autores, sendo traduzida por Henry Goddard, em 1908, do francês para o inglês (Schultz & Schultz, 2007) e adaptada, em 1916, por Lewis Terman, passando a ser conhecida por Escala Stanford-Binet (Almeida, 2002; Schultz & Schultz, 2007). Este autor foi a primeira pessoa a utilizar o Quociente de Inteligência para cotar os resultados. Em 1939, David Wechsler desenvolveu o primeiro teste de inteligência a incluir testes não-verbais, que acabou por se tornar o mais popular e mais utilizado teste de inteligência (Almeida, 2002). Contrariamente ao que acontecia na Europa, nos Estados Unidos, alguns psicólogos, incluindo Louis Leon Thurstone e Joy Paul Guilford, acreditavam que a inteligência englobava um conjunto de diversos fatores, relativamente independentes entre si (POCINHO & MENDES, 2021, p. 2).

AS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A teoria das Inteligências Múltiplas, como o próprio Gardner confirma, trata-se de uma sistematização das teorias de Thurstone e Guilford, e que foi divulgada pela primeira vez em 1983 com a publicação da obra ***Frames of Mind***. Segundo Gardner (2000), a inteligência é descrita como “um potencial biopsicológico para processar informações que pode ser ativado num cenário cultural para solucionar problemas ou criar produtos que sejam valorizados numa cultura” (p. 47), uma vez que o ser humano está fortemente dependente da sua cultura, aspeto que já havia sido realçado por outros autores como Vigotsky e Jerome Bruner, onde ambos defendem que a aprendizagem e o pensamento ocorrem em um ambiente histórico e social, e que a inteligência está relacionada fortemente ao contexto onde vive o indivíduo e é mesmo vista como produto desta (FRANCO, 2007).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Segundo Gama (2009), a Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner é uma alternativa para o conceito de inteligência como uma capacidade inata, geral e única, que permite aos indivíduos um desempenho, maior ou menor, em qualquer que seja a área de atuação.

O autor também argumenta que a visão unidimensional de avaliação das mentes dos indivíduos que ele mesmo chamou de "visão uniforme" por tratar-se de um sistema de medida claramente meritocrático baseado em teste de QI com uso de instrumento tipo papel e lápis provocou grande insatisfação e inquietude no autor, levando-o a apresentar uma visão alternativa que, segundo ele, produz um tipo de escola e educação diferente, mais inclusiva, plural e integral.

Nessa abordagem, uma visão pluralista da mente que, segundo o autor, reconhece que as pessoas são dotadas de diferentes forças e estilos cognitivos. E que era possível acreditar na possibilidade de uma escola focada no indivíduo e que levasse em conta a visão múltipla de inteligência diferentemente da visão unitária estabelecida pelo teste de QI.

A esse respeito, Garutti (2012, p. 5) reitera que "Quase 80 anos depois de os primeiros testes desenvolvidos para avaliar a capacidade intelectual, Gardner tentou ampliar o alcance do potencial humano além dos confins do escore de QI". Gardner (1995) planejava com esse argumento, uma escola ideal para o futuro com a crença de que os indivíduos aprendem de maneiras diferentes e exclusivas. E, que não se aprende tudo o que há para ser aprendido.

Nesse sentido, conforme as ideias do autor, uma escola que trabalha com foco no indivíduo apresenta maiores condições de realizar avaliações das aptidões e capacidades individuais e em consequência o desenvolvimento das habilidades de seus alunos de forma integral. A partir de suas pesquisas sobre inteligências, Gardner (2000) desenvolveu uma teoria que identifica e conceitua, originalmente 8 inteligências e uma que considera como potencial e que todos os indivíduos normais são capazes de atuar em nove áreas intelectuais diferentes e independentes, a saber: linguística, lógico-matemática, musical, espacial, cinestésica, interpessoal, intrapessoal, naturalista e existencial.

Todas as inteligências estabelecidas pelo autor devem ser estimuladas e motivadas através de atividades, técnicas, abordagens e procedimentos diversos e assim, baseados nesses perfis em todos os indivíduos desde a mais tenra idade, pois nem todos aprendem da mesma maneira e no mesmo tempo. Todos os indivíduos apresentam uma mistura de várias dessas inteligências, onde algumas podem

ISBN: 978-85-61702-77-9

ser mais predominantes que outras. (Rocha e Barone, 2001). A seguir, as nove inteligências descritas segundo o autor:

1. **Inteligência Linguística:** É a habilidade para se expressar com facilidade por meio da linguagem (oral e escrita) e gestos. Esta inteligência se relaciona com a facilidade de o indivíduo escrever e interpretar códigos linguísticos e aplicá-la em diversas situações de interação e comunicação. Esse tipo de inteligência é comum em pessoas com facilidade de se expressar, assim como aprender novos idiomas;
2. **Inteligência Lógico-Matemática:** Esta inteligência é muito complexa, assim como a inteligência linguística. Ela pode manifestar-se no indivíduo de forma elevada e pode levar o aluno a se desenvolver sem mesmo precisar de ajuda de outros. Esse tipo de inteligência é manifestado em pessoas que possuem habilidades em raciocínio lógico-dedutivo e de resolução de problemas complexos que envolvem elementos numéricos, formar e sequências. Pode-se dizer que essa inteligência está associada ao pensamento científico, pois é observado que muitos dos grandes cientistas eram matemáticos;
3. **Inteligência Espacial:** É caracterizada pela percepção espacial do meio e apresenta diferentes habilidades do indivíduo. Esse conjunto de habilidades permite o ser humano perceber o mundo com maior precisão de maneira tridimensional e decodificar padrões gráficos. Essa inteligência se relaciona com as pessoas que tem facilidade de percepção das cores, linhas, formas e espaço, bem como a relação entre eles. É a capacidade de formar modelos mentais a partir de observações do meio, a exemplo de marinheiros, pintores, escultores, cirurgiões, etc. Smole (1999) afirma que é a capacidade de visualização do espaço em diferentes perspectivas que pode auxiliar na orientação espacial. Um jogador de xadrez, por exemplo, utiliza a percepção espacial para definir planos;
4. **Inteligência Corporal-Cinestésica**: Está ligada à coordenação motora, aos sentidos, à expressão corporal. Segundo Gardner: "[...] A inteligência corporal-cinestésica envolve o uso de todo o corpo ou de partes do corpo para resolver problemas ou criar produtos" Gardner (2000). De acordo com o mesmo autor (1995) os aspectos cognitivos do uso do corpo evidenciam-se na capacidade de utilizá-lo para expressar emoções, como

ISBN: 978-85-61702-77-9

na dança, jogar um jogo ou criar um novo produto (como no planejamento de uma invenção). As principais características desta inteligência são o controle dos movimentos do próprio corpo e a capacidade de manusear objetos com habilidade;

5. **Inteligência Existencial**[1]**:** É uma inteligência que explora a natureza da existência em suas múltiplas maneiras, a existência humana como indivíduos no cosmos e a capacidade de reflexão diante de tal fato. Esta inteligência, segundo Gardner (2000) ainda deve ser estudada e discutida mais profundamente e por isso foi a última inteligência descrita pelo autor;
6. **Inteligência Naturalista:** É a inteligência em que o indivíduo inclui o conhecimento e preocupação pela meio ambiente (Akbari & Hosseini, 2008), a sensibilidade a todos os acontecimentos que ocorrem na mesma, bem como a capacidade de reconhecer, distinguir e classificar seres vivos e não-vivos (Coban & Dubaz, 2011), e distinguir as suas diferenças e similaridades (Ozdilek, 2010). Assim como, fenômenos físicos e químicos ligados a natureza;
7. **Inteligência Musical:** Essa inteligência inclui as pessoas que utilizam da habilidade musical em seu aproveito, como forma de aprimoramento. De acordo com Gardner et al (1998 apud Rocha et al, 2001, p.47): "Inteligência Musical é a capacidade de interpretar, escrever, ler e expressar-se pela música". "A Inteligência musical também consiste na sensibilidade para ritmos, sons, timbres e batidas. Além de facilidade para o manuseio de instrumentos musicais". Barone, & Silveira (2001, p.17);
8. **Inteligências intrapessoal:** Essa inteligência apresenta a capacidade que o indivíduo possui de entender a si mesmo, o autoconhecimento, para que possa viver em harmonia na sociedade. É a competência que o indivíduo tem de conhecer a si mesmo, administrar e reconhecer as suas emoções e sentimentos, estar bem consigo mesmo. Uma pessoa com essa habilidade reconhece suas próprias qualidades, fortalezas e fraquezas. Assim utiliza essa percepção para lidar de maneira eficaz em

1 Inteligência ainda mantida como candidata por ainda não poder ser admitida pelos critérios da neurociência, precisando ainda ditar prudência.

ISBN: 978-85-61702-77-9

determinado ambiente. Ela reconhece seus próprios limites, aspirações e medos;

9. **Inteligências Interpessoal:** É a inteligência que permite a capacidade de compreender a outras pessoas, suas relações, como trabalham, organizam-se, motivam-se, fascinam, inspiram, relacionam-se, cooperam. Pessoas com esse tipo de inteligência tem grande habilidade de comunicação. Nas pessoas, essa inteligência se manifesta naqueles que sabem negociar, assumem liderança e reconhecem quando os que estão ao seu redor não estão bem.

O autor defende que, mesmo com certa independência, as inteligências não funcionam isoladamente, o que permite inferir que há uma combinação delas para realização de uma determinada atividade ou resolução de um problema específico. Por exemplo, um compositor ao criar uma nova canção explora ao mesmo tempo a sua inteligência linguística, a inteligência musical e ainda a cinestésica. Como mencionado anteriormente pelo autor, as inteligências podem se relacionar e são importantes para o desenvolvimento do ser humano. A inteligência linguística, por exemplo, pode-se apresentar tanto em um escritor como em palestrante ou político.

É importante também levar em conta que a teoria das inteligências múltiplas não tem como objetivo padronizar os estudantes em uma outra forma de teste de inteligência como o do QI, mas traçar caminhos e alternativas para identificar e pontuar as dificuldades encontradas pelos alunos, assim como suas habilidades e competências, a partir disso, propor metodologias e abordagens didáticas, usar critérios específicos que atendam as inteligências identificadas, que venham a estimular tais habilidades e dessa forma trabalhar os estudantes a partir de suas dificuldades (Gardner, 2000).

ENSINO-APRENDIZAGEM TENDO EM CONTA AS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS

Pesquisas cognitivas recentes documentam que os alunos possuem diferentes tipos de capacidades intelectuais; por consequência, aprendem, memorizam e apresentam desempenhos diferenciados e compreendem de modos diferentes. Nesta perspectiva, o professor deve ser alguém que adquiriu uma compreensão profunda dos conhecimentos que pretende ensinar, com a capacidade de abordar

ISBN: 978-85-61702-77-9

os temas de múltiplas perspectivas. Para além disso, este professor deve educar para a compreensão profunda e isso só se consegue, com pedagogias diferenciadas que recorram a várias maneiras de abordar o mesmo tema. É esta abordagem multidisciplinar que Gardner (2011b) recomenda às escolas como uma forma de facilitar, não só uma melhor compreensão, mas também uma melhor transferência de saberes. A investigação tem mostrado o sucesso da abordagem das múltiplas inteligências na aprendizagem escolar, pois cada aluno possui um perfil único de inteligências. Um estudo longitudinal de 2011 a 2015, levado a cabo por Lai e Yap (2016), mostrou que a aplicação da teoria das múltiplas inteligências capacita estratégias mais estruturadas que melhoram significativamente as competências cognitivas dos alunos na aprendizagem das ciências. O perfil de inteligências múltiplas mostrou uma passagem da dominância da inteligência intrapessoal nos primeiros anos do estudo (2011-2013) para as inteligências interpessoal, cinestésica e naturalística nos dois últimos anos (2014-2015). Outra investigação mostra um aumento do rendimento acadêmico e da retenção do conhecimento (Yalmanci & Gozum, 2013). Esses autores realizaram uma investigação experimental com uma amostra aleatória de 60 estudantes do 3º ano do Departamento de Ciências da Faculdade de Educação duma universidade turca. Trinta estudantes foram sujeitos ao método das "inteligências múltiplas" (grupo experimental), durante um ano letivo, e os outros 30 estudantes (grupo de controle), sujeitos ao método tradicional. O grupo experimental obteve ganhos significativos nas classificações e na aquisição/retenção de conhecimento, quando comparado com o grupo de controle.

A AVALIAÇÃO DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS

A teoria das Inteligências Múltiplas abordada por Gardner (1995), tem criado algumas dificuldades para a criação de um instrumento que permita medir as inteligências devido à grande ênfase atribuída aos aspetos contextuais e criativos de cada inteligência abordada. Ainda assim, alguns autores criaram instrumentos que permitem medir as Inteligências Múltiplas de cada pessoa de forma eficiente. O autor aconselha a utilização do MIDAS[2], o qual é um questionário de autorrelato que

2 Multiple Intelligences Developmental Assessment Scales, é composto por escalas principais, representativas de cada inteligência e por subescalas que descrevem atividades e capacidades específicas, servindo como indicadores qualitativos da capacidade e facilitadores da interpretação dos resultados.

ISBN: 978-85-61702-77-9

avalia de forma individual a predisposição intelectual de cada indivíduo e para cada uma das nove diferentes Inteligências.

Este questionário é composto por escalas principais, que representam cada uma das variadas inteligências como categorias gerais de habilidades, que influenciam o comportamento, e por subescalas adicionais que descrevem atividades e capacidades mais específicas, utilizada como indicadores qualitativos da capacidade e que são facilitadores da interpretação dos resultados (Shearer, 2009; 2012).

A investigação sobre o MIDAS, liderada por C. Branton Shearer, começou em 1987 e prolongou-se ao longo de 6 anos (Shearer, 2012). Desta forma, tendo por base as características comportamentais das inteligências descritas no livro de Gardner, Frames of Mind (1983), foi originado um conjunto de 125 itens, revisto e avaliado por vários autores, incluindo o próprio teórico Gardner. Todos estes itens foram testados através de entrevistas e de estudos quantitativos, para examinar vários pontos específicos: o acordo entre observadores, a validade teste-reteste, os padrões de resposta aos itens, a estrutura das perguntas e a correlação entre itens (Way & Shearer, 1990; Shearer, 1992; Shearer & Jones, 1994).

Cada um dos itens deste instrumento possui 6 opções de reposta: “Not at all; Fairly Good; Good; Very Good; Excellent; I don`t know or Does not apply”, as quais foram ajustadas através das informações recolhidas pelo padrão de respostas de um grupo representativo de participantes. As suas respostas caracterizavam-se por terem valores elevados, moderados e baixos, pelo que a média de todas as escalas apresenta valores consistentes (Shearer, 2012).

O MIDAS é um instrumento grandemente utilizado na investigação sobre as Inteligências Múltiplas uma vez que, segundo vários estudos realizados, apresenta boas qualidades psicométricas. Os últimos estudos, elaborados pelo próprio Shearer (2012), em diversos países, apontam neste sentido, ao apresentarem consistência nas traduções e indicarem diferenças mínimas que podem ser facilmente atribuídas a diferenças culturais. Os padrões de repostas nas diversas populações estudadas são mesmo semelhantes e indicam ainda que o MIDAS mede as habilidades de uma maneira consistente, independentemente da Língua e das experiências culturais.

No Brasil, foi também criado um instrumento chamado de Questionário Icónico, no qual consiste em um questionário composto por 24 itens, representativos das Inteligências Múltiplas, em que o indivíduo deve dar um valor entre 0 e 4 a cada item, de acordo com o grau de auto identificação com cada um dos itens.

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

Adotou-se a seguinte tipologia de pesquisa neste estudo: quanto aos objetivos do estudo, ela foi descritiva, caracterizada pela observação, registro, descrição e análise do fenômeno estudado; quanto aos procedimentos adotados, ela foi bibliográfica e documental, caracterizadas, respectivamente, pela consulta aos principais estudos dos teóricos de referência publicados – livros e artigos científicos e documentos de primeira e segunda mão da escola em questão e da Secretaria de Estado da Educação do Amazonas – SEDUC-AM; quanto à abordagem do problema, optou-se pela qualitativa, caracterizada pela busca de compreensão da complexidade envolvida no fenômeno estudado (GIL, 2019).

As observações se deram na Escola Estadual Brigadeiro João Camarão Telles Ribeiro que foi criada pelo decreto Lei n° 15.872 de 18 de março de 1994, localizada na Rua Nova, n° 1000 no Bairro de São Lázaro, no município de Manaus – AM, Brasil, no período do 1º bimestre escolar 2023. A Escola é mantida pela Secretaria do Estado da Educação e Qualidade do Ensino (SEDUC – AM) – Coordenadoria Distrital 02 através do convênio n°57/94 de 15 de junho de 1994, estabelecido entre o Governo do Estado do Amazonas e o 7º Comando Aéreo Regional, vinculado à Força Aérea Brasileira - FAB.

A amostra foi censitária para os estudantes da turma da 3° série "A" do Ensino Médio, ou seja, foram selecionados para coleta de dados os 38 alunos que estão matriculados na turma em foco desta pesquisa.

Tabela 1 – Perfil dos Participantes

	Frequência		%
Gênero	Meninos	29	76,3
	Meninas	9	23,7
Idade	15	3	7,9
	16	6	15,8
	17	28	73,7
	18	1	2,6
Série	3°	38	100
	Total	**38**	**100**

Fonte: PESQUISADORES, 2023

ISBN: 978-85-61702-77-9

No estudo foi utilizado o questionário físico baseado nos testes (MIDAS), entrevistas e observações simples. O questionário foi distribuído para os professores e estudantes com questões relacionadas ao tema proposto.

A distribuição foi realizada pessoalmente. Os entrevistados responderam na hora ao lado do pesquisador que esteve presente durante toda essa etapa para mitigar quaisquer dúvidas apresentadas no momento da pesquisa.

O questionário utilizado como instrumento foi baseado no teste MIDAS (Multiple Intelligences Developmental Assessment Scales) uma vez que constitui a operacionalização do conceito teórico das IM (Inteligências Múltiplas).

As entrevistas foram realizadas de forma individualizadas com toda a amostra da pesquisa. No procedimento de recolha dos dados privilegiou-se o recurso à internet, com utilização das facilidades proporcionadas pela plataforma Google forms para a realização de trabalhos desta natureza.

Por se tratar de uma ferramenta digital, esta solução permitiu uma grande agilização do processo de recolha e tratamento da informação, ao mesmo tempo que garantiu o caráter anônimo e confidencial das respostas dos participantes.

Foi explicado que as questões colocadas eram de respostas rápidas, não existindo respostas certas ou erradas, mas apenas respostas que exprimem o que o respondente pensa e sente. De maneira a ser recolhida informações relevantes para a validade da investigação. Da mesma forma, foi solicitada a máxima sinceridade e espontaneidade nas respostas dadas em todos os procedimentos abordados.

Depois de recolhido todos os dados, deu-se início à preparação através de uma análise rigorosa que objetivou a identificação de valores válidos, inconsistentes, omissos ou redundantes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para trabalhar as inteligências múltiplas na sala de aula, foi preciso criar um ambiente educacional voltado para o desenvolvimento de todas as habilidades e proporcionar de igual modo a oportunidade para todos os alunos.

As atividades escolares devem oferecer materiais, procedimentos, metodologias ativas e abordagens diferenciadas que se relacionem com todas as inteligências e perfis de aprendizagem, assim como, tarefas desafiadoras que estimulem as habilidades que possam estar adormecidas. Assim, o professor e a escola precisam primeiramente conhecer as características individuais de cada aluno e qual é

ISBN: 978-85-61702-77-9

a forma predominante da turma para trabalhar de maneira mais eficaz e eficiente o processo de ensino aprendizagem na sala de aula dos alunos na disciplina de Matemática.

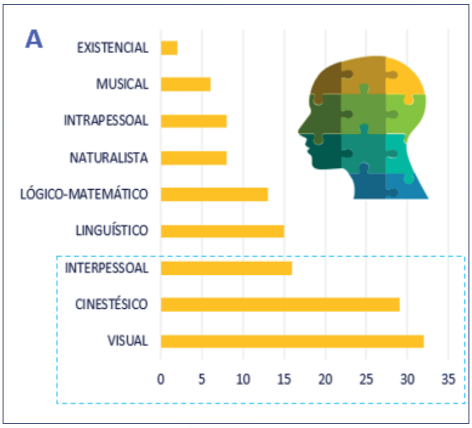
Para buscar as respostas necessárias baseadas no objetivo da pesquisa, foi inicialmente aplicado um questionário “A” de autorrelato baseado no teste MIDAS (Multiple Intelligences Developmental Assessment Scales) que tem como referência a teoria de Gardner para avaliação dos diferentes perfis de inteligências do objeto da pesquisa.

Após Avaliação e estratificação dos dados do questionário da turma do 3° ano “A”, e de acordo com a teoria das inteligências múltiplas proposta por Gardner, 1995 as inteligências predominantes em detrimento as 9 inteligências abordadas, foram: A Inteligência Visual/Espacial, Inteligência Corporal/Cinestésica e Inteligência Interpessoal.

Dessa forma, observando o gráfico 1, verifica-se que 73% das inteligências conforme definida por Gardner, 1995 da turma objeto da pesquisa são predominantemente as Inteligências Visual/Espacial, Cinestésica/Corporal e Interpessoal.

Nesse contexto e baseando-se nos autores de referência, e dessa forma prevendo que as principais aptidões específicas dos alunos são: As relações interpessoais, aprendizado através do movimento corporal com experiências e de forma predominantemente visual, é de se esperar que com esses conhecimentos prévios o docente de Matemática use as ferramentas mais adequadas para abordagens de metodologias, práticas e dinâmicas pedagógicas que auxiliem uma aprendizagem mais significativa.

Gráfico 2 - Estratificação dos perfis intelectuais



Fonte: Pesquisadores, 2023

ISBN: 978-85-61702-77-9

É necessário ressaltar que esse é o perfil de inteligências predominante da turma e que cada aluno de forma individual e especial apresentam suas próprias inteligências predominantes, o que há de ser considerado.

Para buscar as respostas necessárias baseadas ao objetivo da pesquisa e relacionar a teoria das Inteligências Múltiplas para contribuição no desempenho dos alunos objeto da pesquisa, foi avaliada as notas da disciplina de Matemática referente a primeira unidade da matéria (fevereiro a abril de 2023) e comparada aos melhores desempenhos com relação as teorias propostas por Gardner (Inteligências Múltiplas).

Após a estratificação e análise dos dados relacionados as Inteligências Múltiplas, é possível observar na Tabela 2 (Relação de desempenho e as inteligências múltiplas) os desempenhos dos alunos da turma correlacionado com as principais inteligências.

Para realizar esta relação foi definido 4 classes/Níveis de notas para o desempenho (A,B,C e D), onde A (8,0 – 10,0), B (7,0 – 7,9), C (6,0 – 6,9) e C (<6,0).

Dessa maneira o grupo "A" que apresenta os alunos que obtiveram o melhor desempenho na disciplina de Matemática para o período pesquisado e que tem como principais perfis intelectuais o Lógico-Matemático, Visual e Linguístico. Com base no Autor Gardner 1995, pode-se inferir que para disciplina de Matemática (Disciplina onde exigem um raciocino voltado a números, cálculos e formas) e perfil de prática aplicada pela docência (Visual, Cinestésico e linguístico) em sala de aula mencionadas no autorrelato dos alunos, há evidências que possam ser levadas em consideração para inferir estas relações na contribuição dos diferentes perfis de inteligência e de aprendizagem para potencializar o processo de aprendizagem e assim maximizar o desempenho dos alunos na disciplina abordada na turma objeto da pesquisa.

Ainda no contexto do tema, os alunos que apresentaram os desempenhos mais baixos (C e D) têm os perfis de inteligência e de aprendizagem diferentes da turma e da abordagem da docência em sala de aula o que corrobora ainda mais para possível contribuição desses perfis na potencialização do processo de aquisição do conhecimento conforme relatado pelos autores pesquisados, podendo inferir o potencial positivo da hipótese da pesquisa relacionada a teoria das Inteligências Múltiplas e de aprendizagem propostas pelo teórico Gardner.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Tabela 2 - Relação de desempenho e as inteligências múltiplas

GRUPO	INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS	%	QTD	MÉDIA
	Lógico-Matemática	100		
A	Visual/Espacial	88	9	8,0 - 10,00
	Linguístico	88		
	Visual/Espacial	100		
B	Cinestésico	80	17	7,0 - 7,9
	Interpessoal	70		
	Naturalista	80		
C	Visual/Espacial	100	10	6,0 - 6,9
	Interpessoal	70		
	Musical	100		
B	Intrapessoal	50	2	< 6,0
	Visual/Espacial	100		

Fonte: Pesquisadores, 2023

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa procurou apresentar como as inteligências múltiplas podem contribuir para auxiliar de forma efetiva no processo de ensino-aprendizagem da disciplina de Matemática na educação básica. Assim, o estudo partiu da observação dos baixos índices de desempenho dos alunos do Ensino Médio no Brasil frente as avaliações nacionais de Matemática e com o objetivo de apresentar uma discussão sobre práticas pedagógicas que contribuem para uma aprendizagem baseada nas diferentes maneiras de aprender. Para isso, o tema esteve em torno da temática das inteligências Múltiplas, seja na forma do aprender do aluno ou na atuação docente por meio da escuta sensível, das mesmas no ensino da Matemática.

Os resultados aplicados ao objeto da pesquisa mostram que as inteligências múltiplas proporcionam um aprendizado mais significativo e efetivo. É possível inferir também a necessidade do protagonismo do aluno em sala de aula observando sua diversidade através da mediação do professor, levando em consideração as vivências do indivíduo e o ambiente escolar como meio motivador e estimulante para promover assim uma aprendizagem significativa.

Dessa forma, fica claro que, para além das práticas pedagógicas, outros fatores como o meio e o envolvimento recíproco entre os sujeitos envolvidos são importantes para que a aprendizagem seja, de fato, significativa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A pesquisa apontou, também, que cada indivíduo aprende de forma diferente, de acordo com suas habilidades. Nesse sentido, reafirma-se a importância de conhecer as inteligências múltiplas no aprender de cada discente, identificadas por Gardner.

Assim, com base nessa análise atenta feita pelo docente é possível traçar uma metodologia que seja significativa ao processo de aprendizagem e em especial o da Matemática.

Diante do que já foi exposto, pode-se concluir que não existe apenas uma inteligência geral, mas os indivíduos possuem nove inteligências distintas, que são relacionadas e podem ser abordadas de forma variadas frente aos desafios impostos em resolver problemas mais complexos da Matemática. Ainda nesse contexto, também foi observado que a atuação em sala de aula através de metodologias, sistemática e formas de ensinar precisam ser aprimoradas. Pois é importante ressaltar que quando as práticas educacionais são realizadas, considerando todas essas dimensões do ser humano, mais alunos são atingidos, motivados e estimulados ao aprendizado e assim contribuindo para um melhor desempenho da disciplina de Matemática frente as avaliações no Ensino Médio quando para a vida; formando assim um aluno único, especial e integral.

Em Síntese, e após correlacionar os diferentes perfis intelectuais com o desempenho da turma para a disciplina de Matemática, há evidências que possam ser levadas em consideração para inferir que estas relações possam potencializar e contribuir de forma positiva no processo de ensino-aprendizagem e assim maximizar o desempenho dos alunos na disciplina abordada na turma objeto da pesquisa.

REFERÊNCIAS

AKBARI, R., & HOSSEINI, K. (2008). Multiple intelligences and language learning strategies: Investigating possible relations. System, 36, 141-155.

ALMEIDA, L. (2002). As aptidões na definição e avaliação da inteligência: O concurso da análise fatorial. Paidéia, 12(23), 5-17. https://doi.org/10.1590/S0103-863X2002000200002.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ALMEIDA, L., Ferrando, M., Ferreira, A. I., Prieto, M. D., Fernández, M. C., & Sainz, M. (2009). Inteligências múltiplas de Gardner: É possível pensar a inteligência sem um fator g? Psychologica, 50, 41-55. https://doi.org/doi:10.14195/1647-8606_50_3.

ALMEIDA, L., Roazzi, A., & Spinillo, A. (2012). O estudo da inteligência: Divergências, convergências e limitações dos modelos. Psicologia: Teoria e Pesquisa, 5(2), 217-230. https:// periodicos.unb.br/index.php/revistaptp/article/view/17070.

BARONE, D.A.C. & SILVEIRA, S.R. Ciência Cognitiva e Inteligências Múltiplas: Teoria e Prática, v.4, nº1, p. 09-19, maio 2001.

FERNANDES, A.R.B. et al. Principais motivos que dificultam a aprendizagem da Matemática. Universidade Federal da Paraíba (UFPB) - PRG - XI Encontro de Iniciação à Docência. Paraíba, 2008.

GAMA, M. C. (1998). A Teoria das Inteligências Múltiplas e suas implicações para Educação. Obtido em 17 de Julho de 2009, de Psy_coterapeuta On line: http://www.homemdemello.com.br/psicologia/intelmult.htm.

GARDNER, Howard. Estruturas da Mente: A teoria das inteligências múltiplas. Porto Alegre: Editora ARTMED, 1994.

GARDNER, H. Inteligência: um conceito reformulado. O criador da teoria das inteligências múltiplas explica e expande suas ideias com enfoque no século XXI. Rio de Janeiro: Objetiva, 2000.

GARDNER, H. (2011b). Leading minds: An anatomy of leadership. Hachette UK.

GARDNER, H. (1983). Frames of mind: The theory of Multiple Intelligences. Basic Books.

GARDNER, H. Inteligências múltiplas: a teoria na prática. Porto Alegre: Artmed, 1995.

GIL, Antônio Carlos. Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

ISBN: 978-85-61702-77-9

LAI, H. Y. & Yap, S. L. (2016) Application of Multiple Intelligence Theory in the assessment for learning. In: S. Tang & L. Logonnathan. Assessment for learning within and beyond the classroom. (Eds. pp. 427-436) Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-0908-2_36.

SCHULTZ, D. P., & SCHULTZ, S. E. (2007). História da psicologia moderna. Thomson Learning. SHEARER, C. B. (2009). Criterion related validity of the MIDAS assessment. Image, 52(66), 1-33. https://www.bing.com/sear.

SHEARER, C. B. (2012). Cross cultural factor analytic studies of a Multiple Intelligences selfassessment. The International Journal of Educational and Psychological Assessment, 12(1), 1-19. Acesso em: 18/02/2023.

SILVA, J.A.F. Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na Matemática: algumas considerações. 2005. Acesso em: 18/02/2023.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. Múltiplas Inteligências na Prática Escolar. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação a Distância, 1999.

POCINHO, Margarida & MENDES, Cristina. Avaliação das Inteligências Múltiplas em Crianças do Ensino Fundamental. Psicologia: Teoria e Pesquisa., v.37, e. 37304, 2021

YALMANCI, S. G., & GOZUM, A. I. (2013).The effects of multiple intelligence theory based teaching on students' achievement and retention of knowledge. International Journal on New Trends in Education and Their Implications, 4(3), 27-36. 04 http://www.ijonte.org/FileUpload/ks63207/File/04.yalmanci.

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.012

CATENÁRIA: A CORDA BAMBA DA MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES

JOSEFA ITAILMA DA ROCHA
Professora: Doutora, Universidade Federal de Campina – UFCG, e tutora do Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, itailma@mat.ufcg.edu.br;

CELINE INGRID GOMES DOS SANTOS
Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, e integrante do Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, celineingridgomess@hotmail.com;

LARYSSA KELY ALVES RODRIGUES
Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, e integrante do Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, lkellyalves@hotmail.com.

RESUMO

A catenária (derivada do latim, ***catena***, que significa "corrente") é uma curva obtida a partir da suspensão de uma corda por dois pontos, sob a influência da gravidade. Por muito tempo, essa representação geométrica confundiu os matemáticos, devido à sua semelhança com a parábola. Os estudos acerca da catenária iniciaram-se com o matemático Galileu Galilei (1564-1624), que propôs que uma corrente suspensa fixada por dois pontos sujeita à ação da gravidade gera uma parábola. Entretanto, muitos anos depois, Christiaan Huygens (1629-1695) revelou que essa curva, em verdade, não é uma parábola. A partir dessa descoberta, os matemáticos dedicaram-se ao estudo dessa curva. A catenária tem diversas aplicações, como na construção de pontes, na distribuição de cargas e na construção de linhas de transmissão elétrica. Dessa forma, neste trabalho, objetivamos apresentar a catenária, apontando suas diferenças em relação à parábola e mostrar algumas de suas aplicações, principalmente na Engenharia e Arquitetura. Para isso, a metodologia utilizada para a construção desse trabalho foi a pesquisa bibliográfica, em revistas de educação matemática, dissertações de mestrado e teses de doutorado. Por último, pretendemos garantir que, ao usar essa abordagem em sala de aula, os alunos sejam capazes de perceber a presença dessa curva no cotidiano, evitando situações de confusões com a parábola. Em vista

do que fora exposto, essa abordagem pode ser usada como forma de curiosidade para, então, despertar o interesse dos alunos em relação à Matemática.

Palavras-chave: Catenária, Parábola, Curva, História da Matemática, Aplicações.

INTRODUÇÃO

A catenária – curva suspensa entre dois pontos sob a influência da gravidade – por muito tempo, confundiu os matemáticos por sua semelhança com a parábola. Esse nome, batizado pelo matemático por Gottfried Leibniz (1646-1716) tem origem do latim, ***catena,*** que significa corrente.

Mesmo após anos de estudos e descobertas que atestam a veracidade de que ambas são diferentes, ainda há uma quantidade significativa de pessoas que não reconhecem a catenária ou confundem as duas curvas, devido às suas semelhanças geométricas. Essa falta de discernimento pode ser causada pelo fato de que apenas a parábola é estudada nas escolas, fazendo com que os estudantes acreditem que todas as curvas naquele formato são uma parábola.

É comum encontrar, em nosso cotidiano, as duas curvas. Por exemplo, a catenária pode ser observada em estruturas como pontes, esculturas, obras arquitetônicas, nas Igrejas, cabos de energias pendurados em postes e entre outros. Por outro lado, a parábola é identificada nas antenas parabólicas, em construções de prédios e, de acordo com Cerqueira (2015), em faróis de carros, holofotes e lanternas. Dessa forma, por serem tão presentes, podem ser, de fato, confundidas.

Nessa perspectiva, apresentaremos a curva catenária, iniciando com um breve contexto histórico, definições e algumas de suas aplicações presentes no cotidiano, por meio da engenharia e arquitetura. Consoante a isso, abordaremos, a diferença entre a parábola e a catenária, além de algumas curiosidades, com o objetivo de evitar possíveis equívocos entre essas duas curvas tão notáveis. Por último, iremos propor uma atividade para ser aplicada em sala de aula, em que os conceitos vistos poderão ser exercitados.

METODOLOGIA

O presente trabalho fora desenvolvido a partir de uma orientação vinculada ao Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Campina Grande, e financiado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

A priori, a motivação para o desenvolvimento deste trabalho fora apresentar as principais diferenças entre as curvas parábola e catenária, e mostrar algumas aplicações dessa última à Engenharia e Arquitetura, principalmente. Para isso,

ISBN: 978-85-61702-77-9

procuramos abordar o tema de maneira clara, fazendo uma análise minuciosa das obras dispostas nas referências, por meio da pesquisa bibliográfica. Cabe ainda destacar que, para estudo do tema e produção deste trabalho, foram utilizados artigos de periódicos online e dissertações de programas de mestrado em Matemática.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

UM POUCO DE HISTÓRIA

Inicialmente, o famoso matemático, físico e astrônomo Galileu Galilei (1564-1624), tentou descrever a catenária. Em seus estudos, ele afirmou que essa representação geométrica seria uma aproximação da parábola. Porém, Christiaan Huygens (1629-1695) em 1646 afirmou que Galileu estava errado. Entretanto, não definiu qual curva a representa. De acordo com Eves (2004, p. 399), Huygens definiu a catenária da seguinte maneira: "curva assumida por uma corrente perfeitamente flexível e inextensível, de densidade linear uniforme, pendurada em dois ganchos não situados na mesma vertical".

Começou então, uma busca incansável dos estudiosos para mostrar qual era a expressão analítica da curva, após Jakob Bernoulli lançar um problema para os cientistas da época. De acordo com Pereira (2007), Jakob publicou no ***Acta Eruditorum***[1], o desafio mencionado acima: encontrar a curva formada por um fio pesado, flexível, inextensível, e de densidade constante em todo o seu comprimento, suspenso nos seus extremos.

Figura 1 - Problema da catenária

Fonte: Maor (1994, p. 141)

1 Revista Científica alemão publica entre 1682 e 1782.

ISBN: 978-85-61702-77-9

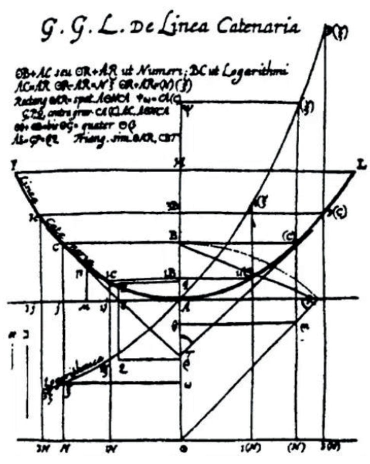
Após o desafio, Huygens, Leibniz e Jean (ou Johann) Bernoulli dedicaram-se para resolver o problema, em que cada um contribuiu para a descoberta. Os três apresentaram soluções, contudo, cada um abordou o problema de uma maneira distinta, utilizando o método que achavam mais conveniente. Entretanto, os três obtiveram a mesma solução.

É um fato que havia muitos atritos entre os membros da família Bernoulli e a busca pela solução do problema proposto por Jakob trouxe uma instabilidade ainda maior na relação entre os irmãos. De acordo com Mendes (2017), foram 44 anos entre a primeira solução de Galileu Galilei, que estava incorreta e necessitava de ajustes, até chegar na solução correta exibida por Jean Bernoulli.

Vale destacar que, segundo Mendes (2017), cada matemático utilizou seu método para a solução do problema, seja utilizando o Cálculo Diferencial, proposto por Leibniz, uma solução geométrica sugerida por Huygens, ou as sugestões analíticas advindas dos irmãos Bernoulli. Sendo assim,

> A descoberta da equação da catenária pode ser considerada como uma importante solução dos problemas desafiadores da história do cálculo. Além de Johann Bernoulli, Leibniz e Huygens também resolveram o problema. Huygens, em 1646, com apenas dezessete anos de idade, provou que a corrente suspensa não poderia adquirir a forma de uma parábola sem chegar a definir qual seria essa nova curva. Tempos depois, ele voltou ao problema e conseguiu, por meio de métodos geométricos, solucionar esse desafio. (TALAVERA, 2008, p. 43).

Figura 2 - Desenho de Leibniz



Fonte: Maor (1994, p. 142)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Dessa forma, para Mendes (2017), a equação da catenária pode ser considerada como uma importante solução dos problemas desafiadores da história do cálculo. Pois, naquela época, as ferramentas disponíveis para os estudos acerca das curvas não eram suficientes, e daí, o Cálculo Diferencial estava se mostrando bastante eficaz. Sendo assim, Talavera (2008, p. 44) corrobora afirmando que,

> Com a geometria analítica, as curvas poderiam ser estudadas através de suas equações, mas como qualquer equação poderia produzir uma nova curva, os estudiosos da geometria das curvas do século XVII estavam se confrontando com um número grande de curvas a pesquisar. Com essas novas curvas, a tradição grega dos métodos geométricos sintéticos não era mais suficiente, além do fato de as novas curvas apresentarem problemas para a determinação de suas áreas e perímetros.

Ainda sobre o problema proposto por um dos membros da família Bernoulli, as soluções analíticas e geométricas contribuíram significativamente para o estudo e interesse de novas curvas pelos matemáticos da época. Dessa forma, Mendes (2017, p. 21) diz que

> A equação da catenária era simplesmente subentendida a partir do modo como a curva era construída, como o desenho de Leibniz. Considerando a forma analítica e geométrica, as curvas permitem que suas resoluções acontecessem por equações. Sendo assim, qualquer curva poderia ser expressa por uma equação.

Outro fator importante a ser destacado é que, a equação dessa tão famosa curva é dada por uma função transcendente, ou seja, que não pode ser expressa por uma combinação finita de operações algébricas. De acordo com Maor (1994), a catenária é dada, na notação moderna, da seguinte maneira: $y = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2a}$, em que a é uma constante cujo valor depende dos parâmetros físicos da corrente, ou seja, sua densidade linear (massa por unidade de comprimento) e a tensão com a qual ela é segura.

No entanto, a equação naquela época, segundo Maor (1994) não foi apresentada na forma acima, pois ainda não havia um símbolo para o número , e a função exponencial era apenas vista como o inverso da função logarítmica. Ademais, de acordo com Eves (2004), a equação hiperbólica que define a catenária foi criada em 1757 por Vicenzo Riccati (1707 - 1775). Assim,

ISBN: 978-85-61702-77-9

> Com essa visão histórica da catenária, pode-se observar o caminho percorrido entre a observação da curva no ano de 1646 por Galileu e chegar a uma expressão algébrica no ano de 1757 por Riccati. Foram 111 anos de empenho, descobertas, desafios, conflitos, discordâncias e concordâncias, com grandes nomes associados a essa pesquisa e muitas contribuições que a catenária deixou para história da Matemática. (MENDES, 2017, p. 22).

UMA CATENÁRIA PODE SE APROXIMAR DE UMA PARÁBOLA?

De acordo com Talavera (2008), a catenária é descrita pela curva cuja equação é $y = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2a}$, em que a constante a é dada a partir de parâmetros físicos da corrente e da tensão com a qual ela é suspensa.

Cientes disso, se utilizarmos a Fórmula de Taylor para aproximar a função associada à equação da catenária $f(x) = \frac{e^{ax}+e^{-ax}}{2a}$, que, ainda, pode ser descrita por f(x) = cosh(x), a um polinômio algébrico, encontraremos

$$cosh(x) = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2a} = 1 + \frac{x^2}{2} + r(x),$$

uma vez que

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \cdots,\ e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

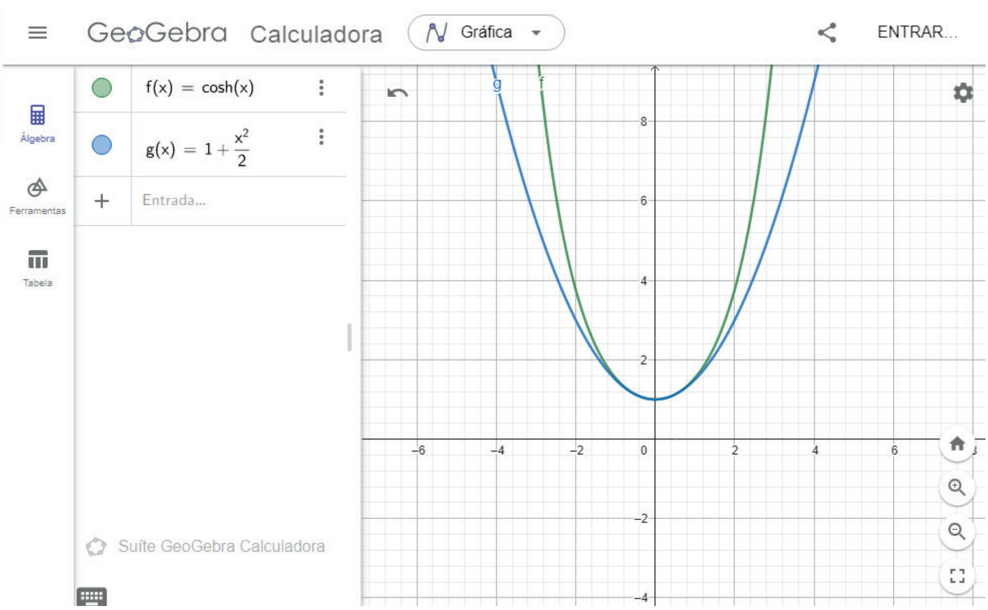
e $r(x)$ é o erro entre a catenária e a parábola, de ordem $({}^1/_2)^2$.

Segundo Sousa, Alves e Souza (2022), ao observarmos a fórmula explícita da catenária e da parábola, conseguimos imaginar o porquê de Galileu Galilei ter cometido o equívoco de confundir as duas curvas: a equação da catenária corresponde à de uma parábola acrescida de um termo de ordem 4.

Utilizando o GeoGebra – software matemático gratuito de geometria dinâmica – conseguimos visualizar essas aproximações.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 – Catenária e Parábola no GeoGebra



Fonte: Print screen do GeoGebra online, 2023.

LUGARES ONDE A CATENÁRIA PODE SER ENCONTRADA

Segundo Talavera (2008, p. 76), “fios de alta tensão e as cordas suspensas por duas hastes verticais usadas em bancos e supermercados, com a finalidade de separar e organizar filas de pessoas, são bons exemplos para a curva catenária.” No entanto, a catenária também se destaca na arte e na arquitetura. Tal como exemplificado pela notável contribuição do artista espanhol Antoni Gaudí, que projetou um majestoso prédio, em Barcelona, chamado Casa Mila. Essa incrível e atraente obra possui belos arcos em forma de uma catenária. (Kaplan, 2008)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4 - Casa Mila

Fonte: Quatro cantos do mundo, 2015.

Figura 5 - Casa Mila

Fonte: Ok apartment Barcelona, 2018.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Também no Casa Mila, uma escultura composta por correntes suspensas encontra-se no patamar superior. Como as correntes adotam, por sua própria natureza, a configuração elegante de uma catenária, esta obra revela-se como uma série de catenárias entrelaçadas em um esplêndido arranjo artístico. (Kaplan, 2008)

Figura 6 - Escultura no Casa Mila

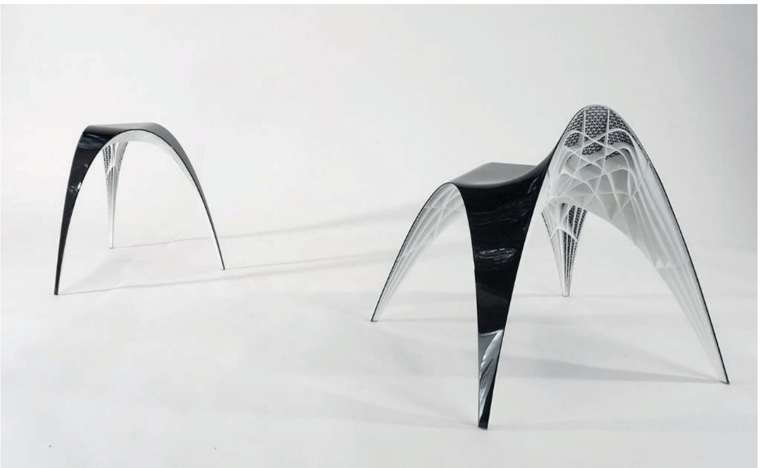
Fonte: Ferrovial blog, 2017.

Além disso, podemos mencionar a ***Gaudí Chair***, uma cadeira projetada pelo designer Bram Geenen em 2010. Dante (2016) pontua que a peça é composta por fibras de carbono, náilon e vidro, unidas por um jato de laser. Ainda de acordo com o autor, é na construção do "esqueleto" que entra a teoria da catenária e que o título da obra foi em homenagem a Antoni Gaudi, arquiteto explorador da catenária. Nessa perspectiva,

O modo de fabricar a estrutura que sustenta a cadeira é obtido por um raciocínio análogo ao de suspender o conjunto de grades no teto e deixar que a gravidade atue sobre ele, adquirindo o formato mais lógico e a força máxima necessária, como acontece com estruturas suspensas como as descritas pela equação de uma catenária. (DANTE, 2016, p. 139).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 7 - *Gaudí Chair*, cadeira projetada por Bram Geenen



Fonte: Bram Geenen.

Já em Minnesota, o Marquette Plaza - concebido pelo arquiteto Gunnar Birkerts - constitui um exemplar extraordinário atualizado, em que a catenária não apenas se integra originalmente ao design externo, mas também empresta uma imagem visual singular e inovadora à estrutura edificada. (Kaplan, 2008)

Figura 8 - Marquette Plaza

Fonte: The di wire, 2018.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ademais, também podemos encontrar a catenária em outras estruturas. Kaplan (2018, p. 52, tradução nossa) “Eero Saarinen and Associates projetou o Aeroporto Internacional de Dulles, que também incorpora o design de catenária em formato atraente”

Figura 9 - Aeroporto Internacional de Dulles

Fonte: FairFax Country, Virginia.

É relevante abordar que, a catenária encontra-se presente em pontes, em particular, nas famosas pontes pênseis. De acordo com Talavera (2008), essa ponte pode ser descrita como uma construção de concreto que liga duas margens, em que existem cabos que são tracionados em forma de arcos invertidos.

> Essas pontes podem ser grandes ou pequenas, são obras modernas, cada uma delas realizada para solucionar um problema imposto pela natureza ou minimizar problemas que surgiram a partir do desenvolvimento desenfreado das grandes metrópoles. As pontes pênseis existem em vários países, inclusive no Brasil. (Talavera, 2008, p. 48)

No Brasil, ainda segundo Talavera (2008), a ponte pênsil mais antiga é a Ponte Pênsil de São Vicente, projetada pelo engenheiro Francisco Saturnino Rodrigues de Brito. Construída no ano de 1914 e localizada na cidade de São Vicente, em São Paulo. Essa obra foi construída com o intuito de melhorar o saneamento básico da cidade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Saturnino de Brito assumiu em 1905 a chefia da Comissão de Saneamento de Santos, respeitando, em sua gestão, a topografia e hidrologia da cidade, evitando obras desnecessárias. Construiu a Ponte Pênsil de São Vicente com o objetivo de afastar a descarga de esgoto da cidade. (Talavera, 2008, p. 58).

Figura 10 - Ponte Pênsil de São Vicente

Fonte: BNDES.

Figura 11 - Ponte Pênsil

Fonte: Blogspot, 2009.

Um outro arquiteto de renome que se destaca na aplicação da catenária em seus projetos é Eero Saarinen (1910-1961), nascido na Finlândia e filho do também arquiteto Eliel Saarinen. Sua obra, denominada Arco do Portal, localizada em St. Louis, nos Estados Unidos, tornou-se um memorial de extrema relevância para o país.

> Arquiteto e designer finlândes migrou para os EUA em 1923. Em 1947, venceu o concurso para o Gateway Arc, em Sant Louis, Missouri. A obra foi concebida como um enorme arco localizado às margens do Rio designado por Mississipi. O arco é uma curva catenária, cujo vão e altura possuem ambos, 192 metros. Ele consiste em uma dupla pele de aço - na parte externa, aço inoxidável e, na parte interna aço carbono. (Lima e Miranda, 2021, p. 48)

Figura 12 - Arco do Portal

Fonte: Lemare Moveis, 2022.

ATIVIDADE: INVESTIGANDO AS PROPRIEDADES MATEMÁTICAS DA CATENÁRIA E DA PARÁBOLA

O objetivo dessa atividade é explorar as propriedades matemáticas fundamentais da catenária e da parábola, incentivando os alunos a aplicarem os conceitos matemáticos, a fim de compreender e diferenciar essas curvas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para a realização, serão necessários os materiais: papel milimetrado, calculadoras científicas, régua e compasso.

Procedimento:

1. Apresentação do conteúdo ou revisão teórica;
2. Atividade Prática I - Equações e Gráficos: o professor deve distribuir folhas de papel quadriculado aos alunos e pedir que resolvam e representem graficamente as equações de catenária e parábola em coordenadas cartesianas. Nesse momento, pode ser utilizado alguma calculadora para auxiliar nos cálculos, sobretudo, dos pontos sobre a curva da catenária;
3. Atividade Prática II: utilizando régua e compasso, os alunos devem realizar construções geométricas que evidenciem propriedades específicas de cada curva. Por exemplo, podem investigar as relações entre os focos e a diretriz da parábola, ou analisar a curvatura variável ao longo da catenária;
4. Resolução de Problemas: o professor pode apresentar problemas que envolvam aplicações práticas de catenárias e parábolas, como questões de engenharia, arquitetura ou física. Os alunos devem resolver esses problemas, aplicando os conceitos matemáticos aprendidos.

Por último, conclui-se a aula ressaltando a importância das catenárias e parábolas em diversas disciplinas matemáticas e científicas, e incentive os alunos a refletir sobre como esses conceitos podem ser aplicados em situações do mundo real.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em resumo, é de grande valia destacar a relevância do ensino da catenária no contexto da Educação Matemática, oferecendo uma abordagem enriquecedora que transcende a mera transmissão de conceitos abstratos. A compreensão dessa curva em contraste com a parábola, não apenas aprofunda o conhecimento matemático dos alunos, como também enriquece sua apreciação pela disciplina.

Ao apresentar o contexto histórico abrangente que atravessa a trajetória da catenária, os estudantes são instigados a conhecer a matemática como uma disciplina viva e dinâmica, conectada à história humana. Além disso, a confusão

ISBN: 978-85-61702-77-9

inicial entre catenária e parábola pelos matemáticos antigos soa como um exemplo das complexidades presentes no desenvolvimento do pensamento matemático ao longo do tempo.

Ademais, a atividade prática que fora apresentada surge como uma ferramenta pedagógica de grande valia para os educadores que buscam aprimorar o ensino de matemática. Pois proporciona aos alunos a oportunidade de não apenas manipular equações em papel, mas também de explorar visualmente as curvas em atividades práticas. Dessa forma, os educadores podem não apenas promover uma compreensão mais rica dessas curvas, mas também estimular o pensamento crítico e a resolução de problemas, preparando os alunos para enfrentar desafios matemáticos mais complexos no futuro.

Portanto, ao integrar a catenária no ensino de matemática, não apenas estimulamos a curiosidade dos alunos por meio de experiências práticas e aplicações históricas, mas também nutrimos a paixão pelo aprendizado matemático, capacitando os alunos a verem a disciplina como uma ferramenta essencial para a compreensão do mundo.

REFERÊNCIAS

ASPECTOS DA PARÁBOLA E DA CATENÁRIA: UM ESTUDO À LUZ DA GEOMETRIA DINÂMICA. Florianópolis: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 17, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/88156/51998. Acesso em: 14 nov. 2023.

BLOGSPOT. **Ponte Pensil - São Vicente**. Disponível em: http://pontepensil.blogspot.com/. Acesso em: 15 nov. 2023.

BNDES. **Ponte pênsil**. Disponível em: https://www.resjeroteirosbaixadasantista.prceu.usp.br/sitio/ponte-pensil. Acesso em: 15 nov. 2023.

BRAM GEENEN. Disponível em: https://bramgeenen.com/. Acesso em: 13 nov. 2023.

CERQUEIRA, Adriano Almeida. **Parábola e suas Aplicações**. 2015. 55 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2016.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FAIRFAX COUNTRY, VIRGINIA. Disponível em: https://www.fxva.com/listing/dulles-international-airport/1223/. Acesso em: 15 nov. 2023.

FERROVIAL BLOG. **¿Cuál es la relación entre Gaudí y las tecnologías emergentes?.** Disponível em: https://www.pinterest.es/pin/751960469013226280/. Acesso em: 13 nov.

KAPLAN, Gail. **The Catenary**: art, architecture, history, and mathematics. Art, Architecture, History, and Mathematics. 2008. Towson University, USA. Disponível em: https://archive.bridgesmathart.org/2008/bridges2008-47.pdf. Acesso em: 14 nov. 2023.

LACATENARIA en arquitectura. Universidade Politécnica de Madrid. Disponível em: http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/fdistancia/pie/Chip%20geom%C3 %A9trico/Catenaria.pdf. Acesso em: 14 nov. 2023. 2023.

LEMARE MOVEIS. **Eero Saarinen: conheça a biografia, principais obras e os móveis que fizeram história.** Disponível em: https://blog.lemaremoveis.com.br/eero-saarinen/. Acesso em: 15 nov. 2023.

MAOR, Eli. ***e*****: a história de um número**. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

MENDES, Marlon Freitas. **A curva catenária como aplicação da função exponencial**. 2017. 76 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2008.

OK APARTMENT BARCELONA. **De architectuur van het Casa Mila**. Disponível em: https://www.barcelonacheckin.com/nl/r/barcelona_gids/artikels/casa_mila_architectuur/ Acesso em: 13 nov. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

PEREIRA, Liliana Isabel Monteiro Soares Pereira. **Uma Abordagem Interactiva ao Tratado das Curvas Especiais Notáveis de Gomes Teixeira.** Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Departamento de Matemática Pura, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. 2007.

PROBLEMA DA CATENÁRIA: HISTÓRIA, SOLUÇÃO E APLICAÇÕES. Minas Gerais: Matemática & Ciência, 2021. Disponível em: https://periodicos.pucminas.br/index.php/matematicaeciencia/article/view/26814/18528. Acesso em: 15 nov. 2023.

QUATRO CANTOS DO MUNDO. **Casa Milá (La Pedrera) – Barcelona – Arquitetura Espetacular.** Disponível em: https://quatrocantosdomundo.wordpress.com/2015/05/17/casa-mila-la-pedrera-barcelona-arquitetura-espetacular/. Acesso em: 13 nov. 2023.

TALAVERA, Leda Maria Bastoni. **Parábola e catenária: história e aplicações**. 2008. 96 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

THE DI WIRE. **KBS Strategic Opportunity REIT compra Minneapolis Office Tower por US$ 88,4 milhões.** Disonível em: https://thediwire.com/kbs-strategic-opportunity-reit-buys-minneapolis-office-tower-88-4-million/. Acesso em: 13 nov. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.013

COMPETÊNCIAS PROFISSIONAIS PARA USO DAS TECNOLOGIAS EM MATEMÁTICA: REVISÃO INTEGRATIVA

MARCOS FABIANO OLIVEIRA MANGUEIRA
Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraiba - UEPB, santanademangueira@gmail.com.

RESUMO

O uso das tecnologias em nossa sociedade trouxe uma série de transformações em todos os lugares e está cada vez mais presente na vida das pessoas. Referente a educação, os benefícios que a tecnologia pode trazer aos processos de ensino e aprendizagem são capazes de atuar de maneira mais atraente e inovadora junto aos seus alunos. Para que os professores reconheçam e utilizem as novas tecnologias no ensino da Matemática precisam ter as ferramentas tecnológicas como uma aliada muito importante na construção do conhecimento, principalmente em suas práticas pedagógicas, fazendo uso das novas tecnologias, incorporando-as em suas aulas e favorecendo aos alunos uma aprendizagem matemática envolvente. Sendo assim, é constante a procura por práticas inovadoras, com o desenvolvimento de competências profissionais referentes a prática pedagógica que contribuam para o processo de ensino aprendizagem em matemática. Portanto, o presente artigo, busca identificar através de uma revisão integrativa, artigos na base de dados Capes, com um recorte de 2017 a 2022, que discutam o desenvolvimento de competências para o uso das tecnologias, e como elas contribuem para a atuação do professor de Matemática em sala de aula. A partir do exposto, foi possível constatar que mesmo após a implementação da BNC-Formação, a qual determina que seja estabelecido aos licenciandos o desenvolvimento das competências gerais docentes, ainda existe um número muito pequeno de estudos que abordem essa temática, a qual impacta diretamente no trabalho docente.

Palavras – chave: Tecnologias. Práticas Pedagógicas. Matemática. Competências.

1. INTRODUÇÃO

Buscando analisar as interações, compreensões e concepções dos professores sobre o uso das tecnologias digitais no ensino de matemática, surgem diversas questões de âmbito pedagógico para entender como ocorre esse processo de aprendizagem. No contexto atual da educação, estamos vivenciando novas práticas, pois, as tecnologias digitais estão presentes na rotina dos alunos e professores. A atualização do ensino nos traz novos contextos e implica em uma mudança nas práticas docentes. O avanço e a disponibilização das tecnologias de informação e comunicação, (TIC's) fazem parte dessa mudança, principalmente no que diz respeito a transformações comportamentais na sociedade.

Nessas tecnologias estão envolvidos a grande parte do passatempo dos alunos e são com elas que ocupam a maior parte do seu dia. As tecnologias digitais estão cada vez mais presentes nos processos de ensino-aprendizagem. O uso das mesmas estimula e potencializa o processo de aprendizagem, auxiliando tanto os alunos quanto os professores, pois ambos aprendem juntos. Além disso, o uso das tecnologias desperta a curiosidade e possibilitam uma melhor relação dos alunos em se comunicar e consequentemente em estudar (ABREU; ASSIS, 2022).

Os métodos tradicionais de ensino não contemplam as necessidades do aluno no cenário atual. A elaboração de novas formas do processo de aprendizado que viabilize a construção de conhecimento pelos próprios alunos, podem ser desenvolvidos pela criação de redes de interação através ambientes virtuais de aprendizagem, como as redes sociais, blogs etc. (SALES et al., 2017).

Muitos professores se encontram angustiados e descontentes com seus processos e resultados obtidos nas aulas de matemática. Ocorre um equívoco nos processos de formação e a prática na sala de aula.

Os professores raramente conseguem mudanças significativas e muitos acabam deixando de lado as boas práticas, pois se sentem desmotivados. Alguns tentam resolver individualmente os problemas, mas sem êxito. Em meio a esse contexto, encontram-se os alunos, que se tornam as vítimas de uma matemática meramente reproduzida e descontextualizada sendo utilizado apenas exemplos de livros, desvinculada da realidade, e um mar de etapas e fórmulas, que juntas sem contexto, acabam atrapalhando ainda mais a compreensão dessa ciência.

Diante dos fatos, essas dificuldades não podem ser ignoradas, mas que é possível desenvolver um trabalho contextualizado no ensino de matemática aliado

ISBN: 978-85-61702-77-9

à tecnologia, mostrando as suas potencialidades. Além disso, a Matemática é considerada por muitos alunos uma disciplina bem complexa, o que torna um expressivo número de reprovação entre os mesmos, mas com o uso das tecnologias de comunicação e informação este quadro pode ser revertido.

Diante dessas constatações, se destaca a prática pedagógica e o desenvolvimento de competências para lidar com ferramentas tecnologias e garantir o processo de aprendizagem. Promover o ensino da Matemática através do uso das tecnologias disponíveis como aliadas para a construção da efetiva aprendizagem, é um grande trunfo.

No mais, o uso integrado das tecnologias, encontram-se reforçados na Base Nacional Comum Curricular – BNCC e nas diretrizes de formação de professores BNC – Formação Inicial, alinhados a BNCC (BRASIL, 2018), onde se evidencia o uso de tecnologias nas competências e habilidades voltadas para o aprendizado dos alunos.

Pensando nisso, e no desenvolvimento de novas competências profissionais, o objetivo desse trabalho foi através de uma revisão bibliográfica identificar artigos na base de dados Capes, com um recorte de 2017 a 2022, que discutam o desenvolvimento de competências para o uso das tecnologias, e como elas contribuem para a atuação do professor de Matemática em sala de aula. A escolha do recorte temporal, partiu da necessidade de explorar a temática, uma vez que condiz com o ano da implementação da BNC -Formação (2019), a qual determina que seja estabelecido aos licenciandos o desenvolvimento das competências gerais docentes.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Trata-se de uma revisão integrativa com abordagem qualitativa de natureza exploratória, que consiste em um método de pesquisa da prática baseada em evidências, pois sintetiza as pesquisas disponíveis sobre determinado tema, fundamentando-se em conhecimento científico (SOUZA; SILVA; CARVALHO, 2010). Ainda, de acordo com Beyea e Nicoll (1998, p.879),

> A revisão integrativa da literatura consiste na construção de uma análise ampla da literatura, contribuindo para discussões sobre métodos e resultados de pesquisas, assim como reflexões sobre a realização de futuros estudos. O propósito inicial deste método de pesquisa é obter um profundo entendimento de um determinado fenômeno baseando-se em estudos anteriores. É necessário seguir padrões de rigor metodológico,

ISBN: 978-85-61702-77-9

clareza na apresentação dos resultados, de forma que o leitor consiga identificar as características reais dos estudos incluídos na revisão.

Nessa perspectiva, o processo de elaboração do presente estudo foi realizado entre janeiro e fevereiro de 2022 e apresentou as seguintes fases: (i) definição da pergunta norteadora, estratégia de busca na literatura, identificação dos estudos e coleta de dados; (ii) análise dos estudos incluídos; (iii) discussão dos resultados (iiii) apresentação da revisão integrativa (SOUZA; SILVA; CARVALHO, 2010).

2.1 DEFINIÇÃO DA PERGUNTA NORTEADORA

É certo afirmar que o uso de tecnologias da informação e comunicação pelos professores de matemática pode promover mudanças nas formas de ensinar e aprender os conteúdos?

2.2 ESTRATÉGIA DE BUSCA NA LITERATURA

Para o levantamento dos artigos na literatura, realizou-se uma busca nas seguintes bases de dados: Portal de periódicos da Capes (CAPES);. Foram utilizados, para busca dos artigos, os seguintes descritores e suas combinações na língua portuguesa: competências tecnologias matemática; tecnologias digitais e aprendizagem.; tecnologias e ensino de matemática; competências e ensino de matemática.

2.3 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO E EXCLUSÃO

2.3.1 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO

Os critérios de inclusão definidos para a seleção dos artigos foram:

- Publicações disponibilizadas em português; inglês e espanhol;
- Periódicos revisados por pares;
- Período de publicação entre 2017 e 2022;
- Busca por artigos científicos, excluindo-se outros tipos de trabalhos (teses, dissertações, livros e resenhas).

ISBN: 978-85-61702-77-9

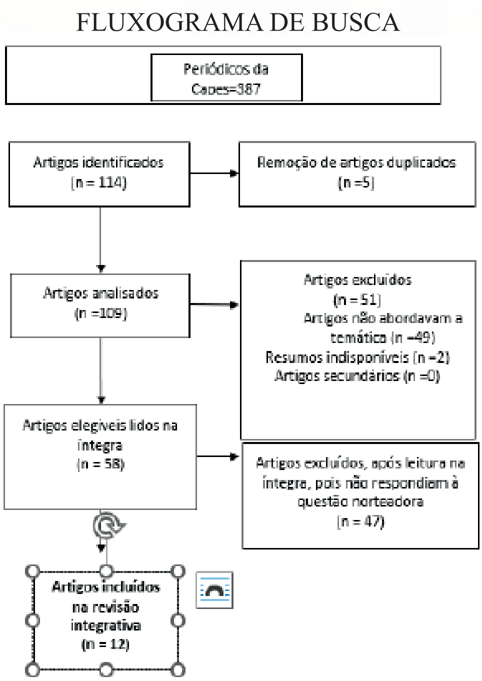
2.3.2 CRITÉRIOS DE EXCLUSÃO

Os critérios de exclusão foram as publicações em duplicidade e aquelas em que o objeto de estudo não estabelecia relação com o tema abordado.

2.4 IDENTIFICAÇÃO DOS ESTUDOS E COLETA DE DADOS

Inicialmente todos os estudos identificados na pesquisa foram avaliados a partir de seus títulos e/ou resumos. Posteriormente, os estudos que atenderam aos critérios de inclusão foram recuperados para leitura do texto completo e nova avaliação quanto aos critérios de inclusão. Do total de estudos selecionados, foi realizada uma leitura prévia e identificados alguns eixos para análise. Após essa etapa, as informações extraídas dos estudos selecionados incluíram: título, autores, base de dados, ano de publicação, idioma, objetivo do estudo e conclusão. A Figura 1 apresenta o fluxograma desenvolvido para atender o objetivo do estudo.

Figura 1 - Distribuição e seleção dos artigos segundos os critérios de elegibilidade estabelecidos na pesquisa (Fev-Mar, 2023).



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

ISBN: 978-85-61702-77-9

2.5 ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos estudos selecionados, em relação ao delineamento de pesquisa, pautou-se em Polit, Beck e Hungler (2004) e Lo Biondo-Wood e Haber (2001), sendo que tanto a análise quanto a síntese dos dados extraídos dos artigos foram realizadas de forma descritiva, possibilitando observar, contar, descrever e classificar os dados, com o intuito de reunir o conhecimento produzido sobre o tema explorado na revisão.

3. RESULTADOS

Foram selecionados 12 artigos para análise. Quanto ao ano de publicação dos artigos, 05 (50%) correspondem ao ano de 2020 e 05 ao ano de 2021, obtendo assim, uma igual representatividade. Os demais resultados encontram-se na tabela 1.

Tabela 1- Distribuição dos estudos incluídos na revisão, referente aos anos de publicação, compreendidos entre 2002 e 2022.

Ano de publicação	Número absoluto	%
2017	1	0%
2018	1	0%
2019	1	8,3%
2020	1	41,66%
2021	1	41,66%
2022	2	8,3%

Fonte: Dado do autor

Em relação ao Quadro 1, tem-se a seguir uma sinopse que contém as principais características dos artigos selecionados neste trabalho, sendo os mesmos retratados com título do estudo, autor, ano de publicação, objetivo e conclusão do estudo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 1- Sinopse demonstrativa dos artigos compreendidos entre 2010 e 2021 incluídos no estudo.

Nº	Título	Autores	Ano	Objetivo do Estudo	Conclusão
1	Educação Matemática e Formação Inicial: uso de novas tecnologias em sala de aula	Benedito Rodrigues Brazil Marco Antônio Escher	2020	Aumentar a qualidade das ações voltadas à formação de professores, bem como, explorar as formas de contribuições do programa Super. Logo para o ensino de geometria com prioridade para a formação inicial.	Foi possível constatar que os resultados foram relevantes que serviram para dinamizar o curso de matemática do Campus do Pantanal (CPAN/UFMS), contribuindo para uma melhor formação acadêmica, científica e técnica dos futuros docentes.
2	Design, (re)formulação e resolução de problemas com o uso de tecnologias digitais na formação inicial de professores de matemática	Fischer Figueiredo, Fabiane ; Oliveira Groenwald, Claudia Lisete	2020	i investigar quais são os conhecimentos produzidos por futuros professores de Matemática, nos aspectos matemáticos, metodológicos, tecnológicos e acerca da abordagem de temas de relevância social, por meio do design, da (re)formulação e resolução de problemas abertos e do planejamento e realização de práticas pedagógicas, em que tais problemas são propostos.	Foi evidenciado a aquisição de experiências, que contribuíram para a produção de conhecimentos docentes, relativos ao design de problemas abertos e que abordam temas de relevância social com o uso de tecnologias digitais e acerca do e resolução desses problemas são evidenciadas. planejamento e realização de práticas pedagógicas, em que a (re)formulação
3	FORMAÇÃO, TECNOLOGIA E INCLUSÃO: o professor que ensina Matemática no "novo normal"	Silva, Américo Junior Nunes da ; Nery, Érica Santana Silveira ; Nogueira, Cleia Alves	2020	refletir sobre os impactos e desafios impostos no momento atual de pandemia para a formação dos professores que ensinam Matemática no que se refere à efetivação de uma prática inclusiva com o uso das tecnologias digitais	Foi possível constatar que perante o "novo normal", faz-se necessário repensar o ensino de Matemática desenvolvido nas instituições de ensino, com o intuito de incorporar novas tecnologias digitais e de considerarmos um ensino paratodos, subsidiado pela concepção de acessibilidade enquanto um aspecto transversal que pode contribuir não apenas para o estudante ou professor que tem alguma Necessidade Educacional Específica, mas com todos os agentes envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem. Ademais, para que todos esses aspectos possam se efetivar faz-se necessário, antes de tudo, uma formação docente pautada em uma práxis reflexiva, que possibilite aos professores analisarem continuamente a sua prática docente a luz de fundamentos teóricos. Além disso, torna-se necessária, a disponibilização de materiais adequados e acessíveis tanto para os professores quanto para os estudantes, para que os processos de ensino e aprendizagem sejam efetivos e contribuam para a formação humana e cidadã de todos os brasileiros.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nº	Título	Autores	Ano	Objetivo do Estudo	Conclusão
4	Um olhar para a utilização de tecnologias digitais como objeto de estudo em uma licenciatura em matemática na modalidade a distância	Gonçalves, Elivelton Henrique ; Marco, Fabiana Fiorezi de	2022	Verificar como as tecnologias digitais são metodologicame nte abordadas como objeto de estudo em um curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância, na perspectiva dos professores formadores	Foi constatado a a necessidade de um maior cuidado por parte dos docentes formadores na organização do ensino de suas disciplinas quanto à relação sala de aula e tecnologias digitais, propondo situações formativas que não apenas apresentem as tecnologias ao licenciando, mas, igualmente, que permitam a esse futuro professor elaborar e se apropriar de conhecimentos acerca da integração de tais tecnologias na sala de aula
5	O ensino de matemática e tecnologias: ações e perspectivas de professores de matemática em tempo de pandemia	Rosa, Maria Cristina ; Elyton Batista dos Santos, José ; Da Silva Souza, Denize	2021	conhecer como as ações de enfrentamento à pandemia têm implicado no exercício da docência de professores de matemática, sobretudo, em relação à inserção das tecnologias de informação e comunicação (TIC).	Como resultados, os professores evidenciam dois principais obstáculos a serem superados nos processos de ensino e aprendizagem durante esse período; a pouca interação com os alunos, e a defasagem na sua formação docente para o uso das TIC. Em vista disso, como estratégias para superar esses desafios, os professores apontam uma reorganização didática- pedagógica, priorizando abordagens que minimizem tais dificuldades.
6	O uso das tecnologias digitais no ensinar matemática: recursos, percepções e desafios	Silva, Raquel Silveira da ; Novello, Tanise Paula	2019	compreender o fazer pedagógico dos professores de Matemática da Educação Básica atrelado ao uso das tecnologias digitais.	Dentre as principais percepções e desafios está a formação continuada voltada para o uso das tecnologias digitais. No entanto, se faz necessário, repensar os recursos utilizados em sala de aula, bem como criar alternativas que atendam as necessidades dos sujeitos envolvidos e imersos em uma cultura tecnológica e assim contribuir para mudanças significativas no fazer docente no cenário atual
7	As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação como um recurso didático no Currículo de Matemática	Homa- Agostinho, Iaqchan Ryokiti ; Oliveira–Groenwald, Claudia Lisete	2020	Verificar as possibilidades didáticas das tecnologias digitais para a Educação Matemática na educação básica e no ensino superior	Foram apresentados um simulador de um braço robótico, um objeto de aprendizagem para visualização da área de triângulos e uma sequência didática com a temática Estatística e Educação Ambiental, cujos resultados, encontrados com a utilização de recursos digitais, foram positivos e demonstram potencial para ser utilizados pelos professores na sala de aula, podendo ser explorados no planejamento didático, tanto na educação básica quanto na formação de professores.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nº	Título	Autores	Ano	Objetivo do Estudo	Conclusão
8	Tecnologias e trabalho remoto em tempos de pandemia: concepções, desafios e perspectivas de professores que ensinam matemática	De Jesus Teixeira, Cristina ; Campos Ferreira, Weberson ; Neves Fraz, Joeanne ; Eustáquio Moreira, Geraldo	2021	verificar se as ferramentas tecnológicas utilizadas no desenvolviment o do ensino remoto pelos/as professores/as que ensinam matemática têm se mostrado adequadas frente às necessidades atuais e quais as dificuldades em relação à tecnologia despendida no processo de ensino.	Os resultados nos mostram que os/as docentes apontam dificuldades de ordem técnica, pedagógica e social, mas reconhecem as possibilidades do uso de tecnologias digitais de informação e comunicação em suas aulas e a necessidade da formação continuada
9	Tecnologias digitais na área de matemática da política educacional da BNCC: reflexões para o ensino fundamental	Scheffer, Nilce ; Finn, Gabriela ; Zeiser, Mateus Henrique	2021	apresentar dados e reflexões de pesquisa, referente à área de Matemática do Ensino Fundamental - Anos Finais, do discurso presente no texto da Política Educacional - Base Nacional Comum Curricular – BNCC, sob a perspectiva das tecnologias digitais para ressignificar o ensino.	Os resultados obtidos até o momento demonstram que na BNCC as tecnologias digitais ainda estão relacionadas de forma tímida com os conhecimentos matemáticos analisados nas áreas temáticas da base, dada a referência ao assunto presente no discurso de seu texto. Problemas como a formação dos educadores, o planejamento e a necessidade de novas práticas docentes são abordados, uma vez que podem contribuir para a compreensão, a visualização e a representação no ensino de Matemática
10	As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação como um recurso didático no Currículo de Matemática	Oliveira–Groenwald, Claudia Lisete ; Homa Agostinho, Iaqchan Ryokiti	2020	apresenta os resultados de pesquisa do projeto Educação Matemática e Tecnologias Digitais, desenvolvida no grupo de pesquisa de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em Canoas, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil.	Foram apresentados um simulador de um braço robótico, um objeto de aprendizagem para visualização da área de triângulos e uma sequência didática com a temática Estatística e Educação Ambiental, cujos resultados, encontrados com a utilização de recursos digitais, foram positivos e demonstram potencial para ser utilizados pelos professores na sala de aula, podendo ser explorados no planejamento didático, tanto na educação básica quanto na formação de professores.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nº	Título	Autores	Ano	Objetivo do Estudo	Conclusão
11	Tecnologias digitais no ensino e na formação docente segundo a visão de estudantes de licenciatura em matemática	Rita de Cássia ; Scucuglia Rodrigues da Silva, Ricardo	2021	apresentar e discutir as visões de futuras docentes em relação à integração das tecnologias digitais no ensino de Matemática e na formação de professores	Os resultados, que são apresentados por meio de categorias e subcategorias, evidenciam que as estudantes consideram que as tecnologias digitais são importantes tanto no aprendizado de conteúdos matemáticos, como na formação dos futuros professores, mas avaliam que essa temática tem sido negligenciada em sua própria formação docente e no ensino de Matemática na Educação Básica
12	Desafios do ensino de matemática com tecnologias digitais nos anos iniciais	Soares Ribeiro, Elisângela ; Sant'Ana, Irani Parolin ; Sant'Ana, Claudinei de Camargo	2021	identificar e analisar as possibilidades, desafios em utilizar pedagogicamente as tecnologias na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.	os resultados apontam que os professores reconhecem que as Tecnologias Digitais (TD) estão cada vez mais próximas da vida escolar bem como a importância da formação continuada para alavancar a utilização das TD em sala de aula.

Fonte: Dado do autor

ISBN: 978-85-61702-77-9

4. DISCUSSÃO

No contexto da educação brasileira, a trajetória da informática se iniciou na década de 1970 e então diversos programas foram desenvolvidos, com destaque para os projetos como o EDUCOM, o FORMAR e o Um Computador por Aluno, o Programa Nacional de Informática Educativa, Programa Nacional de Informática na Educação, que foram inspirados a partir da ideia das mudanças pedagógicas através da utilização do computador, com o foco em informatizar as escolas, possibilitando propostas diferentes no contexto pedagógico, hoje em dia o Plano Nacional de Educação indica para o desenvolvimento dos aspectos tecnológicos, buscando incentivar o desenvolvimento, selecionando, certificando e divulgando as tecnologias educacionais a partir da educação infantil, e assim, seguindo para o ensino fundamental e ensino médio, incentivando as práticas pedagógicas inovadoras para assegurar melhoria no fluxo escolar e na aprendizagem. A BNCC que foi aprovada no ano de 2018 se tornou referência nacional para currículos nos sistemas e nas redes escolares nos Estados, e Distrito Federal, nos Municípios e nas propostas pedagógicas de instituições escolares (SCHEFFER et al., 2021).

Sendo apresentada dividida em três grupos específicos a Educação Infantil, Ensino Fundamental e o Ensino Médio possuem as etapas do Ensino Fundamental e Médio dividido através das áreas de conhecimento, e assim, a BNCC (a política em avaliação no estudo) pode ser compreendida como um documento responsável pela orientação e inclusão de tecnologias digitais, bem como o debate relacionado com o pensamento computacional para a educação básica, as análises textuais concentram-se nos caminhos desenvolvidos na Base, sendo concebidos como aspectos fundamentais para integrarem ações para o ensino em escolas brasileiras nos próximos anos (SCHEFFER et al., 2021).

Ao se considerar a evolução tecnológica atualmente na sociedade, instituições de ensino superior passaram a buscar através das atividades de ensino, de pesquisa e de extensão, a formação de cidadãos que possam ser capazes em produzir conhecimentos, transformando a realidade e emancipando enquanto sujeitos envolvidos nesse processo para o desenvolvimento humano, sendo eles no contexto científico, no social, no econômico, no ambiental e no cultural, frente a essas mudanças, as universidades, mesmo que timidamente, buscam repensar os seus cursos para incluírem-se junto ao movimento do ensinar e aprender dentro de uma sociedade tecnológica, sendo uma nova cultura digital que modela formas para o

ISBN: 978-85-61702-77-9

pensar, o agir e o comunicar com os outros, trabalhando e agindo (SILVA et al., 2019).

Em relação a esse novo modelo de comunicação, existe a possibilidade para se desenvolver de novas maneiras para o ensino e a aprendizagem, para mudanças dos espaços de aprendizagem, a relação entre os alunos e os professores, assim como informações cada vez mais aceleradas e também disponíveis junto aos diferentes dispositivos móveis, como os smartphones e os tablets, essas tecnologias digitais influenciam na transformação de hábitos das pessoas que no cotidiano exercem suas atividades com esses recursos tecnológicos, entretanto, os educadores e gestores ainda estão absorvendo e aplicando essas adaptações na era digital, buscando fazer a diferença no aspecto profissional da educação, vários estudos demostram que essas Tecnologias Digitais são ferramentas que podem oferecer uma modificação a uma determinada cultura vinda a alterar as formas em como se atua em sociedade, precisando ser vivenciadas através dos ambientes educacionais (SILVA et al., 2019).

Tecnologias digitais de informação e de comunicação são parte integrante do cotidiano que é vivenciado pelo homem e, com a recente pandemia da Covid-19, esse contexto adentrou nas escolas como uma condição a fim de que o processo de ensino e aprendizagem não fosse alterado drasticamente e interrompido, e esses recursos tecnológicos vieram a permitir que aulas remotas pudessem ser ministradas no período da pandemia da Covid-19, graças à quantidade das ferramentas digitais que tornaram o processo da aprendizagem muito mais significativo, durante a pandemia, os professores e professoras puderam aprendem a fazer bom uso desses instrumentos tecnológicos, explorando seu universo para mais possibilidades diante do exercício da prática (JESUS TEIXEIRA et al., 2021).

O design relacionado aos problemas pertinentes que abordam os temas de relevância social com a utilização das tecnologias digitais é entendido como uma perspectiva metodológica que deve ser empregada para a formação inicial dos professores, assim como alunos de Licenciatura em Matemática, já que os experimentos de design de enunciados e de planejamento pedagógico visam favorecer a criação para novos enunciados dos problemas e consonantes relacionados com as necessidades educacionais, são experimentos devem ser desenvolvidos a partir do enfoque do aspecto da (re)formulação e da resolução dos problemas com utilizando as tecnologias digitais, para que possam estudar, a discutir, a investigar e a refletir junto ao seu processo formativo, a respeito de como podem ser desenvolvidos

ISBN: 978-85-61702-77-9

conceitos matemáticos, fazendo uso das tecnologias digitais e abordando temas com relevância social, preparando assim para sua integração no fazer pedagógico da sala de aula, especialmente na disciplina de Matemática (FIGUEIREDO et al., 2020).

A imposição de distanciamento social, assim como a suspensão de aulas veio a separar fisicamente professores e alunos, mas o aparato tecnológico permitiu uma grande reconfiguração na interação de professor-aluno, e assim, reaproximando o educador do educando a modo que permitisse alcançar resultados positivos relacionados com o rendimento dos alunos, proporcionando o sanar das dificuldades de aprendizagem encontradas nesse trajeto e assim, trazendo também mais possibilidades para apoio do professor e interação entre os alunos, a educação escolar e uso das novas tecnologias permite levar em conta a relação que existe entre a comunidade, os alunos e os professores através dessas ferramentas, enfatizando assim que seu uso não deve ser indiferente com suas vivências e os saberes construídos (JESUS TEIXEIRA et al., 2021).

Inúmeras ações por parte das secretárias municipais, das estaduais e o MEC, fomentam processos de caráter formativos para que possam contribuir para um melhor aperfeiçoamento e a ampliação de conhecimento a respeito das tecnologias e de seu uso na prática docente, umas destas das propostas do MEC foi de disponibilizar a plataforma AVAMEC de cursos gratuitos para professores de diferentes níveis de ensino, outro exemplo são as videoconferências que são disponibilizadas através das instituições de ensino superior como as universidades e os institutos através do google meet, do zoom, do youtube, dos hangouts, da plataforma Cafee, dentre outras que buscam orientar e proporcionar as intervenções a fim de incrementar e diversificar o ensino (ROSA et al., 2021).

Após esse período de pandemia, desafios que surgiram não deixarão de existir, a educação se encontra intrínseca a esses elementos mais complexos e que a cada dia pode-se entender que essa complexidade só aumenta, em relação ao ensino da matemática, surge a necessidade de se relacionar conhecimentos científicos com os tecnológicos no aspecto contributivo e mais significativo na aprendizagem (ROSA et al., 2021).

A partir de estudos feitos por Gonçalves et al., (2022), é possível inferir na necessidade para um maior cuidado da parte dos docentes formadores relacionados com a organização do ensino das suas disciplinas e a relação de sala de aula e as tecnologias digitais, permitindo situações formativas que não apresentem somente as tecnologias para o licenciando, mas, que possam também, permitir para esse futuro professor a elaboração e apropriação dos conhecimentos sobre a integração dessas tecnologias em sala de aula.

A maior parte das pesquisas sobre a área da Educação Matemática tem revelado quadros de fracassos que esse ensino de Matemática tem atravessado, é um fracasso que pode ser percebido mais claramente ao se tratar do ensino para as camadas populares menos favorecidas no aspecto socioeconômico, ou mesmo de locais mais afastados de grandes centros, mesmo com a aproximação das novas maneiras de comunicação promovidas, diante disso é possível compreender que os professores formadores tem que enfrentar inúmeros desafios para criar mais alternativas a fim de melhorar a formação inicial dos futuros professores de Matemática (RODRIGUES et al., 2020).

E possível notar de que não basta somente registrar as taxas sobre evasão e repetência, é necessário desenvolver propostas que possam buscar a superação desse quadro, entende-se que a formação inicial dos professores passa pela localização sobre as causas de fracasso no ensino da matemática e crítica em relação ao modelo de ensino utilizado pela grande maioria dos docentes nas escolas, observa-se a formação do professor crítico ou reflexivo em relação ao Ensino Tradicional Vigente um eixo fundamental a fim de amenizar as preocupações gerais a respeito da formação inicial dos professores de matemática (RODRIGUES et al., 2020).

Para uma aprendizagem mais significativa de Matemática, ferramentas e tecnologias necessitam ser consideradas como sendo características indispensáveis no contexto da sala de aula, levando em consideração de que estes recursos podem ser utilizados para se reunir os dados, fazendo pesquisas dentro da sala de aula e na utilização das aplicações que forneçam os cálculos e as simulações, bem como para o aspecto de fomentar a visualização, permitindo assim, que alunos se envolvam mais com as atividades que requerem mais habilidades para sua resolução de problemas, os Computadores, os tablets, os smartphones e as calculadoras permitem tornar mais acessíveis uma vasta gama de aplicativos que podem auxiliar os usuários nessa exploração de conhecimentos em Matemática, oferecendo mais sentido para os conceitos e os procedimentos, envolvendo eles com o raciocínio matemático, as TIC são uma grande e poderosa ferramenta a fim de proporcionar mais conhecimentos em Matemática, o emprego das TIC permite auxiliar os estudantes a visualizar e a compreender importantes conceitos matemáticos, sendo

ISBN: 978-85-61702-77-9

respaldando no seu raciocínio matemático e na sua capacidade em resolver problemas (HOME-AGOSTINHO et al., 2020).

As justificativas apresentadas em diversos trabalhos de pesquisadores e educadores que defendem a plena integração das tecnologias digitais junto ao ensino de Matemática são muito variadas, como o descompasso relacionado ao papel da tecnologia digital na sociedade e o seu papel na escola, bem como a necessidade para a preparação do estudante em formação a fim de se posicionar criticamente dentro de uma sociedade digital sobre a possibilidade para uma mudança de aspecto tradicional e mecânico de aprendizagem para o aspecto dinâmico e mais construtivo, dentre outras (CÁSSIA-IDEM et al., 2021).

É importante que se considere válidas todas essas justificativas, porém, é importante também direcionar a atenção para a posição de futuros professores em relação esse contexto, buscando sempre apresentar discussões sobre as visões dos estudantes de Matemática em relação à integração de tecnologias digitais junto ao ensino e na sua formação docente (CÁSSIA-IDEM et al., 2021).

De um modo geral os recursos tecnológicos permitem a redução da proximidade física e da geográfica que existe entre os interlocutores, as fronteiras e os limites epistemológicos ligados com a produção do conhecimento se encontram cada vez menores por conta da melhoria que é proporcionada pelas TICs, fato esse que implica diretamente no aspecto da relação do homem com o mundo, alterando a forma de pensar, de sentir, de agir e de atuar, a partir dessa perspectiva, o constante avanço e o desenvolvimento das tecnologias digitais tendem a proporcionar a realização dos estudos que visam expor potencialidades e as fragilidades para a utilização desses recursos junto ao contexto de processos para o ensino e a aprendizagem, especialmente para o ensino da matemática, já que uma vez grande parte da comunidade escolar, como os jovens e os adolescentes, está submergida no contexto do atual desenvolvimento tecnológico fazendo-se necessário um debate e mais reflexões a respeito do uso dessas tecnologias dentro das salas de aula (SILVA et al., 2021).

As junções desses recursos computacionais com jogos tendem a potencializar a aprendizagem, permitindo que os estudantes possam ser capazes de tomar decisões diante de uma situação conflituosa no cotidiano, sendo assim, o jogo computacional na resolução dos problemas podem vir a contribuir para o discente conseguir criar e compreender seguindo as próprias hipóteses que foram levantadas a cada etapa do jogo, percebendo rapidamente suas consequências em relação

ISBN: 978-85-61702-77-9

às atitudes tomadas, o docente possui a importante função de ser o mediador nesse processo de ensino e de aprendizagem.

Há ainda certa resistência em relação ao uso das tecnologias digitais, sendo um receio que é explicado através da insegurança e da desconfiança no pensar na utilização desses recursos no ensino, pode-se perceber outro ponto que contribui para certo desconforto de acordo com alguns docentes que é a frágil formação docente relacionada com o uso das tecnologias, já que essa integração com a prática docente tende a proporcionar uma reflexão a respeito de algumas expressividades com a superação das possíveis limitações com a temática das tecnologias (SILVA et al., 2021).

Silva et al., (2019) afirma que as tecnologias atuais se encontram cada vez mais numerosas e disponíveis para todos, porém a sua utilização pedagógica em relação à internet depende muito do aspecto da criatividade dos professores e também das pesquisas a respeito de novas maneira e formas para o ensino e um eficaz adaptação para a realidade dos estudantes dos dias de hoje que exigirá um bom planejamento, investigação e adequação de espaços e de tempos na realidade dos alunos, incluindo conteúdos na qual se pretende ensinar, isso requer mais tempo e dedicação, com avaliação constante, com cooperação e bastante comunicação dentre todos os sujeitos envolvidos, requer ainda vontade política por parte dos dirigentes de todos os seus níveis a fim de garantir a plena viabilização de projetos educacionais cada vez mais flexíveis e inovadores.

Em relação às instituições para formação inicial de professores, estas assumem uma importante função em subsidiar o contato junto às TIC, indo além de um mero instrumento ou um recurso, devendo fomentar o pleno desenvolvimento das competências a fim de que permita que a futura atuação dos licenciados possa usufruir das TIC como uma metodologia para o ensino, assegurando o bom desempenho dos futuros alunos diante deste processo de aprendizagem da matemática (ROSA et al., 2021).

Diante do contexto da compreensão sobre o ensino remoto e por se acreditar que tecnologias digitais podem contribuir muito na efetivação do distanciamento geográfico entre indivíduos, é importante dar ênfase na discussão a respeito da formação dos professores que lecionam Matemática, no uso das tecnologias digitais e também uma para educação inclusiva, de modo que não fique fora do contexto, e tentar entender o contexto atual e se preparar para o novo normal na educação (DA SILVA et al., 2020).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para Silva et al. (2020), a Educação Matemática objetiva assegurar que os estudantes tenham acesso aos conhecimentos matemáticos trabalhados no contexto educacional e que possam contribuir com a formação de cidadãos participativos e atuantes na sociedade e no meio em que vivem, contemplando assim, com a competência descrita na Base Nacional Comum Curricular, quanto uso de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações nas mais variadas formas, contribuindo com a formação de maneira geral.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do exposto, foi possível constatar que mesmo após a implementação da BNC- Formação, a qual determina que seja estabelecido aos licenciandos o desenvolvimento das competências gerais docentes, ainda existe um número muito pequeno de estudos que abordem essa temática, a qual impacta diretamente no trabalho docente. Diante dos inúmeros desafios atualmente, nenhum docente pode ignorar a utilização das TICs diante do importante papel que ocupam da sociedade e no potencial pedagógico da qual possuem. O professor deve sempre estar atualizado e comprometido na busca do conhecimento dos diversos recursos e das propostas existentes optando nos instrumentos mais apropriados para utilizar, de qual forma e em que dado momento.

É necessário que futuros docentes durante sua formação sejam confrontados a fim de adquirir experiências e também situações didáticas com o objetivo de leva-los a uma reflexão, uma avaliação e desenvolvimento para a competência de um trabalho que seja didático inovador com qualidade e o uso das novas tecnologias referente à realidade dos alunos com os quais irão atuar e conviver futuramente.

A formação de maneira contínua diante das novas tecnologias tende a oferecer as contribuições necessárias, auxiliando o professor em assumir novas atitudes e novos compromissos dentro da sala de aula.

REFÊRENCIAS

CÁSSIA IDEM, R.; SILVA, R. S. R. Tecnologias digitais no ensino e na formação docente segundo a visão de estudantes de licenciatura em matemática. **EccoS– Revista Científica**, n. 56, p. 8501, 2021.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DA SILVA, Américo Junior Nunes; NERY, Érica Santana Silveira; NOGUEIRA, Cleia Alves. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no "novo normal". **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 2020.

FIGUEIREDO, F. F.; GROENWALD, problemas com o uso de tecnologias matemática. **Relime**, Ciudad de México, C. L. O. Design, (re)formulação e resolução de digitais na formação inicial de professores de v. 23, n. 2, p. 147-174, 2020 .

GONÇALVES, E. H.; MARCO, F. F. Um olhar para a utilização de tecnologias digitais como objeto de estudo em uma licenciatura em matemática na modalidade a distância. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 15, n. 2, p. 363-386, 2022.

HOMA-AGOSTINHO, I. R.; OLIVEIRA–GROENWALD, C. L. As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação como um recurso didático no Currículo de Matemática. **Uniciencia**, v. 34, n. 2, p. 153-170, 2020.

JESUS TEIXEIRA, C.; CAMPOS FERREIRA, W.; NEVES FRAZ, J.; EUSTÁQUIO MOREIRA, G. Tecnologias e trabalho remoto em tempos de pandemia: concepções, desafios e perspectivas de professores que ensinam matemática. **Devir Educação**, p. 118–140, 2021.

RODRIGUES, B.; ESCHER, M. A. Educação Matemática e Formação Inicial: uso de novas tecnologias em sala de aula. **Revista de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 2-17, 2020.

ROSA, M. C.; SANTOS, J. E. B.; SILVA SOUZA, D. O ensino de Matemática e tecnologias: ações e perspectivas de professores de Matemática em tempo de pandemia. **Devir Educação**, p. 287-302, 2021.

SCHEFFER, N.; FINN, G.; ZEISER, M. H. tecnologias digitais na área de matemática da política educacional da BNCC: reflexões para o ensino fundamental. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, v. 11, n. 2, p. 119-131, 2021.

ISBN: 978-85-61702-77-9

SILVA, R. S.; NOVELLO, T. P. O Uso Das Tecnologias Digitais No Ensinar Matemática. **Revista Internacional De Educação Superior**, 2019.

SILVA, E. N.; LIMA, F. J. Tecnologias digitais na formação de professores: um panorama de pesquisas apresentadas no encontro nacional de educação matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 23, p. 892–905, 2021.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.014

DO CONTATO À APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU: APLICAÇÃO DO MÉTODO GEOMÉTRICO DE CARLYLE COM SCILAB E GEOGEBRA

DAVI OLIVEIRA DA CRUZ
Doutorando do Curso de Ciências da Educação da Facultad Interamericana de Ciencias Sociales – FICS - PY, bdjdavi@gmail.com;

NATHALIA MARIA DE AMORIM
Mestranda do Curso de Tecnologias Emergentes em Educação da Must University - EUA, nathaliafisicaa@gmail.com;

RESUMO

O ensino da matemática na educação básica do Brasil enfrenta desafios significativos, evidenciando a necessidade de uma abordagem inovadora liderada pelos profissionais da educação. Nesse contexto, este trabalho apresenta uma proposta de resolução geométrica da equação do 2º grau, utilizando o método de Carlyle, e incorporando as plataformas colaborativas SciLab e Geogebra como ferramentas. A abordagem tradicional de resolver a equação do 2º grau pela Fórmula de Bhaskara tem se mostrado problemática para os alunos, gerando dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Diante disso, a adoção de tecnologias educacionais torna-se fundamental para apoiar a educação. O método de Carlyle foi aplicado a alunos do Ensino Médio em uma Escola Estadual de Pernambuco, utilizando uma abordagem de pesquisa experimental e estudo de caso de natureza quali-quantitativa. Os resultados revelaram diversos benefícios decorrentes da utilização do método de Carlyle em conjunto com as tecnologias. Entre eles, destacam-se a incorporação de novos conceitos pelos alunos e a desmistificação da ideia de que a resolução de equações do segundo grau exige inúmeros cálculos. Além disso, os estudantes tiveram a oportunidade de familiarizar-se com ferramentas tecnológicas, ampliando sua experiência educacional. Em suma, este estudo evidencia que a combinação do método de Carlyle com o uso de tecnologias pode proporcionar aos alunos um melhor desempenho na resolução de equações do 2º

grau e, consequentemente, uma aprendizagem mais significativa no âmbito da matemática. Ressaltando ainda, a importância do papel do professor na busca por abordagens pedagógicas inovadoras para enfrentar os desafios do ensino contemporâneo.
Palavras-chave: Ensino da Matemática, Abordagem Inovadora, Método de Carlyle, SciLab e Geogebra, Tecnologias Educacionais.

INTRODUÇÃO

Sabe-se que a matemática significa para muitos, reprovação e um dos motivos para o abandono da escola principalmente no ensino fundamental. O baixo rendimento é facilmente observado durante e até o final do ano letivo.

Atualmente, no Brasil o ensino da matemática está muito defasado, segundo o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) o nível de aprendizado dos estudantes brasileiros no ensino médio piorou em matemática e em 2019 apenas 5% dos alunos do Ensino Médio são considerados proficientes em matemática. Um relatório divulgado em janeiro/2017 pelo Movimento Todos pela Educação revelou que apenas 7,3% dos alunos Brasileiros do 3º ano do ensino médio têm aprendizado adequado em matemática (Brasil, 2021).

Dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), prova feita em 79 países (2018) revelam que 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de Matemática, considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania, ou seja, são incapazes de resolver os problemas simples envolvendo números. Em Ciências, o número chega a 55% e em Leitura, 50%. Os índices estão estagnados desde 2009. Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo Pisa, o Brasil é pior país em Matemática empatado estatisticamente com a Argentina, com 384 e 379 pontos, respectivamente. Uruguai (418), Chile (417), Peru (400) e Colômbia (391) estão na frente (Brasil, 2015).

Entre 70 países avaliados pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), alunos brasileiros ficam nas últimas posições quanto a conhecimentos em matemática, leitura e ciências mesmo com investimento maior na educação (Brasil, 2015).

O objetivo da matemática na educação básica é fazer com que o aluno desenvolva o raciocínio lógico e consiga resolver problemas básicos do dia a dia, pois, uma das formas de aflorar o raciocínio lógico é efetuando cálculos matemáticos como, por exemplo, a resolução de problemas utilizando equações do 2º grau, porém, é observada uma dificuldade dos alunos em aprender a resolver equações do 2º grau utilizando o método tradicional que é ensinado nas escolas, pela fórmula resolutiva da equação do 2º grau (Fórmula de Bhaskara).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Diante disso, este E-book apresenta uma forma alternativa que pode ser ensinada aos alunos para que eles possam resolver equações do 2º grau de uma forma diferente da tradicional, pois

> As aulas tradicionais de Matemática precisam ser modificadas para despertar o interesse dos alunos e permitir que estes se envolvam e possam trocar experiências e saberes, refletir, construir, pesquisar, analisar e formular métodos próprios para resolver situações matemáticas (HENZ, 2008, p.6).

O método que será apresentado é chamado de: Método de Carlyle, no qual utiliza a geometria para resolver equações do 2º grau. A hipótese aqui defendida é que ensinando pelo método de Carlyle os alunos ficarão mais motivados.

Mediante esses fatos, surge o seguinte questionamento: O método de Carlyle promove realmente uma aprendizagem significativa da equação do 2º grau?

Nesse contexto, este trabalho justifica-se com o propósito de contribuir no aprimoramento da base da matemática no ensino básico voltado para resolução geométrica da equação do segundo grau utilizando o método de Carlyle. Sendo assim, o trabalho visa promover análise de aulas mais dinâmicas, com intuito de motivar os alunos, fazer com que eles fiquem curiosos e despertem a vontade de aprender, propondo aos estudantes formas diferentes de resolver a equação do segundo grau de um jeito mais lúdico, prático e prazeroso.

O objetivo geral deste trabalho foi analisar como o método de Carlyle junto com as ferramentas tecnológicas Scilab e Geogebra, podem auxiliar e facilitar o aluno na resolução da equação do 2º grau, pois

> A tecnologia na educação surge para renovar métodos de ensino tradicionais e às vezes ultrapassados, além de tornar o ambiente escolar um espaço atrativo para o aluno contemporâneo. Quando a educação se mantém contextualizada com o cotidiano dos alunos, a tendência é ter resultados cada vez melhores (ARNALDO, 2021, p.1).

Para Libâneo,

> Na vida cotidiana, cada vez maior o número de pessoas que são atingidas pelas novas tecnologias, pelos novos hábitos de consumo e indução de novas necessidades. Pouco a pouco, a população vai precisando se

ISBN: 978-85-61702-77-9

> habituar a digitar teclas, ler mensagens no monitor, atender instruções eletrônicas (LIBÂNEO, 2001, p. 16).

Portanto, pode-se observar que a tecnologia é bastante importante para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, não seria diferente quando se fala do Método de Carlyle, uma vez que o professor conseguirá mostrar aos alunos como utilizar o método mediante plataformas tecnológicas matemáticas de desenhos geométricos como o Geogebra ou SciLab.

Com isso, foram apresentados a eles, conceitos básicos sobre equação do segundo grau e plano cartesiano, além do método de Carlyle para solucionar uma equação do 2º grau utilizando as plataformas colaborativas: SciLab e Geogebra.

Desta forma, a pesquisa poderá ter uma grande importância no favorecimento de uma aprendizagem mais significativa pelos alunos. Buscou-se trabalhar conceitos de forma geométrica no qual o aluno resolva equações do segundo grau apenas utilizando régua, compasso e as plataformas supracitadas, diferentemente do método tradicional que atualmente utiliza a fórmula resolutiva da equação do segundo grau, conhecida no Brasil como Fórmula de Bhaskara.

Utilizou-se como método a pesquisa explicativa que “São aquelas pesquisas que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos.” (GIL, 2008 p. 28). E ele segue dizendo que: “Este é o tipo de pesquisa que mais aprofunda o conhecimento da realidade porque explica a razão, o porquê das coisas.” (GIL, 2008 p. 28). Portanto, observa-se a dificuldade dos alunos em resolver a equação do segundo grau usando a fórmula resolutiva da equação do segundo grau (Fórmula de Bhaskara), o qual é o método comumente utilizado nas escolas do Brasil, e apresenta-se o método de Carlyle tal qual, junto ao SciLab e o Geogebra, pode vir a ser uma forma mais eficaz no processo de ensino e aprendizagem.

Portanto, selecionamos duas turmas do 1° ano do ensino médio de uma escola estadual do estado de Pernambuco, e apresentamos o método de Carlyle junto às ferramentas tecnológicas, seguindo um guia criado para aplicação e análise do desenvolvimento dos alunos na resolução da equação do segundo grau com esse novo método, guia esse que foi baseado numa abordagem quali-quantitativa utilizando procedimentos de pesquisa experimental e estudo de caso que, de acordo com Gil

> Essencialmente, o delineamento experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de

ISBN: 978-85-61702-77-9

> influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto (GIL, 2008 p. 51).

Além de que “O estudo de caso é caracterizado pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado.” (GIL 2008 p. 57). De acordo com Yin “O estudo de caso é um estudo empírico que investiga um fenômeno atual dentro do seu contexto de realidade, quando as fronteiras entre o fenômeno e o contexto não são claramente definidas e no qual são utilizadas várias fontes de evidência.” (YIN, 2005, p. 32).

Este E-book apresenta o estudo da defasagem do ensino da matemática no Brasil atualmente, a dificuldade no processo de ensino e aprendizagem de matemática focando nos problemas que surgem referentes ao aprendizado da resolução da equação do 2º grau, principalmente utilizando a fórmula de Bháskara. Será demonstrado um método alternativo para resolução desse mesmo tipo de problema, o método de Carlyle, que por sua vez, pode possibilitar um aprendizado mais significativo uma vez que será mais uma forma para que o aluno consiga solucionar uma equação do 2º grau além da forma tradicional. Será visto que o uso da tecnologia dentro da sala de aula é fundamental nos dias de hoje para auxiliar o estudante no processo de ensino e aprendizagem, neste caso, utilizando as plataformas SciLab e Geogebra para auxiliar os alunos a compreenderem o método de Carlyle.

Sabendo disso, esse E-book busca formas alternativas de qualificação teórico-metodológicas, propondo uma forma alternativa de resolver a equação do segundo grau, pois, cada aluno tem uma forma diferente de aprender e os profissionais da educação devem sempre buscar diferentes formas de ensinar cada conteúdo, para assim, conseguirem atingir a maior quantidade de aluno com um aprendizado significativo.

METODOLOGIA

Neste capítulo será mostrada a trajetória que a pesquisa teve no decorrer da sua elaboração, desde os diálogos iniciais com a escola/professor/alunos até a aplicação da atividade, na qual são coletados os dados necessários para análise dos resultados. Ao tratar os envolvidos, usaremos nomes fictícios ou os trataremos por grupos, para identificá-los, protegendo assim suas identidades.

Foi observada a dificuldade dos alunos em resolver a equação do segundo grau usando a fórmula de Bhaskara, o qual é o método comumente utilizado nas

ISBN: 978-85-61702-77-9

escolas do Brasil, e foi apresentado o método de Carlyle o qual junto ao SciLab e o Geogebra, pode vir a ser uma forma mais eficaz no processo de ensino e aprendizagem.

Foram selecionadas duas turmas do 1° ano do ensino médio da Escola Estadual Argentina Castello Branco, localizada na cidade de Olinda (região metropolitana do Recife), nas quais foi apresentado o método de Carlyle em conjunto com as ferramentas tecnológicas, seguindo um guia criado pelos autores para aplicação e análise do desenvolvimento dos alunos na resolução da equação do segundo grau com esse novo método, guia esse que foi baseado numa abordagem quali-quantitativa.

É importante conhecermos o estudante, de onde ele vem, assim como a escola onde estuda, pois existem diversos fatores que podem interferir negativamente ou positivamente no processo de aprendizagem do aluno. Podendo destacar entre eles: aspectos econômicos, sociais, afetivos, psicológicos, emocionais, familiares, entre outros. Sendo assim iremos descrever um pouco o ambiente escolar para que possamos conhecer um o sujeito que irá participar da atividade.

Os alunos da escola são oriundos de vários bairros da cidade e de comunidades próximas a ela. A escola atende uma demanda diversificada de estudantes, alguns desses alunos sobrevivem do trabalho informal dos seus responsáveis, consequentemente a indisponibilidade de tempo e recursos para acompanhamento, faz com que justifique o baixo nível de aprendizagem, referente às Competências Básicas para o ingresso no Ensino Médio, a ausência de uma formação socioafetiva e até mesmo a falta de hábito para cumprir os horários de estudos e aceitação das normas disciplinares da Escola. As reuniões de Pais e Mestres são realizadas bimestralmente tanto para entrega de notas, quanto para conversa sobre o desenvolvimento dos alunos. Porém, o índice é de no máximo 30% dos pais dos alunos presentes, o que acarreta uma dificuldade em sanar alguns problemas.

Como já mencionado anteriormente, foram escolhidas duas turmas do 1º Ano do Ensino Médio, visto que esse é o ano posterior ao que eles aprenderam a solucionar equações do segundo grau (9º Ano do Ensino Fundamental), portanto, estudaram recentemente este assunto.

A escola atende o Ensino Fundamental (Anos Finais) e Ensino Médio nos períodos matutino e vespertino e Educação de Jovens e Adultos (EJA) no período noturno, A gestora da instituição é a professora Iara Maria da Silva Almeida, formada em Pedagogia, com especialização em Gestão de Escola Pública, a qual está

ISBN: 978-85-61702-77-9

no cargo da gestão desde 2019. A escola também conta com a Gestora Adjunta Rose Andrade e Coordenadora de Apoio Ana Patrícia.

No decorrer das aulas observou-se que vários alunos possuíam dificuldade na resolução da equação do segundo grau pela fórmula de Bháskara, portanto decidiu-se propor à turma a aplicação do Método de Carlyle para tal resolução, pois seria uma forma diferente e, talvez, mais atrativa para os alunos. A partir daí, utilizou-se o SciLab e o Geogebra como ferramentas colaborativas na aplicação do Método de Carlyle porque, como já mencionado anteriormente, a tecnologia pode e deve ser utilizada dentro da sala de aula para ajudar os alunos e professores. Usando essas ferramentas tecnológicas, foi possível proporcionar momentos muito significativos com relação ao ensino e aprendizagem.

Inicialmente, a escolha do tema se deu ao fato de que os alunos tinham dificuldade em solucionar equações do segundo grau pelo método tradicional e, portanto, estavam bastante desmotivados para aprender os outros assuntos.

Primeiramente foi mostrado aos alunos pesquisas e estudos sobre como o uso de cálculos matemáticos ajudam a desenvolver a parte do cérebro que trabalha com raciocínio lógico, para poder mostrar a eles que aqueles cálculos feitos na sala de aula, por mais que pareçam que não vão ser utilizados no cotidiano deles, estão ajudando a desenvolver o raciocínio lógico, pois "A resolução de cálculos e a aplicação de fórmulas e equações incentiva regiões do cérebro a pensar de maneira lógica, sendo assim um excelente exercício para a memória e também para a criatividade" (GAERTNER, 2017, p.1) e ele segue dizendo que

> O estímulo para encontrar soluções de cálculos e problemas proporcionados pela matemática estabelece conexões entre os neurônios, reforçando assim o raciocínio dedutivo e também o indutivo, despertando a curiosidade dos alunos na busca por novas respostas de equações e cálculos (GAERTNER 2017, p.1).

Após isso, utilizou-se a internet para procurar atividades e exemplos sobre o Método de Carlyle, portanto, pesquisamos alguns exemplos sobre o tema, separamos mediante grau de dificuldade de cada um e elaboramos uma ficha que seria disponibilizada para os alunos no decorrer da aplicação, ficha essa que possuía diferentes exemplos acerca do tema, para serem solucionados de diferentes formas, utilizando a primeira e a segunda vertentes do Método de Carlyle vertentes essas, que serão apresentadas no decorrer deste E-book.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Além disso, foi disponibilizado aos alunos papéis milimetrados para facilitar a aplicação na prática, com a utilização de régua e compasso além de leva-los para a sala de informática da escola onde tiveram acesso ao SciLab e ao Geogebra.

Antes de apresentar o método de Carlyle à turma, foi feita uma diagnose para saber como estava o nível dos alunos, pois, existem alguns temas necessários como pré-requisitos para conseguir aprender com esse novo método.

Os assuntos abordados na diagnose foram: plano Cartesiano, marcação de pontos no plano, distância entre dois pontos, soma, subtração, multiplicação, divisão, forma geral da equação do segundo grau abordando principalmente os coeficientes, o uso da régua e do compasso e conhecimentos básicos de computação.

Apareceram algumas dificuldades em determinados assuntos, mas foram sanadas durante as explicações. De forma geral, todos estavam aptos para aprender através do método de Carlyle.

Após apresentar aos alunos as pesquisas falando dos benefícios do ensino da matemática, foi entregue a ficha com as atividades propostas sobre equações do segundo grau. Solicitamos aos estudantes que tentassem resolver utilizando o método que eles já haviam estudado anteriormente, a Fórmula de Bháskara.

Na sequência da realização da atividade, foi observado que realmente, o índice de alunos que conseguem solucionar uma equação do segundo grau utilizando a Fórmula de Bháskara é muito baixo, mesmo esse sendo o único método ensinado, ou seja, os resultados apontam que mesmo sendo ensinado apenas um método, os alunos sentiam bastante dificuldade em resolver os problemas propostos desta forma, apenas confirmando o que já era esperado. Em uma pesquisa realizada com alunos do ensino médio "Ao analisar as respostas dos alunos, observamos que os alunos não apresentaram outro método de resolução, além da fórmula de Bhaskara, entretanto não dominam a utilização da mesma." (JUCÁ, 2012, p.1). Portanto, fica claro que deveriam ser ensinados outros métodos para a resolução da equação do segundo grau, fazendo com que o estudante escolha qual das formas se adapte melhor à sua forma de pensar.

Neste momento, os alunos foram orientados que não havia apenas uma forma de solucionar uma equação do segundo grau, e a partir daí foi apresentado o Método de Carlyle, um método geométrico que eles solucionariam uma equação do segundo grau utilizando papel, régua e compasso, mediante contas simples de soma e divisão, nada complexo comparado ao método tradicional. Foi esclarecido que este método não exclui a resolução tradicional, é apenas mais um jeito de

ISBN: 978-85-61702-77-9

solucionar o mesmo problema, cada aluno escolhe qual delas ele se identifica e sente mais facilidade na utilização.

De acordo com Freitas (2016), o Método de Carlyle consiste em utilizar conceitos geométricos de Plano Cartesiano para encontrar as raízes reais de uma equação do segundo grau (da forma $ax^2 + bx + c = 0$) usando apenas régua e compasso. A aplicação desse método é dividida em duas vertentes: Quando a = 1 e quando a ≠ 1.

Primeira vertente, quando a = 1: Nesse caso o procedimento para a resolução consiste em desenhar o Plano Cartesiano, em seguida, marcar os pontos A(0,1) e $B({}^{-b}/_{2}, {}^{c+1}/_{2})$ esses pontos devem formar uma circunferência de centro B e raio igual a distância entre os pontos A e B, na prática, o aluno fixará o compasso no ponto B e abrirá ele até que a parte do grafite encoste no ponto A, assim, formando uma circunferência com as características citadas acima, dessa forma os pontos de intersecção da circunferência com o eixo das abscissas (Eixo X) são as raízes da equação.

Segunda vertente, quando a ≠ 1: De forma análoga à primeira vertente, será construído o Plano cartesiano e serão marcados os pontos A (0,1) e $B\ ({}^{-b}/_{2a}, {}^{c+a}/_{2a})$, formando uma circunferência com as mesmas características da que foi construída na primeira vertente, assim, para encontrar as raízes da equação basta observar, da mesma maneira que a primeira vertente, os pontos de intersecção entre a circunferência e o eixo das abscissas.

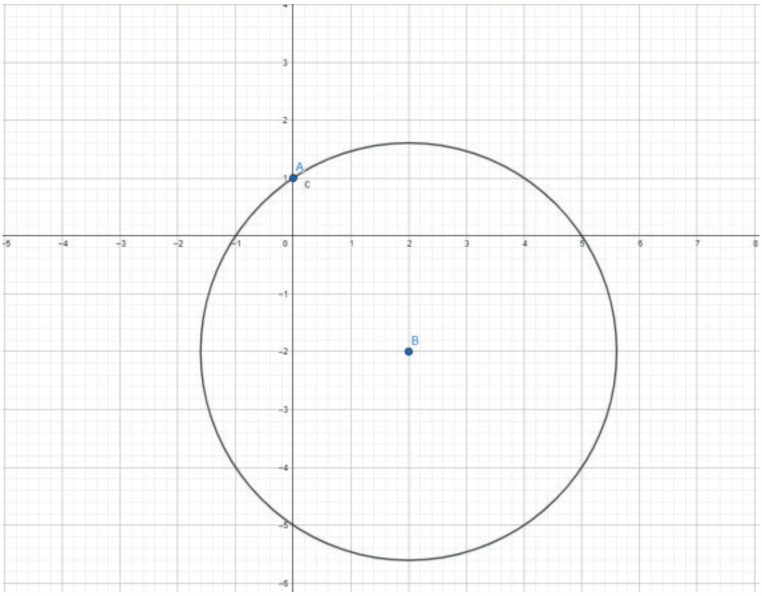
A circunferência pode ter dois pontos de intersecção com o eixo das abscissas, assim, possuindo duas raízes reais e distintas, pode tangenciar o eixo das abscissas possuindo assim, duas raízes reais e iguais e ainda, pode não tocar no eixo, não possuindo nenhuma raiz real.

Dessa forma, pode-se observar que o Método de Carlyle funciona para encontrar as raízes reais de toda e qualquer equação do segundo grau.

Exemplo prático: Supõe-se a seguinte equação $x^2 - 4x - 5$, para essa equação, deverá ser utilizada a primeira vertente, quando a = 1. Primeiramente o aluno deverá construir o Plano Cartesiano e marcar os pontos A(0,1) e $B\ ({}^{-b}/_{2}, {}^{c+1}/_{2})$, onde neste caso, b = – 4 e c = – 5, logo, tem-se o ponto B(2,-2), daí, deve-se fixar a ponta de metal do compasso no ponto B(2,-2) e abri-lo até que a ponta do grafite encoste no ponto A(0,1) em seguida, formar esta circunferência que ficará tal qual a imagem a seguir:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1 - Desenho da circunferência de centro (2,-2)



Fonte: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT. Acesso em: 12 de ago. de 2023.

O aluno deve observar que os pontos de intersecção da circunferência com o eixo das abscissas, que é o eixo horizontal, são x = − 1 e x = 5 logo, essas são as raízes da equação $x^2 - 4x - 5 = 0$.

Portanto, pode-se observar que o Método de Carlyle é uma forma efetiva de encontrar as raízes reais de uma equação do segundo grau e que pode vir a ser importante para que alunos da educação básica saibam mais uma forma de solucionar uma equação do segundo grau sem utilizar o método tradicional com a fórmula resolutiva.

Para auxiliar a aplicação do método de Carlyle, foi utilizado um algoritmo no SciLab criado pelo professor (autor) no qual o usuário insere os coeficientes da equação do segundo grau e logo em seguida o software exibe as raízes reais desta equação junto com um gráfico de uma circunferência de acordo com o método de Carlyle. Observe o exemplo:

Supondo a equação: $x^2 - 2x - 3 = 0$, temos os coeficientes a = 1, b = − 2 e c = − 3 portanto, o aluno deverá inserir esses valores no algoritmo do SciLab quando solicitado, como mostra a imagem a seguir:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 2 - Aplicando o Método com o SciLab

Fonte: https://cloud.scilab.in/. Acesso em: 12 de ago. de 2023.

Pode ser observado que, apenas inserindo os coeficientes *a, b* e *c,* o software calcula quais são as raízes desta equação. ,

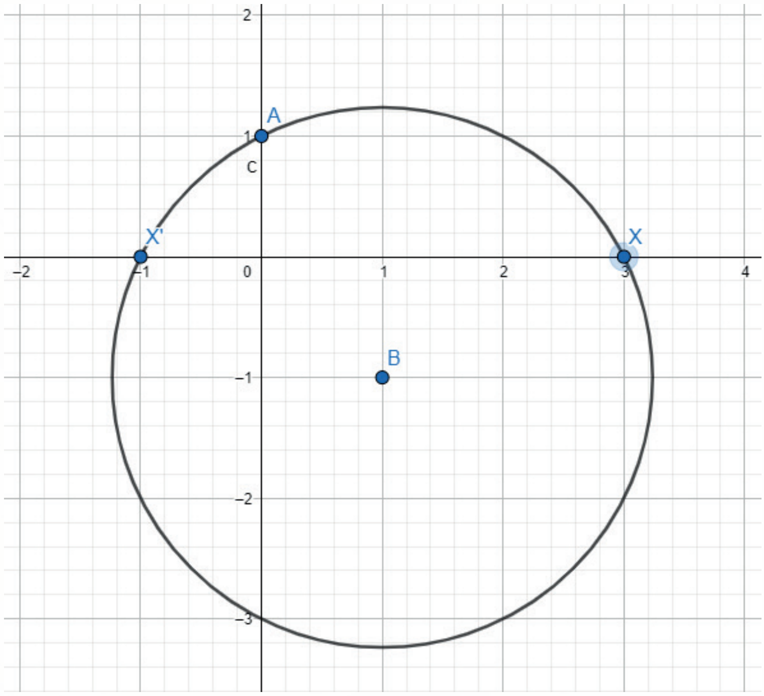
Realizando o cálculo com papel, régua e compasso, os estudantes conseguiram encontrar os pontos A(0,1) e B(1,-1) utilizando o método de Carlyle.

Em seguida eles foram instruídos que inserissem os pontos encontrados, no Geogebra, para exibir o gráfico da circunferência, desenho esse que deve equivaler com o realizado no papel do aluno quando o mesmo utilizou a régua e o compasso. Nesse momento houve entusiasmo dos estudantes ao ver que seus desenhos equivaliam aos gerados no Geogebra.

Neste caso, o Scilab serviu de forma que os alunos verificassem se a separação dos coeficientes estava feita corretamente, e o Geogebra foi utilizado para verificar a veracidade do desenho da circunferência feito no papel, pelo aluno. Além de que, no final da atividade eles puderam verificar que as respostas tanto do Scilab quanto do Geogebra convergiam para os mesmos valores, mostrando assim, que os cálculos executados pelos estudantes estavam corretos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 - Desenho da circunferência de centro (1,-1)



Fonte: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT. Acesso em: 12 de ago. de 2023.

Dessa forma, o aluno pôde observar que as raízes da equação são os valores: $x = -1$ e $x = 3$. Portanto, pode-se dizer que a utilização do SciLab e do Geogebra como plataformas auxiliadoras na aplicação do método de Carlyle vão ajudar tanto o professor, para conseguir expor o conteúdo e exemplificar de forma mais precisa, quanto o aluno pois, além de solucionar tradicionalmente utilizando papel, régua, compasso e lápis, ele poderá verificar seus cálculos mediante as plataformas tecnológicas.

Após apresentar aos alunos o Método de Carlyle, foi orientado que eles tentassem solucionar a mesma atividade feita anteriormente pelo método tradicional, utilizando o Método de Carlyle e recursos simples, como papel, régua e compasso.

Depois da realização da primeira atividade ficou claro que alguns alunos que anteriormente não conseguiram solucionar utilizando o método tradicional, quando realizaram com o Método de Carlyle conseguiram resolver sem dificuldades, porém, como era um conteúdo novo, surgiram dificuldades por parte de alguns estudantes. Nesse caso existem algumas técnicas que foram utilizadas para fazer com que os

ISBN: 978-85-61702-77-9

alunos aprendessem, por exemplo: O professor elaborou um problema baseado no dia a dia do aluno sobre um assunto já ensinado em sala de aula e entregou para o estudante resolver, se caso o aluno não conseguisse encontrar a solução para esse problema o indicado a se fazer, quanto ao professor, é tentar auxiliar o aluno em sua resolução.

Muitas vezes nesses casos quando o aluno não sabe resolver o problema, o professor de imediato aponta a solução, assim o aluno pode pensar que se ele estiver "travado" em alguma situação problema, na qual ele não consiga resolver, alguém vai solucionar para ele, portanto é papel do professor é formar alunos qualificados para enfrentar desafios que aparecerão futuramente.

Outra possibilidade quanto ao uso dessa técnica é o aluno A errar em um local do problema e o aluno B em outra parte, pois, de acordo com Vergnaud (2009) existem dois tipos de erro na matemática, o cálculo e o teórico, por exemplo: O professor passou a seguinte atividade para seus estudantes: "João tinha R$10,00 e foi à feira comprar laranjas, chegando lá ele viu que as laranjas custavam R$6.00. Se João deu os seus R$10,00 para o vendedor e comprou as laranjas, quanto ele vai receber de troco?" e, em seguida, durante a análise e correção da atividade, ele percebeu que existiam dois erros mais comuns.

O primeiro erro: O aluno "A" sabia o que devia ser feito, ou seja, ele sabia que deveria subtrair R$6,00 dos R$10,00, mas errava a conta, por exemplo, ele poderia fazer: 10 – 6 = 3 que está errado.

O segundo erro: O aluno "B" não sabia o que devia ser feito, ou seja, ele não sabia se tinha que subtrair ou somar, por exemplo, mas ele acertava a conta, ele poderia fazer 10 + 6 = 16 que também está errado, mas a conta está certa.

A solução: De acordo com Vergnaud (2009), quando acontece esse tipo de problema, o professor deve primeiro observar quais alunos estão se enquadrando no primeiro erro e quais estão se enquadrando no segundo, depois deve elaborar uma atividade parecida com a anterior, e por último deve juntar esses alunos que estão cometendo esse erro de tal forma que fiquem juntos o aluno A com o aluno B, fazendo com que eles se completem de certa forma, pois o aluno aprende muito mais com outro aluno do que com o professor.

Para o aluno resolver um problema corretamente é muito importante que ele siga certos passos, Primeiro passo: Identificar o que o problema dispõe para você, ou seja, as informações que já estão disponíveis para resolvê-lo, como no exemplo

ISBN: 978-85-61702-77-9

anterior o problema já dispõe quanto dinheiro João tem (R$10,00) e quanto custa as laranjas (R$6.00).

Segundo passo: Identificar o que o problema quer que seja feito, novamente utilizando a atividade anterior, ele quer saber quanto João recebeu de troco, ou seja, quanto ele irá receber de volta ao comprar as laranjas.

Terceiro passo: O terceiro e último passo consiste no aluno identificar os aspectos necessários para resolver o problema, ou seja, que conhecimento matemático é necessário para que ele resolva o problema, no caso anterior esse conhecimento é a subtração pois se João tinha R$10,00 e gastou R$6,00 o certo a ser feito é a subtração de quanto ele tinha menos o que ele gastou, R$10,00 – R$6,00 = R$4,00 daí pode-se concluir que após João comprar as laranjas, sobraram R$4,00.

Utilizando o passo a passo proposto, o aluno terá mais facilidade para resolver qualquer problema, sempre se fazendo os questionamentos: "O que eu tenho?" referente ao primeiro passo, "O que eu quero?" referente ao segundo passo, e "Como chegarei aonde eu quero?" referente ao terceiro passo.

Por mais que um exemplo de laranjas não seja tão parecido com a resolução de uma equação do segundo grau, as técnicas de ensino são muito importantes para fazer com que os alunos consigam aprender da melhor forma possível. Trazendo para a realidade do assunto estudado (Equações do Segundo Grau), observou-se que alguns alunos tinham dificuldade na parte algébrica e outros na parte geométrica, portanto, utilizando as técnicas citadas anteriormente, nesse caso, uma das propostas foi a organização dos alunos em grupos ou duplas, para a ajuda mútua.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Quando os alunos começaram a entender o novo método, foi apresentado alguns exemplos utilizando o SciLab e o Geogebra para ver na prática os gráficos que estavam desenhando, e que faziam sentido na aprendizagem. A utilização das plataformas foi motivadora e de fácil aceitação dos alunos, pois eles já se encontram inseridos na era tecnológica.

Mostramos aos alunos o conceito básico de algoritmo, e como foi feito o código no SciLab para conseguir reproduzir o Método de Carlyle. Isso fez com que eles mostrassem mais interesse na aula e no conteúdo estudado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Foram apresentados exemplos de equações do segundo grau um pouco mais complexas para que eles conseguissem se aprofundar mais no assunto. Os alunos utilizavam o SciLab várias vezes para conferir se o cálculo que eles fizeram estava de fato correto.

Em relação aos alunos que tinham dificuldades em álgebra ou geometria, não apresentaram dificuldades na utilização do software, por utilizarem as tecnologias em seu dia a dia em diversos meios eletrônicos e suas novidades constantes, que aguçam a curiosidade das pessoas e em especial dos jovens.

Com a aplicação da atividade, vários benefícios foram alcançados, desde a inserção de novos conceitos aos alunos à desmistificação de que para resolver equações do segundo grau são necessários inúmeros cálculos além de proporcionar aos alunos contato com ferramentas tecnológicas.

Ao longo da atividade, os alunos participaram, questionaram, demonstraram interesse em aprender e produzir. O simples ato de tirá-los das fileiras de carteiras, e usar a sala de informática utilizando papel, régua, compasso e os computadores com os softwares para resolver equações do segundo grau, deixou-os entusiasmados com o novo método, o que facilitou o processo de ensino e aprendizado.

Não foi aplicado questionário ou atividade para averiguar o que eles aprenderam, pois como eles foram sujeitos ativos durante toda a atividade, puderam construir juntos o conhecimento e notar através de suas respostas, perguntas, interações, a aprendizagem construída, portanto, após uma avaliação continuada foi observado um bom desenvolvimento por parte dos alunos e, consequentemente, consideramos os estudantes aptos para solucionar tais problemas.

Como qualquer outra atividade que o professor leva para a sala de aula, como a utilização do método de Carlyle para solucionar uma equação do segundo grau requer que o docente prepare a atividade, pesquisando em sites exemplos mais adequados para a aula. A atividade não é de extrema facilidade de elaboração, pois é necessário certo acervo tecnológico, mas, não é difícil, em poucas horas o professor consegue preparar uma atividade excelente. De tal modo, que a partir dessa aula planejada o aluno terá acesso ao método Carlyle e utilizará a tecnologia, nesse caso o SciLab e o Geogebra, para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se propôs a enriquecer o ensino da matemática através de abordagens inovadoras, visando tornar a disciplina não apenas mais acessível, mas também prazerosa tanto para os professores quanto para os alunos. Em busca desse objetivo, introduzimos um método revolucionário para resolver equações quadráticas, baseado em princípios geométricos simples, utilizando apenas uma régua, um compasso e as plataforma SciLab e Geogebra.

O método apresentado não apenas permite a resolução de problemas matemáticos, mas também abre portas para uma perspectiva única e envolvente da matemática no cotidiano dos alunos. Reconhecemos a lacuna existente, especialmente entre os estudantes de escolas públicas, devido às disparidades de acesso à informação e recursos culturais. Nesse contexto, nosso trabalho assume a responsabilidade de fornecer alternativas de aprendizado, expandindo as fontes de conhecimento para esses alunos.

Ao oferecer uma abordagem alternativa e acessível para resolver problemas familiares aos estudantes, estamos empoderando-os para escolherem a forma de aprendizado com a qual se identificam melhor. Acreditamos que a participação ativa na construção do conhecimento é essencial para cativar o interesse dos alunos, proporcionando uma experiência educacional mais envolvente e significativa.

Sabemos que a matemática muitas vezes é percebida como uma disciplina árida e desafiadora, resultando em desinteresse e rejeição por parte dos estudantes. Reconhecemos que essa aversão muitas vezes é um reflexo da abordagem de ensino tradicional, centrada na memorização de fórmulas e conceitos abstratos. No entanto, acreditamos que a matemática pode ser intrinsecamente ligada à natureza e à vida cotidiana, e nossa abordagem inovadora busca justamente essa conexão.

A integração da tecnologia também desempenhou um papel crucial em nossa pesquisa. Reconhecemos a importância de utilizar ferramentas contemporâneas para aproximar o aprendizado da matemática da realidade dos estudantes, tornando-o mais relevante e aplicável em suas vidas.

Nesse contexto, este e-book representa uma contribuição significativa para o campo do ensino da matemática, oferecendo uma abordagem única e promissora para envolver os alunos, promovendo uma compreensão mais profunda e duradoura da disciplina. Acreditamos que, ao continuar a explorar e expandir essas abordagens, podemos transformar a matemática em uma jornada emocionante e

ISBN: 978-85-61702-77-9

gratificante para professores e alunos, redefinindo a maneira como a disciplina é percebida e assimilada.

REFERÊNCIAS

ARNALDO, C. **Tecnologia na educação: por que escolher um colégio pensando nisso?** 2021. Disponível em: https://blog.colegioarnaldo.com.br/tecnologia-na-educacao/#:~:text=A%20tecnologia%20na%20educa%C3%A7%C3%A3o%20surge,ter%20r esultados%20cada%20vez%20melhores Acesso em: 08 de mai. de 2022.

BONA, A. C. **As dificuldades dos alunos da primeira série do ensino médio com a fórmula de Bhaskara. (Especialização em Educação Matemática).** Universidade do Extremo Sul Catarinense, PR, 2006.

BRASIL. **Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros.** INEP, 2015. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_f inal_baixa.pdf. Acesso em: 22 de nov. de 2021.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira** (INEP), 2021. Relatório SAEB 2019. Brasília.

BRASIL. **Programme for international student assessment.** INEP, 2015. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa_2015_brazil_prt. pdf Acesso em: 22 de nov. de 2021.

BRASIL. **Sistema de avaliação da educação básica.** INEP, 2015. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/aneb_anresc/resultados/resumo_dos_result ados_saeb_2015.pdf. Acesso em: 22 de nov. de 2021.

FREITAS, E. F. **Um estudo sobre funções afim e quadrática e métodos algébricos e geométricos para solução de equações do 1º e 2º graus.** Elizomilson Fonseca Freitas 137 f.: il, 2016.

ISBN: 978-85-61702-77-9

GAERTNER, E. **Como a matemática ajuda a desenvolver o raciocínio no dia a dia.** 2017. Disponível em: https://www.erasto.com.br/noticias/como-matematica-ajuda-desenvolver-o-raciocinio-no-dia-dia#:~:text=A%20resolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20c%C3%A1lculos%20e,possuem%20um%20car%C3%A1ter%20matem%C3%A1tico%20em Acesso em: 08 de mai. de 2022.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** / Gil, A. C. - 6. ed. - São Paulo : Atlas, 2008.

HENZ, C. C. **O uso das tecnologias no ensino-aprendizagem da matemática.** Erechim, 2008.

JUCÁ, R. S. **Um estudo dos erros e das dificuldades na resolução de equações do 2º grau.** / 3º SIPEMAT, 2012.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus Professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente.** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **Ensino médio: o que querem os jovens?** 2017. Disponível em: https://todospelaeducacao.org.br/?s=2017 Acesso em: 22 de nov. de 2021.

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade**.** Curitiba: Editora UFPR, 2009.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos.** 3 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.015

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS: UM ESTUDO A PARTIR DA BNCC

RAFAELA CAMILA GOMES DA SILVA
Licencianda em Matemática IFRN-CM. rafaelagomesg737@gmail.com

ANTONINA CAMILA SILVA DE MELO
Licencianda em Matemática IFRN-CM. antoninaa.mello@gmail.com

LAÍS PAULA MEDEIROS CAMPOS AZEVEDO
Docente IFRN-CM. Doutora em Educação PPGED – UFRN. laispaulamedeiros@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho tem como proposta discutir a inserção do estudo da Educação Financeira (EF) na educação básica a partir do proposto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O artigo estabelece uma reflexão a partir do conceito de educação financeira, com uma análise do cenário atual, e a investigação da BNCC e suas propostas no campo de ensino da matemática. A BNCC propõe a incorporação nos currículos de temas contemporâneos que afetam a vida humana, entre eles, o tema proposto a ser estudado (educação financeira). Assim, na construção do pensamento matemático dos alunos, os professores podem discutir conceitos articulados às questões do consumo, trabalho e dinheiro, demonstrando suas aplicabilidades. O estudo caracteriza-se como uma pesquisa de cunho bibliográfico e documental, uma vez que além de analisar a BNCC enquanto um documento normativo, busca realizar um levantamento bibliográfico sobre a temática. No decorrer do artigo, discute-se a importância da temática, sobretudo, com o objetivo de conscientizar jovens e adultos na tomada de decisões que impactam diretamente a sua qualidade de vida, de forma crítica. No âmbito da BNCC, observa-se a articulação da temática com o desenvolvimento de competências pessoais e sociais e a promoção do empreendedorismo. A partir do estudo, destacamos a possibilidade de trabalhar conteúdos matemáticos, associados à Educação Financeira, de maneira ampliada e interdisciplinar. A pesquisa evidencia ainda a importância de discutir essas questões na formação de professores.

Palavras-chave: BNCC**.** Educação básica. Educação financeira. Matemática.

INTRODUÇÃO

O presente artigo é produto das discussões sobre a educação financeira, seus elementos, conceitos, importância e a análise da temática no documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O tema tem extrema importância para os consumidores e cidadãos em geral, pois influencia no orçamento e gestão de renda, tratando de investimentos, poupanças e habilidades necessárias para driblar os riscos existentes no que se refere à economia.

O desenvolvimento dos mercados financeiros, mudanças demográficas e disseminação de conteúdos sobre investimentos e aplicações financeiras sugerem novas reflexões e investigações. Nesse sentido, compreendemos a necessidade de aproximar essas discussões do âmbito da educação básica, uma vez que essas questões interferem diretamente nas relações pessoais, familiares e sociais, impactando toda a sociedade e não deve ser um conhecimento a ser adquirido apenas na vida adulta. Vaz e Nasser (2021) fazem uma reflexão acerca das três perspectivas orientadoras do trabalho com a educação financeira em sala de aula, a saber: Educação Financeira para o consumo; Educação Financeira para a poupança e o enriquecimento e; Educação Financeira para a consciência social. Tal perspectiva aponta para a diversidade de elementos que podem ser considerados.

Apesar de, ao longo da vida escolar, os estudantes tenham acesso a ferramentas matemáticas no seu cotidiano escolar e aprendam conteúdos concernentes a finanças, como juros simples e composto, ainda assim, há uma grande falta de informação e dificuldade de dominar um conjunto de propriedades formais, que poderiam ser construídas com uma educação que se responsabiliza em melhor atender os estudantes no domínio das competências e no desenvolvimento de habilidades na tomada de decisões seguras. O ensino de ferramentas matemáticas por si só não constrói a consciência financeira. Desse modo, é importante ressaltar a diferença entre Educação Financeira (EF) e Matemática Financeira (MF). Segundo a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE)[1] pode-se definir a educação financeira como:

> [...] o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação claras, adquiram os valores

1 Em inglês, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD).

ISBN: 978-85-61702-77-9

> e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informados, saibam onde procurar ajuda, adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar, contribuindo, assim, de modo consistente para formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro (OCDE, 2005. p13).

Desse modo, esta pesquisa teve o objetivo de discutir a inserção do estudo da Educação Financeira (EF) na educação básica a partir do proposto na Base Nacional Comum Curricular BNCC. Nesse intuito, foi realizado, inicialmente, um levantamento de artigos que discorrem sobre a temática, trazendo seus conceitos, definições e a análise de documentos que demonstram o cenário atual da economia brasileira, fazendo o levantamento de dados e gráficos. A pesquisa realizada é de cunho bibliográfico e documental que, segundo Fonseca (2002) é uma realização através de fontes mais diversificadas, como tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, entre outros. Entre os estudos e documentos apresentados, podemos ressaltar os trabalhos de Carraheir; Carraheir; Schlielmann (1995), Cury (2018), Souza e Torralvo (2008), além da BNCC e da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor PEIC (2019, 2022 e 2023).

Desse modo, o trabalho está organizado em quatro partes. Após essa introdução, discutiremos, brevemente, o conceito de educação financeira e como a temática vem sendo abordada no campo da matemática. Em seguida, nos direcionamos a investigação sobre como a temática tem sido articulada a BNCC. Por fim, trazemos algumas considerações a partir do estudo realizado.

DISCUTINDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA: APROXIMAÇÕES

A educação financeira (EF) é uma área que, atualmente, tem gerado grandes discussões na educação, principalmente, sobre como abordá-la em sala de aula. Segundo Ferreira (2017, p 3), educação financeira é “a capacidade de fazer julgamentos inteligentes e decisões eficazes em relação ao uso e gestão de dinheiro”. Conforme aprendemos a partir do autor, a EF se refere a um processo que auxilia o indivíduo no estudo referente à gerência de dinheiro no dia a dia de forma a abastecer o domínio de propriedades que possibilitam um futuro baseado em decisões

ISBN: 978-85-61702-77-9

fundamentadas e seguras em relação às suas finanças pessoais, garantindo um melhor entrosamento em sociedade, protagonismo e bem-estar (Ferreira, 2017).

Faz-se necessário que os estudantes, enquanto cidadãos, tenham capacidade de reconhecer a soma de todas as suas rendas (receita), a soma de todas as suas despesas (dívida), e que, se considerar o levantamento de um determinado valor, ou resto que possa ser investido, tem-se a soma de dinheiro livre (reserva financeira). No entanto, vale salientar a diferença entre educação financeira e matemática financeira, apesar de ambas contribuírem para o uso racional do dinheiro. Enquanto a primeira é ampla, pois trata-se da formação de comportamentos e habilidades relacionados a finanças, individualmente e coletivamente; a segunda, por sua vez, abrange a aplicação dos conhecimentos e ferramentas específicas da matemática na análise de questões relacionadas a finanças.

Mudanças no mundo atual referente a tecnologia, globalização e desenvolvimentos podem dificultar a acessibilidade dos serviços financeiros, bem como a capacidade de organização, manutenção e suporte das vertentes financeiras dos indivíduos e famílias. A economia atual gira em torno do uso do crédito, de operações digitais e muitas outras ferramentas que facilitam transações financeiras e podem acarretar o alto percentual de endividamento da população. Este fator pode potencializar prejuízos à economia e sociedade, provocando situações graves e colocando em risco, inclusive, a saúde dos indivíduos e provocando a desestruturação familiar, ocasionados, por exemplo, pelo consumo indiscriminado do cartão de crédito (Souza, Torralvo, 2008).

Nesse sentido, dados obtidos por meio da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (PEIC, 2019) trazem uma melhor visualização da situação de endividamento familiar. A pesquisa, que é apurada mensalmente pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC) desde janeiro de 2010, conta com dados coletados em todas as capitais dos estados e no Distrito Federal, com aproximadamente 18 mil consumidores participantes. Durante o levantamento de dados torna-se possível traçar um perfil de endividamento e acompanhar os níveis que sugerem uma boa ou má relação entre o consumidor e variáveis como dívidas e pagamento.

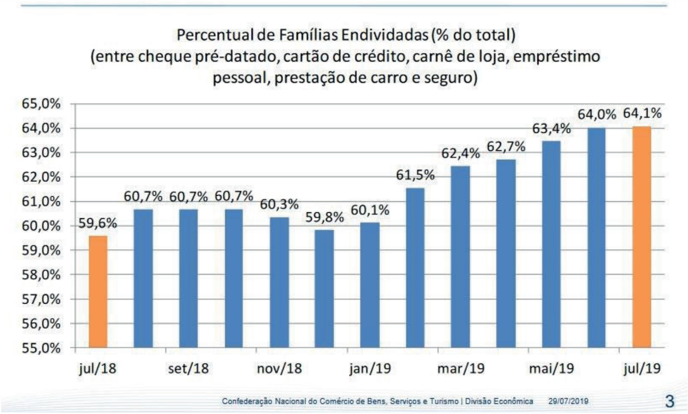
Os principais indicadores da Peic são: Percentual de famílias endividadas, como os consumidores que declararam ter dívidas na família, em diversas modalidades, por exemplo o cartão de crédito, cheque especial, cheque pré-datado e outros; nível de endividamento: Muito, mais ou menos, ou pouco; tempo

ISBN: 978-85-61702-77-9

de comprometimento com dívidas; percentual de famílias com contas/dívidas em atraso e percentual de quem não tem condições de arcar com as dívidas (PEIC, 2023).

As mudanças já mencionadas, como o desenvolvimento dos mercados financeiros e mudanças demográficas, tornam o acompanhamento de certos indicadores ainda mais relevante para analisar a capacidade dos indivíduos de melhor lidarem com capital de recursos. Na figura 01, são apresentados os dados da PEIC (2019) que tratam sobre o percentual de famílias endividadas de julho de 2018 a julho de 2019.

Figura 01: Dados da PEIC 2019



Fonte: Relatório PEIC maio de 2019

O gráfico acima apresenta os dados recolhidos pela Peic em 2019 referente a diferentes modalidades de endividamento. Pode-se observar que, entre julho e novembro de 2018, a porcentagem de famílias endividadas permanece quase a mesma, enquanto no mesmo mês, no ano de 2019, temos um acréscimo de 5%. Notadamente, precisaríamos analisar esse gráfico a partir de outras informações que nos auxiliassem a compreender possíveis fatores que influenciaram nesse aumento significativo em um ano, tais como fatores econômicos, políticos e sociais. Destarte, é evidente o aumento gradativo no índice de endividamento o que denota a necessidade de ações educativas para a população. Esse dado reforça a nossa percepção de que se faz necessário capacitar os indivíduos, desde jovens alunos, a compreenderem a matemática e, especificamente, a educação financeira como um

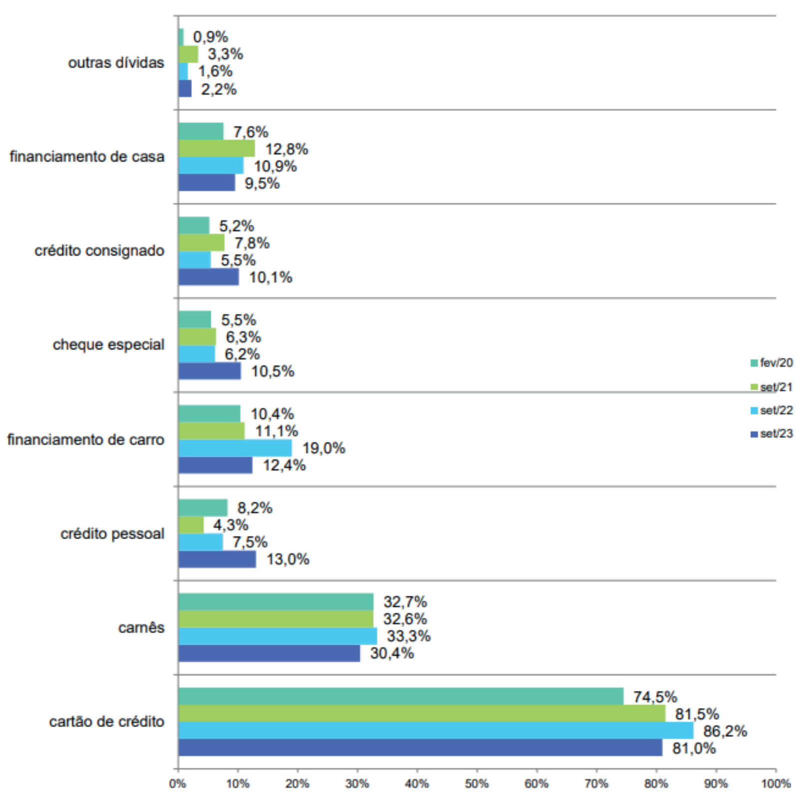
ISBN: 978-85-61702-77-9

caminho de conhecimento que ultrapassa a sala de aula, trazendo benefícios na sua vida pessoal e profissional.

Uma matéria do blog Focas do Jornal O Estado de São Paulo (Estadão) traz uma matéria cujo título é "Quase 9 milhões de jovens estão enrolados com dívidas no Brasil". De acordo com a matéria, dezoito por cento das pessoas de até 20 anos estão com algum tipo de endividamento. Esse endividamento está atrelado, na maioria dos casos, ao uso descontrolado do cartão de crédito e cheque especial. Já no início da vida adulta os jovens estão apresentando problemas financeiros, o que pode estar relacionado às diversas possibilidades de crédito, que incluem o acesso a cartões de crédito e empréstimos mesmo a quem tem pouca renda mensal. Sendo assim as instituições financeiras também têm um percentual de responsabilidade nesse endividamento da população.

Na figura 02, apresentamos outro aspecto investigado na PEIC (2023).

Figura 02: Dados dos tipos de dívida PEIC 2023



Fonte: Relatório PEIC 2023

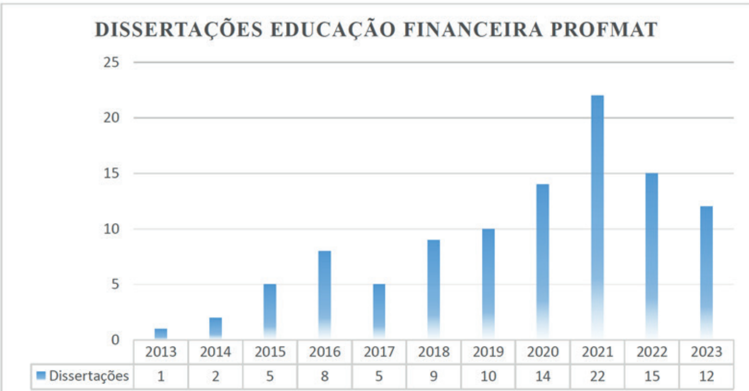
ISBN: 978-85-61702-77-9

Segundo dados da PEIC (2023), o Brasil vive um cenário no qual as taxas de juros são altas, mesmo assim, o uso de ferramentas consideradas como rendas emergências (cheque especial, cartão de crédito) continuam sendo utilizadas de maneira indevida e fazendo as famílias chegaram em seus máximos níveis de endividamento. Os dados acima dialogam com o mal uso do cartão de crédito sinalizado na reportagem supracitada, visto que boa parte das dívidas estão concentradas nesta modalidade. Em um ano, podemos observar um aumento de cerca de mais de 4% de endividamento financeiro com o uso do cartão de crédito, de 2021 a 2022, e esse valor tem uma variação negativa no que diz respeito a três anos de 2020 a 2023, pois, apesar de haver uma baixa, prossegue com um aumento negativo de 6,5%.

As informações elencadas, a partir das pesquisas promovidas pela Confederação Nacional de Comércio, apontam para a necessidade de promover a educação financeira para a população. Do mesmo modo, corroboram com a perspectiva que assumimos neste trabalho sobre a relevância de que as ações educativas sejam desenvolvidas desde cedo, contemplando os estudantes na educação básica.

Notadamente, essa temática tem sido abordada no âmbito acadêmico. Dados obtidos no portal do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) mostram que nos últimos anos a temática tem sido cada vez mais estudada (Gráfico 01).

Gráfico 01: Dissertações Educação Financeira PROFMAT (2013 a 2023)[2]



Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

2 Consideramos para a construção da análise os dados disponíveis até outubro de 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

No período de 2013 a 2023, as produções chegaram a mais de cem publicações. Enquanto em 2013, foi possível identificar apenas um trabalho que apresenta a EF em seu título, em 2023, até o momento de produção deste trabalho, temos 12 dissertações de mestrado acerca da problemática, com ênfase em conceitos da EF, propostas de ensino e a importância das discussões, principalmente, no que se refere ao ensino médio. Observamos a maior quantidade de dissertações no ano de 2021, vinte e dois trabalhos publicados.

Souza (2020), egresso do PROFMAT, corrobora com a nossa perspectiva ao abordar o tema e sua importância quando discorre acerca da Implementação e consolidação da EF nas etapas do ensino.

> A implementação da Educação Financeira no Ensino Fundamental e consolidação no Ensino Médio, auxiliará os estudantes a se tornarem mais críticos diante do excesso de "facilidades" apresentadas pelas propagandas, a extinguir despesas supérfluas, a buscar melhores fontes de renda, a desenvolver o hábito de poupar, a evitar pagamentos abusivos de juros, a enfrentar imprevistos financeiros, a planejar a aposentadoria e até a minimizar a possibilidade de o indivíduo cair em fraude, além disso, pode ainda viabilizar a realização de alguns sonhos possíveis com determinação e organização financeira (Souza, 2020, p 12).

Outros trabalhos mostram elementos acerca da EF e da matemática no cotidiano, seja ele diário ou escolar. O trabalho "Paradigmas da educação financeira no Brasil" de José Roberto Ferreira Savoia (2007), por exemplo, deixa claro uma visão acerca do ensino matemático (EM) ou da EF no Brasil. Para o autor, no país, as autoridades não exercem a função de capacitar a população adequadamente para a tomada de decisões no âmbito financeiro. O que pode potencializar dados negativos como os apresentados na PEIC do ano de 2022.

Neste período, o patamar mais elevado na história da PEIC, de 100 famílias brasileiras 78 estavam endividadas (PEIC, 2022). A falta de conhecimento das variáveis que interagem na relação de dinheiro dificulta sua melhor organização, os juros por exemplo, segue sendo um grande vilão no que se refere a quitação de dívidas, pois "acirram as despesas financeiras" (PEIC, 2023)

Para Carraheir, Carraheir e Schlielmann (1995, p.12), a aprendizagem matemática, no que diz respeito a sala de aula, é um "momento de interação entre a Matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a Matemática formal, e a Matemática como atividade humana". Sendo assim, em sala de aula e com os

ISBN: 978-85-61702-77-9

professores, compreende-se a matemática formal, bem como as ferramentas que apresenta para melhor trabalhar com figuras geométricas, áreas, cálculos e, no que diz respeito a finanças, podemos citar o uso de juros simples e composto, além do aprimoramento de seus conhecimentos informais.

Visto que a educação financeira discorre sobre diversas bases de conhecimento e controle financeiro, até as áreas da matemática que incluem cálculos de frações, porcentagem, funções, operações com números decimais, confecções e análise de gráficos, raciocínio lógico e estatística, temos a necessidade de analisar o documento normativo que rege a educação brasileira nas redes de ensino e suas instituições públicas e privadas. Desse modo, direcionamos nossa análise para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que é referência obrigatória na elaboração dos currículos escolares e propostas pedagógicas para a educação infantil, ensino fundamental e ensino médio no Brasil.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA ANÁLISE A PARTIR DA BNCC

Antes de discutir sobre a educação financeira a partir da BNCC, é importante apresentar inicialmente do que se trata e como se dá a construção histórica do documento e porque é importante discutir sobre a temática. A Base Nacional Comum Curricular trata-se de um documento que foi criado com o intuito de amenizar os problemas relacionados a desigualdade na educação. De acordo com Cury (2018, p. 53), o documento carrega, em si, a "universalização de direitos no tocante ao acesso ao conhecimento acumulado e à qualidade da educação que se realizaria pela distribuição igualitária e isonômica desses conhecimentos". A BNCC foi criada conforme definido na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996).

> A Base deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil. A Base estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, a Base soma-se aos propósitos que

ISBN: 978-85-61702-77-9

> direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

A BNCC é um conjunto de normas, competências e habilidades que são fundamentais para o desenvolvimento do aluno ao longo de sua formação pelas etapas e modalidades, do ensino infantil ao ensino médio em escolas da rede pública e privada, ou seja, a "BNCC seria o instrumento para qualificar a educação através de uma identidade de conhecimentos que seja proporcionada a todos os estudantes da Educação Básica brasileira." (Cury, 2018, p. 61). Este autor acrescenta ainda que "ela [a BNCC] se envolve em uma visão de escolarização que, para termos uma educação de qualidade seria necessário proporcionar conteúdos idênticos para possibilitar uma igualdade de oportunidades entre os educandos" (Cury, 2018, p.61).

A partir das necessidades em que foram surgindo referente a qualidade de ensino nas escolas do país, a construção da BNCC passou por várias mudanças em sua linha do tempo para que assim o documento atendesse a todas as necessidades emergentes na educação. Seguindo a linha do tempo que permeia a BNCC, em 1996, finalmente é aprovada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) que é a Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Em seu capítulo II, seção I, aponta que:

> Art. 26 - Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. § 4º - O ensino da História do Brasil levará em conta as contribuições das diferentes culturas e etnias para a formação do povo brasileiro, especialmente das matrizes indígenas, africana e europeia.

Ao ser aprovada a Lei 9.394/96, o ensino fundamental e o ensino médio deveriam ter, obrigatoriamente, base comum curricular que seria estabelecida nos sistemas de ensino de todo o país respeitando as características sociais, culturais e econômicas dos brasileiros. Nessa perspectiva, em 1997, são consolidados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Os PCNs foram criados com o intuito de ajudar e auxiliar os professores ou equipe escolar na execução de seus trabalhos no desenvolvimento do currículo.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema

ISBN: 978-85-61702-77-9

> educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual (Brasil, 1997, p. 13).

Diferente da BNCC, os PCNs eram organizados em ciclos que equivalem a 2 anos escolares. A BNCC, por sua vez, organiza conteúdos de acordo com o ano escolar, ou seja, a cada ano escolar a BNCC oferece uma lista de assuntos no qual o aluno tem que aprender em sua vida escolar.

A Constituição Federal de 1988 também se constitui enquanto marco legal que embasou a construção do documento, uma vez que, em seu artigo 210, indica que "serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais" (BRASIL, 1988).

Seguindo o contexto histórico no qual pode-se acompanhar desde a LDB, passando Constituição e pelos PCNs, a BNCC, promulgada entre 2017 e 2018, em conjunto com o Plano Nacional de Educação (PNE), estabeleceram em um documento que a educação financeira seja um dos temas transversais nos currículos de estados e municípios.

> Cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre esses temas, destacam-se: [...] bem como saúde, vida familiar e social, educação para o consumo, educação financeira e fiscal, trabalho, ciência e tecnologia e diversidade cultural (Parecer CNE/CEB nº 11/2010 e Resolução CNE/CEB nº 7/201023). Na BNCC, essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada (MEC, BNCC, 2018.)

Esses temas transversais vêm sendo introduzidos nos planejamentos de ensino das escolas. Nesse sentido, o documento cita a educação para o consumo e a educação financeira, esta deve ser desenvolvida com o objetivo de ensinar aos estudantes como lidar de forma consciente, responsável e eficaz com as suas finanças no dia a dia. No capítulo 4.2 da BNCC, na área da matemática, é a apresentadas a importância dos conhecimentos acerca da área para todos os estudantes

ISBN: 978-85-61702-77-9

do ensino básico, "seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais" (BNCC, 2018). A EF, do mesmo modo, possui essa relevância na formação dos cidadãos.

O letramento matemático é apresentado na BNCC como o uso de habilidades como o raciocínio lógico, desenvolvido através de diversos processos e competências matemáticas, usando-os de maneira concreta para resolver problemas da vida cotidiana. Essa perspectiva aponta para a relevância do desenvolvimento dessas competências e habilidades para a atuação do sujeito no mundo. E, nesse contexto, também podemos inserir os conteúdos da educação financeira.

A BNCC traz em seu documento, 8 competências específicas para o componente curricular matemática no Ensino Fundamental e 5 competências para o Ensino Médio. Entre essas competências, podemos elencar algumas competências que dialogam diretamente com o que precisa ser trabalhado na educação financeira (Quadro 01).

Quadro 01- Competências específicas de matemática e suas tecnologias (BNCC) no Ensino Fundamental e no Ensino Médio

ETAPA	COMPETÊNCIA
Ensino Fundamental	4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá- las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
	5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
	6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático- utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

ISBN: 978-85-61702-77-9

ETAPA	COMPETÊNCIA
Ensino Médio	1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
	2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
	3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos [...]

Fonte: BNCC (2018).

Cada uma das competências elencadas no quadro faz referência as habilidades e aos conteúdos matemáticos e como estes devem dialogar com os diversos contextos vivenciados no cotidiano. Compreende-se, portanto, as competências como exigências além de números e contas, trata-se de um conhecimento interdisciplinar e plural, trabalhando questões sociais, investigativas, relação entre as áreas da matemática, habilidades tecnológicas, resoluções de situações-problemas bem como suas criações, desenvolvimento além da sala de aula, interação social e outros. Todos esses aspectos dialogam com a educação financeira.

Na análise do documento, identificamos ainda que ao tratar sobre a unidade temática Números na etapa do Ensino Fundamental anos finais, a BNCC indica que

> Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing. Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da Matemática

ISBN: 978-85-61702-77-9

> Financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos (BNCC, 2018, p. 269).

Identificamos, assim, que a BNCC propõe que os educadores trabalhem conteúdos matemáticos visando a educação financeira. O documento, inclusive, sugere o desenvolvimento de atividades de forma interdisciplinar, dialogando, por exemplo, com a área da História. A menção a educação financeira também é encontrada em algumas habilidades para o Ensino Fundamental, associadas, principalmente, a porcentagens. Como exemplo, temos a habilidade EF09MA05 "resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira" (BNCC, 2018, p. 317).

Na etapa do Ensino Médio, encontramos menções a matemática financeira. Em algumas habilidades são elencados conteúdos, sobretudo, de funções exponenciais, logarítmicas e quadráticas, associados a matemática financeira. Observamos, assim, a redução a compreensão das ferramentas relacionadas sem a intenção de educar financeiramente os estudantes.

Encontramos ainda a menção a educação financeira no tópico que trata da área de ciências humanas sociais e aplicadas no Ensino Médio. Ao tratar sobre Política e Trabalho, a BNCC aponta que "há hoje mais espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e cresce a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual" (BNCC, 2018, p. 568). O texto trata, assim, da importância de promover a reflexão dos alunos sobre as relações entre trabalho, produção e consumo e destaca a importância da educação financeira na ampliação da visão de mundo dos estudantes, preparando-os para tomadas de decisões futuras.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho, buscamos discutir a inserção do estudo da Educação Financeira (EF) na educação básica a partir do proposto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nesta perspectiva, o artigo traz um levantamento bibliográfico referente à temática, bem como a análise de dados divulgados a partir da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (PEIC) de 2019, 2022 e 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O aumento nos casos de endividamento no Brasil nos últimos anos reforça a necessidade da construção de cidadãos conscientes, consumidores e investidores. A educação financeira, conforme discutimos no decorrer do texto, não se refere apenas ao conhecimento dos conteúdos que integram a matemática financeira. De outro modo, constitui-se como a aquisição de valores e o desenvolvimento de competências para que os sujeitos se tornem conscientes das oportunidades e dos riscos financeiros e que façam escolhas que podem impactar positivamente em suas vidas.

A educação financeira é apresentada na BNCC como um tema transversal que deve ser trabalhado, principalmente, ao longo do Ensino Fundamental anos finais e do Ensino Médio. Constatamos que as menções a EF dialogam com o desenvolvimento de habilidades específicas, sobretudo, no Ensino Fundamental, visando a construção de sujeitos conscientes. No entanto, no Ensino Médio, as orientações se resumem a aquisição de conhecimentos da matemática financeira.

Reiteramos a nossa percepção de que a educação financeira, assim como proposto na BNCC, esteja presente desde a formação do sujeito no âmbito da educação básica, uma vez que essas questões interferem diretamente nas relações pessoais, familiares e sociais, impactando toda a sociedade e não deve ser um conhecimento a ser adquirido apenas na vida adulta. Como desdobramento deste trabalho, objetiva-se, em um segundo momento, desenvolver metodologias no ensino da matemática que contemplem a educação financeira, contribuindo na formação dos futuros professores da disciplina.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasília, DF. 1988.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996. BRASIL.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1998.

ISBN: 978-85-61702-77-9

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 126p.

CARRAHER, T. N; CARRAHER, D. W; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo, Cortez, 1995.

CURY, Carlos Roberto Jamil. **Base Nacional Comum Curricular** : dilemas e perspectivas / Carlos Roberto Jamil Cury, Magali Reis, Teodoro Adriano Costa Zanardi. - São Paulo : Cortez, 2018.

ESPECIAL FOCAS. Por minha conta. **Estadão.** Disponível em: https://infograficos.estadao.com.br/focas/por-minha-conta/materia/quase-9-milhoes-de-jovens-estao-enrolados-com-dividas-no-brasil. Acesso em: 1 out. 2023.

FERREIRA, Juliana. A importância da educação financeira pessoal para a qualidade de vida. **Revista caderno de administração IESB** - Instituto de Ensino Superior de Bauru, 2017. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/caadm/article/view/33268. Acesso em: 22 out. 2023.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

HOFMANN, R. M.; MORO, M. L. F. Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 20, n. 2, p. 37–54, 2013. DOI: 10.20396/zet.v20i38.8646609. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646609 . Acesso em: 16 ago. 2023.

OCDE, Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. 2005.

PEIC, Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor. Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC) Brasil, 2019. Disponível em: https://static.poder360.com.br/2023/09/relatorio-peic-maio-2019.pdf. Acesso em: 20 ago.2023.

PEIC, Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor. Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC) Brasil, 2022. Disponível em: https://static.poder360.com.br/2023/09/relatorio-peic-2022.pdf. Acesso em: 20 ago.2023.

PEIC, Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor. Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC) Brasil, maio, 2023. Disponível em: https://static.poder360.com.br/2023/09/relatorio-peic-2023.pdf. Acesso em: 05.out.2023

SAVOIA, J. R. F.; SAITO, A. T.; SANTANA, F. de A. Paradigmas da educação financeira no Brasil. **Revista de Administração Pública**, Rio de Janeiro, RJ, v. 41, n. 6, p. 1121 a 1141, 2007. Disponível em: https://periodicos.fgv.br/rap/article/view/6620. Acesso em: 19 nov. 2023.

SOUSA, Almir Ferreira de e TORRALVO, Caio Fragata. A gestão dos próprios recursos e a importância do planejamento financeiro pessoal. 2004, **Anais**. São Paulo: USP/FEA/PPGA, 2004. Disponível em: : Seminários em Administração - SEMEAD . Acesso em: 19 nov. 2023.

SOUZA, Wagner Tadeu Coelho. A Educação Financeira no Ensino Médio: Da escola para a Vida. **Dissertação.** Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Brasil, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2020. Disponível em: https://sig.cefetmg.br/sigaa/public/programa/noticias_desc.jsf?lc=pt_BR&id=543&noticia=19983 677 Acesso em: 20 set. de 2023.

VAZ, R; NASSER, L. Que Educação Financeira Escolar é essa? **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** (EM TEIA), v. 12, p. 1-16, 2021. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/250355/pdf_1. Acesso em: 05 ago.2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.016

EDUCADORES MATEMÁTICOS E PESSOAS IDOSAS: CONSTRUINDO CAMINHOS PARA O DIÁLOGO[1]

WANDERLEYA NARA GONÇALVES COSTA
Universidade Federal de Mato Grosso – ICET/CUA/UFMT. E-mail: wanderleya.costa@ufmt.br

ADMUR SEVERINO PAMPLONA
Universidade Federal de Mato Grosso – ICET/CUA/UFMT. E-mail: admur.pamplona@ufmt.br

RESUMO

Nos últimos anos, tem-se observado o estabelecimento de múltiplas ações que contribuem para enfrentar e dirimir problemas relacionados ao processo de envelhecimento humano e à aceitação da velhice sem estereótipos, incluindo várias iniciativas por parte de universidades. Apoiando os esforços, temos desenvolvido atividades que visam gerar ferramentas teóricas, métodos e técnicas de constituição, integração e análise de dados relativos a conhecimentos matemáticos de pessoas da terceira idade. As pesquisas ocorrem junto à formação inicial de professores de matemática e à extensão universitária. Os resultados iniciais apontam a necessidade de maior aprofundamento nos temas: 1) o papel da memória e das experiências de vida na compreensão e na divulgação da matemática; 2) os processos cognitivos e o raciocínio lógico-matemático, as habilidades motoras e sociais de pessoas na terceira idade; 3) o uso da história oral na educação matemática; 4) a aplicação de jogos de tabuleiro e outros, para a mobilização de conhecimentos lógico-matemáticos na terceira idade. Há indícios de que a Etnomatemática pode constituir-se como um fio condutor para se efetuar um diálogo produtivo entre os saberes da experiência de pessoas idosas com os conhecimentos matemáticos formais. Esperamos que, no seu vínculo com a licenciatura e a extensão universitária, a pesquisa ajude a construir uma relação mais inclusiva e dialógica dos futuros professores com as pessoas idosas, de forma a permitir a construção conjunta de saberes, a interação social e a ampliação dos canais de comunicação entre a sociedade, a escola e a universidade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Inclusão. Licenciatura. Saberes e Práticas Matemáticas. Etarismo.

1 Esse trabalho expõe resultados de projetos de pesquisa e de extensão

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

> Não sei... se a vida é curta ou longa demais para nós. Mas sei que nada do que vivemos tem sentido, se não tocarmos o coração das pessoas. Muitas vezes basta ser: colo que acolhe, braço que envolve, palavra que conforta, silêncio que respeita, alegria que contagia, lágrima que corre, olhar que sacia, amor que promove. E isso não é coisa de outro mundo: é o que dá sentido à vida. É o que faz com que ela não seja nem curta, nem longa demais, mas que seja intensa, verdadeira e pura... enquanto durar.
>
> Cora Coralina

Tem sido uma constante a afirmação de que a população brasileira está envelhecendo devido a fatores tais como o aumento da expectativa de vida e a queda da natalidade. O envelhecimento da população não significa que a longevidade tenha se estendido de forma acentuada, mas que a proporção de pessoas idosas na população total cresceu e que essa tendência deve se acentuar nos próximos anos. Esse fenômeno tem evidenciado os preconceitos relacionados ao envelhecimento, bem como a luta das pessoas idosas pela garantia de seus direitos, tanto no âmbito social quanto no educacional, dentre outros.

Há quase vinte anos foi criado o Estatuto do Idoso – hoje chamado de Estatuto da Pessoa Idosa —, que traz considerações sobre os direitos da população brasileira acima de 60 anos. A Lei nº. 10.741, de 1º de outubro de 2003, em seu artigo terceiro, afirma que é:

> [...] obrigação da família, da comunidade, da sociedade e do Poder Público assegurar ao idoso, com absoluta prioridade, a efetivação do direito à vida, à saúde, à alimentação, à educação, à cultura, ao esporte, ao lazer, ao trabalho, à cidadania, à liberdade, à dignidade, ao respeito e à convivência familiar e comunitária (BRASIL, 2003, p. 15).

No que se refere às necessidades educativas dessa parcela da população, a legislação brasileira define que se incluam, nos diversos níveis de ensino, conteúdos voltados ao processo de envelhecimento, ao respeito e à valorização da pessoa idosa. O Estatuto da Pessoa Idosa também coloca a sugestão de que instituições de educação superior ofereçam ações formativas sobre educação ao longo da vida. Essa providência visa, por um lado, contribuir para uma melhor qualidade de vida das pessoas com idade igual ou superior a 60 anos e, por outro lado, reduzir

ISBN: 978-85-61702-77-9

o preconceito em relação às pessoas mais velhas e aos estigmas associados ao envelhecimento – preconceito esse chamado de etarismo, ageismo, velhofobia ou gerontofobia, dentre outros.

Quando as ações educativas se voltam para pessoas idosas, de modo geral, elas envolvem temas relativos à integração à vida moderna, a uma maior compreensão sobre o envelhecer, à ampliação de habilidades cognitivas e motoras, dentre outros. Mas quando as ações têm como público-alvo profissionais que atendem pessoas idosas, são discutidos temas mais específicos, segundo a área de atuação profissional. Nesse contexto, no que se refere à Educação e mais especificamente à formação de professores, tem sido considerado importante incluir temáticas relativas ao envelhecimento humano nos currículos das licenciaturas, não apenas como forma de ampliar discussões a respeito da presença de pessoas idosas nas escolas e nas universidades — por meio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) ou da Universidade Aberta à Terceira Idade, por exemplo —, e de contribuir para que os professores se sintam capacitados para atuar junto às pessoas idosas.

Nas licenciaturas, discutir temas relacionados ao preconceito em relação às pessoas mais velhas e aos estigmas associados ao envelhecimento também pode ser compreendido como estratégia para mudar relações sociais que, não raro, levam à desvalorização, ao desrespeito e até mesmo à violência psicológica e/ou física contra pessoas idosas. Essa concepção se pauta na ideia de que os educadores podem promover diálogos intergeracionais, de modo a permitir que educação escolar seja uma via para abalar a percepção negativa acerca do envelhecimento. Nesse sentido, Carrara (2009, p. 15) destaca que:

> A escola em sua missão de formadora de pessoas dotadas de espírito crítico e de instrumentos conceituais para se posicionarem com equilíbrio em um mundo de diferenças e de infinitas variações. Pessoas que possam refletir sobre o acesso de todos/as à cidadania e compreender que, dentro dos limites da ética e dos direitos humanos, as diferenças devem ser respeitadas e promovidas e não utilizadas como critérios de exclusão social e política.

Alinhados com a ideia de que a escola e a universidade — via pesquisas, extensão e ações pedagógicas — podem contribuir para mudar as relações que estabelecemos com a velhice e as pessoas idosas, nos questionamos sobre o papel que os educadores matemáticos vêm assumindo quanto a essa temática. A partir daí, realizamos um projeto de extensão e dois projetos de pesquisa, uma pesquisa

ISBN: 978-85-61702-77-9

foi concluída e outra encontra-se em andamento, ainda em fase inicial. No presente trabalho, apresentaremos os resultados desses nossos trabalhos relacionados às pessoas idosas.

Na primeira pesquisa à qual nos referimos nesse trabalho, investigamos se os cursos de Licenciatura da Universidade Federal de Mato Grosso, Campus do Araguaia (UFMT/CUA) têm promovido discussões afeitas ao envelhecimento, ao ensino para pessoas idosas e/ou a preconceitos contra elas, bem como ao papel da escola e da universidade para melhorar sua qualidade de vida e debelar preconceitos. Em seguida, apresentamos nossas ações de extensão voltadas para pessoas idosas, por meio do projeto “Matemática na Terceira Idade”. Finalmente, remetemos à segunda pesquisa, principal foco desse trabalho.

A investigação em curso visa gerar ferramentas teóricas, métodos e técnicas de constituição, integração e análise de dados relativos a conhecimentos matemáticos de pessoas da terceira idade. A pesquisa ocorre junto à formação inicial de professores de matemática e à extensão universitária e os resultados iniciais apontam os temas que carecem de maior aprofundamento e ainda que a Etnomatemática pode constituir-se como um fio condutor para se efetuar um diálogo produtivo entre os saberes da experiência de pessoas idosas com os conhecimentos matemáticos formais.

METODOLOGIA

Todos nasceram velhos — desconfio.
Em casas mais velhas que a velhice,
em ruas que existiram sempre — sempre
assim como estão hoje
e não deixarão nunca de estar:
soturnas e paradas e indeléveis
mesmo no desmoronar do Juízo Final.
Os mais velhos têm 100, 200 anos
e lá se perde a conta.
Os mais novos dos novos,
não menos de 50 — enorm’idade.
Nenhum olha para mim.
A velhice o proíbe. Quem autorizou
existirem meninos neste largo municipal?

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quem infrigiu a lei da eternidade
que não permite recomeçar a vida?
Ignoram-me. Não sou. Tenho vontade
de ser também um velho desde sempre.
Carlos Drummond de Andrade

Na primeira pesquisa cujos resultados apresentamos, a metodologia utilizada foi a análise documental. A pesquisa documental é entendida por Severino (2007, p.122) como sendo aquela que investiga "conteúdos dos textos que ainda não tiveram nenhum tratamento analítico, são ainda matéria-prima, a partir da qual o pesquisador vai desenvolver sua investigação e análise". Nós perscrutamos os Projetos Políticos Pedagógicos dos sete cursos de licenciatura oferecidos no Campus Universitário do Araguaia (CUA) da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), — Licenciatura em Ciências Biológicas, Licenciatura em Educação Física, Licenciatura em Física, Licenciatura em Geografia, Licenciatura em Letras, Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Química — à procura de proposições curriculares que remetessem a discussões afeitas ao envelhecimento e à educação para pessoas idosas.

Na ação de extensão, metodologicamente, nos apoiamos na ideia de Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP), noção teórica elaborada em Ball e Cohen (1999). Ball e Cohen (1999, p.27) propõem que a educação profissional de professores seja situada na prática de ensinar; por isso, as TAP são desenvolvidas em ambientes de formação inicial ou continuada de professores, considerando conhecimentos prévios e experiências, objetivando a aprendizagem docente. Segundo os autores, as TAP devem ser constituídas por meio do estudo sistemático de atividades consideradas centrais à prática de ensino, por exemplo, selecionar ou elaborar tarefas instrucionais. Coerente com essa proposta teórica, no projeto de extensão 'Educação Matemática e Terceira Idade', nos envolvemos, juntamente com duas licenciandas em matemática, na elaboração e na análise de propostas pedagógicas voltadas para pessoas idosas.

Na segunda investigação à qual nos referimos nesse trabalho, foi proposta uma pesquisa bibliográfica, compreendida como parte importante para a elaboração de instrumental teórico-metodológico a constituição, integração e análise de dados relativos a conhecimentos matemáticos de pessoas da terceira idade. Segundo Severino (2007), a pesquisa bibliográfica realiza-se pelo:

ISBN: 978-85-61702-77-9

> [...] registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Utilizam-se dados de categorias teóricas já trabalhadas por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir de contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos (SEVERINO, 2007, p. 122)

Quando buscamos constituir um acervo composto por teses e dissertações, optamos por realizar a busca no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). (https://www.bdtd.ibict.br/vufind/). Constituindo-se base teórico-prática para a atuação junto a pessoas idosas, há diversos estudos de longa duração que se concentram na inteligência e no desenvolvimento da personalidade na idade adulta e na velhice [(CACHIONI, 1998). (CUPERTINO, ROSA & RIBEIRO, 2007); (PALMA & CACHIONI, 2002); (WITTER, 2006); (WEBBER & CELICH, 2007). Contudo, no que se refere à Educação Matemática, esse tipo de pesquisa — de longa duração — ainda tem sido rara, conforme constatamos na busca realizada na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Na primeira busca que realizamos nessa base de dados, foram usadas as palavras-chave: ensino, matemática e idosos e numa segunda busca, trocamos a palavra-chave idosos por pessoas idosas. Em nenhuma das duas buscas foi delimitado um período temporal e em ambas as buscas, foram reportados vinte e sete (27) resultados, entretanto, apenas quatro diziam respeito, efetivamente, ao ensino-aprendizagem e/ou uso da matemática para pessoas idosas.

Em face do pequeno número de trabalhos encontrados, para ampliar nosso corpus de análise, decidimos utilizar o Google Acadêmico. Utilizando os mesmos parâmetros de busca, obtivemos um número muito grande de resultados. Elegemos os mais relevantes para o nosso trabalho e sobre eles realizamos nossas análises, algumas das quais serão apresentadas na próxima seção desse texto. Frente a um maior número de publicações encontradas, fizemos uma triagem a partir da ordem de relevância com relação ao alinhamento com o nosso tema de interesse. Na leitura flutuante que efetuamos para a composição do corpus de análise, consideramos: título do trabalho, autores e resumos, excluímos teses e dissertações e fizemos uma listagem das doze primeiras publicações. Nesse trabalho, são apresentadas as análises de oito dessas publicações.

Para perscrutar os dados foi usada a Análise de Conteúdo. Segundo Bardin (1977), na Análise de Conteúdo deve-se realizar 1) a pré-análise; 2) a exploração do

ISBN: 978-85-61702-77-9

material e 3) o tratamento dos resultados, inferência e interpretação. A pré-análise cumpre o objetivo de tornar operacional o material a ser analisado e envolve a realização de cinco etapas: a) uma leitura flutuante; b) definição do corpus para análise; c) formulação dos objetivos da análise; d) elaboração dos indicadores (excertos de texto do corpus); e e) preparação do material.

A segunda etapa envolve: a) a escolha das unidades de contexto, compreendidas como sendo segmentos da mensagem que possibilitam a compreensão da unidade de registro, b) a escolha das unidades de registro, ou seja, de partes ou trechos significativos do texto, c) definição dos eixos temáticos, conforme os temas que emergem do texto, num processo de classificação dos elementos com características semelhantes, permitindo seu agrupamento. d) configuração das categorias de análise que ocorre a partir das articulações entre as unidades de registro e o referencial teórico. Na terceira etapa ocorre o processo de obtenção dos resultados que constitui em: a) movimento dialógico das Categorias de Análise, b) interpretação e a apresentação dos resultados, por meio de um procedimento minucioso de interpretação das similaridades, confluências e divergências entre as unidades de registro e o referencial teórico.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Olha estas velhas árvores, mais belas
Do que as árvores moças, mais amigas,
Tanto mais belas quanto mais antigas,
Vencedoras da idade e das procelas...
O homem, a fera e o inseto, à sombra delas
Vivem, livres da fome e de fadigas:
E em seus galhos abrigam-se as cantigas
E os amores das aves tagarelas.
Não choremos, amigo, a mocidade!
Envelheçamos rindo. Envelheçamos
Como as árvores fortes envelhecem,
Na glória de alegria e da bondade,
Agasalhando os pássaros nos ramos,
Dando sombra e consolo aos que padecem!
(*Olavo Bilac*)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Apesar do papel atribuído à escola e à universidade pelo Estatuto da Pessoa Idosa, por vezes, os cursos de licenciatura deixam de oferecer atividades que promovam discussões sobre o envelhecimento, sobre a educação de pessoas idosas e sobre os preconceitos contra essa parcela da população. Assim, as licenciaturas deixam de constituir importante referencial para a ação profissional de seus egressos, conforme verificamos em nossa pesquisa. De fato, buscamos, por meio de pesquisa documental, averiguar se os cursos de licenciatura da UFMT/CUA vêm oferecendo poucos subsídios para que seus egressos possam agir contra o etarismo socialmente construído e sustentado pela manutenção de estereótipos negativos quanto a pessoas idosas.

Efetivamente, referências às relações entre a educação, o ensino e o processo de envelhecimento só foram detectadas nos cursos de Licenciatura em Educação Física e Licenciatura em Letras. Nos demais cursos, nos PPC, não foram encontradas indicações para que se discuta essas questões.

Na Licenciatura em Educação Física da UFMT/CUA, além da disciplina optativa ***Estudos do processo de envelhecimento*** (60h), foram detectadas indicações de obras sobre o tema entre as bibliografias complementares de disciplinas obrigatórias. Por sua vez, no PPC do curso de Licenciatura em Letras, na disciplina optativa "***História, memória e literatura"***, foi encontrada uma referência às narrativas memorialísticas de pessoas idosas. Nos documentos orientadores das práticas pedagógicas das outras cinco licenciaturas, não foram encontrados indícios de discussões sobre educação para idosos ou de preconceitos e exclusões contra elas (COSTA e PAMPLONA, 2023).

Frente a esses resultados, cabe pontuar que, ao comentar sobre trabalhos de algumas universidades brasileiras junto a pessoas idosas, Argentin e Lima (2020, p. 146) asseguram que:

> [...] a área da saúde tem grande preocupação com os idosos e traz várias contribuições por meio dos trabalhos. A educação física também abrange essa área, mostrando como o exercício físico é importante nessa faixa etária. Porém, a matemática não conta com muitos trabalhos publicados. Há, portanto, um espaço para mais pesquisas nessa temática, pois praticamente não existem trabalhos que reflitam sobre atividades matemáticas para idosos. É uma área que tem começado a despontar e se faz necessária pelas necessidades e anseios da longevidade de vida dos idosos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Assim, parece-nos que o observado junto aos cursos de licenciatura do CUA/UFMT também ocorre em outras instituições. Entretanto, há que se pontuar que atividades extracurriculares vinculadas a projetos de extensão ou de pesquisa, nesta e noutras instituições, têm conseguido viabilizar a construção de algum conhecimento sobre o processo de envelhecimento e a sua relação com o ensino e a aprendizagem na área. Em especial, nós próprios, em 2022, desenvolvemos um projeto extensionista voltado para a terceira idade.

Conforme descrevemos em Costa e Pamplona (2022a), no desenvolvimento do projeto "Matemática na Terceira Idade", amparados teoricamente por estudos vinculados à gerontologia educacional, elaboramos materiais educativos voltados para pessoas idosas e que, principalmente a partir da aplicação de jogos, buscam exercitar: atenção, concentração, organização, observação, comparação, ordenação, quantificação, criatividade, intuição, capacidade de análise crítica na seleção de procedimentos e estratégias, dentre outros. Em decorrência desse trabalho de extensão universitária, as licenciandas que participaram da equipe executora, a partir de seu contato com pessoas idosas pouco escolarizadas, perceberam marcas históricas do processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar, que lhe provocaram reflexões e questionamentos sobre práticas pedagógicas junto a pessoas idosas e sobre o papel do erro na matemática (COSTA e PAMPLONA, 2022b).

Ainda no desenvolvimento do projeto citado, enquanto professores orientadores de estágio na Licenciatura em Matemática, buscamos efetuar uma articulação entre extensão, ensino e pesquisa. Para tanto, uma estudante bolsista contribuiu para que efetuássemos uma escuta sensível a professores supervisores de estágio na Educação Básica em reconhecida fase de envelhecimento. Por meio dessa escuta, buscamos conhecer e compreender as percepções desses professores sobre sua trajetória profissional frente ao processo do seu próprio envelhecimento. O objetivo do trabalho foi perceber se o aumento da idade se reflete e tem implicações nas práticas cotidianas dos docentes durante a condução do Estágio. Verificamos, então, que, não raro, os professores mais antigos necessitam ausentar-se da sala de aula devido à problemas de saúde, causados pela vida profissional sobrecarregada em conjunção com doenças comuns à sua idade. Mas também foi possível concluir que esse problema não traz impactos negativos para a formação inicial docente; uma vez que, quando presentes, esses professores conseguem partilhar saberes e dar segurança aos estagiários em suas primeiras práticas profissionais, muito mais que outros professores, em fases iniciais ou intermediárias da carreira.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Finalmente, observemos os resultados da pesquisa que temos realizado no momento e que, de certo modo, convida os educadores matemáticos a se questionarem acerca dos caminhos que temos trilhado para tecer diálogos que viabilizem/motivem pesquisas e ações pedagógicas que contribuam para com a ruptura de práticas discriminatórias e violentas contra pessoas idosas. Nesta pesquisa, inicialmente, fizemos o fichamento de oito obras, como em estudos do Estado da Arte, o registro dos trabalhos acadêmicos que compuseram nosso corpus de análise se deu a partir dos elementos essenciais na composição de um trabalho acadêmico (objetivo; aporte teórico/conceitos; método: coleta/análise e principais resultados ou conclusões). Para a organização dos dados, optamos pelo uso de quadros – cada um deles expõe os dados da publicação analisada; após os quadros, efetuamos uma discussão que considera o conjunto de dados encontrados, conforme se observa a seguir.

QUADRO 1: Referente à publicação - DE MORAES CANDIA, R. .; DOS SANTOS, J. W. Retratos da velhice: uma análise da representação do homem idoso nos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v. 28, n. 79, p. 1-18, 30 jun. 2023. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/372046350_Retratos_da_velhice_uma_analise_da_represent acao_do_homem_idoso_nos_livros_didaticos_de_Matematica_do_Ensino_Fundamental

Objetivo	Compreender o modo como o livro didático de Matemática induz à governamentalidade, instituindo um modo de conceber o homem idoso
Aporte teórico/ conceitos	Governamentalidade, cultura da performatividade e etarismo
Método	Análise cartográfica de uma das coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental mais vendidas no Programa Nacional do Livro Didático 2019
Principais resultados e conclusões	Foram evidenciados movimentos de invisibilização e de estigmatização do e homem idoso, bem como apontadas práticas de um etarismo que atua sorrateiramente pelos microespaços sociais, contornando diretrizes do PNLD e contribuindo para instituir um modo de ver/ser idoso no Brasil.

Fonte: dados da pesquisa

ISBN: 978-85-61702-77-9

QUADRO 2: LOPES, R. A.; JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G. da; CARDOSO, R. F.; NEVES, S. M. F. C. Educação matemática para e com idosos em tempos de pandemia. **Revista Extensão & Cidadania**, *[S. l.]*, v. 9, n. 15, p. 27-45, 2021. DOI: 10.22481/recuesb.v9i15.8162. Disponível em: https://periodicos2.uesb.br/index.php/recuesb/article/view/8162.

Objetivo	Favorecer a interação social e a possibilidade de pessoas idosas utilizarem a matemática como uma oportunidade para se manterem ativas durante o período de isolamento social devido á Covid-19.
Aporte teórico/ conceitos	Cenários investigativos, comunicação e produção de significados, educação matemática com idosos, envelhecimento, extensão universitária
Método	Foi desenvolvido um projeto de extensão vinculado ao programa Universidade Aberta à Terceira Idade, por meio do qual foram elaboradas e desenvolvidas, remotamente, um conjunto de vinte atividades. De um projeto feito, inicialmente, para pessoas idosas, ele se tornou um projeto com pessoas idosas; uma vez que elas fizeram sugestões e apontaram demandas como, por exemplo, de se discutir sobre questões financeiras e fractais. Além disso, as próprias vivências e conhecimento de mundo delas foram usadas para moldar a forma de construir e executar o projeto.
Principais resultados e conclusões	O projeto, permitiu que as participantes se mantivessem ativas, contribuiu para o senso de pertencimento ao grupo, proporcionou

Fonte: dados da pesquisa

QUADRO 3: SILVA, G. R. B.; POMPEU, C. C. Um estudo sobre a formação inicial dos professores de matemática a partir das contribuições de uma experiência na educação de idosos. **Ensino da Matemática em Debate**, *[S. l.]*, v. 7, n. 3, p. 236–261, 2020. DOI: 10.23925/2358-4122.2020v7i3p236-261. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/49518.

Objetivo	Apresentar e analisar os impactos causados na percepção dos graduandos em matemática, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), quanto à educação matemática de idosos, sendo que estes alunos foram participantes do projeto de extensão: "Matemática na Terceira Idade: Novas Possibilidades para a Inclusão Social"
Aporte teórico/ conceitos	Educação para pessoas na terceira idade; envelhecimento, formação inicial de professores, Etnomatemática ou contextualização da matemática.
Método	Foram realizadas entrevistas com os participantes de um projeto de extensão, antes e depois de fazerem parte do mesmo, além de observações das atividades propostas e investigação dos diários de bordo dos alunos extensionistas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Principais resultados e conclusões	Após participarem do projeto, os licenciandos apresentaram um novo conhecimento sobre a educação de idosos e novas experiências acerca da relação entre aluno e professor. Dentre os conhecimentos adquiridos, foi destacada a não infantilização do conteúdo, uma tendencia que os licenciandos apresentaram no primeiro momento do projeto. Foi percebida a importância em se ter um ambiente específico para os idosos e adultos, uma vez que estes precisam de uma metodologia de ensino diferente que as crianças e adolescentes. Concluiu-se que atividades educativas com idosos devem ocorrer em espaços que propiciem atividades em grupo, com mesas coletivas que facilitem a utilização de materiais manipulativos bem como simulações de situações cotidianas.

Fonte: dados da pesquisa

QUADRO 4: SCHREIBER, A. C. Q.; SOUSA, R. C. R. . Matemática na terceira idade: experiência, memória e saberes ressignificando conceitos. In: **Anais do 37º SEURS**, 2019, Florianópolis, 2019. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/199323

Objetivo	Valorizar os saberes dos idosos, aproximá-los dos conceitos matemáticos e ressignificá-los, trazendo sentido ao seu cotidiano, em que o idoso poderá se reconhecer da Matemática.
Aporte teórico/ conceitos	Memória. produção de sentidos, Etnomatemática.
Método	Observação de participantes de um projeto de extensão, que consiste na realização de atividades que ativem a memória relacionando o uso da matemática no cotidiano, na construção de jogos e registros dos relatos orais que remetem aos saberes matemáticos.
Principais resultados e conclusões	Reconhecimento do papel da memória e da experiência para a constituição da identidade do indivíduo; compreender do uso e a socialização da matemática em situações cotidianas, a partir da valorização da cultura, do contexto social, dos saberes/fazeres, da humanidade e das relações, tanto com indivíduos, quanto com a matemática. Reconhecimento da importância da etnomatemática na formação de professores e na sua contribuição para uma prática pedagógica renovada, adequada a pessoas idosas.

Fonte: dados da pesquisa

ISBN: 978-85-61702-77-9

QUADRO 5: LIMA, L. F.; PENTEADO, M. G ; SILVA, G. H. G . Há sempre o que ensinar, há sempre o que aprender: como e por que educação matemática na terceira idade?. Boletim de Educação Matemática. **BOLEMA**, v. 33, p. 1331-1356, 2019. Disponível em https://www.scielo.br/j/bolema/a/YDFnvs9Kd7LmXDStg8mRk8g/

Objetivo	Compreender possíveis formas de promover tais ações e oferecer subsídios para uma reflexão a respeito de suas contribuições para o público na terceira idade
Aporte teórico/ conceitos	Diálogo, envelhecimento, investigação em sala de aula; educação para pessoas idosas.
Método	A produção de dados ocorreu no âmbito de uma ação extensionista intitulada *Conversas sobre Matemática com pessoas idosas*. As informações foram registradas em entrevistas, fotografias e diário de campo.
Principais resultados e conclusões	Análise revelou que a participação das pessoas idosas no projeto lhes trouxe contribuições que se manifestaram como: a) melhoria dos aspectos cognitivos; b) oportunidade de interação social; c) possibilidade de se conhecer novos assuntos relacionados à Matemática.

Fonte: dados da pesquisa

QUADRO 6: SANTIAGO, Z. M. A. ; DA SILVA MANGUEIRA, RÔMULO TONYATHY ; SILVA, V. M. ; SANTOS, J. J. C. . Ouvindo a Voz dos idosos(as): música e matemática na formação continuada. **Revista Inclusiones** , v. 4, p. 160-177, 2017. Disponível em https://www.archivosrevistainclusiones.com/gallery/9%20oficial%20vol%204%20num%20esp%20en e%20mar%20%20%202017%20rev%20inc.pdf

Objetivo	Elaborar proposta de uma oficina pedagógica de cunho socioeducacional direcionada ao público intergeracional, aplicável em contextos educacionais formais e informais.
Aporte teórico/ conceitos	Escuta intergeracional, educação gerontológica e inclusiva, educação formal e informal, multiletramentos na escola.
Método	Planejamento e execução de uma oficina pedagógica. A oficina foi elaborada a partir da escuta de educandos idosos(as) acerca de suas expectativas em relação a aprendizagem da matemática. Trata-se de uma oficina pedagógica focada nas atividades matemáticas musicalizadas. A oficina foi ministrada por professores de Matemática e Química que realizam pesquisas de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Ciências focadas no Ensino Inclusivo e interdisciplinar e aplicada a professores atuantes no ensino público brasileiro e em formação inicial docente (curso superior de licenciatura em Pedagogia e Letras), educadores sociais atuantes com idosos(as) em espaços informais, bem como a profissionais cuidadores de idoso(as) em instituições privadas, particulares e públicas.

Principais resultados e conclusões	A oficina gerada pode ser explorada por profissionais da educação em espaços educativos formais e informais, interconectando-a à história da matemática, às práticas cotidianas e ao conteúdo em sala de aula. A proposta se ancora na ideia da desconstrução dos saberes institucionais compartimentalizados e permite que educadores e educandos produzam releituras do ensino-aprendizagem matemático, retextualizando seus saberes na formação continuada e intergeracional, introduzindo e refletindo outras formas de pensar as aprendizagens da matemática.

QUADRO 7: FONSECA, A. P. M.; MORAIS, A. F. de; FERNANDES, A. C. F. R.; SILVA, E. K. S. e; FERREIRA, G. P.; AMARAL, F. M. F. da R. Jogos matemáticos como auxílio no processo de envelhecimento: um estudo junto aos idosos de um centro de convivência/Mathematical games as an aid in the aging process: a study with the elderly of a living center. **Brazilian Journal of Development**, *[S. l.]*, v. 5, n. 10, p. 19361–19372, 2019. DOI: 10.34117/bjdv5n10-162. Disponível em: https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/3794

Objetivo	Estimular a concentração, raciocínio e a observação do idoso, tornando-o capaz de enfrentar a decadência de habilidades cognitivas permanecendo inserido na sociedade, sendo reconhecido como ser autônomo e capaz do exercício pleno da cidadania.
Aporte teórico/ conceitos	Envelhecimento, memória.
Método	Foram criadas e executadas, via projeto de extensão universitária, oito oficinas matemáticas com o propósito de incentivar/ estimular a memória dos participantes de um Centro de Convivência. As oficinas foram ministradas por acadêmicos bolsistas dos cursos de fisioterapia e matemática, sob a supervisão de docentes desses cursos de ensino superior. Após as oficinas, foi aplicado instrumento avaliativo com trinta questões que avaliam a função cognitiva sob diversos aspectos: orientação temporal, espacial, atenção e cálculo, memória, registro e linguagem.
Principais resultados e conclusões	Os idosos participantes potencializaram sua memória e os estudantes bolsistas puderam desenvolver competências e habilidades até então não trabalhadas na graduação; o que contribui para a formação do seu pensamento crítico e reflexivo, bem como para a compreensão de que, por meio de um estudo científico, podem contribuir para a interferência na realidade vigente. O projeto também propiciou a interlocução da Academia com os espaços de Convivência dos idosos, contribuindo para atender as demandas advindas do envelhecimento demográfico.

QUADRO 8: ARGENTIN, F. F. ; LIMA, L.M.G. . Os exercícios lógico-matemáticos e os relatos memoriais de idosos em um espaço de educação não formal. **Revista de Ciências da Educação** , v. 46, p. 135-159, 2020. Disponível em https://scholar.archive.org/work/knp6lw7kxjbczkds5z2tpqrzda/access/wayback/http://www.revista.unisal.br/ojs/index.php/educacao/article/download/818/527

Objetivo	Contribuir para as discussões do campo da Educação Não Formal no que se refere à possibilidade da manter a educação ao longo da vida mediante envolvimento de idosos com atividades lógico-matemáticas.
Aporte teórico/ conceitos	Gerontologia, envelhecimento saudável, história oral e educação não-formal.
Método	Após aplicação de atividades de raciocínio lógico-matemáticos foram realizadas entrevistas e depoimentos temáticos com seis idosos que frequentam uma instituição de caráter público para constituição de sua história oral
Principais resultados e conclusões	As experiências dos idosos com relação à matemática não se resumem apenas aos limites do tempo de escola, uma vez que suas histórias escolares se cruzam com suas histórias pessoais e coletivas. Os exercícios lógico-matemáticos estimulam a capacidade cognitiva, motora e relações sociais, exercitam a habilidade intelectual tornando os idosos mais ativos, despertando, desenvolvendo e estimulando suas capacidades, suas aptidões esquecidas. A resolução de atividades de raciocínio matemático contribui para o resgate e uso de conhecimentos que são frutos de experiências e produção de novos conhecimentos; compartilhamento de ideias; maior autonomia do idoso em assuntos que envolvem, de alguma maneira, o raciocínio matemático, entre outros. O contato com temáticas não conhecidas anteriormente pode contribuir para a melhorar a autoestima.

Do observado, há que se reportar que os trabalhos analisados apresentam forte relação entre a extensão universitária e a pesquisa acerca da educação matemática de/para idosos, uma vez que sete (7) das oito (8) publicações tomaram esse contexto para a composição dos dados.

Metade dos trabalhos, isto é, quatro (4) artigos sinalizaram a contribuição das ações de pesquisa e/ou extensão junto às pessoas idosas para a formação docente. Santiago et al (2017) apontaram resultados relativos tanto à formação inicial quanto a continuada. Silva e Pompeu (2020) e Fonseca et al (2019) relataram impactos junto a formação inicial docente, e Schreiber e Sousa (2019) não especificaram se a contribuição se deu para a formação docente inicial e/ou continuada, embora tenham assinalado o valor do trabalho nesse sentido.

Os dados constantes nos quadros 1 a 8 revelam que um referencial consistente para a constituição, integração e análise de dados relativos a conhecimentos matemáticos de pessoas da terceira idade deve contemplar: 1) o papel da memória e das experiências de vida na compreensão e na divulgação da matemática;

2) os processos cognitivos e o raciocínio lógico-matemático, as habilidades motoras e sociais de pessoas na terceira idade; 3) o uso da história oral na educação matemática; 4) a aplicação de jogos de tabuleiro e outros, para a mobilização de conhecimentos lógico-matemáticos na terceira idade.

A partir desses aspectos, sobretudo trabalhos como os de Silva & Almeida (2020) e Schreiber & Sousa (2019) fornecem indícios de que a Etnomatemática pode constituir-se como um fio condutor para se efetuar um diálogo produtivo entre os saberes da experiência de pessoas idosas com os conhecimentos matemáticos formais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A coisa mais moderna que existe nessa vida é envelhecer
A barba vai descendo e os cabelos vão caindo pra cabeça aparecer
Os filhos vão crescendo e o tempo vai dizendo que agora é pra valer
Os outros vão morrendo e a gente aprendendo a esquecer
Não quero morrer, pois quero ver como será que deve ser envelhecer
Eu quero é viver pra ver qual é, e dizer venha pra o que vai acontecer
Eu quero que o tapete voe no meio da sala de estar
Eu quero que a panela de pressão pressione e que a pia comece a pingar
Eu quero que a sirene soe e me faça levantar do sofá
Eu quero pôr Rita Pavone no ringtone do meu celular
Eu quero estar no meio do ciclone pra poder aproveitar
E quando eu esquecer meu próprio nome, que me chamem de velho gagá
Ah, ah-ah, ah, ah-ah! Oh-oh-oh-oh! Gagá ah, ah-ah!
Pois ser eternamente adolescente nada é mais demodé
Com uns ralos fios de cabelo sobre a testa que não para de crescer
Não sei por que essa gente vira a cara pro presente e esquece de aprender
Que felizmente ou infelizmente sempre o tempo vai correr
Arnaldo Antunes

O título do trabalho em tela “Educadores matemáticos e pessoas idosas: construindo caminhos para o diálogo” evidencia a nossa conclusão de que existe a necessidade de expandir o diálogo, entre esses atores — educadores matemáticos e pessoas idosas —, uma vez que concordamos com Paulo Freire no entendimento de que:

ISBN: 978-85-61702-77-9

> O diálogo é o encontro entre os homens, mediatizados pelo mundo, para designá-lo. Se ao dizer suas palavras, ao chamar ao mundo, os homens o transformam, o diálogo impõe-se como o caminho pelo qual os homens encontram seu significado enquanto homens; o diálogo é, pois, uma necessidade existencial (FREIRE, 1980, p.42).

Em conjunto, os trabalhos analisados — bem como os que nós próprios desenvolvemos e aqui relatamos — apontam para a necessidade de desconstrução de preconceitos relacionados ao envelhecimento, de apoio à luta pelos direitos das pessoas idosas. Concluímos também que é necessário efetuar mais investigações de longa duração, capazes de aumentar as discussões sobre o papel dos educadores matemáticos frente à tarefa de incluir temáticas relativas ao envelhecimento, aos direitos, aos preconceitos e a educação para pessoas idosas não só nos currículos da licenciatura e cursos de formação continuada, mas também para apoiar/ampliar discussões a respeito do idoso nas ações pedagógicas que ocorrem nas escolas. De fato, precisamos impor deslocamentos nas nossas pesquisas acerca da temática, pois:

> Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão. [...] Por isto, o diálogo é uma exigência existencial. E, se ele é o encontro em que se solidariza o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado, não pode reduzir-se a um ato de depositar ideias de um sujeito no outro, nem tampouco tornar-se simples troca de ideias a serem consumidas pelos permutantes. (FREIRE, 1987, p. 78 e 79)

Assim, importa estabelecer, na escola e na universidade, compreendidas como espaços multietários e intergeracionais, um diálogo que acolha necessidades metodológicas e afetivas, que permitam identificar linguagens, memórias, o saber-fazer das pessoas idosas na sua relação com saberes e usos da matemática, as histórias de aprendizagem matemática de pessoas idosas, dentre outros.

Na segunda etapa dessa pesquisa ora apresentada, que terá como contexto um projeto de extensão, pretendemos constituir momentos para observar os idosos participantes de um conjunto de oficinas e ouvir suas histórias de vida. A equipe do projeto será composta por licenciandos em matemática e seus orientadores. A participação nos trabalhos permitirá, aos licenciandos, elaborar e testar propostas que sejam relevantes para a aprendizagem mútua – dos idosos e deles próprios. Nas análises a serem efetuadas, pretendemos perceber os impactos na formação

ISBN: 978-85-61702-77-9

de educadores matemáticos, não só relacionados a saberes matemáticos ou pedagógicos, mas também se estes se tornaram mais sensíveis às necessidades de uma sociedade que vem envelhecendo e que precisa construir uma relação mais inclusiva e dialógica com as pessoas idosas.

REFERÊNCIAS

ARGENTIN, F. F. ; LIMA, L.M.G. . Os exercícios lógico-matemáticos e os relatos memoriais de idosos em um espaço de educação não formal**. Revista de Ciências da Educação**, v. 46, p. 135-159, 2020. Disponível em https://scholar.archive.org/work/knp6lw7kxjbczkds5z2tpqrzda/access/wayback/http://www.re vista.unisal.br/ojs/index.php/educacao/article/download/818/527

BALL, D.L. E COHEN, D.K. ***Developing practice, developing practitioners***: Toward a practice-based theory of professional education. Em G. Stykes e L. Darling-Hammond (Eds), Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice(3-32). Jossey Bass, 1999.

BARDIN, L. ***Análise de conteúdo***. Lisboa: Edições 70, 1977.

BEAUVOIR, S. ***A velhice***: A realidade incomoda. São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1970.

BRASIL. ***Lei n. 10.741***, de 1 de outubro de 2003. Dispõe sobre o estatuto do idoso. Brasília: Senado Federal.

CACHIONI, M. ***Envelhecimento bem-sucedido e participação numa Universidade para a Terceira Idade***: a experiência dos alunos da Universidade São Francisco. Dissertação de mestrado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. (1998).

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. Contribuições de idosos pouco escolarizados para a formação inicial de professores de matemática. ***Anais do IIIV CONEDU***. Maceió, 2022a. Disponível em https://mail.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2022/TRABALHO_COMPLETO_EV174_MD1_ID14001_TB1943_03112022075401.pdf

ISBN: 978-85-61702-77-9

COSTA, W. N. G,; PAMPLONA, A. S. Educação matemática e idosos: da palmatória aos jogos. ***Anais do IIIV CONEDU***. Maceió, 2022b. Disponível em https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2022/TRABALHO__EV174_MD1_ID14001_TB1945_20072022100021.pdf

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. ***Ageismo e formação inicial docente:*** análises na UFMT Araguaia**.** Relatório de Pesquisa. Pontal do Araguaia, 2023.

COUTO, M. C. P.; KOLLER, S. H.; NOVO, R., & SOARES, P. S. Avaliação de discriminação contra idosos em contexto brasileiro - ageísmo. ***Psicologia: Teoria e Pesquisa***, 25(4), 509-518, 2009.

CUPERTINO, A.; ROSA, F. & RIBEIRO, P. (2007). Definição de envelhecimento saudável na perspectiva de indivíduos idosos. ***Psicologia-reflexão e Crítica - PSICOL-REFLEX CRIT***.2007, n. 20.

FREIRE, Paulo. ***Pedagogia da autonomia:*** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1980.

FREIRE, Paulo. ***Pedagogia do oprimido.*** 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

LIMA, L. F.; PENTEADO, M. G ; SILVA, G. H. G . Há sempre o que ensinar, há sempre o que aprender: como e por que educação matemática na terceira idade?. ***Boletim de Educação Matemática***. ***BOLEMA***, v. 33, p. 1331-1356, 2019.

PALMA, L. A., & CACHIONI, M. Educação permanente: perspectiva para o trabalho educacional com o adulto maduro e com o idoso. In E. FREITAS, L. PY, A. L. NERI, F. A. X. CANÇADO, M. L. GORZONI & S. M. ROCHA. ***Tratado de geriatria e gerontologia***, p.1101-1109. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan. 2002.

SCHREIBER, A. C. Q.; SOUSA, R. C. R. . Matemática na terceira idade: experiência, memória e saberes ressignificando conceitos. In: ***Anais do 37º SEURS***, 2019, Florianópolis, 2019.

SEVERINO, A. J. ***Metodologia do Trabalho Científico***. São Paulo, SP: Cortez, 2007.

ISBN: 978-85-61702-77-9

WEBBER, F. & CELICH, K. L. S. As contribuições da universidade aberta para a terceira idade no envelhecimento saudável. ***Estudos Interdisciplinares sobre Envelhecimento***, 127-142. 2007.

WITTER, Geraldina Porto (org.). ***Envelhecimento***: Referenciais Teóricos e Pesquisas. Campinas, São Paulo: Editora Alínea, 2006.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.017

ENSINO DE POLÍGONOS E QUADRILÁTEROS: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA ESTUDANTES COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA

JUSSARA PATRÍCIA ANDRADE ALVES PAIVA
Professora Doutora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, jussara@dcx.ufpb.br;

JULIANNY MARCELLY SILVA DE BRITO
Graduada pelo Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, juliannymarcellybrito@outlook.com;

RESUMO

Aliar a Matemática à formação de pessoas com Transtorno do Espectro Autista (TEA), especificamente, crianças e jovens, favorece a autonomia, a capacidade de pensar e argumentar criticamente, na progressão do pensamento lógico, fazer leituras sociais críticas e de desenvolver o hábito de tarefas diárias acarretando, consequentemente, uma melhoria no cotidiano e na vida dos indivíduos. Diante do exposto, este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de um trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, UFPB – Campus IV, que objetivou apresentar um recorte da pesquisa realizada a partir de um mapeamento e da compreensão das metodologias utilizadas nas aulas de matemática para estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA) a partir de uma sequência didática. Utilizamos para o referencial teórico autores como Bosa (2009), Baptista (2005), Huete e Bravo (2005), Paiva (2020). Para o desenvolvimento da pesquisa fizemos inicialmente um levantamento de trabalhos de conclusão de curso e artigos que no cenário de pesquisas discutiam Educação Matemática e Transtorno do Espectro do Autismo (TEA) simultaneamente. Os artigos foram então analisados e filtrados com base em sua relevância para os conceitos propostos para análise, trazendo questões e reflexões acerca de como e quais metodologias que podem ser usadas nas aulas de matemática para alunos com Transtorno do

ISBN: 978-85-61702-77-9

Espectro Autista. Dessa forma, a pesquisa teve como resultado a elaboração de uma proposta metodológica com enfoque nos alunos com autismo, baseada nos aspectos da Teoria da Objetivação e nos níveis de Van Hiele norteada pelos materiais didáticos manipulativos concretos, ampliando as possibilidades de ensino e contribuindo com a prática.

Palavras-chave: Transtorno do Espectro Autista, Educação Matemática, Sequência didática, Materiais Didáticos Manipulativos Concretos, Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, Polígonos.

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta um recorte de um Trabalho Final de Conclusão de Curso intitulado “Ensino de Polígonos e Quadriláteros: uma proposta metodológica para estudantes com Transtorno do Espectro Autista” (Brito, 2022) cujo objetivo é apresentar uma parte da pesquisa realizada a partir de um mapeamento e da compreensão das metodologias utilizadas nas aulas de matemática para estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA) a partir de uma sequência didática na busca por estratégias pedagógicas que promovam a aprendizagem significativa para esses estudantes. Considerando que a capacidade de aprendizagem de cada estudante varia conforme o seu entendimento, consequentemente, podemos adaptar a proposta de ensino de maneira que seja possível facilitar a construção do seu conhecimento. Neste contexto, para a aprendizagem matemática, a atividade deve ser elaborada numa perspectiva universal que pode ser realizada por qualquer indivíduo, possibilitando seu desenvolvimento pessoal e social. Ressaltamos que favorece diretamente aos estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA), a autonomia, a progressão do pensamento lógico, a capacidade de pensar e argumentar criticamente, tornando-os cidadãos que aliam a matemática ao seu progresso individual e coletivo.

A supracitada pesquisa, além de considerar as características individuais dos estudantes com autismo e saber que cada caso é único, evidencia também que nas salas de aula de matemática esse apoio ao ensino deve contribuir de forma significativa no processo educacional dos estudantes.

Para alcançarmos os objetivos realizamos um levantamento por meio de uma extensa pesquisa bibliográfica de Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) e Artigos Periódicos que culminou nas análises e seleções, para então utilizarmos os trabalhos selecionados para a construção da nossa sequência didática.

Estruturamos o artigo, apresentando o referencial teórico sobre o Ensino de Matemática e o Transtorno do Espectro Autista com foco na importância da utilização de práticas metodológicas lúdicas a partir de autores como Huete e Bravo (2005), Kaminsky (2020) e do documento da PNEE (2020). Além de mostrar o percurso metodológico, os resultados, discussões e considerações finais.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERENCIAL TEÓRICO

A INCLUSÃO DO ALUNO COM TEA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

O processo de inclusão escolar dos estudantes com deficiência de maneira geral já é carregado de desafios e fatores que influenciam na sucessão positiva ou negativa da integração desses indivíduos, e isso é reforçado no que tange aos que possuem autismo. A sociabilidade deve ser natural e propicia para haver interações e favoreça a permanência dos estudantes na escola.

Existem espaços para os quais esses processos aconteçam de forma assertiva e um deles é a sala de aula de matemática, pois corrobora diretamente para ocorrer o desenvolvimento intelectual, considerando que temos um ambiente heterogêneo de indivíduos, gostos, estilos de aprendizagem, de múltiplas especificidades; possibilitando definições de relações sociais ou simplesmente de segurança aos estudantes autistas no espaço em que eles se encontram. Essa pode ser a sala de aula comum ou a sala do Atendimento Educacional Especializado (AEE).

È vantajoso para crianças autistas estarem expostas a essa convivência para poder ocorrer ou desenvolver a imitação, mas destaca-se que também com a educação direcionada ao aluno com autismo favorece o desenvolvimento de habilidades intelectuais (BOSA, 2006). Dessa forma, podemos considerar que o aluno com TEA deve ser bem assistido, independente do espaço que ele esteja inserido ou do qual ele se sinta confortável para estar.

UTILIZAÇÃO DOS MATERIAIS DIDÁTICOS COMO RECURSO METODOLÓGICO

Para Huete e Bravo (2005) as dificuldades dos alunos devem ser enfrentadas e quando possível reduzi-las, buscando metodologias que propiciem dupla adequação para como o aluno aprende e como a aprendizagem é possibilitada, dessa forma podemos destacar a participação ativa, a globalização, a motivação e ausência de metodologias que envolve uma única direção. Também ressaltam Huete e Bravo (2005) que o objetivo do aprendizado deve chegar ao que se é simbólico e abstrato utilizando do que é concreto e manipulável. Para Kaminski (2020) utilizar as atividades lúdicas com jogos pode ser um desafio para alunos com autismo,

ISBN: 978-85-61702-77-9

mas podem gerar neles interesse na resolução dos conteúdos. Essas abordagens diferentes propiciam a participação e o conhecimento.

Utilizar atividades e materiais que favoreçam a ludicidade dos estudantes alia-se diretamente ao fator essencial de desenvolvimento social e cognitivo, ampliando, consequentemente, seus conhecimentos e o aprendizado matemático. A PNEE (2020) destacou que os materiais didático-pedagógicos devem se adequar aos níveis dos educandos e que visam maximizar a participação de estudantes da educação especial.

A PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E O MODELO DE VAN HIELE

Para o desenvolvimento da proposta da sequência didática, tomamos por base aspectos metodológicos da Teoria da Objetivação -TO (Paiva, 2020) e aspectos referentes ao Modelo do desenvolvimento do pensamento Geométrico dos Van Hiele (Paiva, 2003). Para o segundo, priorizamos os três níveis iniciais considerando que o grau de ampliação do pensamento geométrico já é considerável, sendo eles:

- Nível 0 - visualização: é possível descrever os objetos de forma apenas visual, sem usar a linguagem geométrica.
- Nível 1 - análise: é possível descrever as figuras e suas propriedades sem fazer relação com propriedades de outras figuras.
- Nível 2 - dedução informal: estabelecem relações entre as propriedades e reconhecem que uma propriedade pode derivar de outra.

Em relação aos aspectos metodológicos da Teoria da Objetivação (TO) que de acordo com Radford (2020) entende o processo de ensino e aprendizagem como uma junção tanto do ser quanto do saber e que este é um processo único. A concentração do aprendizado sobre matemática não está focada apenas no conteúdo e na forma como ele é passado, mas centrado no sujeito como reflexo do espaço histórico e cultural do qual ele vem.

Para este processo de ensino e de aprendizagem o professor não deve ser apenas emissor e o estudante apenas receptor do que ele está falando. Consideramos aqui que ambos estão e estarão sempre em um processo de desenvolvimento que devemos considerar os conhecimentos constituídos ao decorrer de sua formação

ISBN: 978-85-61702-77-9

humana. “A TO concebe os professores e os estudantes como seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, em busca de si mesmos, empenhados num mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram satisfação juntos” (Radford, 2017, p. 242).

Considerando isso, baseamos nossa sequência para que ao decorrer de sua aplicação o estudante consiga avançar no desenvolvimento da aprendizagem focado sempre em atingir os níveis propostos pelo Modelo de Van Hiele e utilizamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o planejamento e foco nas habilidades que podem ser desenvolvidas.

METODOLOGIA

A pesquisa referente ao TCC em relação ao objeto que foi pesquisado é de abordagem qualitativa, pois teve o foco em apresentar os processos de maneira diferentes sobre elaborar uma proposta metodológica para o ensino de Polígonos e Quadriláteros para estudantes com Transtorno do Espectro Autista a partir do mapeamento de metodologias já trabalhadas para os anos finais do ensino fundamental, segundo Gil (2021) é uma abordagem que evidencia a pesquisa na perspectiva da compreensão das experiências e se adequa a delinear novas hipóteses sobre o objeto de estudo. Com base nos objetivos, definimos a pesquisa como exploratória, pois proporciona ao pesquisador mais familiaridade, buscando explicá-lo e investigar o problema da sua pesquisa (Gil, 2018). Quanto aos procedimentos técnicos de investigação, a pesquisa é classificada como bibliográfica quando é elaborada a partir de um levantamento com base em materiais já existentes (Gil, 2018).

A primeira etapa foi o levantamento da pesquisa que se deu de forma bibliográfica baseadas em TCC e artigos periódicos na plataforma da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o Repositório Institucional da Universidade Federal (UFPB) com um recorte temporal de 20 anos, de 2002 a 2022 do cenário de pesquisas que discorrem simultaneamente sobre a Educação Matemática e o Transtorno do Espectro Autista (TEA) ou simplesmente Autismo.

Na segunda etapa, após a catalogação dos trabalhos, tivemos um total de 06 trabalhos dos quais 03 deles são direcionados aos anos Iniciais do Ensino Fundamental, 01 para os Anos Finais do Ensino Fundamental e 01 para ambos os níveis de Ensino.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Imagem 1 – quadro com resultados das pesquisas dos artigos Educação Matemática e Autismo; Transtorno do Espectro Autista

Nº	Título	Metodologia	Nível do Ensino Fundamental
1	Incluir não é apenas socializar: as contribuições das tecnologias digitais educacionais para aprendizagem matemática de estudantes com transtorno do espectro autista.	Tecnologias digitais	Anos Iniciais
2	Ensino de Relações Numéricas Por Meio da Equivalência de Estímulos para Crianças com Transtorno do Espectro do Autismo	Material Didático Manipulativo Concreto	Anos iniciais
3	Adequações curriculares para alunos com autismo: O que é? Como fazer?	Material Didático Manipulativo Concreto	Ambos
4	Ensinando seus pares: a inclusão de um aluno autista nas aulas de matemática	Material Didático Manipulativo Concreto	Anos finais
5	A mediação do professor e a aprendizagem de geometria plana por um aluno com TEA (Síndrome de Asperger)	Material Didático Manipulativo Concreto	Anos finais
6	Recursos pedagógicos para as bases da aprendizagem matemática: um estudo envolvendo o transtorno do espectro autista	Material Didático Manipulativo Concreto	Anos iniciais

Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Na terceira etapa, após análise minuciosa, verificamos que os trabalhos que estão alinhados com a nossa pesquisa tiveram fator fundamental na construção e elaboração das propostas metodológicas para o ensino de Polígonos nas aulas de matemática, pois nos norteiam acerca da metodologia utilizada, que em sua maioria são os materiais didáticos manipuláveis concretos que favorecem o aprendizado e o entendimento da matemática por alunos com autismo. Portanto, é o que também pretendemos alcançar neste artigo.

A quarta etapa foi a elaboração da sequência didática para os estudantes autistas, com foco nas atividades para serem desenvolvidas a partir dos anos finais do ensino fundamental.

Vale ressaltar, que com base no levantamento realizado, a maioria dos trabalhos selecionados utilizaram como metodologia os materiais didáticos manipuláveis

ISBN: 978-85-61702-77-9

concretos, por conseguinte é essa metodologia que também vamos adotar para a nossa sequência didática.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A sequência didática apresentada neste trabalho, intitulada “Ensino de Polígonos e Quadriláteros para Estudantes com Transtorno do Espectro Autista”, possui uma abordagem estruturada com tarefas inclusivas para o ensino de conceitos geométricos específicos. Essas tarefas são interativas e adaptadas às necessidades dos estudantes com TEA, possibilitando uma experiência de aprendizagem por estratégias pedagógicas que exploram recursos visuais, materiais concretos levando em consideração os níveis de desenvolvimento geométrico do modelo dos Van Hiele.

ESTRUTURA DAS TAREFAS

A sequência didática foi organizada em 5 tarefas distintas envolvendo o ensino de polígonos e quadriláteros para turmas a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, ampliando assim, as possibilidades de tarefas de Matemática para o trabalho com estudantes com TEA, contribuindo com a prática dos professores. Definimos como tema da sequência “O ensino de polígonos para alunos com TEA”.

Todas as tarefas apresentam elementos padronizados e definidos, como, objetivos da aprendizagem e de ensino, unidade temática, objetos de conhecimento e habilidades específicas. Além disso, é sugerido o ano escolar para vivência, o tempo de aula, os materiais necessários para realização das atividades e os níveis de Van Hiele a serem desenvolvidos.

A tarefa 1, intitulada ***Redescobrindo os elementos de um polígono,*** foi dividida em 6 ações, e teve como objetivo geral reconhecer os elementos de um polígono (vértice, ângulo e lado) por meio da utilização de recortes de figuras geométricas; possibilitando o desenvolvimento da habilidade (EF06MA18) que é reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Para o desenvolvimento dessa tarefa, propomos uma retomada inicial de alguns elementos da Geometria, conhecimentos prévios, importante para os alunos

ISBN: 978-85-61702-77-9

relembrarem. Essa ação possibilita um avanço no processo da atividade com a conceituação do que é um polígono e a importância de conseguir identificá-lo em meio a outras figuras que não sejam polígonos. Para isso, possibilitamos que o estudante possa trabalhar com o material de forma livre, observando, identificando regularidades e reconhecendo suas semelhanças e diferenças, concedendo-o a oportunidade de pensar de diferentes formas sobre o que está manipulando. Ressaltamos que nesse momento a manipulação desse material se dará de forma livre para que o estudante conheça o material, observe regularidades e reconheça os elementos com a ajuda do professor, que nesse momento, também fará a manipulação do mesmo material.

A primeira ação tem como foco o reconhecimento dos elementos (vértices, ângulos e lados) por meio de uma retomada com a utilização de pequenas figuras geométricas. Os materiais utilizados serão: recortes de figuras geométricas planas (Imagem 2); folha A4. O nível de Van Hiele a ser desenvolvido é o de visualização. O professor, com o auxílio de uma folha A4, irá mostrar para os alunos, os polígonos em pequenas partes (Imagem 3) e provocar questionamentos acerca do que o aluno está visualizando.

Imagem 2 – figuras geométricas para recortes

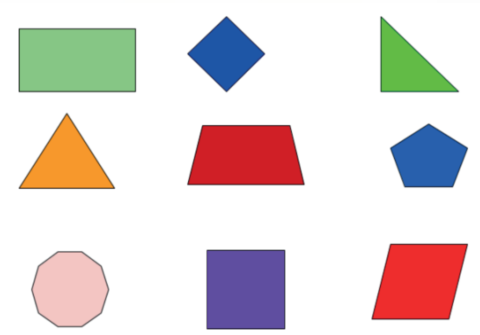
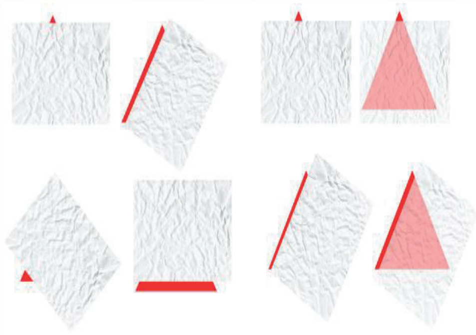


Imagem 3 – representação da manipulação do(a) professor (a)



Fonte: acervo da pesquisa (2022)

A segunda ação dessa tarefa corresponde a sistematização do conceito de Polígono e os seus elementos. Utilizando para isso materiais como: a impressão da figura completa ‘O Gato de Romero Britto’ (Imagem 4); a obra ‘O Gato de Romero Britto’ em recortes que contemplam todas as partes; tesoura; cartolina; cola branca. Para desenvolver esta ação o estudante deve trabalhar com os recortes e identificar

ISBN: 978-85-61702-77-9

dentre eles os polígonos que a compõe, colando-os na cartolina e separando conforme a classificação, polígonos e não-polígonos. Ressaltamos que o estudante com TEA ao utilizar materiais visuais como a figura do 'Gato de Romero Britto' em recortes, experimentam a geometria de forma tangível, permitindo a identificação dos polígonos presentes na figura, destacando as formas geométricas e as relações entre elas. Além disso, ao separar os polígonos dos não-polígonos, os alunos desenvolvem habilidades de classificação e categorização, promovendo um entendimento mais profundo da geometria.

Imagem 4 - obra O Gato de Romero Britto

Fonte: fotografia de uma agenda (2022)

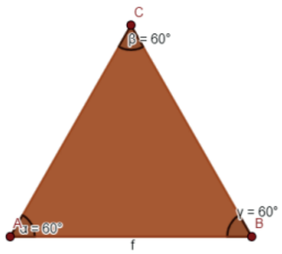
A terceira ação consiste na diferenciação de figuras, como sendo polígonos ou não-polígonos, possibilitando melhor compreensão, utilizando-se dos materiais folha A4, régua e lápis, que a partir da ação anterior, com as figuras selecionadas como polígonos e não-polígonos, o estudante irá construir com o auxílio uma régua outras figuras que sejam e que não sejam polígonos e explicar a diferença entre elas. Essa terceira ação visa a consolidação dos saberes trabalhados nas etapas anteriores. Pois, a classificação de figuras poligonais e não-poligonais possibilita uma compreensão mais aprofundada e concreta da geometria. Ressaltamos que o ato de explicar a diferença entre essas figuras estimula a comunicação e a capacidade de expressar conceitos abstratos, habilidades que são fundamentais para estudantes com TEA.

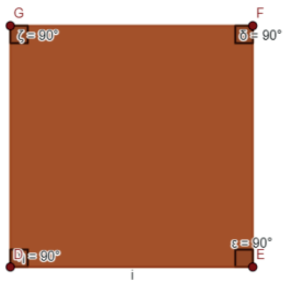
A quarta ação, pretende possibilitar a sistematização do reconhecimento da regularidade de um polígono, por meio de uma atividade que consiste na medição

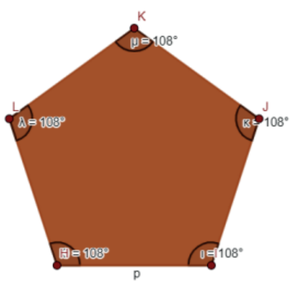
ISBN: 978-85-61702-77-9

de lados dos polígonos e na análise dos ângulos de cada polígono. Deve conter fichas com os polígonos regulares e com polígonos não regulares (espera-se que o aluno chegue a essa conclusão, não se deve falar para ele antes de realizar a atividade). O aluno deve fazer as anotações no espaço destinado para cada polígono.

Imagem 5 – ficha 1 com polígonos regulares

POLÍGONO	MEDIDA DOS LADOS	MEDIDA DOS ÂNGULOS
		

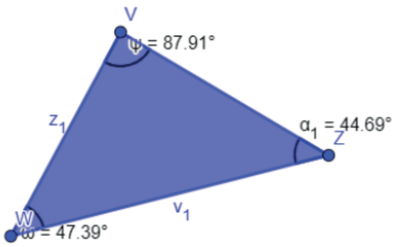
POLÍGONO	MEDIDA DOS LADOS	MEDIDA DOS ÂNGULOS
		

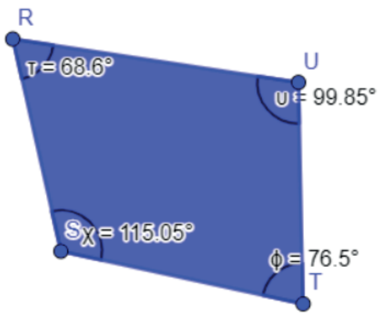
POLÍGONO	MEDIDA DOS LADOS	MEDIDA DOS ÂNGULOS
		

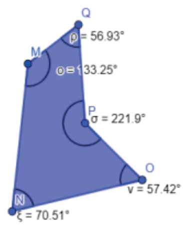
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Imagem 6 – ficha 2 com polígonos irregulares

POLÍGONO	MEDIDA DOS LADOS	MEDIDA DOS ÂNGULOS
		

POLÍGONO	MEDIDA DOS LADOS	MEDIDA DOS ÂNGULOS
		

POLÍGONO	MEDIDA DOS LADOS	MEDIDA DOS ÂNGULOS
		

Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Enfatizamos que na quarta ação quando o estudante utiliza as fichas com polígonos regulares e não regulares eles são incentivados a descobrirem, por si mesmos, as características que definem um polígono como regular. Essa abordagem estimula o pensamento crítico, a observação, ao fazer anotações e registrar

ISBN: 978-85-61702-77-9

suas descobertas, e a resolução de problemas, habilidades que são essenciais para o desenvolvimento escolar e pessoal dos estudantes com TEA.

A quinta tem como foco nomear e classificar os polígonos em regulares com relação ao número de lados e suas medidas. E por fim, a sexta ação está relacionada à diferenciação do que é um polígono regular ou não regular. As tarefas da quinta e sextas ações, propõe ao estudante classificar e nomear os polígonos com base no número de lados e suas medidas, eles são incentivados a compreender as propriedades que tornam um polígono regular. Essa busca por regularidades é essencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico, pois permite que os estudantes estabeleçam relações entre conceitos abstratos e suas representações concretas. Essas ações colaboram para uma aprendizagem inclusiva e acessível, adaptando o ensino às necessidades individuais dos alunos com TEA.

O desenvolvimento da Tarefa 1, como evidenciado pelas ações realizadas, foi estruturado com um enfoque especial em atividades que permitam que os estudantes, particularmente aqueles com TEA, estejam constantemente envolvidos na manipulação de materiais, pois percebemos que isso contribui para o aprendizado, para o desenvolvimento psíquico, motor e proporciona autonomia ao decorrer do tempo. Como ressalta Oliveira (2009) que os signos, chamados também por Vygotsky de instrumentos psicológicos, são elementos que ajudam em atividades que necessitam de atenção e memória.

Assim, consideramos que os materiais utilizados na forma concreta manipulável estariam diretamente ligados ao melhor desenvolvimento das tarefas, ligados diretamente à promoção de foco e construção da percepção daquelas atividades. A ordem dos objetivos propostos em conjunto com as habilidades é algo que tomamos como fator para o estudante avançar nos níveis de Van Hiele e ir desenvolvendo seu pensamento geométrico acerca do que está sendo trabalhado.

A tarefa 2, intitulada ***Conhecendo os quadriláteros,*** teve uma única ação proposta, que objetivou em identificar as características dos quadriláteros, por meio da manipulação de palitos de picolé para as construções de quadriláteros, possibilitando o desenvolvimento da habilidade (EF06MA20) que é identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

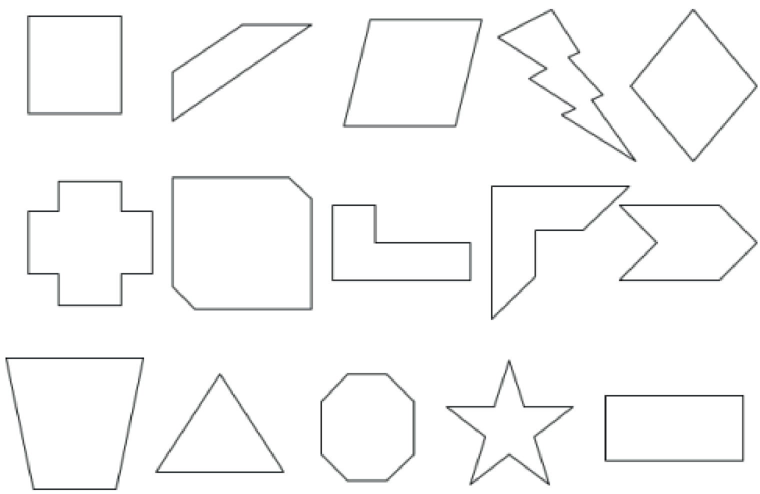
Os materiais necessários para essa tarefa são: envelope para guardar os recortes; recortes de quadriláteros; cola; lápis; folha A4; palitos de picolé; tintas guache coloridas e pincel (opcionais). Para o desenvolvimento será utilizado um

ISBN: 978-85-61702-77-9

envelope contendo fichas de quadriláteros (imagem 5) como forma de sorteio para as construções. O estudante deve retirar do envelope uma ficha que será correspondente a um quadrilátero. Após isso deverá fazer esse mesmo quadrilátero com palitos de picolé em uma folha A4. Deve fazer com todas as fichas presentes no envelope.

Visando o desenvolvimento do pensamento geométrico, destacamos que nessa tarefa 2 os saberes são movimentados durante a tarefa. A manipulação dos materiais para criar esses quadriláteros com palitos de picolé em uma folha A4 oferece uma experiência tátil que auxilia na compreensão dos conceitos geométricos.

Imagem 7 – Fichas com os quadriláteros para recortes



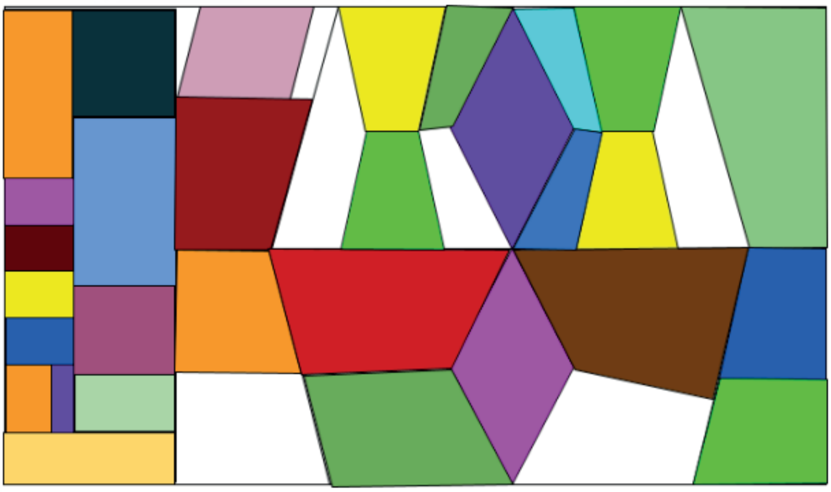
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Dessa forma pode ser realizada de forma individual ou em dupla, envolve o que Oliveira (2009) concerne ao que Vygotsky destaca em relação ao mecanismo de “imitação”, onde ele vê que esse processo de imitar favorece o desenvolvimento, pois se faz uma atividade que estaria além do que se tem como conhecimento e que promove uma reconstrução do que está sendo observado. Isso também propicia o desenvolvimento dos níveis 0 e 1 de Van Hiele, pois contribui para que o estudante consiga descrever o que está fazendo. Essa tarefa não apenas ensina sobre quadriláteros, mas também promove a criatividade e a destreza, tornando a aprendizagem da geometria uma experiência envolvente e inclusiva.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A tarefa 3 intitulada como, *É um paralelogramo ou um trapézio?* objetiva classificar os quadriláteros em paralelogramo ou trapézio, e os paralelogramos em retângulo, losango ou quadrado. Teve uma ação definida, foca no desenvolvimento da habilidade (EF06MA20) e para desenvolver é necessário: mosaico impresso (imagem 8); lápis; caneta; folha A4. A atividade consiste na identificação e classificação dos quadriláteros que estão expostos em um mosaico em paralelogramos e trapézios. Os estudantes, incluindo aqueles com Transtorno do Espectro Autista (TEA), precisam reconhecer, em um mosaico colorido, os quadriláteros e classificar em paralelogramos ou trapézios. E, em seguida, identificar os paralelogramos como retângulos, losangos ou quadrados. Essa tarefa não apenas ajuda na compreensão dos conceitos geométricos, mas também promove habilidades de observação e classificação.

Imagem 8 – mosaico com quadriláteros



Fonte: acervo da pesquisa (2022)

De acordo com Brito e Geller (2020) é fundamental entender como uma criança com autismo aprende, e por isso é interessante para o professor avaliar como e quais objetos a serem trabalhados são de interesse do aluno. Dessa forma, a maneira de resolver a tarefa fica mais próxima daquilo que o estudante gosta e quer fazer. Neste caso, a identificação proposta ao estudante na tarefa 3 poderá ser registrada da forma que o aluno considere melhor o mais fácil, seja por escrita,

ISBN: 978-85-61702-77-9

desenho ou colorindo. Os níveis de Van Hiele a serem desenvolvidos são: visualização, análise e dedução formal.

A tarefa 4 intitulada, ***Trabalhando com os paralelogramos,*** tem como objetivos construir a representação de paralelogramos com o auxílio de palitos de churrasco e construir uma obra (pintura, desenho, mosaico, colagem) feita totalmente de paralelogramos. Para esta tarefa os materiais necessários são: palitos de churrasco; folha A3 e A4 ou cartolina; pincel; lápis; lápis de cor; tinta; cola; régua. Foi dividida em duas ações, a primeira delas com foco na construção de paralelogramos (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo) utilizando palitos de churrasco. As construções devem ser feitas em uma folha A3 ou cartolina. E a segunda, baseada nas construções da Ação 1, para construir seu próprio mosaico ou arte, o estudante deverá estar usando como artifício apenas paralelogramos. Pode-se utilizar pinturas com lápis ou tintas para dar ainda mais vida à obra. Na primeira etapa, com a manipulação dos materiais desenvolvem o aspecto tátil. Na segunda etapa, ao serem incentivados a criar suas próprias obras de arte, mosaicos ou colagens, o ajudam na tomada de decisões estimula a expressão artística, a criatividade e não apenas fortalece o entendimento da geometria, mas também torna a aprendizagem envolvente para todos os alunos, incluindo aqueles com TEA. Os níveis de Van Hiele a serem desenvolvidos são: visualização, análise e dedução formal.

A tarefa 5 intitulada, ***Trabalhando com os trapézios,*** pretende construir a representação de trapézios com o auxílio de palitos de churrasco e construir uma obra (pintura, desenho, mosaico, colagem) feita totalmente de trapézios. Ressaltamos são os mesmos objetivos da tarefa 4, entretanto os estudantes trabalharão apenas com trapézios, o que aumenta a complexidade na formação do mosaico. Os materiais necessários são: palitos de churrasco; folha A3 e A4 ou cartolina; pincel; lápis; lápis de cor; tinta; cola; régua. Essa tarefa 5, também dividida em duas ações, a primeira foca na construção de trapézios (isósceles, escaleno e retângulo) utilizando palitos de churrasco. As construções devem ser feitas em uma folha A3 ou cartolina. Enquanto a segunda ação baseada nas construções da ação 1 para construir seu próprio mosaico ou arte, o estudante deverá estar usando como artifício apenas trapézios. Pode-se utilizar pinturas com lápis ou tintas para dar ainda mais vida à obra. As duas últimas tarefas foram divididas em duas ações bem análogas cada e têm como foco o desenvolvimento da habilidade (EF06MA20).

Como enfatizou Arnoldo Junior (2021) trabalhar com figuras, fotos, objetos reais, desenhos, gráficos e outros recursos visuais contribuem positivamente para

ISBN: 978-85-61702-77-9

o aprendizado do estudante autista. Ele estabeleceu alguns resultados de estratégias utilizadas para o ensino de matemática, e dentre elas temos: recortes e colagens para o estudo da geometria; utilizar réguas; materiais concretos. Portanto, as tarefas descritas mantêm uma sequência para o desenvolvimento dos objetivos e contextualizam a matemática com a arte, quando trabalhamos com pinturas, recortes e colagens. Essa proposta de criação se manteve alinhada para favorecer uma autonomia ao aluno.

Todas essas tarefas foram compiladas em um Material para o (a) professor (a), onde constam detalhadas todas as ações e materiais necessários, além de instruções direcionadas ao próprio professor para condução das atividades e das aulas. Todo conteúdo desse material é com foco em estudantes com autismo, mas ressaltamos que são atividades que podem ser desenvolvidas para qualquer outro público, não sendo restrita nem exclusiva.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa referente ao TCC, teve como objetivo elaborar essa proposta metodológica com foco em polígonos e quadriláteros para alunos com autismo e objetiva poder contribuir diretamente para o ensino dos professores e a aprendizagem dos estudantes.

A proposta consiste na utilização de materiais de fácil confecção e manuseio, possibilitando a todo e qualquer professor empregar em suas aulas. Um dos nossos objetivos consistiu também em atividades com ações mais breves que beneficiassem o lúdico e a liberdade do aluno em trabalhar seu pensamento, construindo e manipulando os materiais e não apenas em atividades escritas, por isso as tarefas estão sempre ligadas à arte.

Consideramos que contextualizar a matemática com outras disciplinas e meios, corrobora como moderador para a sala de aula na totalidade, estando diretamente ligado à criança autista, passando pelo professor e ao trabalho conjunto com os demais alunos da classe. Desenvolvemos as atividades com o intuito de ser um facilitador para o professor e para o estudante enquanto estiverem trabalhando os objetos de conhecimento abordados.

Obtivemos também como resultado um material para o professor que sintetizou todos esses conteúdos produzidos em um único espaço e que conta ainda com explicações como “orientações para o (a) professor (a)” cujo objetivo é dar suporte

ISBN: 978-85-61702-77-9

durante as realizações das tarefas propostas, mas deixando-o sempre livre para prosseguir conforme seu ritmo e seus alunos.

Dessa forma, consideramos de grande importância nossa pesquisa para contribuir diretamente com o ensino de matemática, abrangendo cada vez mais políticas e materiais que tornem a sala de aula um ambiente integrado, inclusivo e que favoreça o desenvolvimento pleno de todo e qualquer estudante; colaborando ainda para que futuras pesquisas possam tomar referência e tornar essas possibilidades que propomos cada vez maiores dentro da realidade de quaisquer escolas e alunos, sabendo que essas particularidades são pontos que impactam e influenciam na progressão do ensino e da aprendizagem na totalidade.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, C. R. Inclusão, cotidiano escolar e políticas públicas: sentidos e perspectivas. In: BAPTISTA, C. R. **ENSAIOS PEDAGÓGICO – Construindo Escolas Inclusivas.** Brasília: MEC, SEESP, 2005. p. 15-20. Disponível em: https://www.epedagogia.com.br/materialbibliotecaonine/1803Ensaios-Pedagogicos-escolas-inclusivas.pdf#page=17. Acesso em: 21 set. 2022.

BOSA, C. A; CAMARGO, S. P. H. Competência Social, Inclusão Escolar e Autismo: Revisão Crítica da Literatura. **Psicologia & Sociedade**. Porto Alegre, p. 65-74, 2009. Disponível em: https://www.scielo.br/j/psoc/a/KT7rrhL5bNPqXyLsq3KKSgR/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 15 set. 2022.

BOSA, C.A. Autismo Intervenções Psicoeducacionais. **Rev Bras Psiquiatr.** 28, p. 47-53, 2006. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbp/a/FPHKndGWRRYPFvQTcBwGHNn/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 15 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação. **PNEE: Política Nacional de Educação Especial: Equitativa, Inclusiva e com Aprendizado ao Longo da Vida.** Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação – Brasília; MEC. SEMESP. 2020 Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/media/acesso_informacacao/pdf/PNEE_revisao_2808.pdf. Acesso em: 22 set. 2022.

ISBN: 978-85-61702-77-9

BRITO, J. M. S. de. **Ensino de Polígonos e Quadriláteros: uma proposta metodológica para estudantes com Transtorno do Espectro Autista**. Monografia (Graduação) / Licenciatura em Matemática, UFPB/CCAE, João Pessoa, 2022.

BRITO, S. C. C.; GELLER, M. Recursos pedagógicos para as bases da aprendizagem matemática: um estudo envolvendo o transtorno do espectro autista. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v.15, n.1, p. 01-20, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e70267/42916. Acesso em: 18 ago. 2022

GIL, A. C. **Como fazer pesquisa qualitativa.** [S.I.]:Virtual *Books*. Barueri [SP] : Atlas, 2021. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786559770496/epubcfi/6/10[%3Bvnd.vst.idref%3Dhtml4]!/4/56/1:56[/61%2C35. Acesso em: 15 set. 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. [S.I.]:Virtual *Books*. São Paulo: Atlas, 2018. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788597012934/epubcfi/6/10[%3Bvnd.vst.idref%3Dhtml4]!/4/46/2. Acesso em: 15 set. 2022.

HUETE, J. C S.; BRAVO, J. A F. **O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. [S.I.]:Virtual *Books*, Artmed: Grupo A, 2005. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536308395 . Acesso em: 19 set. 2022.

JUNIOR, H. A. Adequações curriculares para alunos com autismo: O que é? Como fazer? **Revista *Insignare Scientia***. v. 4, n.2, 2021. Disponível em: https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/12079/7763. Acesso em: 16 ago. 2022.

KAMINSKI, M. S. G. F. **O ensino de Matemática para alunos com transtorno do espectro autista: o que revelam pesquisas recentes?** Orientador: Professor Me. Cláudio Adão da Rosa. 2020. 33. Trabalho de Conclusão de Curso – curso de Especialização lato sensu em Educação e Diversidade do Instituto Federal de Santa Catarina, Canoinhas, 2020. Disponível em: https://repositorio.ifsc.edu.br/bitstream/handle/123456789/1833/Marcela_Semczecym_Gonsa

Ives_Fernandes_Kaminski_TCCPLS_2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 22 set. 2022.

PAIVA, J. P. A.A. **O estudo da simetria, inspirado em resultados de pesquisa em Etnomatemática**. Dissertação (Mestrado em Matemática). UFPB/CE. João Pessoa, 2003.

PAIVA, J. P. A.A. **A teoria da objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de geometria**. 2019. 209. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática. Natal, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29055/1/Teoriaobjetivacaodesenvolvimento_ Paiva_2019.pdf. Acesso em: 29 set. 2022.

RADFORD, L. A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. *In* DIAS, V. M.; LIMA, CEDRO, **Educação Matemática e a teoria histórico-cultural** (p. 229-261). Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2017a. Disponível em: http://www.luisradford.ca/pub/2017%20-%20Radford%20A%20teoria%20da%20Objetic%C C%A7a%CC%83o%20e%20seu%20lugar%20na%20pesquisa%20sociocultural%20em%20educac%CC%A7a%CC%83o%20matema%C-C%81tica.pdf. Acesso em: 29 set. 2022.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.018

EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM OLHAR NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

DÉBORA ELOÍSA NASS KIECKHOEFEL
Mestra em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), Professora do Departamento de Matemática da UDESC, debora.kieckhoefel@udesc.br;

IVANETE ZUCHI SIPLE
Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Professora do Departamento de Matemática da UDESC, iva.siple@udesc.br;

ELISANDRA BÄR DE FIGUEIREDO
Doutora em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), Professora do Departamento de Matemática da UDESC, elisandra.figueiredo@udesc.br;

RESUMO

Este artigo é um recorte da dissertação de mestrado intitulada "Equações Diofantinas Lineares: entre o formalismo do ensino superior e a sala de aula da escola básica", que visou relacionar o conteúdo de Equações Diofantinas – estudado na primeira fase de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública – com conteúdos apresentados no ensino básico. Para isso, elaboramos e aplicamos uma sequência didática e aqui relataremos a primeira parte dela, que envolveu aspectos históricos sobre Diofanto, reconhecendo a importância da história da matemática no ensino da matemática. Ainda, inspirados a estimular a criatividade nos alunos, propusemos que pesquisassem e escrevessem uma história de época, contando sobre a vida de Diofanto, podendo apresentar o trabalho, por exemplo, em forma de história em quadrinhos, vídeo, encenação, infográficos, etc. Em nossa perspectiva, os alunos apresentaram textos bastantes interessantes trazendo elementos da história de Alexandria, de Alexandre, o Grande, de Diofanto, mesclando com a história de outros matemáticos e introduzindo componentes geográficas, políticas, sociais e arquitetônicas de Alexandria. Demonstraram criatividade escrevendo histórias bastante distintas entre si para o nascimento, a criação, o casamento, a família e o filho de Diofanto, além de trazer algumas de suas contribuições para a matemática. Com essa atividade

pudemos perceber a importância do uso da história da matemática para instigar os alunos a olharem a matemática como uma ciência construída por pessoas e em constante transformação.

Palavras-chave: Diofanto, Criatividade, Licenciatura em Matemática, Ensino Básico, Ensino de Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

O texto aqui apresentado é um recorte de uma pesquisa, em nível de Mestrado Profissional em Matemática, intitulada Equações Diofantinas Lineares: entre o formalismo do ensino superior e a sala de aula da escola básica (Kieckhoefel, 2019) que abordava a conexão entre a matemática escolar e a do ensino superior.

Como professoras atuantes nas fases iniciais do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública brasileira temos frequentemente nos deparado com o descontentamento dos alunos com a matemática encontrada no Ensino Superior, haja vista que muitos deles não conseguem reconhecer a conexão entre esta matemática e a que eles irão ensinar na Educação Básica. Isso fica muito mais evidente nas disciplinas que envolvem conhecimentos específicos da área de matemática, como por exemplo, na Introdução da Teoria de Números, onde geralmente o foco é a demonstração dos conceitos.

Nesse contexto, nosso trabalho teve como objetivo encontrar formas de relacionar “a matemática da escola” com “a matemática do Ensino Superior”, na disciplina de Introdução à Teoria de Números, presente na primeira fase da grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática. Assim, escolhemos a temática de equações diofantinas, no conteúdo de números inteiros, haja vista que era um dos tópicos que os alunos não reconheciam tal conexão.

Para explorar tal temática, desenvolvemos uma sequência didática composta por três momentos: a história de Diofanto; a teoria matemática acerca do conteúdo de equações diofantinas; e as equações diofantinas no Ensino Básico. No texto que segue, abordaremos a primeira parte dessa sequência didática, que foi aplicada em uma turma de Licenciatura em Matemática.

Na sequência apresentaremos a fundamentação teórica, seguida da apresentação da atividade, da metodologia, dos resultados e discussões oriundos dessa experimentação e das considerações finais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No final do século XIX, livros didáticos de matemática já começaram a incluir informações históricas em notas de rodapé, oferecendo observações e comentários sobre temas e figuras da história da matemática. No entanto, foi na década de 1930 que as diretrizes da chamada Reforma do Ensino Secundário (que correspondia aos

ISBN: 978-85-61702-77-9

anos finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio) foram oficialmente estabelecidas por meio do Decreto nº 19890 de abril de 1931 e consolidado um ano depois pelo Decreto nº 21241. Essas diretrizes seguiam os ideários do Movimento da Escola Nova e expressavam explicitamente a preocupação em incorporar problemas clássicos e curiosos além de fatos históricos e biografias de grandes nomes da ciência na matemática escolar no Brasil (Miguel; Miorim, 2008).

Desde então, temos observado um aumento significativo nas discussões sobre a incorporação da história da matemática no ensino dessa disciplina (Miguel; Miorim, 2008).

Facilmente encontramos grupos de pesquisa em programas de pós-graduação voltados às pesquisas envolvendo a história da matemática, podemos verificar a inclusão de disciplinas de história da matemática em alguns cursos de Licenciatura em Matemática, além da integração de elementos históricos nos livros didáticos. Temos ainda a história da matemática presente nas diretrizes dos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), enfatizando o papel da história no ensino da matemática. A BNCC destaca a história da matemática como um recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar matemática (Brasil, 2018).

No capítulo inicial do livro "História na Educação Matemática: Propostas e desafios" de Miguel e Miorim (2008), é apresentada uma análise da incorporação da história da matemática no âmbito da Educação Básica, abrangendo o período que se estende desde o final do século XIX até os dias atuais. Além disso, o livro explora as diferentes justificativas que foram empregadas ao longo dessas épocas para argumentar a favor da inclusão da história da matemática no ensino.

No final do século XIX e início do século XX acreditava-se que a utilização da história da matemática no ensino despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo matemático. Miguel e Miorim (2008, p.16) destacam que "os mais ingênuos acabam atribuindo à história um poder quase que mágico de modificar a atitude do aluno em relação à Matemática".

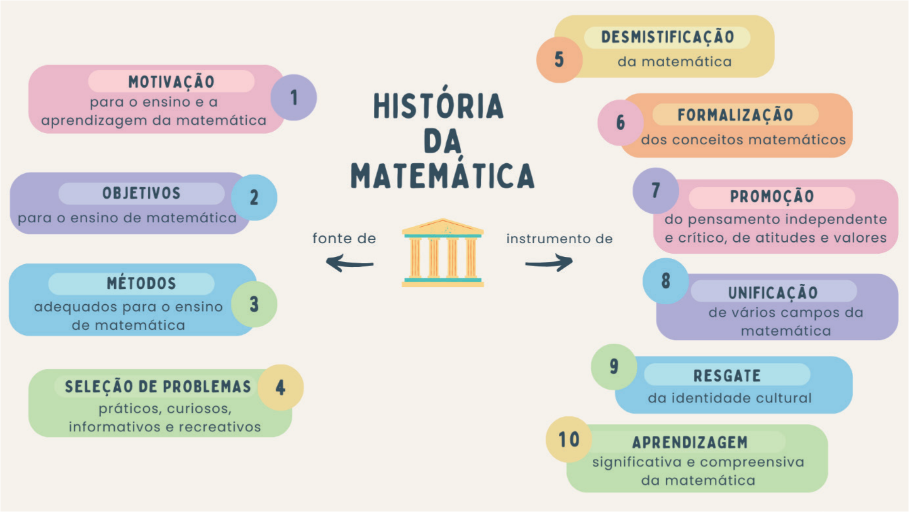
Em 1997, Antonio Miguel publicou um artigo no qual fala das potencialidades pedagógicas da história da matemática, elencando dois tipos de argumentos, os reforçadores e os questionadores, relacionados ao uso da história da matemática na prática pedagógica. Ao expor os argumentos reforçadores ele discute criticamente algumas afirmações "românticas" que colocam a história da matemática

ISBN: 978-85-61702-77-9

como um grande trunfo no ensino da matemática, contrapondo esses argumentos a outros que tentam evidenciar obstáculos para o uso da história da matemática durante as aulas de matemática. Ao discutir criticamente esses argumentos ele não assume uma posição, mas instiga o leitor a pensar e refletir sobre eles a partir de sua perspectiva e experiência individuais (Miguel, 1997).

Na Figura 1 temos os argumentos reforçadores apresentados por Miguel (1997) relacionados às potencialidades do uso da história da matemática no ensino e na aprendizagem de matemática.

Figura 1 – Argumentos de Miguel (1997) sobre as potencialidades da história da matemática



Fonte: Autoras (2023).

No que diz respeito ao segundo argumento, que apresenta a história da matemática como uma fonte de objetivos para o ensino de matemática, Miguel (1997) destaca que a história da matemática pode apoiar a percepção dos alunos sobre, por exemplo:

a. a matemática como uma criação humana;
b. as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
c. as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das idéias matemática;
d. as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.

ISBN: 978-85-61702-77-9

> e. a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de idéias e teorias;
> f. as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
> g. a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova. (MIGUEL, 1997, p.77).

Com relação aos argumentos questionadores o autor discorre sobre as dificuldades na utilização da história para o ensino de matemática, tais como: ausência de literatura adequada; natureza imprópria da literatura disponível; e ausência na criança do sentido de progresso histórico. Entretanto, ele traz possibilidades para a superação dos mesmos.

> entre as posições extremadas que tentam nos convencer de que a história tudo pode ou de que a história nada pode, parece-nos mais adequado assumir uma posição intermediária que acredita que a história – apenas quando devidamente reconstituída com fins explicitamente pedagógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático – pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática, qual seja, o de um ponto de referência para a problematização pedagógica. (Miguel, 1997, p.101).

Ao propor aos alunos uma atividade envolvendo história da matemática almeja-se que por meio de pesquisas os alunos possam atribuir significado ao estudo do conteúdo, historicamente contextualizado, utilizando-se para isso, da criatividade. Mas, afinal de contas, o que é criatividade?

Quando falamos em criatividade falamos em capacidade de criar, inventar, em engenhosidade (Michaelis, 2023). Alencar e Fleith (2003) apresentam contribuições de teóricos da criatividade e destacam que todos eles chamam a atenção para a autorrealização como força mobilizadora da criatividade. Entretanto, esse impulso interno não é suficiente para garantir uma ação criativa, uma vez que é "indispensável um **ambiente** que propicie liberdade de escolha e de ação, com reconhecimento e estimulação do potencial para criar de cada indivíduo" (p.1, grifo nosso).

Ainda no mesmo artigo, as autoras destacam que, até os anos 70 as pesquisas sobre criatividade buscavam identificar características individuais que faziam com que uma pessoa fosse criativa, e técnicas que favorecessem a expressão dessa criatividade. Os pesquisadores destacam inteligência, estilos intelectuais, conhecimento e personalidade como aspectos do indivíduo que influenciam no

ISBN: 978-85-61702-77-9

quanto ele pode ser criativo. Contudo, após os anos 70, os estudiosos voltaram seu olhar para a influência de fatores sociais, culturais e históricos no desenvolvimento da criatividade, e nesse sentido podemos elencar a motivação extrínseca (que vem “de fora” do indivíduo) e o contexto ambiental como aspectos bastante relevantes para o trabalho criativo.

No contexto dos cursos de formação de professores, Oliveira e Alencar (2007) defendem que os futuros professores precisam ser conscientizados sobre a importância da criatividade para eles e para os alunos que formarão, entendendo que a criatividade pode ser um instrumento no ensino-aprendizagem, além de uma força motriz para respostas inovadoras. As autoras acreditam que professores criativos instigam em seus alunos um espírito criativo.

Em contrapartida, Alencar (2002) elenca diversos estudos e autores que analisaram o ensino universitário apontando falhas com relação à promoção, desenvolvimento e valorização da criatividade. Estando as instituições de ensino universitário muitas vezes preocupadas com o cumprimento dos currículos e dando ênfase ao conteúdo, pouco espaço se dá para a expressão da criatividade, dependendo de ações pontuais de um ou outro professor.

Alencar (2007) aponta para o fato de que “todo ser humano é naturalmente criativo e que a extensão em que a criatividade floresce depende largamente do ambiente” (p.47) e nesse sentido, vislumbramos a atividade proposta aos alunos como uma possibilidade de instigar a criatividade, propiciando um ambiente no qual o aluno esteja livre para criar e expressar-se por meio de sua criação.

Por fim, destacamos a fala de Morejón (1996) que diz que “o componente criativo é essencial à saúde mental e que à medida que os professores e alunos o tenham incorporado em suas próprias vidas, poderão desfrutar de experiências incríveis e se espantarem com o potencial desconhecido que possuíam e não conheciam” (***apud*** Oliveira; Alencar, 2007, p.224).

APRESENTAÇÃO DA ATIVIDADE

Com o intuito de proporcionar um ambiente para o desenvolvimento e a expresssão da criatividade, propusemos uma atividade (ver Quadro 1), aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Introdução à Teoria dos Números (ITN), na qual eles pudessem ser os roteiristas de uma releitura da história de Diofanto.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para essa atividade, além das potencialidades da história da matemática e a expressão da criatividade na formação de professores, esperávamos que os alunos, em suas leituras/buscas encontrassem referências às equações diofantinas, e assim essa atividade poderia aguçar a sua curiosidade em conectar a história e o conhecimento matemático construído, num determinado contexto.

Quadro 1 - Atividade: Revisitando Diofanto

Atividade: Revisitando Diofanto
Para esta atividade vocês vão precisar de criatividade, imaginação e pesquisa.
Vocês já pararam para pensar como uma pessoa faz para escrever uma história, uma novela ou um filme de época? Em primeiro lugar ela precisa pesquisar muito a fim de compreender como as pessoas viviam, como eram os estabelecimentos, as casas, as roupas, o comportamento, etc. das pessoas naquela referida época. Hoje vocês vão escrever uma história de época!
Na verdade, vocês não precisam escrever. Vocês podem apresentar essa história de alguma outra maneira que acharem interessante: pode ser, por exemplo, numa história em quadrinhos, por meio de um vídeo, a filmagem de uma encenação, utilizando infográficos, ou escrevendo uma história. Usem a criatividade!
Imagine que vocês são roteiristas de um filme. Escrevam (ou apresentem de uma outra maneira, como exemplificado acima), com o máximo de detalhes possível, o contexto no qual vivia Diofanto de Alexandria. Pesquisem, imaginem, discutam e descrevam como eram as ruas, a casa onde ele vivia, as vestimentas, com o que trabalhava, como era sua rotina. Descrevam a personalidade dessa personagem, como ele pensava, quais eram suas preocupações.
Utilizem, na medida do possível, referências bibliográficas confiáveis para descrever o que foi pedido acima, mas quando não for possível, usem a criatividade para imaginar a realidade da época e "preencher as lacunas".
Lembrem-se, vocês são roteiristas! Escrevam de modo a nos envolver e entrar na história. Ah, e não esqueçam de colocar ao final do texto, as referências bibliográficas utilizadas.

Fonte: Kieckhoefel (2019).

Teresa Vegani, matemática, artista plástica, professora e pesquisadora em Etnomatemática, já apresentava em suas obras ideias que convergem com a atividade proposta por nós. Para Vergani (1991), na prática pedagógica, assim como em todas as relações interpessoais deve haver um equilíbrio entre o pensamento e a emoção, entre o raciocínio e a percepção, entre a lógica e a criatividade. Contudo, a escola ocidental valoriza a lógica, a dedução, a organização, deixando, quando muito, a arte, a criatividade, a emoção, em segundo plano. (Kieckhoefel, 2012).

ISBN: 978-85-61702-77-9

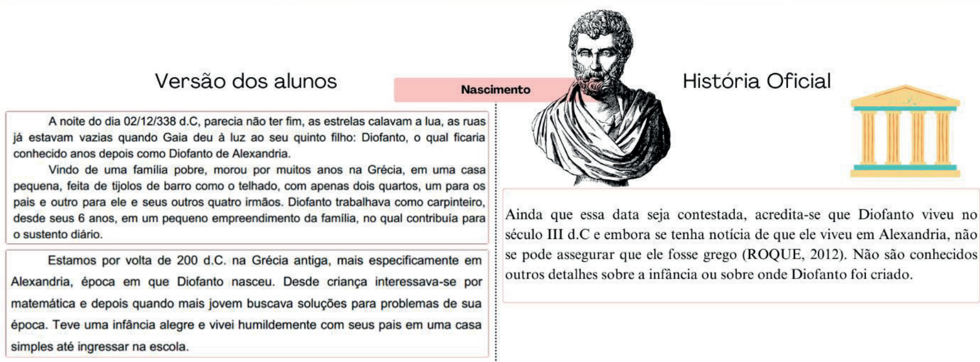
Nesse contexto, Vergani (1993, p.11) defende que “sendo a matemática uma ciência onde o rigor lógico se une à imaginação criativa, há que saber geri-la e transmiti-la com a cabeça e com o coração, isto é, sem divorciar o pensar do sentir”. Logo, faz parte do papel do professor estabelecer, em sua ação pedagógica, um equilíbrio entre o pensar e o sentir, usando artifícios do rigor lógico e da imaginação criativa. Nesse sentido, ao solicitar aos alunos que fossem os roteiristas de uma história, estamos buscando esse equilíbrio entre a “cabeça” e “coração”.

METODOLOGIA, RESULTADOS E DISCUSSÕES

A atividade apresentada no Quadro 1 foi aplicada com alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Introdução à Teoria dos Números (ITN), os quais estavam divididos em nove equipes. Em função da limitação de espaço não é possível apresentar os textos na íntegra, portanto, selecionamos alguns trechos nos quais se destacam componentes envolvendo a história da matemática, o uso da “emoção” e da criatividade.

As informações acerca da vida de Diofanto, das quais se tem certeza, são escassas e por isso, muito do que os alunos apresentaram em seus textos precisou ser inventado para que a narrativa criada fizesse sentido. Na Figura 2 apresentamos a vida de Diofanto contrapondo trechos dos textos dos alunos[1] com a história oficial.

Figura 2 – Vida de Diofanto



1 Os trechos destacados neste trabalho são apresentados exatamente como foram entregues pelos alunos. Optamos por não fazer nenhuma alteração na formatação nem correção de erros de escrita que porventura tenham sido cometidos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Alexandria

Versão dos alunos

Nosso protagonista, Diofanto, vive neste ambiente, inserido numa cidade metropolitana, convivendo com muitos mercadores de rua, uma orla linda com vista para o mar e a infinidade de barcos que ali atracam. Alexandria era uma cidade muito ruidosa, em função da grande movimentação ali presente.

No centro da cidade encontramos casas e tendas com os mais variados produtos: lindos tapetes persas bordados em teares manuais, carnes, peixes, confecções, jarros de cerâmica, tâmaras, damascos e muitas especiarias, entre elas: canela, cravo, pimentas e açafrão.

Por sua localização geográfica, Alexandria era cosmopolita e efervescente. Cidade próxima dos portos egípcios, de todo comércio navegável em contato com a Europa ao sul, ao leste a Ásia e ao sul às Arábias.

A Alexandria de Diofanto

A urbe era organizada com uma grande praça, uma rua de 30 metros de largura e seis quilômetros de comprimentos atravessava a cidade, com ruas paralelas perpendiculares cruzando sempre em ângulos retos. Os bairros eram construídos em quadros e tinham nas ruas valas para escoamento da água. Uma cidade moderna para os padrões da época.

Quando criança, Diofanto frequentava a biblioteca de Alexandria, acompanhado de um de seus vizinhos mais influentes que se chamava Adônis. Este vizinho era conhecido por ser bisneto de Euclides que foi um professor muito influente em Alexandria, por causa de seu grande conhecimento acerca da Geometria.

História Oficial

Alexandria, fundada por Alexandre Magno, em 331 a.C., possuía um dos principais portos do Mediterrâneo e o maior centro de cultura acadêmica do mundo. Templos, palácios e belos monumentos foram construídos ao longo de uma faixa de cerca de 5 km, banhada pelo Mar Mediterrâneo (Guia Geográfico Egito, 20_ _?).

A fundação de Alexandria é cheia de mitos, mas acredita-se que o próprio Alexandre traçou o primeiro esboço da cidade (Guia Geográfico Egito, 20_ _?). Alexandre fundou mais de 70 novas cidades (SUPERINTERESSANTE, 2018), que eram sempre bem situadas, bem pavimentadas e contavam com um bom serviço de abastecimento de água. Elas eram autônomas, mas sujeitas à ordem do rei (SÓ HISTÓRIA, 2009?). Alexandre, o Grande, foi educado por Aristóteles entre os 13 e 16 anos de idade (SUPERINTERESSANTE, 2018) e por isso tinha uma grande admiração pela cultura helênica. Isso fez com que ele difundisse a cultura grega pelos lugares que passava, conseguindo assim unificar a cultura das cidades que conquistava, facilitando o contato, o comércio e a difusão de conhecimentos. Graças às suas expedições militares e ao seu interesse por investigações científicas, o mundo antigo conseguiu diversos avanços em áreas como geografia e história natural.

Alexandria era um grande centro da cultura helenística e uma de suas grandes edificações, o Museu, englobava o jardim botânico, o zoológico, o observatório astronômico e a biblioteca, que abrigava pelo menos 200 mil livros (Terra Educação, 2015).

Contribuições

$ax + by = c$

Versão dos alunos

"Observando os escritos de Euclides, descobri algo comum na sua obra, que lhe faltava. Tornava-se mais claro, a cada dia, que não haveria qualquer matemático em Alexandria que pudesse compreender no seu todo, a geometria de Euclides, sem auxílio das construções. A ilustração de suas proposições (teoremas) era essencial para a abstração das relações geométricas. Observei, ainda que a maioria das relações de comprimento dos polígonos e das construções tinham uma essência que podia transfigurar-se de maneira completamente simbólica. Estendi a noção pragmática de Tales de uma forma simplificada. Podia-se, a partir de um arithmos (quantidade a ser encontrada) e uma sequência de propriedades e noções comuns manipular as quantidades de forma consistente em uma relação que unia a notação de arithmos (batizei-lhe aritmética) à geométrica e que, provava-se de muito mais simples entendimento. Maravilhei-me ao me ver descobridor de uma graciosa propriedade oculta das quantidades, não explícita na geometria, mas que definitivamente desempenhava um papel importante na prova de outras proposições. Mais ainda, quando aparentava que a aritmética podia ser empregada de forma sólida na geometria. Pensei que talvez, haveria um método de estabelecer uma relação biunívoca entre a aritmética e a geometria, mas não a pude provar. Talvez lhe faltava um postulado de uma essência muito intrínseca e improvável que garantisse a perfeição da geometria Euclidiana."

Já na escola, desenvolveu suas habilidades matemáticas e escreveu 3 tratados, mesmo que outros alunos da escola já tivessem feito descobertas importantes, a de Diofanto foi considerada incomparável. Criou uma simbologia algébrica, facilitando a representação de incógnitas, e por tudo isso Diofanto é considerado o "pai da álgebra". Também desenvolveu uma fórmula para encontrar os ternos pitagóricos e posteriormente as Equações Diofantinas.

Como consequência, Diofanto acabou se tornando um dos mais importantes estudiosos em relação à Teoria dos números, e tempos depois escreveu a obra "Aritmética", que traz uma coleção de problemas sob forma de exemplos numéricos específicos. Além disso, também escreveu sobre as soluções de uma inequação, chegando às chamadas equações Diofantinas, as quais permitem a duas ou mais variáveis assumirem apenas valores inteiros.

História Oficial

A principal contribuição de Diofanto para a matemática foi ter introduzido uma forma de representar um valor desconhecido em um problema, o qual chamou de *arithmos*. Sua obra, Aritmética, é composta por uma coleção de problemas que faziam parte da tradição matemática da época. Ao apresentar o método para resolver tais problemas, Diofanto utilizava "abreviações" para representar as quantidades desconhecidas, que hoje usualmente chamamos de "x". "O método de abreviação representava a palavra usada para designar essas quantidades por sua primeira ou última letra de acordo com o alfabeto grego" (ROQUE, 2012, p.232) como abaixo:

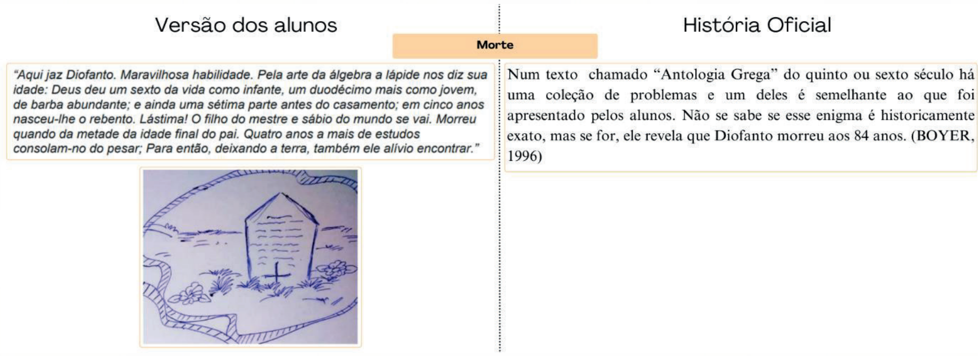
> ς (última letra da palavra *arithmos*, a quantidade desconhecida)
> Δ^Y (primeira letra de *dynamis*, o quadrado da quantidade desconhecida)
> K^Y (primeira letra de *kybos*, o cubo)
> $\Delta^Y\Delta$ (o quadrado-quadrado) [quarta potência]
> ΔK^Y (o quadrado-cubo) [quinta potência]
> $K^Y K$ (o cubo-cubo) [sexta potência]

Essa notação auxiliava muito na resolução de problemas nos quais se buscava encontrar quantidades desconhecidas, mas funcionava mais como uma abreviação das partes com que se estava trabalhando. Hoje, costumamos chamar a quantidade desconhecida de x, e o quadrado da quantidade desconhecida de x^2, o seu cubo x^3, e assim por diante. Todas as potências envolviam a quantidade desconhecida, o x. Na notação de Diofanto não funcionava assim. Cada potência tinha um símbolo diferente, pois o símbolo não estava relacionado diretamente com a quantidade desconhecida, era apenas uma abreviação.

Diofanto não recorria a construções geométricas para resolver o problema. Seu método baseava-se em operar com as quantidades desconhecidas da mesma forma que com as quantidades conhecidas. Em sua obra ele deixou evidente que

> a natureza das quantidades desconhecidas e as operações que podemos realizar com elas se baseiam nas propriedades dos números. Ou seja, na resolução de um problema as quantidades conhecidas e desconhecidas têm o mesmo estatuto. Somente por essa razão será possível introduzir um símbolo para uma quantidade desconhecida. (ROQUE, 2012, p.233).

ISBN: 978-85-61702-77-9

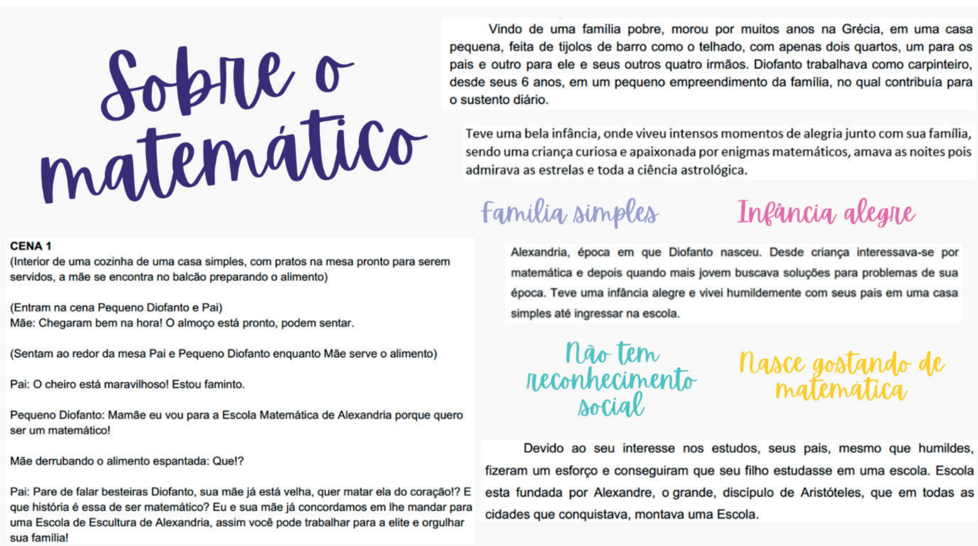


Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Até aqui nos ativemos à história da matemática e como ela se apresentou no textos produzidos pelos alunos. Queremos agora olhar para a parte "não oficial" dos textos, ou seja, para as lacunas da história que os alunos tiveram que preencher. É na criação de narrativas para preencher os espaços vazios da história que os alunos tinham a liberdade de criar, expressando suas ideias, crenças, gostos, etc. A seguir, destacamos alguns trechos para discussão.

O primeiro aspecto que queremos discutir diz respeito ao "ser matemático". Na Figura 3 apresentamos alguns dos trechos que abordam esse tema e algumas ideias recorrentes ao longo dos trabalhos apresentados pelos alunos.

Figura 3 – Trechos sobre o "ser matemático"



Fonte: Adaptado Kieckhoefel (2019).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Algo que chama a atenção nos trechos destacados na Figura 3, é que Diofanto é descrito como uma criança que sempre teve interesse pela matemática. Essa ideia esteve bem presente nos textos dos alunos e parece ser uma concepção cultural: a pessoa nasce para ser matemático ou não. Nenhum texto apresentou o meio em que Diofanto estava inserido como algo que o levou aos estudos ou ao gosto pela matemática, mas em alguns casos os alunos apontaram para outros matemáticos e para Alexandria (sua cultura e sua biblioteca), como fatores facilitadores ou motivadores nos estudos de Diofanto.

Uma das equipes inclusive criou personagens e relações com pessoas reais como vemos no Quadro 2. Além dos elementos fictícios, os alunos destacam a importância de Euclides na história do desenvolvimento matemático, em especial, da geometria. Euclides foi um grande matemático e professor da Escola de Alexandria e exerceu influência sobre a obra de Diofanto.

Quadro 2 – Combinação de dados reais e fictícios

Quando criança, Diofanto frequentava a biblioteca de Alexandria, acompanhado de um de seus vizinhos mais influentes que se chamava Adônis. Este vizinho era conhecido por ser bisneto de Euclides que foi um professor muito influente em Alexandria, por causa de seu grande conhecimento acerca da Geometria.

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

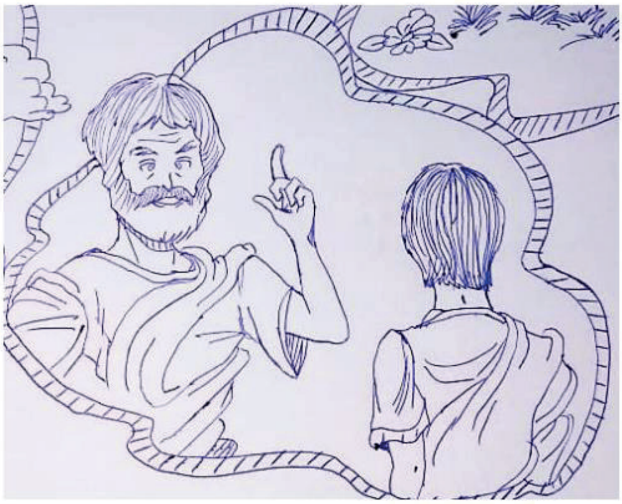
Ainda sobre o texto dessa equipe destacamos algumas ilustrações que eles inseriram ao longo do texto, conforme vemos nas Figura 4 e 5. Fica evidenciado que a natureza aberta da atividade proporcionou aos alunos um ambiente onde pudessem expressar-se criativamente, uma vez que não havia necessidade de seguir regras rígidas ou formais, comumente usadas nos trabalhos acadêmicos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4 – Diofanto e Adônis

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

Figura 5 – Diofanto sendo instruído



Fonte – Dados da pesquisa (2018).

Voltando às discussões sobre características da pessoa do matemático, propomos uma reflexão com base na ideia de que a pessoa nasce para “ser matemático”. Estendendo essa concepção para as salas de aula da educação básica, poderíamos pensar que uma pessoa nasce com aptidão para a matemática ou não. Ou ainda, a pessoa nasce gostando ou não de matemática.

Claro que não podemos afirmar, apenas por algumas frases, que os alunos possuem essa concepção, mas o que queremos salientar é que no contexto da formação de professores, precisamos nos atentar em formar profissionais que, olhem para todos os alunos, independente de suas preferências ou aptidões com relação à matemática, com mesmo cuidado e atenção, e entendendo que todos têm capacidade de avançar em relação aos conhecimentos matemáticos.

Outro ponto de destaque nos trechos da Figura 3 (e não foram os únicos textos em que essa característica aparece) é com relação à descrição da família, da infância e das condições socioeconômicas de Diofanto. Falas como “viveu humildemente”, “família pobre”, “desde pequeno contribuía para o sustento diário”, “casa simples” são alguns dos exemplos de como os alunos apresentaram a ascendência de Diofanto. Interessante observar que nenhuma das equipes descreveu Diofanto como tendo nascido ou crescido num contexto de fartura ou em altos níveis da sociedade da época. Contudo, apesar das origens simples, segundo os textos teve

ISBN: 978-85-61702-77-9

uma "bela infância", em muitos dos textos foi descrito que cresceu rodeado pelos pais e irmãos.

Aqui, queremos evidenciar um trecho da Figura 3 em especial (destacado no Quadro 3) não pelo conteúdo em si, mas pela forma de apresentação, que ocorreu de maneira completamente distinta das demais equipes. Observe que os alunos criaram um roteiro de teatro, descrevendo o cenário, os personagens, as falas de cada um, inclusive de um narrador, trazendo detalhes de modo que o leitor consiga se imaginar assistindo à uma peça teatral. A não ser em contextos específicos, essa forma de apresentação de um trabalho não é comum no contexto acadêmico, de modo que entendemos que essa atividade cumpriu o papel de ser um espaço para os alunos expressarem sua criatividade.

Quadro 3 – Texto em formato de roteiro de teatro

CENA 1

(Interior de uma cozinha de uma casa simples, com pratos na mesa pronto para serem servidos, a mãe se encontra no balcão preparando o alimento)

(Entram na cena Pequeno Diofanto e Pai)
Mãe: Chegaram bem na hora! O almoço está pronto, podem sentar.

(Sentam ao redor da mesa Pai e Pequeno Diofanto enquanto Mãe serve o alimento)

Pai: O cheiro está maravilhoso! Estou faminto.

Pequeno Diofanto: Mamãe eu vou para a Escola Matemática de Alexandria porque quero ser um matemático!

Mãe derrubando o alimento espantada: Que!?

Pai: Pare de falar besteiras Diofanto, sua mãe já está velha, quer matar ela do coração!? E que história é essa de ser matemático? Eu e sua mãe já concordamos em lhe mandar para uma Escola de Escultura de Alexandria, assim você pode trabalhar para a elite e orgulhar sua família!

Pequeno Diofanto: Eu não quero trabalhar para a elite Pai! Eu quero fazer o que gosto e quero descobrir coisas que ninguém ainda sabe sobre a matemática.

Pai: Chega de conversa e já para seu quarto!

(Cortina fecha e narrador começa a falar)

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

Ainda nesse mesmo quadro vemos indícios de que não há uma valorização social no "ser matemático". Na história dos alunos, ao dizer que estudaria matemática, Diofanto assustou sua mãe e deixou seu pai extremamente irritado, mostrando

ISBN: 978-85-61702-77-9

que essa não era uma escolha adequada de profissão, sendo motivo inclusive de vergonha para a família. Na história escrita por essa equipe, Diofanto foi expulso de casa e após suas descobertas matemáticas e sua valorização social, seus pais foram se desculpar aceitando então sua escolha profissional. Parece-nos que essa concepção é bastante atual e diz mais do status social do (professor de) matemático(a) hoje do que algo que ocorria na época de Diofanto. Não é surpreendente que os alunos tenham essa perspectiva, haja vista a desvalorização da profissão docente nos dias atuais.

Na Figura 1 apresentamos argumentos de Miguel (1997) sobre as potencialis dades do uso da história da matemática no ensino e aprendizagem da matemática. Abordaremos agora como enxergamos algumas delas na atividade proposta.

Miguel (1997) aponta que a história da matemática pode ser uma fonte de motivação para a aprendizagem da matemática. Dos nove textos, tivemos cinco textos com um formato que podemos dizer ser mais "acadêmico". Em geral, iniciavam com alguma introdução mais criativa, mas ao chegar na vida adulta focavam nas contribuições matemáticas de Diofanto e a história que criaram no início ficava em segundo plano. Os outros quatro trabalhos eram: uma crônica, um roteiro de teatro e duas histórias. A atividade envolvendo a história e o uso da criatividade trouxe aos textos características e gostos dos alunos que muito provavelmente não viriam à tona com uma atividade mais "formal". Entendemos que essa atividade não garante que os alunos fiquem motivados para as demais aulas sobre o tema, mas pode ser um instrumento de abertura e interesse, em especial com aqueles alunos que tem uma antipatia inicial com a matemática.

Miguel (1997) fala também que podemos usar a história da matemática para desmistificar a matemática, que muitas vezes é apresentada como uma ciência harmoniosa que está pronta e acabada. Algumas formas de fazer isso – e que entendemos que apareceram nos textos dos alunos – são: entendendo a matemática como uma criação humana; compreendendo as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; percebendo que a curiosidade estritamente intelectual pode levar a grandes ideias e generalizações; e entendendo a lógica de uma estrutura matemática.

Ao buscar pela história de Diofanto, dar uma "cara", uma história, pensar em seus pais, sua infância, sua casa, etc. é possível que o tenham enxergado como uma "pessoa comum" que ajudou a desenvolver a matemática, fazendo dela ciência

ISBN: 978-85-61702-77-9

"humana". Uma ciência que foi estruturada e desenvolvida a partir do pensamento e do raciocínio humanos.

Entendemos que, especialmente no contexto da formação de professores esse tipo de reflexão é essencial a fim de não disseminar a ideia de que a matemática é uma ciência "divina", uma ciência pronta e acabada que é acessível apenas a algumas "mentes brilhantes". Porém, por ser uma ciência feita por homens é acessível a todos, ainda que não seja compreendida por todos da mesma forma.

Ainda nesse sentido, quando olhamos para as competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental expressas na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), nos deparamos com a seguinte fala:

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (Brasil, 2018, p. 267).

Pontuando mais uma vez a importância dessas reflexões para os futuros professores de matemática.

Nos textos, os alunos expuseram o gosto de Diofanto pela matemática, a curiosidade que ele tinha com relação a problemas e enigmas, trazendo à tona alguns motivos pelos quais as pessoas fazem matemática e que nem sempre o desenvolvimento da ciência se dá pelas necessidades práticas, mas sim pelos interesses e curiosidades pessoais. Ainda, destacam-se nos textos que para encontrar as respostas, Diofanto estudou e se dedicou, como vemos nos trechos dos Quadro 4 e 5.

Quadro 4 – Equipe 4: trecho 2

Este, apesar de toda essa agitação cotidiana, não era um homem mundano. Ele queria muito entender o mundo ao seu redor, procurava matematizar o que via.

Diofanto, a partir da análise dos escritos matemáticos da época, criou uma notação muito similar a álgebra moderna, que lidava com problemas geométricos e conseguia resolver e explicitar de forma mais simplificada propriedades numéricas difíceis de serem observadas na geometria pura. Poderia se imaginar essa inovação algébrica nas palavras

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 5 – Equipe 9: trecho 2

Passado os anos estudando e trabalhando na escola de Alexandria, Diofanto começa a formular teorias na qual haveria a possibilidade de solucionar equações indeterminadas com coeficientes inteiros, e então direcionou suas pesquisas para essa área. Anos depois veio a lançar o livro, *Arithmetica*, tratando sobre este assunto.

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

Por fim, no Quadro 6 apareceram também estratégias e o raciocínio lógico de Diofanto, ajudando a perceber uma estrutura lógica na matemática e a ideia que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática. Ainda nesse quadro vemos que as estratégias e que os próprios objetos de estudo da matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo.

Quadro 6 – Raciocínio de Diofanto

"Observando os escritos de Euclides, descobri algo comum na sua obra, que lhe faltava. Tornava-se mais claro, a cada dia, que não haveria qualquer matemático em Alexandria que pudesse compreender no seu todo, a geometria de Euclides, sem auxílio das construções. A ilustração de suas proposições (teoremas) era essencial para a abstração das relações geométricas. Observei, ainda que a maioria das relações de comprimento dos polígonos e das construções tinham uma essência que podia transfigurar-se de maneira completamente simbólica. Estendi a noção pragmática de Tales de uma forma simplificada. Podia-se, a partir de um arithmos (quantidade a ser encontrada) e uma sequência de propriedades e noções comuns manipular as quantidades de forma consistente em uma relação que unia a notação de arithmos (batizei-lhe aritmética) à geométrica e que, provava-se de muito mais simples entendimento. Maravilhei-me ao me ver descobridor de uma graciosa propriedade oculta das quantidades, não explícita na geometria, mas que definitivamente desempenhava um papel importante na prova de outras proposições. Mais ainda, quando aparentava que a aritmética podia ser empregada de forma sólida na geometria. Pensei que talvez, haveria um método de estabelecer uma relação biunívoca entre a aritmética e a geometria, mas não a pude provar. Talvez lhe faltava um postulado de uma essência muito intrínseca e improvável que garantisse a perfeição da geometria Euclidiana."

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

Para finalizar o artigo escolhemos um dos textos para ser apresentado na íntegra conforme o Quadro 7. Este texto apresenta uma narrativa do início ao fim, amalgamando com a história de Diofanto de modo que ficamos envolvidos pelo enredo e não é possível identificar o que é real e o que é criação dos alunos. Ainda que a história criada seja fictícia eles trazem alguns fatos e algumas informações "verídicas". Apresentam Diofanto como o pai da Álgebra, buscam explicar seu

ISBN: 978-85-61702-77-9

pensamento algébrico, usando para isso a mitologia, apresentam um exemplo do tipo de problema que está no livro de Diofanto, abordam o contexto do comércio de túnicas, algo tão forte naquela região e na referida época, etc. Apresentam uma junção dos aspectos que almejávamos trabalhar nessa atividade: história da matemática, emoção e criatividade.

Quadro 7 – História de Diofanto de uma das equipes

A história que irei narrar para vocês e de um mito e como todo mito não se sabe ao certo de onde veio e quando nasceu, uns dizem que ele veio nasceu na Grécia outros que ele fosse árabe, alguns historiadores contam que aconteceu no século III a.C. Outros que foi no século III d.C. Isso tudo e mera bobagem porque o que importa e a maneira que surgiu o que muitos o consideram o " Pai da Álgebra". Diofanto era um homem simples, careca, barbudo casado e teve um filho, era um vendedor de túnicas que vivia perto da Ágora a vender suas túnicas.

Certo dia, vendendo suas túnicas ele ficou a observar e a escutar dois homens discutindo e tentando achar solução para um problema matemático. Com o passar dos dias esse evento começou a se repetir, os mesmo dois homens começaram a discutir debater tentando achar solução para o problema, e acabavam jogando um para as outras perguntas e perguntas para ver quem era mais sábio.

Admirado pela discussão dos dois homens, ele foi para casa, pensando no problema que eles estavam discutindo "Encontre dois números quadrados tais que seu produto crescido de um deles resulta um número quadrado". Isso ficou remoendo a cabeça de Diofanto, passou a noite em claro tentando entender o que eles queriam dizer com aquilo e qual seria a solução.

Era tarde da noite já e um vento forte começou a soprar, é uma grande tempestade de areia começou a se formar. Diofanto saiu de sua casa para tentar salvar Octavios, seu camelo que estava amarrado, quando ele fica preso pelos pés pela corda que estava amarrado Octavios, que acaba correndo com tudo para tentar se abrigar e fugir da tempestade de areia. Diofanto foi arrastado pelo seu camelo para fora da cidade, que foi se soltar apenas quando a corda arrebentou.

Passado a tempestade, meio zonzo Diofanto acorda perdido em meio ao deserto, com monte de corvos rodeando o céu em cima dele. Todo machucado com suas vestes rasgadas e cheia de sangue. Ele se levanta e começa a caminhar tentado achar alguém quem pudesse lhe ajudar. Caminhou horas e horas, sem achar nada, tudo que via era o sol e os corvos que rodeavam o céu. Chorando entrando em desespero pensando que iria morrer, ele olha para os corvos e vê dois grupos de corvos um de quadro e outro de três. Achando curioso o comportamento dos corvos, ele ficou a pensar nesses números.

Horas se passaram ele ficou ali sentado no chão pensando nestes dois números, quando de repente começou a se lembrar da discussão dos dois homens na Ágora. "Encontre dois números quadrados tais que seu produto crescido de um deles resulta um número quadrado". Neste instante uma nuvem cobriu ao céu e uma chuva começou a cair, e ao cair da primeira gota, Diofanto percebeu que três e quatro são os dois números que respondia a solução do problema, que a resposta para discussão dos dois senhores era (3/4)^2. Sorrindo com a felicidade de ter achado a solução para o problema, sentindo a chuva cair em seu corpo, com a vista cansada ele vê alguém ao longe andando com seu camelo em meio à chuva, quando ele desmaia cansado vendo o senhor se aproximar dele.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A pessoa estava com uma vestimenta preta, vendo a situação de Diofanto caído desmaiado, o colocou em seu camelo e o tirou da chuva, levando para uma caverna e cuidou dos ferimentos e cuidou dele. Chovia muito, vários relâmpagos cortavam o céu, raios caindo em meio ao deserto e se escutava de longe o som dos trovões. Em meio de um dos trovões Diofanto acorda assustado vendo uma mulher perto de uma fogueira cozinhando o que parecia ser corvos.

Com dificuldades para falar, ele agrade a mulher que responde com serenidade na voz, que ele demorará muito para responder o problema. Espantado de como ela sabia do problema antes mesmo dele perguntar, ela tira sua túnica e ele vê uma armadura reluzente de ouro e prata, com pedras de diamante e rubi, quando ele cai por terra ele se da conta que ele esta diante de nada mais nada menos do que a Deusa Atena, deusa da sabedoria e da guerra.

Percebendo que Diofanto era um bom homem, ela toca na testa dele, mostrando que além daquela solução tinha outra resposta para o problema que era (7/24)^2. Feito isto foi como se a mente de Diofanto tivesse despertado outro sentido, os números começaram a rodear sua cabeça, com símbolos que ele nunca vira antes, mas que ele compreendia muito bem o que significava, quando um raio cai bem na entrada da caverna o cegando.

Esfregando as mãos nos olhos tentando ver se conseguia enxergar algo, com a visão um pouco embasada ele se da conta que ele esta dentro de sua casa, e todo sofrimento e dor que ele passara não passava de um sonho dele. Levantou-se e foi para fora de sua casa ver se Octavios estava ali, e viu que estava tranquilamente dormindo. Votando para dentro tirou um pedaço de papiro e começou a escrever os símbolos que ele teria sonhado e a resposta para o problema dos dois senhores.

No dia seguinte, Diofanto voltou para Ágora para vender suas túnicas, quando se depara com os mesmos senhores debatendo e discutindo sobre problemas matemáticos e quando voltam a tocar no problema que Diofanto achara a resposta ele foi ate os senhores. Pedindo desculpas pela intromissão, por interromper a conversa deles, Diofanto falou saber a resposta para o problema deles. Rindo um dos senhores, zombou falando, que um vendedor não seria capaz de resolver um problema como este, e disse que se conseguisse iria comprar todas as túnicas que ele estava vendendo. Dito isto ele tirou o pedaço de papiro que escrevera a resolução, mas os senhores não entenderam os símbolos que estavam escritos ali. Com toda calma e tranquilidade Diofanto começou a explicar o que ele havia escrito e como era a solução do problema.

Admirado com a inteligência dele o senhor cumpriu com a palavra comprando todas as túnicas e chamou Diofanto para se juntar a eles a conversa, e cada problema que eles traziam para ele, ele conseguia achar uma solução de uma forma clara e simples. E de Diofanto vendedor de túnicas, começou a ficar conhecido como Diofanto de Alexandria.

Onde mais tarde viera casar com a filhar do senhor que comprara todas suas túnicas. E antes de morrer ele escreveu um ultimo enigma e pediu para que colocasse em seu túmulo: ***Caminhante! Aqui estão sepultados os restos de Diofanto. E os números podem mostrar quão longa foi a sua vida, cuja sexta parte foi a sua bela infância. Tinha decorrido mais uma duodécima parte de sua vida, quando seu rosto se cobriu de pelos. E a sétima parte de sua existência decorreu com um casamento estéril. Passou mais um quinquénio e ficou feliz com o nascimento de seu querido primogénito, cuja bela existência durou apenas metade da de seu pai, que com muita pena de todos desceu à sepultura quatro anos depois do enterro de seu filho.”***

Fonte – Dados da pesquisa (2018).

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A maioria dos trabalhos apresentados pelos alunos sobre a figura histórica de Diofanto iniciaram com uma narrativa fictícia destinada a retratar seu nascimento e infância. No entanto, foi comum observar que, à medida que a abordagem se volta para sua contribuição à matemática, a narrativa ficcional foi muitas vezes relegada a um segundo plano, transformando o texto em uma pesquisa mais bibliográfica em vez de uma narrativa contínua. De um conjunto de nove trabalhos analisados, apenas um deles optou por uma apresentação no formato de roteiro, outro escolheu a crônica, enquanto dois decidiram contar histórias nas quais a amálgama entre a narrativa e a história oficial não deixava distinguir uma da outra com facilidade. Os demais trabalhos mantiveram uma abordagem mais formal, estruturando-se como pesquisas históricas, ainda que incorporassem elementos de ficção em certas partes. Este desafio na escrita acadêmica torna-se particularmente evidente quando os autores não estão habituados a uma abordagem mais criativa, o que pode ser acentuado pelo contexto geralmente "formal" de um ambiente acadêmico. O propósito fundamental dessas diferentes abordagens reside na promoção de uma aprendizagem compreensiva e significativa da matemática historicamente contextualizada.

É relevante salientar que os alunos enfrentaram um cronograma restrito na execução dessa tarefa, contudo, sob nossa avaliação, produziram textos notáveis. Esses textos incorporaram elementos não apenas da história de Diofanto, mas da história de Alexandria, de Alexandre, o Grande, entrelaçando com relatos a outros matemáticos. Adicionalmente, os estudantes habilmente incorporaram, em suas narrativas, aspectos geográficos, políticos, sociais e arquitetônicos característicos de Alexandria. Destaca-se ainda a evidente criatividade demonstrada na criação de narrativas distintas para eventos como o nascimento, a formação, o matrimônio, a vida familiar e a descendência de Diofanto, bem como na exposição de suas contribuições à matemática.

No contexto do curso de Licenciatura em Matemática entendemos que mais do que explorar o conteúdo matemático específico, precisamos ter um olhar para as nossas práticas em sala de aula, no sentido que elas estão intimamente ligadas ao professor que estamos formando. Quando trazemos uma atividade que entrelaça a história da matemática, a critividade e a liberdade de expressão para dentro de uma disciplina da área da matemática, oportunizamos aos alunos experimentar novas possibilidades de aprender e desenvolver o conhecimento matemático, e de

ISBN: 978-85-61702-77-9

perceber a importância de outras habilidades importantes para a profissão docente. Ainda, as experiências que os licenciandos vivenciam na formação inicial podem servir de base para experiências que irão oportunizar a seus alunos.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, E. M. L. S. de. **O Contexto Educacional e sua Influência na Criatividade.** Linhas Críticas, v.8, n.15, p. 165 – 178, 2002.

ALENCAR, E. M. L. S. de. **Criatividade no Contexto Educacional: Três Décadas de Pesquisa.** Psicologia: Teoria e Pesquisa, v.23, n. especial, p. 45 – 49, 2007.

ALENCAR, E. M. L. S. de; FLEITH, D. S. **Contribuições Teóricas Recentes ao Estudo da Criatividade.** Psicologia: Teoria e Pesquisa, v.19, n.1, p. 1 – 8, 2003.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 2.ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum: Educação é a base.** Brasília: MEC, 2018.

GUIA Geográfico Egito. **Alexandria na Antiguidade**, 20_ _?. Disponível em http://www.egito-turismo.com/alexandria/antiguidade.htm. Acesso em: 8 abr. 2019.

KIECKHOEFEL, D. E. N. **Um estudo sobre a etnomatemática: vida e obra de Teresa Vergani.** 2012. Trabalho de Graduação (Licenciatura em Matemática) - Centro de Ciências Tecnológicas – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2012.

KIECKHOEFEL, D. E. N. **Equações Diofantinas Lineares: Entre o formalismo do Ensino Superior e a sala de aula da escola básica.** 2019. Dissertação (mestrado) - Centro de Ciências Tecnológicas – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2019.

MICHAELIS. **Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa: criatividade.** 2023. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=criatividade. Acesso em: set. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores.** Zetetiké, v.5, n.8, P. 73 – 106, 1997.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios.** 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. P. 15 – 68.

OLIVEIRA, Z. M. F. de; ALENCAR, E. M. L. S. de. **Criatividade na formação e atuação do professor do curso de Letras.** Psicologia Escolar e Educacional, v.11, n.2, p. 223 – 237, 2007. DOI: https://doi.org/10.1590/S1413-85572007000200004.

ROQUE, T. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SÓ HISTÓRIA. **Alexandre, o Grande**, 2009?. Disponível em https://www.sohistoria.com.br/biografias/alexandre/. Acesso em 8 abr. 2019.

SUPERINTERESSANTE. **Quem foi Alexandre, o Grande?,** 2018. Disponível em https://super.abril.com.br/mundo-estranho/quem-foi-alexandre-o-grande/. Acesso em 8 abr. 2019.

TERRA EDUCAÇÃO. **Helenismo,** 2015. Disponível em https://www.estudopratico.com.br/helenismo-historico-e-caracteristicas/. Acesso em 8 abr. 2019.

VERGANI, T. **O zero e os infinitos: uma experiência de antropologia cognitiva e educação matemática intercultural.** Lisboa: Minerva, 1991.

VERGANI, T. **Um horizonte de possíveis: sobre uma educação matemática viva e globalizante.** Lisboa: Universidade Aberta, 1993.

IX congresso nacional de educação

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.019

ESTUDOS DE REPRESENTAÇÕES SOCIAIS NOS ANAIS DO CONEDU: TENDÊNCIAS DE PESQUISAS NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JAIR DIAS DE ABREU
Doutorando do curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), jairedmat@gmail.com;

TIÊGO DOS SANTOS FREITAS
Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ), tiego@servidor.uepb.edu.br;

RESUMO

Pesquisas com o uso da Teoria das Representações Sociais têm sido frequentes em diversas áreas do conhecimento, principalmente no âmbito da Saúde e nas áreas de Educação e Ensino, objetivando evidenciar as imagens/teorias do senso comum construídas por grupos de pessoas sobre determinados objetos. No presente trabalho, objetivamos identificar e analisar os trabalhos apresentados nas oito edições do Congresso Nacional de Educação (CONEDU) que tratam sobre a Teoria das Representações Sociais no âmbito da Educação Matemática. Além disso, nos propomos a apresentar um panorama dos trabalhos por regiões geográficas, os objetos de estudo no contexto da Teoria das Representações Sociais e destacar características das produções selecionadas, trazendo uma síntese de suas principais considerações. A partir de uma pesquisa qualitativa, através de um estudo bibliográfico nos anais do evento, identificamos os trabalhos que versam sobre as temáticas supracitadas, que constituíram o corpus dessa investigação. Do exposto em nossa investigação, podemos perceber que o campo de estudos com o uso da Teoria das Representações Sociais vem crescendo no contexto de pesquisas na área da Educação, sendo ainda um campo tímido no contexto da área de Educação Matemática. Além disso, observamos a predominância da região Nordeste na realização de pesquisas que envolvem

ISBN: 978-85-61702-77-9

a teoria das representações sociais com o objeto matemática e demais elementos relativos ao processo de ensino, aprendizagem, avaliação e outros itens relativos ao processo de formação de professores dessa área. Ademais, levantamentos de mesma natureza podem ser feitos em anais de diferentes eventos e repositórios institucionais, evidenciando diferentes perspectivas de investigação com o uso da Teoria das Representações Sociais.

Palavras-chave: Representações Sociais, Levantamento, Anais, Conedu, Educação Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

Eventos que discutam temáticas relativas ao contexto educacional são de grande importância para promover debates, trocas de experiências, possibilitar a formação de parcerias diversas e divulgar pesquisas realizadas e em andamento.

Nesse contexto, desde o ano de 2014 vem sendo realizado no âmbito do Nordeste o Congresso Nacional de Educação (CONEDU). A cada ano, diferentes pesquisadores de todo o país e até mesmo de outros países se reúnem para discutir temáticas relativas ao campo educacional, em suas diferentes áreas de conhecimento. Consoante a página desse evento[1] na internet, está descrito o seu objetivo: "[...] debatermos sobre as transformações vivenciadas, nos últimos anos, em diferentes setores da sociedade e, em destaque, no campo educacional". Além disso, considerando as constantes mudanças sociais, é sinalizado que esse processo de transformação recebe contribuições do campo da Ciência, Tecnologia e Sustentabilidade, sendo esses referenciais orientadores "para os diferentes setores dos processos formativos, ressignificando nossa perspectiva de futuro. É importante refletirmos sobre a possibilidade de coletivamente, produzirmos conhecimentos que envolvam a melhoria da qualidade de vida, a partir do campo educacional".

Possuindo, atualmente, um total de 21 grupos de trabalho, sendo realizado pelo Centro Multidisciplinar de Estudos e Pesquisas – CEMEP, com sede em Campina Grande, esse evento possui diversos apoiadores com caráter institucional, a exemplo da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Governo Federal, além de várias instituições de Ensino Superior. Em sua página inicial na web, há uma breve descrição acerca do evento, na qual se destaca a questão das fronteiras no cenário educacional, da relação da educação com questões culturais e aos sujeitos de nossa sociedade, tratando sobre questões de singularidades desses elementos, "[...] que dificilmente podem ser generalizadas, mas que podem ser transferidas para outros contextos da mesma natureza. Isto é, onde as interações sociais envolvem ecologias singulares que se entrecruzam com outras ecologias similares e diferentes em seu processo de construção" (CONEDU, 2016).

Sobre os locais de realização desse evento, temos:

1 Extraído de: <https://conedu.com.br/index.php/sobre-evento>. Acesso: 10 nov. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 1: Edição, ano e local de realização do Conedu.

Edição	Ano	Local
I	2014	Campina Grande – PB
II	2015	Campina Grande – PB
III	2016	Natal - RN
IV	2017	João Pessoa – PB
V	2018	Recife – PE
VI	2019	Fortaleza – CE
VII	2020 e 2021	Online – Conedu em Casa
VIII	2022	Maceió – AL
IX	2023	João Pessoa – PB

Fonte: elaborado pelos autores.

O Conedu é um evento que congrega pesquisadores de diversas regiões do país, além da participação de pessoas de outros países, possuindo como público-alvo diversos atores do processo educacional, a saber: estudantes de graduação, estudantes de pós-graduação e professores da Educação Básica, Ensino Técnico e Superior. Dentre as diferentes atividades constantes em sua programação, destacamos: conferências, palestras, simpósios, mesas redondas, minicursos, sessões científicas, mostras audiovisuais e lançamento de livros. Os trabalhos científicos podem ser submetidos em três modalidades: comunicação oral e pôster apresentados ao longo do evento, aceitando-se também relato de experiência, e na forma de capítulos de E-book.

Nesse contexto, no presente trabalho objetivamos identificar e analisar os trabalhos apresentados nas oito edições desse evento que tratam sobre a Teoria das Representações Sociais no âmbito da Educação Matemática. Além disso, nos propomos a apresentar um panorama dos trabalhos por regiões geográficas, os objetos de estudo no contexto da Teoria das Representações Sociais e destacar características das produções identificadas, trazendo uma síntese de suas principais considerações.

Considerando o período de produção desse trabalho, não computamos os trabalhos da IX edição do Conedu, realizado em 2023, dado que os anais não tinham sido publicados. A seguir, passamos a discutir sobre a Teoria das Representações

ISBN: 978-85-61702-77-9

Sociais e a área de Educação Matemática, bem como trazendo nossos aspectos metodológicos, resultados e discussões, considerações finais e as referências.

TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: APONTAMENTOS GERAIS

SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS ...

O desenvolvimento de estudos no contexto da Teoria das Representações Sociais (doravante TRS) é, marcadamente, um dos objetos centrais do campo da Psicologia Social, dentro da grande área da Psicologia. Mas, desde a proposição dessa teoria pelo psicólogo social Serge Moscovici em 1961, na obra ***La psychanalyse: son image et son public*** (A psicanálise, sua imagem e seu público), a TRS vem passando por uma expansão em diversas áreas de conhecimento, sendo utilizada em diferentes estudos de vários domínios.

A sua utilização em pesquisas na área educacional tem se constituído um fenômeno crescente em pesquisas de natureza qualitativa, não apenas em programas de Pós-Graduação em Psicologia, com ênfase no estudo do indivíduo no contexto social, mas principalmente na área de Ensino e da Educação.

Assim, a teoria desenvolvida por Moscovici tem ido além de seu campo genitor, a Psicologia Social. Ao tratar sobre a expansão da TRS em outros domínios de investigação, Jodelet (1989, p. 36), conceitua-a como “uma forma de conhecimento, socialmente elaborado e compartilhado, que tem um objetivo prático e concorre para a construção de uma realidade comum a um conjunto social”.

Indo além, diferentes autores (Jodelet, 1989; Machado, 2008; Sá, 1998) apontam que essa teoria seria uma espécie de “conhecimento do senso comum”, um “saber ingênuo” e “natural” construído por determinados grupos sociais a partir de sua relação com determinados objetos. Pois, para que ocorra a criação dessas representações, é necessário que um grupo social, indivíduos que convivam entre si e possuam um sentimento de pertença com os demais, se relacionem com determinados objetos. Assim, como apontado por Sá (1998, p. 24), “[...] a proposição teórica de que uma representação social é sempre de alguém (o sujeito) e de alguma coisa (o objeto)”.

Nesse sentido, diversas áreas têm se apropriado desse referencial para o desenvolvimento de várias investigações, principalmente o campo da Saúde e da

ISBN: 978-85-61702-77-9

Educação. Este último, possuindo como marco inicial o estudo de Gilly (1989) acerca da representação do aluno pelo professor, em nível internacional, e em produção nacional destaca-se o trabalho pioneiro de Sá, Möller e Medeiros (1990) sobre a instituição educacional e da escola pública primária e também da universidade (Souto, 1993), conforme destacado por Sá (1998).

Especificamente na área educacional, várias investigações têm sido conduzidas no contexto do ensino, estabelecendo conexões entre a teoria e diversas disciplinas escolares. No âmbito dessas pesquisas, ao abordar a importância dos estudos sobre representações sociais, Franco (2004, p. 170) destaca que "para a sociedade do conhecimento, a abordagem e a realização de pesquisas sobre representações sociais podem ser consideradas ingredientes indispensáveis para a melhor compreensão dessa sociedade".

No livro ***A construção do objeto de pesquisa em representações sociais***, Sá (1998) destaca que "[...] a diversidade de problemas pesquisados é tão grande que se corre o risco de sua apresentação parecer uma espécie de 'catálogo de supermercado', com produtos para todos os gostos e recursos" (p. 34). Assim, o autor aponta diversas áreas de investigação nas quais são desenvolvidas pesquisas nessa temática: ciência, saúde, desenvolvimento, educação, trabalho, comunidade e exclusão social. Dessa forma, ele situa diversos trabalhos produzidos a nível nacional e internacional, nos proporcionando uma noção do quão abrangente se tornou esse campo de pesquisa e as diversas temáticas por ele exploradas.

Nessa asserção, considerando a diversidade de produções acadêmicas que se utilizam da teoria das representações sociais, diversos eventos e organizações têm buscado sistematizar e ampliar as discussões sobre essa temática, promovendo encontros que divulgam as pesquisas realizadas e em andamento e promovam discussões sobre o tema.

Uma dessas organizações é a Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Psicologia (ANPEPP), e como eventos, podemos destacar a Conferência Brasileira sobre Representações Sociais (CBRS), a Conferência Internacional sobre Representações Sociais (CIRS) e a Jornada Internacional sobre Representações Sociais (JIRS). Além desses eventos específicos, congressos, simpósios e eventos de natureza diversa, principalmente na área de Educação e do Ensino, tem discutido pesquisas com o uso da TRS em seus eixos de investigação.

Conforme conceituação de seu criador, Moscovici, ao tratar sobre a TRS, sublinha que essas representações "[...] são entidades quase tangíveis; circulam,

ISBN: 978-85-61702-77-9

se cruzam e se cristalizam através da fala, do gesto, do encontro no universo cotidiano. A maioria das relações sociais efetuadas, objetos produzidos e consumidos, comunicações trocadas estão impregnadas delas" (Moscovici, 2012, p. 39).

SOBRE A ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ...

A área que denominamos de Educação Matemática surge a partir da necessidade de reflexões sobre o processo de formação de professores, principalmente por pesquisadores em Matemática pura que atuavam em cursos de formação docentes no âmbito da Matemática. Posterior a esse movimento inicial, passamos a contar com influência do campo da Psicologia nas questões educacionais, bem como com a contribuição de pesquisadores da área da Educação.

Em um contexto geral, de acordo com Flemming, Luz e Mello (2005, p. 13), podemos considerar que a Educação Matemática é uma área de pesquisas e estudos que tem "sólidas bases na Educação e na Matemática, mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática".

É fundamental destacar que, atualmente, a Educação Matemática desempenha um papel significativo em praticamente todos os cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia. Isso se justifica pelo fato de que os profissionais formados nesses cursos serão, em sua maioria, educadores responsáveis pelo ensino da matemática. Além disso, a abrangência dessa área tem se expandido por meio de diversos programas de Pós-graduação, tanto em níveis de mestrado quanto de doutorado. Essa expansão ocorre não apenas nos programas voltados para o Ensino de Ciências ou Educação em Ciências e Matemática, mas também em programas específicos de Educação Matemática, além de se manifestar como linhas de pesquisa em programas variados, sobretudo nos cursos ***stricto sensu*** em Educação.

Se buscarmos fatos que demarquem o surgimento da Educação Matemática no contexto nacional e internacional, teremos inúmeros eventos históricos, tanto no âmbito nacional quanto internacional, que destacam a relevância da Educação Matemática e sua contribuição fundamental para um processo que aborda principalmente questões relacionadas ao ensino e aprendizagem da matemática em diversos níveis. Em relação às transformações no cenário global e à ascensão da Educação Matemática, pesquisadores enfatizam que o período pós-guerra marcou

ISBN: 978-85-61702-77-9

um surto de atividade na Educação Matemática em todo o mundo. Propostas de renovação curricular tornaram-se evidentes em vários países da Europa e dos Estados Unidos, dando origem a um florescimento no desenvolvimento curricular (Miguel *et al*., 2004).

Assim, a partir do exposto, buscamos explorar as pesquisas apresentadas no Conedu com o uso da TRS, por meio da exploração de temáticas no contexto da Educação Matemática, considerando a importância dessa área para a reflexão de diferentes aspectos relacionados ao ensino da disciplina de Matemática, principalmente na Educação Básica. Nesse sentido, destacamos que a matemática, enquanto área de conhecimento, seu ensino e o professor de matemática possuem um conjunto de imagens, concepções e teorias que justificam as interferências nos processos de aprendizagens de seus conteúdos, nas dificuldades no entendimento de seus conceitos e operações e no docente que a leciona (Freitas, 2020).

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esse estudo enquadra-se em uma investigação com características bibliométricas. Sobre a importância de estudos dessa natureza, Melo *et al*. (2016) destacam que:

> O mapeamento de um conjunto de obras acadêmicas se torna cada vez mais importante devido ao volume de informações disponíveis pela popularização das mídias. Um maior conhecimento de uma área se torna relevante para muitos grupos: para pesquisadores iniciantes terem um panorama geral de um campo iniciado; para pesquisadores experientes compreenderem a complexidade de sua área, entendendo os pontos não explorados ou linhagens teóricas distintas; e para gestores de informações e políticas de ciência e tecnologia são fundamentais nas tomadas de decisões (p. 271).

Para o desenvolvimento dessa pesquisa qualitativa, de natureza exploratória e do tipo bibliográfica (GIL, 2016), consultamos os anais das oito edições do CONEDU. A busca se deu a partir da consulta aos anais eletrônicos, utilizando como critério de busca as palavras "representação" e "representações sociais", sendo selecionados trabalhos nas modalidades Comunicação Oral (CO) e Pôster (PO).

Inicialmente, identificamos um total de 71 trabalhos. Após segunda filtragem, a partir da leitura dos títulos, palavras-chave e resumos, selecionamos os seis

ISBN: 978-85-61702-77-9

trabalhos que versam sobre a teoria das Representações Sociais no contexto da Educação Matemática, que constituíram o ***corpus*** de nossa pesquisa. Os demais tratavam sobre representações em sentido amplo, representações algébricas, tabular, semiótica e temáticas diversas, não se relacionando com a TRS no âmbito da Educação Matemática.

De posse dos trabalhos selecionados a partir da segunda triagem, constituímos um banco com o auxílio do ***Excel*** com as seguintes informações, quando disponíveis nos trabalhos: ano, área de conhecimento de acordo com tabela da CAPES, tipo de pesquisa, instrumentos de coletas de dados, público-alvo, tipologia da pesquisa, temática, título, autores e região geográfica da instituição na qual o trabalho foi produzido, palavras-chave e referências sobre a teoria em estudo. Assim, a partir desta catalogação, passamos a inferir de modo qualiquantitativo sobre os dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Iniciamente, apresentamos os resultados que condensam os dados da primeira e da segunda triagem, por meio do Quadro 2, nos permitindo visualizar, quantitativamente, um panorama dos trabalhos que vêm discutindo a TRS no âmbito Educacional (primeira triagem) e mais especificamente na área de Educação Matemática (segunda triagem).

Quadro 2: Panorama quantitativo da primeira e segunda triagem.

Edição	Ano	Educação	Educação Matemática
I	2014	4	0
II	2015	4	0
III	2016	12	1
IV	2017	8	0
V	2018	12	2
VI	2019	15	0
VII	2020 e 2021	10	2
VIII	2022	6	1
	TOTAL	71	6

Fonte: elaborado pelos autores.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Muitas são as áreas da Educação que têm se preocupado em discutir suas temáticas à luz da TRS em um contexto geral, porém, tendo como foco um olhar para os trabalhos que possuem aderência com a área de Educação Matemática, nos deparamos com um quantitiativo de seis trabalhos, sendo que, em algumas edições (I, II, IVe VI) não tivemos discussões acerca das TRS no contexto da Educação Matemática.

Analisando a terceira coluna do Quadro 02 (Educação), percebemos, no ano de 2019, na sexta edição do congresso, o maior número de trabalhos disuctindo a TRS nos diversos contextos da Educação. Em contrapatida, nenhum desses trabalhos tinham aderência a Educação Matemática.

Observamos, no intervalo de 2016 à 2021, uma média superior a dez trabalhos, apontando um quantitativo que revela qualitativamente o espaço que as pesquisas em TRS vêm ocupando em eventos científicos na área da Educação. Esse mesmo padrão não é observado quando direcionamos nossa atenção para a TRS na Educação Matemática no anais do CONEDU. Quantitativamente, temos dados tímidos na III, V, VII e VIII edição do congresso. Porém, em meio ao universo das pesquisas discutidas nacionalmente em Educação, percebemos que a TRS não tem passado despercebida das discussões na área da Educação Matemática em um congresso da área da Educação.

Diante deste cenário, identificamos seis trabalhos que atendem ao nosso objeto de estudo nessa investiação, estando eles descritos no Quadro 3.

Quadro 3: Trabalhos que discutem a TRS em Educação Matemática no CONEDU.

Nº	Edição	Ano	Autores/as	Título	IES[2]
01	III	2016	- Adriana Beserra Silva - Liliam Teresa Martins Freitas	A FORMAÇÃO DE PROFESSORES A PARTIR DAS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS E EXPECTATIVAS DOS DISCENTES INGRESSANTES NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO IFMA – CAMPUS CODÓ	IFMA

2 Instituição de Ensino Superior (IES).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nº	Edição	Ano	Autores/as	Título	IES[2]
02	V	2018	- Alanny Nunes de Santana - Jessica Barbosa da Silva	REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DA MATEMÁTICA ENQUANTO DISCIPLINA ESCOLAR: ENTRE O INTERESSE E A AVERSÃO	UFPE
03			- Edileuza Francisca da Silva Mesquita - René Armando Flores Castillo	AS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DOS DOCENTES DE MATEMÁTICA: INFLUÊNCIAS SOFRIDAS ATRAVÉS DE DIFERENTES AGENTE SOCIAIS NA ESCOLHA DA FORMAÇÃO	- Universidade Autônoma de Assunción – PY - Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación
04	VII	2020 2021	- Naiane Gomes da Silva	ENSINO MÉDIO COMO PREPARAÇÃO PARA O INGRESSO NO ENSINO	IFPE
			- Andreza Maria de Lima	SUPEIOR: REPRESENTAÇÕES SOCIAIS CONSTRUÍDAS POR LICENCIANDOS/AS	
05			- Maria Alexsandra da Silva Souza - Andreza Maria de Lima	ENSINO MÉDIO: O NÚCLEO CENTRAL DAS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS CONSTRUÍDAS POR LICENCIADOS/AS EM MATEMÁTICA	IFPE
06	VIII	2022	- Vera Lúcia Rangel de Souza	AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS ESTATÍSTICOS: REPRESENTAÇÃO SOCIAL DOS DISCENTES DO 4° PERÍODO DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	*[3]

Fonte: elaborado pelos autores.

Todos os trabalhos identificados após a segunda triagem foram apresentados na modalidade Comunicação Oral (CO). Nos chama a atenção que dos seis trabalhos, cinco foram desenvolvidos na Região Nordeste do País, mesmo alguns sendo desenvolvidos em parceria com pesquisadores que estão vinculados a IES de outro país. Apenas o trabalho de Souza (2022), foi desenvolvido na Região Sudeste. Isso mostra o quanto a Região Nordeste tem se preocupado em desenvolver pesquisas no âmbito da Educação Matemática no contexto da TRS.

Acerca desse fato, ao desenvolver uma investigação sobre as pesquisas no âmbito de dissertações e teses produzidas no contexto da Educação Matemática e o uso da TRS, Freitas *et al*. (2021, p.) sublinham que, no período de 1997 até

3 Nos Anais do Evento está apenas o Resumo deste trabalho, não constando informações como a IES a qual a autora está vinculada.

ISBN: 978-85-61702-77-9

2015, recorte temporal da pesquisa, ocorreu um "[...] predomínio de investigações na região Nordeste e Sudeste. Dessas, o Nordeste possui mais de 61% das produções, destacando-se as produções de dois programas de pós-graduação da UFPE, concentrando mais de 57% de todos os trabalhos".

No Quadro 4, seguindo a mesma ordem dos trabalhos do quadro 3, expomos os grupos sociais ou objetos que constroem/apresentam representações sociais, agrupando-os em pessoas e objetos (materiais diversos), bem como os objetos de representação a partir dos quais se investigaram as representações apresentadas pelos grupos sociais já destacados. Esses objetos são diversos, ocorrendo poucas repetições deles nas diferentes investigações.

Quadro 4: Pessoas/objetos de investigação e objetos de estudos das representações sociais.

Nº	Pessoas/objetos	Objetos das representações sociais
01	Acadêmicos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática	Expectativas com relação ao curso, analisando as razões da escolha na área de formação de educadores em nível superior
02	Pesquisa bibliográfica	Matemática enquanto disciplina escolar
03	Professores de Matemática do Ensino Fundamental anos finais	Aprendizagem dos estudantes
04	Licenciandos em matemática e física	Ensino médio
05	Licenciandos em Matemática	Ensino Médio
06	Licenciandos em Matemática	Avaliação da Aprendizagem de conteúdos Estatísticos

Fonte: elaborado pelos autores.

De forma geral, percebemos que os estudos no contexto da TRS no âmbito da Educação Matemática exploram investigações a partir de diferentes grupos sociais (pessoas), em detrimento de objetos (estudos bibliográficos), ocorrendo a prevalência de pesquisas com Licenciandos em Matemática. Além disso, considerando os objetos tomados para estudo a partir da referida teoria, observamos sua multiplicidade, dado que os fenômenos de representação social se manifestam em diferentes contextos, podendo ser estudados por vários objetos. Consoante ao estudo de Freitas ***et al***. (2021, p. 13), "diferentes objetos são tomados para se investigarem as representações sociais apresentadas por grupos sociais similares, essa

ISBN: 978-85-61702-77-9

diversificação ocorre pelo grande número de fatos/acontecimentos que se apresentam em nossa sociedade". Sobre esse fato, Sá (1998, p. 21) destaca que:

> Os fenômenos de representação social estão "espalhados por aí", na cultura, nas instituições, nas práticas sociais, nas comunicações interpessoais e de massa e nos pensamentos individuais. Eles são, por natureza, difusos, fugidios, multifacetados, em constante movimento e presentes em inúmeras instâncias da interação social. Assim, esses fenômenos não podem ser captados pela pesquisa científica de um modo direto e completo.

Neste cenário, conforme ressaltado por Sá (1998) e corroborando o argumento de Moscovici (2012), ao participarmos de diversas interações sociais, desenvolvemos múltiplas representações sobre vários objetos. Essas representações, oriundas do conhecimento comum, orientam nossas ações diante das diversas situações que enfrentamos no dia a dia. Assim, "dentro de uma perspectiva transdisciplinar, as representações sociais [...] surgem como um campo multidimensional, possibilitando questionar a natureza do conhecimento e a relação indivíduo-sociedade" (Alexandre, 2004, p. 122).

As pesquisas desenvolvidas estão embasadas teoricamente pelos trabalhos da pesquisadora Denise Jodelet e do criador da TRS Serge Moscovici, sendo ela a principal disseminadora dessa teoria, se fazendo presente em diferentes aventos que tratam dessa abordagem. O trabalho de Silva e Freitas (2016) discute a TRS com base em Jodelet; Santana e Silva (2018) e Souza e Lima (2020) apoiam-se em Moscovici, enquanto as pesquisas apresentadas por Mesquita e Castillo (2018) e Silva e Lima (2020) sustentam-se teoricamente em ambos os pesquisadores no que tange a TRS, trazendo discussões interessantes que contribuem para a Educação Matemática.

O trabalho de Silva e Freitas (2016) revela-se como o primeiro que identificamos no cenário do CONEDU, refletindo sobre um tema com aderência a Educação Matemática, durante a terceira edição do congresso. As autoras discutem, a partir da temática da formação de professores e suas representações sociais como produtos de experiências vivenciadas no âmbito profissional, como professora da disciplina História e Filosofia da Educação do IFMA Esse destaque é especialmente relevante, dado que aborda a formação de professores e como os alunos ingressantes ao curso de Licenciatura em Matemática do IFMA determinam suas representações sociais e expectativas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O trabalho discute as representações sociais e expectativas dos acadêmicos ingressantes no curso de licenciatura em matemática com relação ao curso, apresentando uma diversidade de perfis. Ainda, procura analisar as razões da escolha de um curso na área de formação de educadores em nível superior.

Santana e Silva (2018) apresentam uma discussão sobre as representações sociais da matemática enquanto disciplina escolar, considerando a teoria apresentada por Serge Mascovici. As autoras questionaram os estudantes acerca do que tem provocado o interesse ou a aversão à matemática. A partir de um olhar bibliográfico, as autoras verificaram que as representações sociais da disciplina de matemática ocupam posição central na distinção do estudante entre as percepções positivas e negativas, estando estas associadas às representações dos professores, matemáticos e das dificuldades na disciplina.

Como resultados da pesquisa, conclui-se que diferentes desempenhos na disciplina de matemática não estão apenas condicionados pelas capacidades cognitivas e intelectuais dos estudantes, mas também por suas representações e pelas representações sociais sobre a matemática, as aulas de matemática, a utilidade do conhecimento matemático, sobre o professor e ainda sobre as possibilidades de sucesso na disciplina.

O trabalho apresentado por Mesquita e Castillo (2018) discute as representações sociais que norteiam o docente do ensino de matemática na sua prática em sala de aula quando promovem a aprendizagem dos estudantes. Ao investigar professores do Ensino Fundamental, tornou-se perceptível no imaginário desses professores que saber matemática significa sabedoria, inteligência e genialidade, em detrimento do não saber matemática. Além disso, discutem questões embasadoras das escolhas feitas por esses professores, considerando algumas causas e consequências dessas representações.

Silva e Lima (2020), ao refletirem sobre a reforma do Ensino Médio pelo Governo Federal, apresentam discussões com o objetivo de analisar o conteúdo das representações sociais do Ensino Médio construídas por licenciandos/as dos cursos de Matemática e Física do IFPE – *campus* Pesqueira. Como resultados, os licenciandos/as representam a última etapa da Educação Básica como preparação, sendo uma delas a preparação para o ingresso no Ensino Superior. No entanto, reconhecem que o Ensino Médio público não oferece o conhecimento necessário para a permanência no Ensino Superior. Essas representações foram construídas a partir de diversas relações e experiências dos estudantes. As autoras defendem

ISBN: 978-85-61702-77-9

a relevância da pesquisa para a formação de professores, especialmente de Física e Matemática, pois o estudo das representações sociais contribui para reorientar a formação em educação.

Ainda com um olhar para o Ensino Médio, Souza e Lima (2020) analisam o núcleo central das representações sociais de Ensino Médio construídas por licenciandos/as em Matemática do IFPE – *campus* Pesqueira. Os resultados dessa pesquisa apontam como elementos centrais a aprendizagem, a educação, o professor, a formação, o futuro e o aluno. O termo ENEM surge como elemento do sistema periférico dessas representações. Tem-se também como resultados que os licenciando/as representam o Ensino Médio como uma etapa educacional que tem o professor e o aluno como protagonistas, e que determinará o futuro acadêmico, social, ético e profissional. As autoras atestam que este trabalho poderá favorecer novas reflexões e sensibilidade para os cursos de formação de professores.

Percebemos que os trabalhos desenvolvidos por Silva e Lima (2020) e Souza e Lima (2020) com foco nas representações sociais em torno do Ensino Médio não discutem em profundidade tendências temáticas da área de Educação Matemática. No entanto, trazem reflexões que partem de um olhar do professor de matemática em formação inicial e que provoca reflexões nesse público, fomentando discussões acerca do currículo, da avaliação e da formação do professor de matemática.

Souza (2022) apresenta uma pesquisa que objetivou analisar as representações Sociais da Avaliação da Aprendizagem de conteúdos Estatísticos (AE) partilhadas por estudantes do quarto período da Licenciatura em Matemática. Os resultados apontam que a representação social acerca da AE que eles carregam são as crenças e as opiniões de associar os intrumentos ao sinônimo da Avaliação da Aprendizagem de conteúdos Estatísticos, tais como prova, listas de exercícios, teste, entre outros. Carregam a ideia da avaliação como juízo de valor ou exame simbolizado a um quantitativo instrucional, realizado ao término do semestre e não como processo contínuo durante as aulas, mantendo a crença de que a AE é um instrumento de regulação, de poder e de exclusão, ocorrendo em versões confusas.

Esses trabalhos apresentam discussões no contexto da Educação Matemática e que podem ser refletidos por meio das palavras-chaves apresentadas em cada um dos trabalhos analisados. Ao criarmos uma nuvem de expressões com as palavras-chaves presentes em cada um dos artigos oriundos da segunda triagem, como consta na Figura 1, percebemos termos que em um primeiro momento não tem relação direta com a Educação Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1: Nuvem de palavras com as palavras-chaves dos artigos selecionados na segunda triagem da pesquisa criada a partir do Mintimeter.

Fonte: elaborada pelos autores.

Por manter uma preocupação com ensino de matemática, a Educação Matemática enquanto campo científico e profissional tem sido sensível a discutir diferentes perspectivas que afetam direta e indiretamente o ensino de matemática. Nos trabalhos aqui identificados, as representações sociais nos revelam temas como Ensino Médio, Formação Docente, Disciplina Escolar, abordagem culturalista, entre outros presentes na Figura 1, sinalizando sua relação com a Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Do exposto em nossa investigação, podemos perceber que o campo de estudos com o uso da Teoria das Representações Sociais vem crescendo no contexto de pesquisas na área da Educação, sendo ainda um campo tímido no contexto da área de Educação Matemática.

Porém, é importante observar a predominância da região Nordeste na realização de pesquisas que envolvem a teoria das representações sociais com o objeto matemática e demais elementos relativos ao processo de aprendizagem, avaliação e outros itens relativos ao processo de formação de professores dessa área. Além disso, a maior parte das pesquisas analisam representações sociais de licenciandos (4), em detrimento de professores em atuação (1) e a partir de estudos desenvolvidos (1).

Destacamos que a análise dos fenômenos do senso comum, por meio de investigações acadêmicas no âmbito da TRS no viés da Educação Matemática,

ISBN: 978-85-61702-77-9

evidencia as perspectivas, ideias, imagens, teorias, preconceitos e modos de comportamento característicos de distintos grupos sociais, principalmente os professores em formação, no caso dessa pesquisa. Esse conjunto representativo exerce influência na maneira como lidamos com variados elementos em situações do dia a dia, proporcionando uma reflexão sobre ações e atitudes, visando evitar distorções e desafios, como, por exemplo, preconceitos e estereótipos associados aos alunos com necessidades especiais, ao processo de avaliar ou a própria representação da matemática e seu ensino. Contudo, a alteração de uma representação social constitui um processo gradual e intrincado, destacando mudanças em práticas arraigadas no cotidiano de diferentes grupos sociais.

Por fim, salientamos que estudos específicos desse tipo, como revisões de produções em determinados temas, que estabeleçam conexões entre essa teoria e a área do Ensino em geral e da Educação Matemática em particular, ainda são limitados. Isso demanda uma análise mais aprofundada dessas produções, visando evidenciar os resultados das investigações desenvolvidas, bem como apontando lacunas e novas perspectivas de trabalhos.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, M. Representação Social: uma genealogia do conceito. **Comum**, Rio de Janeiro, v.10, n.23, p.122-138, jul./dez, 2004.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em Educação Matemática**. 2. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

FRANCO, M. L. P. B. Representações sociais, ideologia e desenvolvimento da consciência. **Cadernos de Pesquisa**, v. 34, n. 121, jan./abr., p.169-186, 2004.

FREITAS, Tiêgo dos Santos. *et al*. Matemática e representações sociais: um estudo qualiquantitativo a partir de teses e dissertações. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 3, p. 1–24, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n3a18. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2799. Acesso em: 3 dez. 2023.

FREITAS, Tiêgo dos Santos. Representações sociais do ser professor de matemática: um estudo congnitivo-estrutural com licenciandos em ciências naturais da UFMA. *In*: NASCIMENTO, M. G. C. A. et al. (Orgs.). **Didática(s) entre diálogos, insurgências e políticas**: tensões e perspectivas na relação com a formação docente. 1. ed. -Rio de Janeiro/Petrópolis: Faperj; CNPq; Capes; Endipe /DP et Alii, 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2016.

JODELET, Denise. Representações sociais: um domínio em expansão. *In*: JODELET, Denise. (Org.) **As representações sociais**. Rio de Janeiro: EdUERJ, p. 17-44, 2001.

MELO, T. B. *et al*. Redes Sociais Formadas pela Revista CTS: uma Análise dos Doze Primeiros Anos de Publicações. **Revista Iberoamericana de Ciencia Tecnología y Sociedad**, v. 11, p. 267-290, 2016.

MESQUITA, Edileuza Francisca Da Silva. As representações sociais dos docentes de matemática: influências sofridas através de diferentes agentes sociais na escolha da formação**. Anais V CONEDU**... Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/46504>. Acesso em: 20/11/2023 12:59.

MIGUEL, A. *et al*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-92, 2004.

MOSCOVICI, Serge. **A psicanálise, sua imagem e seu público**. Petrópolis: Vozes, 2012.

SÁ, C. P. **A construção do objeto de pesquisa em Representações Sociais**. Rio de Janeiro: EdUERJ, 1998.

SANTANA, Alanny Nunes De *et al*. Representações sociais da matemática enquanto disciplina escolar: entre o interesse e a aversão**. Anais V CONEDU**... Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/48931>. Acesso em: 20/11/2023 12:30.

ISBN: 978-85-61702-77-9

SILVA, Adriana Beserra *et al*. A formação de professores a partir das representações sociais e expectativas dos discentes ingressantes no curso de licenciatura em matemática do ifma – campus codó**. Anais III CONEDU**... Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/19828>. Acesso em: 20/11/2023 12:43.

SILVA, Naiane Gomes Da *et al*. Ensino médio como preparação para o ingresso no ensino superior: representações sociais construídas por licenciandos/as**. Anais VII CONEDU** - Edição Online... Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/68517>. Acesso em: 20/11/2023 12:26.

SOUZA, Maria Alexsandra Da Silva *et al*. Ensino médio: o núcleo central das representações sociais construídas por licenciandos/as em matemática**. Anais VII CONEDU** - Edição Online... Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/68518>. Acesso em: 20/11/2023 12:01.

SOUZA, Vera Lúcia Rangel De. Avaliação da aprendizagem de conteúdos estatísticos: representação social dos discentes do 4º período da licenciatura em matemática**. Anais VIII CONEDU**... Campina Grande: Realize Editora, 2022. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/89872>. Acesso em: 20/11/2023 12:26.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.020

FATO OU FAKE: A UTILIZAÇÃO DO TIKTOK PARA DISSEMINAR CONTEÚDO MATEMÁTICO

LYANKA LEONARA DA COSTA AMARAL

Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino (POSENSINO) da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) e da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte (UERN), lyanka_liih@hotmail.com

MÁRCIA MARIA ALVES DE ASSIS

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal – RN, marcia@ifesp.edu.br;

MATHEUS KLISMAN DE CASTRO E SILVA

Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino (POSENSINO) associação UERN, UFERSA, IFRN, Mossoró – RN – Brasil, matheusklismancs@gmail.com;

RESUMO

Essa pesquisa objetivou identificar os desafios e possibilidades na conscientização dos conteúdos consumidos pelos alunos no aplicativo TikTok na disciplina de Matemática, verificando se as informações compartilhadas da disciplina citada é fato ou Fake News com base em pesquisas aleatórias e assunto de interesse. Tivemos o seguinte questionamento: Quais desafios e possibilidades encontradas nas aulas de Matemática para conscientizar a verificação de fatos e de Fake News compartilhado no Tiktok sobre a referida disciplina? Trata-se uma pesquisa com abordagem qualitativa (Minayo, 2011). Dividimos nosso aporte teórico em discussões sobre diferentes autores que abordassem primeiramente as Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC’s para que na segunda etapa abordássemos as possibilidades do Tiktok como ferramenta de ensino e os possíveis entraves de acordo com Freire (1996). Após o estudo realizado compreendemos que um dos maiores desafios na verificação dos conteúdos consumidos no TikTok sobre os conceitos Matemáticos, se dá muitas vezes pela maturidade de manuseio do aplicativo ou a preferência de credibilizar o que é imediato, sem muitas vezes ter a certificação cientifica. Como possibilidades, acreditamos que o uso do TikTok nas

aulas de Matemática torna o ensino bem mais atrativo, dinâmico e emancipador. Como também é uma das possibilidades como ferramenta de ensino, utilizando as TIC's.

Palavras-chave: Fake New e Fato. TikTok. Compartilhamento. Matemática. TIC's.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Diariamente acompanhamos a evolução da sociedade, desde os aspectos políticos, sociais, econômico e tecnológico. A educação por estar inserida em todos esses meios necessita de constantes mudanças para tornar o ensino e aprendizagem eficaz e atrativo.

Pensando nisto, depois do cenário pandêmico, os professores sentiram a obrigação de inovar e refazer os planejamentos, buscando por metodologias que fosse interessante para os alunos e que também tivesse uma menor duração. Em consonância, um dos principais meio para que fosse possível intermediar o conhecimento durante este período foi através das diversas ferramentas tecnológicas.

Surgem assim, a necessidade de desbravar as inúmeras ferramentas que a internet viabiliza, e que tais pudesse auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, em foco que a utilização de um aplicativo ou site fosse mais familiar para o aluno. E podemos afirmar que a partir disto, as Tecnologias da Informação e Comunicação transformaram ou senão, fizeram com que a escola criasse um modelo de ensino, fugindo do livro e do quadro branco. Tal conjuntura permitiu que a mediação de conhecimentos acontecesse por meio do facebook, twitter, instagram, classrom, google meet, ***TikTok***, dentre tantas outras ferramentas tecnológicas e mídias sociais.

Sabemos também, que a utilização em massa desses aplicativos nos trouxera um grande problema social; as ***Fake New***[1]. A disseminação de informação ocorre em frações de segundos, e os usuários em sua maioria, querem a qualquer custo engajamento. Assim, este artigo trará uma breve discursão sobre o uso do ***TikTok*** como ferramenta de ensino, em foco, para orientar o consumo desenfreado de conteúdos audiovisuais, além de reconhecer fatos e fake que são compartilhados.

O ***TikTok*** é um aplicativo que virou moda entre jovens e adultos. É feito um perfil para que os usuários compartilhem vídeos de até um minuto, sendo organizado com conteúdos audiovisuais. Como o tempo de duração é bem curto os usuários utilizam de artefatos que prendam o máximo a atenção dos seguidores.

Conforme os relatos ora descritos, fizemos o seguinte **questionamento**: Quais desafios e possibilidades encontradas nas aulas de Matemática para conscientizar

1 Derivadas da língua inglesa a palavra fake significa “falso”, já new é “notícias”. Quando esse termo é utilizado na língua portuguesa indica notícias falsas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

a verificação de fatos e de Fake News compartilhado no TikTok sobre a referida disciplina?

Para que nossos questionamentos iniciais sejam respondidos, **objetivamos** identificar os desafios e possibilidades na conscientização dos conteúdos consumidos pelos alunos no aplicativo TikTok na disciplina de Matemática. Em consonância projetamos alguns **objetivos específicos** oportuno a pesquisa, são eles: Conscientizar sobre o uso benéfico das TIC's; Discutir sobre a verificação de informações que são compartilhadas nas redes sociais, em foco no TikTok; Promover uma educação matemática crítica que englobe problemas sociais.

Este artigo está segmentado em quatro tópicos, além de introdução e conclusão, na primeira, iremos apresentar um aporte teórico sobre o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na educação. No segundo momento, iremos abordar a TikTok como ferramenta de ensino, abordando os desafios e possibilidades de uso. E, no último tópicos, apresentamos nossas considerações e resultados.

TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO

Sabemos que, mesmo inseridos na era tecnológica muitos profissionais da educação tem uma certa resistência a ferramentas pedagógicas diferentes do quadro e livro didático. Mas, diante do cenário pandêmico e as medidas sanitárias que foram tomadas decorrente da COVID-19, principalmente o distanciamento social, a integração da tecnologia a ações pedagógicas foi bastante usual. O professor precisou reinventar-se e utilizar o computador ou celular para manter o vínculo da escola avivado, como também mediar e orientar os objetos de conhecimentos. Monteiro (2020) diz que:

> O emprego das tecnologias na sala de aula permite ao professor ressignificar o processo de construção do conhecimento, de forma mais interativa, lúdica e colaborativa, transformando o modelo de ensino tradicional que, muitas vezes, não atende mais às demandas da geração de alunos cada vez mais conectadas. (Monteiro, 2020, p.278).

A utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação - TIC é de uso diário não somente dos alunos, mas também de todos os que compõe a escola, entretanto utilizar tais ferramentas como recuso pedagógico ainda é um tabu.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Simultaneamente, o uso desenfreado do celular está sendo um desafio na sala de aula, o professor tem o papel planejar, orientar e adequar a presença de aplicativos com o objetivo de desenvolver atividades dinâmicas, sociais e tecnológicas. Sartori, Hung e Moreira (2016) afirmam que:

> Os meios de comunicação fazem inegavelmente parte dos novos modos de se perceber cidadãos do mundo contemporâneo, pois neles não apenas se reproduzem ideologias, mas também se faz e refaz a cultura e se recriam narrativas da memória coletiva. (Sartori, Hung e Moreira, 2016, p. 138).

É inegável as transformações sociais e econômica após a inserção das TIC's, não seria diferente no ramo educacional, assim, promover discursões acerca do uso consciente dessas ferramentas é indispensável. Para Silva e Pinto (2009):

> Não basta ter a tecnologia a nossa disposição, é necessário utilizá-la a nosso favor extraindo o que nela há de melhor, planejando novas atividades onde as TICs possam exercer um papel colaborativo no processo da aprendizagem, valorizando o diálogo e a participação entre todos envolvidos no processo: alunos, professores e ferramentas de aprendizagem, redefinindo assim toda a dinâmica da aula. (Silva e Pinto, 2009, p. 49).

Compreendemos também que tais avanços tecnológicos e o uso desenfreado das TIC's agravou significativamente o número de publicações que foram criadas de maneira fraudulentas, que ficou conhecido como ***Fake News***. Este termo origina-se da língua inglesa e em denotação significa "notícia falsa". E de acordo com Pereira, Silva, Silva e Silva (2022):

> Grande parte dessas notícias possuem elementos matemáticos errôneos sobre porcentagem, função, gráficos estatísticos, razão e proporção. Com isso, cabe à escola, como agente transformador, não permanecer inerte frente a essa problemática de cunho social. (Pereira, Silva, Silva e Silva, 2022, p. 01).

Diante do exposto, compreendemos a importância de abordar na disciplina de Matemática problemas sociais e que sejam de interesse dos alunos. Como também, debater sobre as formas de pesquisas e consumo de conteúdo que tenham fontes confiáveis. Segundo a BNCC (Brasil, 2017):

ISBN: 978-85-61702-77-9

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (Brasil, 2017, p. 267).

Ao mesmo tempo, tornar-se um desafio para a educação competir com tanta novidade, mediatismo e ferramentas tecnológica gratuitas, que por vezes, torna-se mais interessante para os alunos. Moran (2001) afirma que:

> A aquisição da informação, dos dados, dependerá cada vez menos do professor. As tecnologias podem trazer, hoje, dados, imagens, resumos de forma rápida e atraente. O papel do professor - o papel principal - é ajudar o aluno a interpretar esses dados, a relacioná-los, a contextualizá-los. (MORAN, 2001, p. 29-30)

Assim, arquitetar estratégias com a utilização de conteúdo digital é uma possibilidade para tornar o ensino atrativo e de interesse dos alunos. A internet de modo geral sequer interação e flexibilização, quando traga para educação com efeito bem sucedida pode oportunizar uma aprendizagem eficaz. Moran (2001) diz que:

> A Internet é uma mídia que facilita a motivação dos alunos, pela novidade e pelas possibilidades inesgotáveis de pesquisa que oferece. Essa motivação aumenta se o professor cria um clima de confiança, de abertura, de cordialidade com os alunos. Mais que a tecnologia, o que facilita o processo de ensino-aprendizagem é a capacidade de comunicação autêntica do professor de estabelecer relações de confiança com os seus alunos, pelo equilíbrio, pela competência e pela simpatia com que atua. (MORAN, 2001, p. 53).

Não podemos esquecer que a internet, de maneira mais precisa os meios sociais trabalha a criatividade, interação, oralidade, imagem visual e escrita. No momento em que o aluno é responsabilizado e engajado na aprendizagem mais habilidades e competências são desenvolvidas.

BNCC E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Sabe-se que corriqueiramente nos deparamos com situações do dia a dia e não temos o hábito de observar a quantidade de aspectos matemáticos. Podemos afirmar que utilizamos os conceitos Matemática sem ao menos conhecer a teoria.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Tarefas como medir, plantar, colher fez com que a Matemática virasse necessidade humana. No entanto a Base Nacional Comum Curricular – BNCC diz que:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. o. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BRASIL, 2018, p. 265)

A aproximação da teoria com a prática faz com que o ensino torne-se emacipativo, assim, é necessário que o professor procure mecanismos para que o conhecimento chegue com mais facilidade aos alunos, para isso precisa torna-lo interessante, claro e objetivo. Ao desbravar as competências direcionadas ao ensino da Matemática focaremos na segunda e na cinco para nortearmo-nos.

A segunda competência diz que: "Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo." (BRASIL, 2018, p. 267). Compreendemos assim que a disciplina de Matemática não é para ser ensinada de forma calculista e reprodutora, mas que tornem pessoas críticas, criativas, participativas e independentes. Como também, utilize de conhecimentos apreendidos para sobressair melhor.

Faremos uma nota considerando que o ensino não é e nunca foi neutro. Houve a necessidade de ensinar matematicamente após a primeira guerra mundial, onde o objetivo do estado era instruir e preparar as pessoas para o mercado de trabalho e ser atuante em meio social. De lá para cá, muitas mudanças já foram realizadas para que o ensino/aprendizagem acompanhe o mundo contemporâneo, principalmente no quesito tecnológico. Morran (2008) diz que: "As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento ao mundo". (MORRAN, 2008, p.170). Ou seja, as tecnologias é para ser vistas com aliadas e não inimigas.

Nesse tocante, direcionamos a quinta competência da disciplina de Matemática, que diz: "Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive

ISBN: 978-85-61702-77-9

tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados." (BRASIL, 2018, p. 267). Desse modo, as informações falsas é um problema cotidiano, principalmente quando é disseminada nas redes.

Muito há de ser debatido sobre o uso das tecnologias dentro de sala, mas de uma coisa podemos ter ciência: a conscientização do uso e consumo precisa ser vista como uma missão da educação. Somos seres embebidos com as tecnologias e o mal manuseio ou a má fé de alguns internautas podem prejudicar a sociedade como um todo. Moran (2001) diz que:

> A educação escolar precisa compreender e incorporar mais as novas linguagens, desvendar os seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações. É importante educar para usos democráticos, mais progressista e participativos das tecnologias, que facilitem a evolução dos indivíduos. (MORAN, 2001, p. 36).

Acredita-se também, que o ensino diversificado pode ser mais atrativo. Ou seja, o ensino apenas com o quadro negro e livro didático como ferramenta de ensino pode ser cansativo e desmotivante para os alunos. Verissimo e Silva (2020) afirma que: "As tecnologias em sala de aula nunca iram substituir o professor, mas o professor tem que se aliar a tecnologia, pois vivem em um mudo que praticamente todas as pessoas possuem acesso a ela, inclusive os seus alunos." (VERISSIMO E SILVA, 2020, p.07)

De acordo com os novos documentos educacionais vigentes, a disciplina de Matemática não é para ser ensinada de forma calculista e reprodutora, mas que tornem pessoas críticas, criativas, participativas e independentes.

O TIKTOK COMO FERRAMENTA DE ENSINO – FATO OU FAKE?

É corriqueiro falar-se sobre o uso de ferramentas pedagógicas dinâmicas e atrativas para fins educacionais, mas na hora da aplicabilidade o professor sente dificuldade de manusear ou até mesmo inserir propostas que oportunizem o engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem. Entretanto, sabemos que os aplicativos sociais têm grande potencialidades de promover comunicação, e sucessivamente, a transposição didática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

As ferramentas tecnológicas vêm ocupando gradativamente um espaço significativo quando falamos sobre aprendizagens significativas. Tais atividades estão sendo introduzidas como um meio facilitador e atrativo para o ensino. Entretanto é necessário um olhar sensato, dinâmico e prudente, tendo em vista, que a propagação de conteúdos nas mídias sociais, em foco no TikTok, é instantânea e os usuários muitas vezes não costumam verificar se as fontes são confiáveis. Moran (2001) dialoga que:

> Quanto mais mergulhamos na sociedade da informação, mais rápidas são as demandas por respostas instantâneas. As pessoas, principalmente as crianças e os jovens, não apreciam a demora, querem resultados imediatos. Adoram as pesquisas síncronas, as que acontecem em tempo real e que oferecem respostas quase instantâneas. (MORAN, 2001, p. 20).

As buscas eletrônicas oportunizam também uma diversidade de informação com um único tema desejado. Mas, definir qual referência utilizar cabe ao internauta escolher fontes confiáveis, que concedam informações verdadeiras.

Sabemos também que a Matemática sempre é vista como o monstro durante a formação dos alunos, isso se dá muitas vezes, por parte dos professores que se mantem meros reprodutores ou quando os alunos não encontram sentido no que está sendo estudado, trazendo assim a desmotivação e dificuldade de utilizar os conceitos da disciplina supracitada no cotidiano. Por vezes, o aluno prefere aprender com aulas explicativas compartilhada em diversos meios tecnológicos. Moran (2001) faz uma ressalva que: "Um dos grandes desafios para o educador é ajudar a tomar a informação significativa, a escolher as informações verdadeiramente importantes entre tantas possibilidades, a compreendê-las de forma cada vez mais abrangente e profunda e a tomá-las parte do nosso referencial." (MORAN, 2001, p. 23).

Em decorrência do que ora está sendo relatado, resolvemos utilizar o aplicativo chamado TikTok como ferramenta pedagógica, além de promover revisão de conceitos matemáticos, objetivamos conscientizar o consumo exacerbado e a verificação de fatos e fakes de vídeos que já foram compartilhados. Santos e Carvalho (2020) afirmam que:

> O processo de aprendizagem no contexto do TikTok não é uma ação simples, para que os sujeitos aprendizes possam desenvolver esse processo há a necessidade de pesquisar, selecionar, analisar e refletir criticamente os conteúdos encontrados nos mais diversos perfis de professores, verificando quais os que de fato podem contribuir para a sua aprendizagem. (Santos e Carvalho, 2020, p.21)

Entretanto, o professor precisa criar mecanismos para melhor adaptar essas mídias sociais como ferramenta de ensino, pois utilizamos o mesmo raciocínio de Almeida, Lima, Oliveira e Chagas (2022) quando diz que:

> O trabalho com as mídias devem ser uma atividade constante nas escolas. Dessa forma, fazer com que os alunos e professores compreendam-na é permitir que eles adquiram a capacidade intelectiva de avaliar, de forma crítica, as notícias que recebem a cada instante. (Almeida, Lima, Oliveira e Chagas, 2022, p. 147)

Resolvemos assim, utilizar o TikTok. Um aplicativo chines que foi lançado em 2017 com vídeos móveis de curta duração que oferta o compartilhamento, download e visualização sem limites. Por este motivo, a propagação do conteúdo ocorre rapidamente. Os internautas buscam sucesso na internet para isso distribuem assuntos que dê engajamento. A escolha deste aplicativo se deu por ser um dos mais baixado no app store, ou seja, de bastante familiaridade para todos. Monteiro (2021, p. 49) diz que: "A utilização estratégica do TikTok na aprendizagem permite que os alunos experimentem de perto a transdisciplinaridade, ou seja, a apresentação do conhecimento de uma forma plural e criativa". Transcendo assim, não apenas ao ensino fragmentado, mas oportunizando aos diversos saberes, além de lidar com entraves sociais e buscar soluções. No que diz respeito aos documentos educacionais, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017) explicita nas competências que:

> Mundo digital: envolve as aprendizagens relativas às formas de processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais – tanto físicos (computadores, celulares, tablets etc.) como virtuais (internet, redes sociais e nuvens de dados, entre outros) –, compreendendo a importância contemporânea de codificar, armazenar e proteger a informação. (Brasil, 2017, p. 474).

Em consonância ao compartilhamento de informação a BNCC orienta que: "buscar dados e informações de forma crítica nas diferentes mídias, inclusive as sociais, analisando as vantagens do uso e da evolução da tecnologia na sociedade atual, como também seus riscos potenciais". (Brasil, 2017, p. 474). Portanto, há uma necessidade de refletir e dialogar sobre o uso de ferramentas tecnológicas e mídias sociais na educação, em foco nas aulas de Matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CAMINHOS METODOLOGICOS

Inicialmente trataremos o conceito de metodologia como: "O caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade". (Minayo, 2001, p.16). Assim, a fim de conhecer e analisar as possibilidades e desafios do aplicativo TikTok como ferramenta pedagógica, caracterizamos nossa pesquisa como qualitativa, já que segundo Minayo (2011) esse tipo de estudo vislumbra: "universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis" (MINAYO, 2001, p. 21-22).

Este estudo ocorreu em uma turma do 9° ano da Escola Municipal "X" - EMX, localizada no Rio Grande do Norte, no qual iremos manter resguardado os nomes por ética e zelo, utilizando o pseudônimo de EMX. A turma contempla de 24 alunos no turno vespertino, com faixa etária de 14 a 17 anos.

A EMX conta com vários projetos interdisciplinar no decorrer do ano letivo. Podemos citar projetos juninos, aula de campo, gincanas interdisciplinares, feira de ciências, sarau literário, dentre outros. Entretanto, iremos abordar o projeto que tem como objetivo preparar os alunos para o exame de seleção para cursos integrados do Instituto Federal do Rio Grande do Norte, que é direcionado apenas aos alunos do 9° ano, decorrente a isto, podemos justificar a nossa escolha por esta turma. O referido exame conta com questões objetivas de Matemática e Português e um texto subjetivo.

Diante do exposto, a EMX adaptou o currículo escolar para que tivesse sucesso nos objetivos. Assim, tem aulas de redação do 6° ao 9° ano, e ao iniciar o segundo semestre do ano letivo os professores de Matemática e Português prepararam os planejamentos dando preferência as revisões dos conteúdos que são mais cobrados no exame de seleção, não podendo esquecer as competências e habilidades que são exigidas pela BNCC para a referida turma. E para além do ensino regular, conta-se com um curso preparatório gratuito ofertado pelo município.

Percebe-se também que os alunos da referida turma eram bastante ligados aos celulares, principalmente em redes sociais. Percebe-se que o consumo excessivo fazia com que os alunos não prestassem atenção nas aulas. Podemos dizer que esse também foi um dos motivos para buscar alternativas que utilizasse esse aparelho de maneira exitosa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Tomando como partida o que ora foi relatado, resolvemos compartilhar uma metodologia diferenciada com a utilização do TikTok para revisar os conteúdos de Matemática que foi realizado do ensino regular na EMX, e simultaneamente, conscientizar o consumo desenfreado de conteúdos digitais, como também, a verificação de informações e as fontes confiáveis. Garcia (2005) afirma que: "A Internet é um meio que poderá conduzir-nos a uma crescente homogeneização da cultura de forma geral e é, ainda, um canal de construção do conhecimento a partir da transformação das informações pelos alunos e professores." (Garcia, 2002, p. 4). Para isso, o professor ocupou a figura de mediador e posicionar-se como desbravador das informações, sejam as informações verídicas como as falsas.

Inicialmente, foi pedido que os alunos em dupla escolhessem vídeos aleatórios que abordassem conceitos matemáticos no TikTok e apresentassem para os demais colegas, tendo o cuidado de não repetir. O aplicativo mencionado conta com filtros, ou seja, é possível direcionar o conteúdo que o internauta deseja visualizar. Foi dada a orientação inicial de filtrar com as palavras: Educação e Matemática. O algoritmo compreende as intenções e começa a mandar assuntos atrelados aos temas de interesses. O sentido inicial foi analisar a criatividade, a veracidade, a linguagem utilizada dos vídeos e ao mesmo tempo revisar os conceitos abordados. Não podendo esquecer que a propagação e as formas como o algoritmo direciona os conteúdos foi discutido em sala.

Outro ponto que cabe ressalva é que nós só conseguiremos classificar informações como falsas ou verdadeiras quando temos ciência do conteúdo. Assim, o objetivo da etapa anterior foi também sondar os conhecimentos prévios adquiridos.

Em consonância, percebemos a imaturidade dos alunos para realizar pesquisas. Não houve a menor prudência em analisar o conteúdo que foi compartilhado e sucessivamente escolhido para apresentação. No entanto, no ato da apresentação era notório que algumas informações eram fraudulentas e que tinha sido compartilhada para gerar engajamento. Ao reconhecermos este desafio, lembramos do pensamento de Freire (1996, p.51) quando diz que: "Ensinar exige compreender que a educação é uma forma de intervenção no mundo". A partir deste momento, o objetivo não era apenas revisar, mas conscientizar sobre fontes confiáveis e informações falsas.

Houve assim a necessidade de o mediador fazer inúmeros questionamento, como por exemplo: "Será que esta regra é válida para todos os números?", "está informação é fato ou é fake new?", "houve algum estudo que tornasse esse conteúdo

ISBN: 978-85-61702-77-9

aceito em meio social como verdade?", "porque esses conceitos não estão no livro didático?", "qual seria o motivo que o professor não utiliza esses artefatos na medicação dos conhecimentos?", "vocês verificaram em outras fontes como chegar ao mesmo resultado?", "Ao utilizar esse método descrito em uma seleção e viesse como errado, de que maneira iria ser encarado este fato?". Esta etapa teve apoio de Freire (1996) quando afirma que:

> A construção ou a produção do conhecimento do objeto implica o exercício da curiosidade, sua capacidade crítica de "tomar distância" do objeto, de observá-lo, de delimitá-lo, de cindi-lo, de "cercar" o objeto ou fazer sua aproximação metódica, sua capacidade de comparar, de perguntar. (Freire, 1996 , p.44)

Para que tais indagações fossem sanadas, foi solicitado que os alunos refletissem acerca do vídeo e conteúdo escolhido e fizesse uma breve pesquisa em outras fontes. Os objetos de conhecimento mais utilizados foram potenciação, mínimo múltiplo comum, radiciação, porcentagem, soma e subtração de fração e operações básicas (métodos "fáceis" de solucionar contas de multiplicação). Tivemos como exemplo quando Moran (2001) diz que:

> Avançaremos mais pela educação positiva do que pela repressiva. É importante não começar pelos problemas, pelos erros, não começar pelo negativo, pelos limites. E sim começar pelo positivo, pelo incentivo, pela esperança, pelo apoio na nossa capacidade de aprender e de mudar. (Moran, 2001, p.30)

Assim, o aluno teria a curiosidade para pesquisar a veracidade do conteúdo e partilhar com os demais colegas, vale ressaltar que este é um método de aprender/ensinar. No encontro seguinte o professor levou materiais de leituras e disponibilizou links para que fosse desbravado o conteúdo com explicações formais a acerca os assuntos expostos no encontro anterior. Pois, para Freire (1996, p.16): "não há ensino sem pesquisa e pesquisa em ensino". Assim, os alunos leram, elencaram as próprias concepções e fizeram um roteiro de exposição e explicação, para que pudesse ser apresentado para toda a turma.

Após todas as explanações feitas, foram expostos novamente mais 8 vídeos extraídos do TikTok, desta vez, escolhido pelo professor e diferente dos que já haviam sido apresentados, entretanto com os mesmos conteúdos das leituras. Ao

ISBN: 978-85-61702-77-9

final de cada vídeo era feito a seguinte pergunta: Fato ou Fake New? Os alunos analisavam e ocupavam um papel protagonista para responder, desde que utilizassem uma explicação plausível. Nesse momento, percebe-se que houve mais prudência. Pois, os mesmos sentiam a necessidade de pesquisar primeiramente para em seguida classificar.

Combater informações Fakes não é uma tarefa fácil, principalmente quando estamos imersos em uma sociedade que busca praticidade e engajamento. No entanto, podemos perceber que tarefa como essas pode trazer um diferencial não apenas para a disciplina de Matemática, mas a aprendizagem em sua completude. Concordamos com Verissimo e Silva (2020) quando diz que:

> Não será uma tarefa fácil mais é possível uma união entre a internet e o ensino de matemática, essa união dando certo ela pode ser uma ferramenta favorável para o professor e para os alunos em relação alguns conteúdos matemáticos. Sabendo utilizar corretamente esse tipo de recurso, as aulas se tornam mais dinâmicas e menos cansativas tanto para o professor quanto para o aluno. Desde que o aluno utilize para a educação em vez de sua própria diversão, para navegar nas redes sociais." (VERISSIMO E SILVA, 2020, p. 12)

Mas, para que tenha sucesso nesse tipo de metodologia é necessário sabermos que tem uma vastidão de conteúdo compartilhado no Tiktok, assim, houve dificuldades nas escolhas dos vídeos, pois o nosso objetivo era mostrar que há fake, mas também há muitas informações verdadeiras e necessárias. Cabe-nos averiguar e fazer o devido uso.

Quando direcionamos para o ensino da Matemática, percebemos que é possível fazer revisão com o Tiktok. Os métodos rápidos e fáceis podem não funcionar, para isso, é necessário pesquisar em outras fontes e conscientizar-se das informações consumidas. No entanto, podemos dizer que há muitos vídeos bons e com metodologias dinâmicas que podem ser desbravadas em sala.

Quando foi perguntado aos alunos sobre a maneira de condução desses encontros, os mesmos afirmaram ser divertido e importante, como também, disseram não ter essa visão sobre averiguações precisas das informações compartilhadas. Compreendemos assim, a necessidade e urgência de formar cidadão críticos e participativos em meio a uma sociedade meramente tecnológica.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscando listar os desafios e possibilidades utilizando os conteúdos de Matemática que são compartilhados no Tiktok e a verificação de fatos e Fake New, tivemos muitos entraves, podemos identificar que um dos maiores deles é a imaturidade dos alunos em procurar fontes confiáveis. Entretanto, os nossos objetivos foram alcançados, ainda assim, afirmamos a necessidade de continuar pesquisando sobre Tecnologia da Informação e Comunicação, devido aos inúmeros novos questionamentos que surgiram, como também, estar em busca de novas metodologias que sejam de interesses dos alunos.

Pontuando os desafios, é perceptível que os conteúdos de maior consumo no Tiktok são os que geram engajamentos e possui menor duração, ou seja, atende a era do mediatismo. Em contrapartida, este quesito desencadeia a falta de prudência em verificar as fontes e o próprio conteúdo que está sendo consumido, fazendo com que os espectadores deem total credibilidade ao que é fato como também as Fake News.

Compreendemos que para superar tais desafios é necessária uma melhor conscientização sobre os meios de informação e comunicação. E o papel primordial do docente ao propor metodologias que envolvam materiais digitais é orientar sobre fontes confiáveis, vale salientar também, que as aulas de Matemática não são apenas resoluções de exercícios algébricos, mas interpretar e solucionar problemas sociais através da criticidade.

Mesmo diante a tantos desafios, é inegável que trabalhar com o tiktok em sala de aula geram inúmeras possibilidades de metodologias ativa, crítica, ativa e participativa não apenas para a disciplina de Matemática, e sim, como uma formação cidadã emancipadora. No momento em que os alunos afirmavam que o conteúdo se tratava de fato ou Fake New com propriedade e desbravava com total segurança respaldado de fontes confiáveis com argumentos louváveis foi sem dúvidas um momento extraordinário.

Sem dúvidas o professor esbanja felicidade quando a metodologia planejada funciona para o público-alvo. Podemos perceber que as TIC's são necessárias para melhorar o processo de ensino aprendizagem, no entanto, não é um método único. Os alunos sentiram-se mais interessado e confiante por estarem inseridos no processo de ensino/aprendizagem, como também, por classificarem essa atividade dinâmica e divertida.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A necessidade por buscas incessantes de metodologias que sejam de interesses dos alunos, principalmente, ferramentas digitais que são comuns para todos. A conscientização sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação deve estar inserida nos planejamentos que regem a escola. Utilizar os artefatos interpretativos e algébricos em defesa de uma sociedade melhor e mais informada deve ser umas das competências da disciplina de Matemática.

Por mais que a problemática e os objetivos tenham sido atendidos, propiciamos da ideia de que nossa pesquisa foi apenas um ato inicial de um longo trabalho que precisam ser bem mais desbravadas em cada ponto, não cessamos por aqui. Este trabalho tratou-se apenas de um delineamento pontual que precisa melhor ser debatido, aprofundado e vislumbrado como tema e objeto para novas pesquisas vindouras do pesquisador ou dos que se integram nesse ramo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, G. L. M. ., Lima, M. de O. ., Oliveira, A. S. S. de ., & Chagas, A. M. . (2022). A **EDUCAÇÃO MIDIÁTICA E O COMBATE AS FAKE NEWS.** Revista Ibero-Americana De Humanidades, Ciências E Educação, 8(5), 1470–1480. https://doi.org/10.51891/rease.v8i5.5564

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GARCIA, P. S.. **A Internet como nova mídia na educação.** 2002. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EAD/NOVAMID IA.PDF >. Acesso em 20 de Junho de 2023.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade.** 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MONTEIRO, J. C. S. **Aprendizagem criativa no TikTok: novas possibilidades de ensinar e aprender durante o isolamento social.** Open Minds International Journal. São Paulo, vol. 2, n. 1.

ISBN: 978-85-61702-77-9

MONTEIRO, Jean Carlos da Silva. **Dá um like, se inscreve no canal e compartilha o vídeo: a atuação de professores como booktubers no YouTube**. Humanidades & Inovação, v. 7.

MONTEIRO, Jean Carlos da Silva. **Tiktok como Novo Suporte Midiático para a Aprendizagem Criativa.** Revista Latino-Americana de Estudos Cientifico, v1, n.2.

MORAN, J. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** Campinas, São Paulo: Papioros, 2001.

MORAN, J. M. **Desafios na Comunicação Pessoal. Gerenciamento integrado da comunicação pessoal, social e tecnológica.** 3ª Ed. São Paulo: Paulinas, 2008.

PEREIRA, J. L.; SILVA, J. G. M. da; SILVA, S. G da; SILVA, J. F. da. **Educação Matemática Crítica e a contemporaneidade: uma reflexão frente à problemática das fake News.** Revista Educação Publica, Rio de Janeiro, v. 22, n° 45, 6 de dezembro 2022. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/22/45/educacao-matematica-critica-e-a-contemporaneidade-uma-reflexao-frente-a-problematica-das-fake-news>

SANTOS, K. E. O; CARVALHO, A. B. G. **MÍDIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO EM TEMPOS DE PANDEMIA: o TikTokc omo suporte aos processos de ensino e aprendizagem.** Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. vol. 11, n° 2, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/248135/pdf_1>

SARTORI, A. S.; HUNG, E. S.; MOREIRA, P. J. **Uso das TICs Como Ferramentas de Ensino e Aprendizagem.** Editora Unijuí. nº 98. Jan./Abr. 2016.

SILVA, J.; PINTO, A. Geração C: **Conectados em novos modelos de aprendizagem.** Rio de Janeiro: VIII Brazilian Symposium on Games and Digital Entertainment, 2009.

VERISSIMO, L. P.; SILVA, D. S. **A internet no ensino de matemática: uso das redes sociais.** Revista Multidebates, v.4, n.5 Palmas-TO, agosto de 2020. Disponível em: <https://revista.faculdadeitop.edu.br/index.php/revista/article/view/299/253>. Acesso em 20 de Junho de 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.021

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O PLANEJAMENTO DOCENTE: A VISÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

ALEX MANOEL VIEIRA
Mestrando em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias pela Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC. Especialista no Ensino de Matemática pela Fasouza (2022). Licenciado em Matemática pela UDESC (2022). E-mail: alexvieira.264@gmail.com.

REGINA HELENA MUNHOZ
Doutora em Educação para a Ciência e Matemática. Professora associada da Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: regina.munhoz@udesc.br.

RESUMO

O presente artigo trata de uma pesquisa realizada para os estudos e análises realizadas em uma disciplina do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, da Universidade do Estado de Santa Catarina. O objetivo é investigar as contribuições/dificuldades vivenciadas pelos docentes com relação a aplicabilidade da história da matemática nas aulas de matemática, em específico, as relações voltadas ao momento do planejamento escolar. Isto posto, realizou-se uma coleta de dados, por meio da aplicação de um formulário eletrônico com professores que ensinam matemática pela Regional de Ensino de Joinville - SC. Esta pesquisa buscou compreender três importantes categorias voltadas à tendência em educação "História da Matemática" (HM). Especificamente este artigo busca relacionar a HM com o planejamento escolar investigando a visão desses docentes. Como resultados preliminares, discutimos a importância da inserção da HM enquanto metodologia de ensino e destacamos alguns dos principais pontos complicadores da utilização desta tendência por professores da educação básica, sendo a falta de uma literatura adequada e o tempo demasiadamente grande para pesquisas para inserção da HM no currículo educacional.

Palavras-chave: História da Matemática. Planejamento. Matemática. Educação Matemática. Formação de Professores.

ABSTRACT

This article deals with research carried out for the studies and analyzes carried out in a discipline of the Graduate Program in Teaching Science, Mathematics and Technologies, at the State University of Santa Catarina. The objective is to investigate the contributions/difficulties experienced by teachers regarding the applicability of the history of mathematics in mathematics classes, in particular, the relationships related to the moment of teacher planning. That said, a data collection was carried out, through the application of an electronic form with teachers who teach mathematics by the Joinville Teaching Region - SC. This research sought to understand three important categories related to the trend in education "History of Mathematics" (HM). Specifically, this article seeks to relate HH with school planning by investigating the views of these teachers. As preliminary results, we discuss the importance of inserting HH as a teaching methodology and highlight some of the main complicating points in the use of this trend by basic education teachers, such as the lack of adequate literature and the excessive time for research to insert HH in the educational curriculum.

Keywords: History of Mathematics. Planning. Mathematics. Mathematics Education. Teacher training.

1. INTRODUÇÃO

Muitos pesquisadores da área de educação matemática consideram a história da matemática (HM) uma ferramenta valiosa no processo de ensino e aprendizagem de estudantes do ensino básico. As discussões a respeito desse tema são muito relevantes e frequentemente são o foco de eventos, revistas e grupos de pesquisa universitários. Além disso, existem importantes revistas especializadas na área da educação que se dedicam exclusivamente a pesquisas relacionadas a essa temática.

Diante da lacuna educacional existente na área de matemática, professores têm buscado cada vez mais metodologias inovadoras para ajudar seus alunos. A HM é uma dessas metodologias e tem se mostrado muito eficaz por diversos pesquisadores da área. Conforme apresentado por Araujo (2003, p. 16): "O aluno deixa de ser considerado um ser complexo, que possui uma história de vida, que traz conhecimentos específicos, que possui desejos e emoções, e passa a ser conhecido como a pessoa que aprende ou não aprende o conteúdo, que faz isso ou aquilo na sala de aula".

A HM pode ser uma ferramenta pedagógica valiosa para os professores, ajudando-os a estabelecer essa conexão entre os conhecimentos prévios e os novos conhecimentos a serem adquiridos pelos alunos. No entanto, surgem questionamentos sobre a utilização dessa metodologia de ensino em sala de aula. Os professores que ensinam matemática estão usando a HM em seus planejamentos e apresentações de objetos de conhecimento na educação básica? Qual é o papel do planejamento escolar na aplicação da HM em sala de aula?

Para investigar essas questões, foi realizada uma pesquisa de campo por meio de um formulário eletrônico, visando identificar três categorias relacionadas à HM: práticas pedagógicas, ensino e aprendizagem, e planejamento escolar. O objetivo é investigar as contribuições e dificuldades experimentadas pelos docentes na aplicação da HM nas aulas de matemática, especialmente em relação à fase de planejamento escolar.

1.1 PERCURSO METODOLÓGICO

O objetivo desta coleta de dados foi explorar as dificuldades que os professores enfrentam ao aplicar a história da matemática em suas aulas. A população

ISBN: 978-85-61702-77-9

estudada foi a da região de Joinville e a amostra foi composta por professores e/ou pesquisadores da área de educação matemática. A pesquisa foi realizada por meio de um formulário eletrônico com 34 perguntas, sendo: duas perguntas de assentimento, oito perguntas para caracterização da amostra e 24 perguntas para explorar as visões dos participantes em relação a essa tendência.

As perguntas relacionadas à história da matemática foram todas elaboradas em escala Likert, com cinco opções de resposta: Discordo fortemente, discordo parcialmente, indiferente, concordo parcialmente e concordo fortemente.

O formulário foi enviado remotamente aos professores atuantes na região de Joinville, solicitando que respondessem à pesquisa e, em seguida, enviassem a outros profissionais da área de educação matemática da cidade.

O formulário recebeu um total de 67 respostas no período de três semanas em que ficou disponível. Dessas respostas, 66 foram oficialmente contabilizadas para fins da pesquisa, uma vez que um dos participantes não concordou com o termo de consentimento livre e esclarecido, marcando a opção "não" referente ao assentimento do termo. Dos 66 respondentes, todos afirmaram ter licença para atuar como professores de matemática na educação básica.

2. A PESQUISA DE CAMPO: CARACTERIZAÇÕES DA AMOSTRA

O formulário para a coleta dos dados foi aplicado pelo período de três semanas no mês de maio/2023. Com relação às formas de convite, estas foram enviadas remotamente aos docentes atuantes na rede pública de ensino (municipal e estadual) por meio da rede de contatos do professor pesquisador, em específico aos professores que ensinam matemática nestas redes de atuação. Além disso, solicitou-se aos participantes que realizassem o envio do formulário a outros profissionais da educação matemática, por meio de uma rede de contatos, fazendo assim com que o formulário chegasse a professores atuantes na rede privada de ensino e professores que não estão atuando no momento no exercício da docência.

Com relação à amostra de professores que responderam à pesquisa, temos que 23 participantes, (35%) são do gênero masculino, enquanto 43 participantes, (65%) são do gênero feminino. Quanto à situação trabalhista, 33 professores (50%) possuem vínculo efetivo de trabalho, sendo concursados na rede pública de ensino de Joinville (seja ela municipal e/ou estadual), enquanto 28 professores (42%)

ISBN: 978-85-61702-77-9

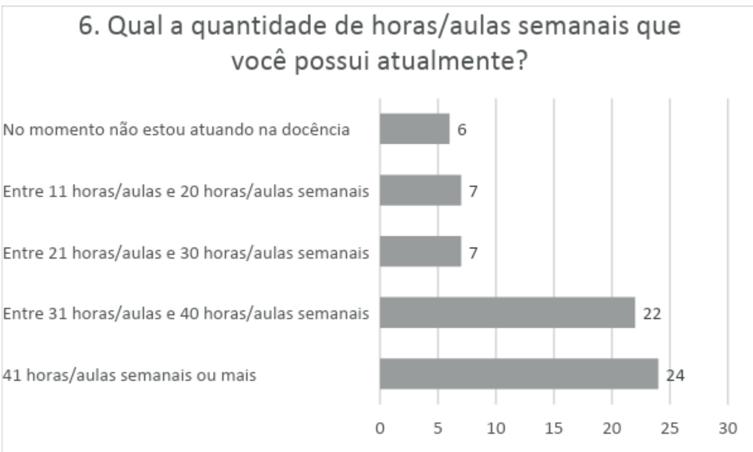
possuem regime de contrato temporário. Por fim, apenas 05 professores (8%) não estão atuando no momento no exercício da docência.

Já com relação à rede em que atuam, temos que: 31 professores (38%) atuam na rede estadual de ensino de Joinville, 39 professores (48%) atuam na rede municipal de ensino de Joinville, 06 professores (7%) atuam na rede privada de ensino de Joinville, enquanto 06 professores (7%) afirmaram que no momento não estão atuando em nenhuma das redes de ensino.

Vale destacar que, essa alternativa permitia que o participante assinalasse mais de uma opção caso fosse necessário, uma vez que temos professores que atuam em mais de uma rede de ensino ao mesmo tempo, por isso obtivemos um total de 82 respostas vinculadas a 66 participantes, onde verificamos que cerca de 16 professores (24,2%) atuam em mais de uma rede de ensino no momento.

Além das redes respectivamente em que atuam cada um dos docentes, buscou-se analisar a carga horária total de cada um destes profissionais, gerando a figura 01 apresentada a seguir:

Figura 01: Carga horária dos docentes participantes da pesquisa.



Fonte: Autor (2023).

É válido destacar que 24 professores (36,3%) que participaram da pesquisa trabalham no momento com uma carga horária semanal de 41 horas/aulas ou mais, seja na rede pública ou privada de ensino. Com relação à quantidade excessiva de carga horária, Silva e Guillo (2015) realizaram um estudo onde buscou-se identificar

ISBN: 978-85-61702-77-9

as condições de trabalho e o estresse docente, investigando suas principais variáveis, em uma de suas conclusões alegaram que:

> Ainda sobre as variáveis apresentadas, verificou-se que o excesso de carga horária de trabalho semanal também é um fator que contribui para elevar a percepção de estresse dos professores. Os professores com carga horária de 41 a 60 horas apresentaram uma percepção de estresse de 16,13 pontos, enquanto a média dos professores com carga horária de até 40 horas ficou em 15,13 pontos (SILVA & GUILLO, 2015, p.163).

Com a pesquisa realizada pelos autores, constatou-se que o excesso de carga horária semanal influencia diretamente (e indiretamente) na saúde e na vida destes professores. Por consequente, tínhamos como hipótese que o excesso de carga horária também influencia indiretamente no tempo destinado ao planejamento das aulas, uma vez que se constatou (informalmente, com base nos saberes docentes dos autores) que muitos docentes acabam por levar trabalho para o espaço doméstico, seja para a correção de provas e trabalhos, planejamento de aulas, ou até mesmo atividades extraclasses para tentar aumentar o engajamento de seus alunos em sala de aula.

Tais hipóteses são validadas a partir da pesquisa realizada por Robalino (2012), onde verificou que os professores destinam uma grande quantidade de horas ao trabalho docente, o que resulta em tempo de trabalho fora do expediente laboral, afirmando que: "o expediente laboral deixa pouco tempo para o descanso e, por outro, o trabalho docente invade o espaço doméstico, afetando o uso do tempo livre, o contato com a família e o lazer, fato que constitui aspecto natural da profissão e não é questionado pelos docentes" (ROBALINO, 2012, p. 320), culminando assim muitas vezes em um estresse profissional e uma falta de tempo hábil para pesquisas de metodologias para além da tradicional.

Ao avaliar os dados coletados, é importante levar em conta tanto a rede de atuação quanto a carga horária dos professores. No que diz respeito ao público de atuação, é válido destacar que um único docente pode trabalhar com mais de uma categoria, o que explica as 99 respostas vinculadas aos 66 participantes da pesquisa.

Dos participantes, 55 professores (56%) trabalham com o ensino fundamental II - anos finais, enquanto 28 (28%) lecionam para alunos do ensino médio. Além disso, 10 professores (10%) trabalham com educação de jovens e adultos, e 2 participantes (2%) atuam como coordenadores, gestores, supervisores ou em cargos

ISBN: 978-85-61702-77-9

semelhantes. Também é importante mencionar que 4 professores (4%) não estão atualmente lecionando e optaram por não selecionar nenhuma opção de público de atuação.

Em relação à idade, os participantes têm entre 21 e 57 anos, sendo que 15 professores (22,7%) têm de 21 a 29 anos, 17 professores (25,7%) têm de 30 a 39 anos, 22 professores (33,3%) têm de 40 a 45 anos, 7 docentes (10,7%) têm de 46 a 50 anos e 5 participantes (7,6%) têm de 51 a 57 anos.

O tempo de atuação na carreira educacional também varia bastante, desde professores que nunca lecionaram até aqueles com 32 anos de experiência. Em particular, 22 professores (33,3%) nunca atuaram ou têm até 5 anos de experiência, 14 participantes (21,2%) trabalharam de 6 a 12 anos, 10 sujeitos (15,1%) atuaram de 13 a 19 anos, 12 participantes (18,1%) atuaram entre 20 e 25 anos e 8 sujeitos (12,1%) atuaram entre 26 e 32 anos na carreira docente.

A partir dos resultados obtidos por estas duas informações, pode-se observar que os sujeitos participantes da pesquisa variam entre professores recém habilitados, além de professores que terminaram sua graduação há muitos anos. Essa variância entre os sujeitos da amostra permite com que os resultados analisados abranjam diferentes perspectivas educacionais.

Por fim, a última pergunta visando a caracterização da amostra é voltada para o maior grau de formação do professor participante da pesquisa, chegando assim a um total de 15 professores (23%) possuindo ensino superior completo, 37 professores (56%) possuindo pós-graduação em nível de especialização na área da educação e/ou educação matemática, enquanto 14 professores (21%) possuem pós-graduação em nível de mestrado. Observa-se que nenhum dos participantes da pesquisa possui pós-graduação em nível de doutorado.

Entretanto, se reconhece que um número significativo de profissionais que participaram da pesquisa (77%) possui formação para além do ensino superior completo, ou seja, continuaram seus estudos e/ou pesquisas após a formação inicial. Diante disso, temos como conjectura que estes profissionais tenham algum entendimento - por mais intrínseco ou informal que seja - sobre a história da matemática e sua utilização como recurso pedagógico para professores atuantes em sala de aula.

Tal como apresentada em uma pesquisa realizada anteriormente por Vieira, Ravache e Munhoz (2021) em que investigou-se os cursos de licenciatura em matemática ofertados presencialmente pelas universidades vinculadas ao estado de

ISBN: 978-85-61702-77-9

Santa Catarina. Onde chegou-se a um achado de 13 cursos ofertados por todo o estado, sendo ofertados de maneira presencial pelas universidades catarinenses. Destes 13 cursos, 10 possuem a disciplina de HTM ofertada de maneira obrigatória, conforme investigado pela matriz curricular do curso. Já com relação às 03 universidades que não possuem a disciplina, entrou-se em contato com a coordenação do curso, e verificou-se que existe o interesse na implementação da disciplina na matriz curricular do curso, contudo algumas discussões sobre essa temática ocorrem durante os estágios, oficinas e até mesmo projetos de extensão, para que os licenciandos conheçam a importância dessa importante ferramenta pedagógica.

Por conseguinte, acreditamos, a priori , que os participantes da pesquisa tenham algum conhecimento voltado à HTM, seja ela em sua formação inicial, formação continuada ou até mesmo por meio de suas próprias práticas em sala de aula.

O questionário foi organizado com base na escala Likert, em que as respostas possíveis foram: "discordo fortemente, discordo parcialmente, indiferente, concordo parcialmente e concordo fortemente". As perguntas foram divididas em três categorias para melhor organização das questões pelos pesquisadores. As perguntas foram organizadas em:

- Práticas pedagógicas - questão 11 a questão 19: Com base nas experiências docentes e nas práticas pedagógicas dos professores participantes da pesquisa, buscamos identificar se a história da matemática é uma ferramenta normalmente utilizada pelos docentes, investigando as principais objeções que questionam essa utilização.
- Ensino e aprendizagem - questão 20 a questão 27: Com base nas experiências docentes, nos saberes pedagógicos e nas observações verificadas em sala de aula, investigamos se os professores conhecem (ou concordam) com as principais contribuições da história da matemática para a educação matemática.
- Planejamento - questão 28 a questão 34: Com base nas experiências docentes e nos momentos voltados para o planejamento de suas aulas, os professores participantes da pesquisa identificaram se a utilização da história da matemática viria para auxiliar ou acabaria por se tornar um trabalho excessivo para o professor atuante em sala de aula.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Este artigo é um recorte da pesquisa e, portanto, apresenta apenas os dados relacionados à terceira categoria, com análises voltadas à interseção entre a utilização da história da matemática e os momentos de planejamento para essa utilização em sala de aula.

2.1 PLANEJAMENTO ESCOLAR PARA A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A questão de número 28 tinha como afirmação: “Entendo que utilizar a história da matemática facilita o momento de planejamento das aulas”, e obtivemos como resultados os apresentados na figura 02 a seguir:

Figura 02: Q28 - Entendo que utilizar a história da matemática facilita o momento de planejamento das aulas

Questao_28

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Discordo Fortemente	4	6,0	6,1	6,1
	Discordo Parcialmente	13	19,4	19,7	25,8
	Indiferente	15	22,4	22,7	48,5
	Concordo Parcialmente	24	35,8	36,4	84,8
	Concordo Fortemente	10	14,9	15,2	100,0
	Total	66	98,5	100,0	
Missing	System	1	1,5		
Total		67	100,0		

Fonte: Autor (2023).

A partir das respostas obtidas, podemos concluir que a maioria das respostas válidas ficou entre os níveis de concordância “indiferente” e “concordo parcialmente”. Para apoiar esse resultado, podemos utilizar o primeiro argumento questionador citado por Miguel (1997), que afirma que a falta de literatura adequada na área de HM dificulta o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, para muitos professores, especialmente aqueles que não receberam treinamento adequado para usar a HM, a falta de literatura e a apresentação rigorosa que muitas vezes é exigida pode dificultar a criação ou adaptação de uma aula para o ensino básico.

Tomemos como exemplo o teorema de Tales. Observamos que, informalmente, com base nas experiências dos pesquisadores, a única menção além do

ISBN: 978-85-61702-77-9

conteúdo apresentado é a história de que Tales viajou para o Egito e tentou determinar a altura da pirâmide de Quéops a partir de sua sombra. Esse clássico exemplo é facilmente encontrado em livros didáticos quando o objeto de conhecimento em questão é apresentado. No entanto, se um professor quisesse usar outros exemplos históricos, seria necessário um tempo significativo para pesquisa e investigação, algo que muitas vezes não é viável dentro do currículo. Isso levanta a questão número 29 apresentada na figura 03 a seguir:

Figura 03: Q29 - Entendo que utilizar a história da matemática demandaria um tempo, além do que tenho, para planejar em sala de aula.

Questao_29

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Discordo Fortemente	2	3,0	3,0	3,0
	Discordo Parcialmente	11	16,4	16,7	19,7
	Indiferente	8	11,9	12,1	31,8
	Concordo Parcialmente	27	40,3	40,9	72,7
	Concordo Fortemente	18	26,9	27,3	100,0
	Total	66	98,5	100,0	
Missing	System	1	1,5		
Total		67	100,0		

Fonte: Autor (2023).

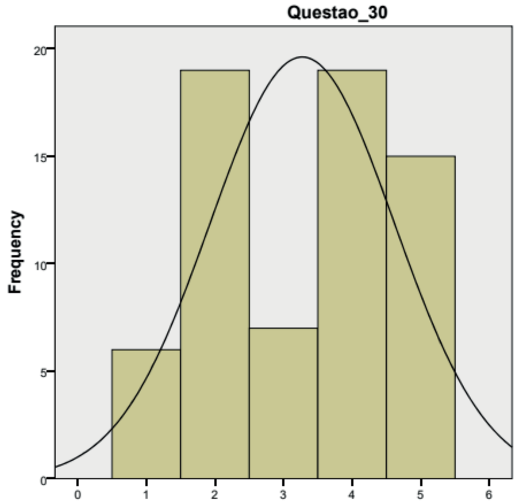
Ao correlacionar as hipóteses encontradas a partir dos resultados obtidos por meio da questão 28 juntamente com as respostas obtidas por meio da questão 29, observa-se que a maioria absoluta dos professores participantes concorda (parcialmente ou fortemente) com a afirmação de que utilizar essa temática demandaria um tempo além do que lhe é disponibilizado para o planejamento de suas aulas. Assim, surgem novas hipóteses, sendo a que obteve mais destaque na visão dos pesquisadores deste estudo, as indagações voltadas às razões pelas quais esses professores encontram uma falta de tempo para um planejamento adequado voltado a HM.

Entre as hipóteses consideradas surgem a falta de uma formação adequada por parte desses docentes para um efetivo ensino por meio da HM, falta de uma literatura adequada - voltando assim para as considerações realizadas no questionamento anterior - e até mesmo a falta de um currículo flexível para que seja possível uma inclusão/inserção de momentos voltados a HM durante as aulas de

ISBN: 978-85-61702-77-9

matemática, surgindo assim o questionamento 30, apresentado na figura 04 a seguir, o qual será apresentado por meio da distribuição normal dos dados obtidos:

Figura 04: Q30 - Entendo que utilizar a história da matemática demandaria um tempo muito grande, o qual não está sendo permitido ao olharmos para o currículo.



Fonte: Autor (2023).

Para entender os dados apresentados na questão anterior, é importante saber que a Figura 04 apresenta uma distribuição normal. Essa distribuição é uma representação contínua e simétrica da probabilidade que descreve o comportamento aleatório de um fenômeno natural. A curva contínua representa os dados obtidos, e o valor mais alto da curva corresponde ao valor da moda, ou seja, o valor que aparece com mais frequência nos dados.

Observando a distribuição normal, pode-se dizer que as visões dos docentes estão bem equilibradas entre as categorias likert criadas. Especificamente, considerando que o valor 3 se refere à afirmação de que o professor é "indiferente" em relação à pergunta apresentada, 25 professores discordam (parcial ou fortemente), enquanto 34 participantes concordam (parcial ou fortemente).

A distribuição dos respondentes em relação a essa afirmação pode ser atribuída ao fato de que, de acordo com a BNCC, apresentada em (Brasil, 2018), a HM é importante para o ensino e aprendizagem dos alunos da educação básica. Além disso, os PCN's, apresentada em (Brasil, 1997) também mencionam brevemente o uso dessa temática em sala de aula. Com base nas referências documentais

ISBN: 978-85-61702-77-9

apresentadas, espera-se que o assunto seja abordado durante o processo de aprendizagem em todos os níveis da educação básica.

No entanto, surge a dúvida se, na prática docente, está sendo dedicado tempo suficiente para um aprofundamento direcionado aos objetos de conhecimento, baseado em um aprofundamento histórico, ou se os conceitos estão sendo apenas superficialmente abordados para que seja possível cobrir todo o conteúdo necessário em cada ano letivo, deixando a abordagem da HM de lado em favor de uma metodologia mais voltada para o conteúdo apresentado no livro didático. A pergunta 31, apresentada na Figura 05, busca explorar a relação entre os livros didáticos utilizados e os momentos de planejamento.

Figura 05: Q31 - Conheço (ou conseguiria facilmente encontrar) materiais didáticos para aplicar em sala de aula, onde utiliza-se a história da matemática.

Questao_31

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Discordo Fortemente	10	14,9	15,2	15,2
	Discordo Parcialmente	22	32,8	33,3	48,5
	Indiferente	4	6,0	6,1	54,5
	Concordo Parcialmente	24	35,8	36,4	90,9
	Concordo Fortemente	6	9,0	9,1	100,0
	Total	66	98,5	100,0	
Missing	System	1	1,5		
Total		67	100,0		

Pode-se observar que neste caso, apenas 4 docentes alegaram ser “indiferentes” à situação apresentada, enquanto 32 professores (48,48%) destoam da afirmação de que conhecem materiais didáticos voltados à HM para serem aplicados em sala de aula, enquanto paralelamente, 30 professores (45,45%) consentem com a afirmação realizada.

Vale enfatizar que o produto educacional, o qual está vinculado à presente pesquisa da dissertação, tem como interesse a criação de um material adequado onde professores possam utilizá-lo para consulta com sugestões didáticas de como se trabalhar a HM em sala de aula. Assim, há indícios de que o produto educacional terá relevância com base nos dados aqui analisados, podendo auxiliar assim, quase metade do público-alvo ao qual se destina a presente pesquisa.

Outro ponto a ser destacado é o de que, tem-se como hipótese que os materiais utilizados para a elaboração das aulas por intermédio da HM baseiam-se nos

ISBN: 978-85-61702-77-9

exemplos didáticos-pedagógicos apresentados nos livros didáticos disponibilizados a alunos e professores. Com base nisso, existem diversas pesquisas que buscam analisar a presença da HM nos livros didáticos e sua relevância para a educação matemática, seja nas coleções do nível de ensino fundamental - anos finais ou ensino médio.

Em sua dissertação de mestrado, Bianchi (2006), analisou a presença e as aparições da HM em diversas coleções de livros didáticos voltados para o público do ensino fundamental - anos finais. Em suas análises constatou as aparições e diferentes metodologias com as quais a HM é transmitida ao leitor, além disso constatou que:

> A HM presente nos Livros Didáticos é muitas vezes instrumento de informação para professores que não possuem conhecimentos históricos sobre os temas em questão. É mais fácil buscar informações em fontes didáticas (material produzido a partir das fontes primárias e secundárias) do que em fontes secundárias (livros textos baseados nas fontes originais). (BIANCHI, 2006, p.87).

Outra pesquisa realizada, desta vez tendo como base 06 coleções de livros didáticos para o ensino médio, foi realizada na dissertação de mestrado por Pereira (2016), onde ao realizar sua investigação constatou que: "de tudo o que foi exposto acerca dos aspectos relacionados à HM com relação à exposição didática, podemos afirmar que a maior parte das menções aparecem como texto expositivo (com ou sem questionamentos), e uma pequena parcela aparece como atividade" (PEREIRA, 2016, p.58).

Assim, uma vez que a presença da HM nos livros didáticos se torna perceptível ao professor atuante da educação básica - seja essa aparição proveitosa ou não, conforme diferentes estudos analisam no meio acadêmico - surgem novos questionamentos: será que estes docentes estão de fato seguros para utilizar a HM como recurso didático, em outras palavras, será que o suporte pedagógico que lhe está sendo propiciado é capaz de preencher todas as lacunas existentes em seu planejamento para uma aula adequada por intermédio da HM? Assim surge o questionamento 32, apresentado na figura 06 a seguir:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 06: Q32 - Sinto-me seguro/a para utilizar a história da matemática em minhas aulas de matemática.

Questao_32

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Discordo Fortemente	9	13,4	13,6	13,6
	Discordo Parcialmente	17	25,4	25,8	39,4
	Indiferente	4	6,0	6,1	45,5
	Concordo Parcialmente	25	37,3	37,9	83,3
	Concordo Fortemente	11	16,4	16,7	100,0
	Total	66	98,5	100,0	
Missing	System	1	1,5		
Total		67	100,0		

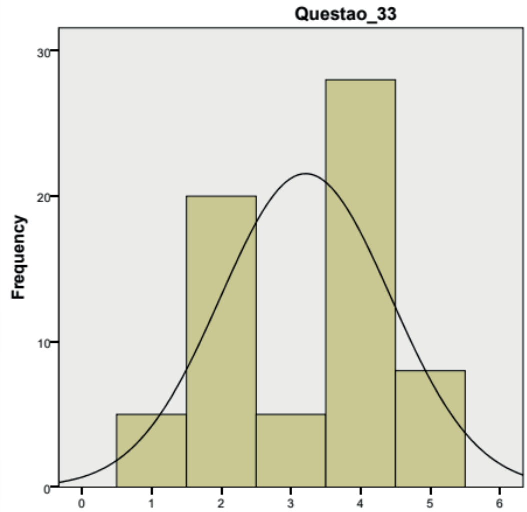
Fonte: Autor (2023).

É notório que a maioria dos participantes concorda com a afirmação, seja de forma parcial ou totalmente. Acreditamos que isso se deve ao fato de que muitos dos profissionais que responderam à pesquisa possuem formação acadêmica além do ensino superior, o que pode ter contribuído para que conheçam a HM em algum momento de sua trajetória profissional. No entanto, ainda há uma parcela significativa de profissionais que se sentem inseguros ou despreparados para aplicar a HM em suas práticas docentes.

Ao investigar as razões que impedem a HM de ser utilizada de maneira eficiente no ensino básico, voltamos nossa atenção novamente para o currículo pedagógico, levando-nos à questão número 33 apresentada na figura 07:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 07: Em minhas aulas de matemática prefiro focar no algoritmo e nos conceitos usuais, pois estes é que serão cobrados em avaliações nacionais, ou até mesmo em vestibulares e provas do gênero.



Fonte: Autor (2023).

Ao analisarmos a curva normal dos dados obtidos na questão 33, notamos que a maioria dos professores participantes da pesquisa apresenta opiniões divergentes em relação à afirmação apresentada. Dos 66 docentes que responderam à pergunta, 25 discordaram, 5 foram indiferentes e 36 concordaram com a declaração. Esses resultados são semelhantes aos obtidos na questão anterior.

Ao correlacionarmos esses dados, podemos inferir que os professores que optam por explicar os conceitos por meio de abordagens convencionais e algoritmos tradicionais estão preparando seus alunos para futuras avaliações nacionais e testes de acesso a cursos específicos. Ao aprofundarmos a análise, constatamos que a maioria dos professores que afirmaram não se sentir seguros em utilizar a HM em sua prática pedagógica foram os mesmos que optaram pelos conceitos tradicionais, uma vez que esses conceitos são os que serão cobrados nesses testes futuros.

Embora a HM possa contribuir significativamente para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, é compreensível que os professores muitas vezes não a utilizem, optando por abordagens mais abstratas e técnicas. Isso ocorre porque a HM e suas inter-relações com os conceitos matemáticos não serão avaliadas nos testes futuros para os quais muitos alunos estão sendo preparados. Além disso, o

ISBN: 978-85-61702-77-9

trabalho docente se torna mais fácil ao utilizar abordagens tradicionais, semelhantes às apresentadas em livros didáticos, uma vez que a utilização da HM requer tempo de estudo, pesquisa e preparação, o que pode ser inviável na rotina de trabalho do professor.

Por fim, a figura 08 apresenta os últimos dados obtidos na categoria de planejamento.

Figura 08: Percebo no(s) livro(s) didático(s) que utilizo para planejar minhas aulas que a história da matemática se faz presente nos conteúdos curriculares.

Questao_34

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Discordo Fortemente	7	10,4	10,6	10,6
	Discordo Parcialmente	20	29,9	30,3	40,9
	Indiferente	8	11,9	12,1	53,0
	Concordo Parcialmente	26	38,8	39,4	92,4
	Concordo Fortemente	5	7,5	7,6	100,0
	Total	66	98,5	100,0	
Missing	System	1	1,5		
Total		67	100,0		

Fonte: Autor (2023).

Ao analisarmos os dados obtidos por meio do presente questionamento, podemos retomar as discussões realizadas nos questionamentos 30 e 31 apresentados anteriormente. Onde apresentou-se a presença da HM nos documentos norteadores oficial a nível nacional de educação e a presença da HM nos materiais de consultas utilizadas pelos professores participantes da pesquisa, além da possível relevância que o produto educacional terá para o meio educacional, corroborando assim com as informações presentes nos livros didáticos.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A história da matemática é uma excelente ferramenta pedagógica para engajar alunos no processo de aprendizado. No entanto, sua utilização demanda tempo e preparação, o que muitas vezes não é possível devido às limitações de tempo dos professores. Além disso, a falta de material adequado dificulta a aplicação da

ISBN: 978-85-61702-77-9

história da matemática em sala de aula, limitando seu uso apenas para introduzir conceitos nos livros didáticos.

Embora a pesquisa tenha alcançado seu objetivo de investigar as contribuições e dificuldades da história da matemática e suas vivências na amostra da pesquisa, é necessário desenvolver materiais de estudo para que os professores possam se aprofundar nessa ferramenta pedagógica, facilitando o planejamento escolar e aumentando a confiabilidade e autonomia no uso de outras tendências de ensino.

No entanto, é importante lembrar que a história da matemática por si só não é suficiente para desenvolver as habilidades necessárias nos alunos do ensino básico. Os professores precisam conhecer diversas metodologias de ensino e se sentir confiantes em alterná-las sempre que necessário para desenvolver o pensamento crítico dos alunos e prepará-los para uma atuação ativa na sociedade futura. Somente assim, analisando os erros e obstáculos do passado, poderemos alcançar esse objetivo.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Ulisses Ferreira de. **Temas transversais e a estratégia de projetos**. São Paulo: Moderna. 2003.

BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. **Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos**. 2006, 103p. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, 1997.

MIGUEL, Antônio. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **ZETETIKÉ** - v.5, n.8. Campinas: CEMPEM/FE - UNICAMP, p.73-105, julho/dezembro, 1997.

ISBN: 978-85-61702-77-9

PEREIRA, Elisângela Miranda. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio**: conteúdos e abordagens. 2016, 107p. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências), Universidade Federal de Itajubá, Itajubá - MG, 2016.

ROBALINO, Magaly. A saúde e o trabalho na educação da América Latina. **Retratos da Escola**, Brasília, v.6, n.11, p.315-326, jul.-dez. 2012.

SILVA, Regisnei Aparecido Oliveira. GUILLO, Lídia Andreu. Condições de trabalho e estresse: um estudo com professores do sexo masculino da educação básica. **Trabalho & Educação**, Belo Horizonte, v.24, n.3, p. 153-166, set-dez, 2015.

VIEIRA, Alex Manoel. RAVACHE, Bruna Luísa. MUNHOZ, Regina Helena. **História da matemática**: um mapeamento pelos cursos de licenciatura em matemática de Santa Catarina. In: VIII Encontro Catarinense de Educação Matemática. 2021.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.022

JOGO DA SENHA DIGITAL: OS DIFERENTES TIPOS E SUAS POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

MAGDA BEATRIZ DE LIMA ALMEIDA
Mestranda em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco- UFRPE, magda.almeida@ufrpe.br;

ELISÂNGELA BASTOS DE MÉLO ESPÍNDOLA
Doutorado em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco - PE, elisangela.melo@ufrpe.br;

RESUMO

Este artigo é constituído por um recorte de pesquisa, em andamento, no Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UFRPE[1] que tem por objetivo analisar o uso de recursos digitais para o estudo de Análise Combinatória no Ensino Médio. Em particular, apresentamos um mapeamento e análise de tipos do jogo da senha digital e possíveis explorações didáticas para o ensino e aprendizagem deste tema. O tipo de pesquisa empreendida foi documental. Após a identificação de 13 jogos, analisamos estes recursos à luz de duas questões: Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da senha tradicional? Quais as possibilidades de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de análise combinatória? Dentre os resultados, por exemplo, destacamos as diferenças dos jogos em relação a possibilidade de ter ou não cores repetidas na formação da senha e as semelhanças em relação as informações sobre os pinos de dicas que as diversas versões desse jogo possuem em relação as regras apresentadas na versão do jogo da senha tradicional. Além disso, identificamos que todas as versões do jogo possibilitam trabalhar o desenvolvimento do pensamento combinatório, no entanto, há versões que possibilitam explorar arranjo com repetição e combinação com repetição e isso só é

1 Esta pesquisa é financiada pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE).

possível, visto que, nesses jogos no código secreto há a possibilidade de conter cores repetidas.

Palavras-chave: Jogo da senha, Análise Combinatória, Recursos digitais, Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa se enquadra no projeto intitulado "Análise do uso de recursos digitais para o estudo de análise combinatória no novo Ensino Médio" financiado pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE). Mediante a isso, foi realizado um mapeamento e análise dos tipos do jogo da senha digital disponíveis na Google Play Store, com o objetivo de destacar as semelhanças e/ou diferenças destas versões do jogo da senha tradicional, como também, verificar as possibilidades de utilização dos tipos de jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória.

Diversas são as possibilidades de utilização dos jogos digitais, neste sentido, tem sido notória a expansão da produção de jogos lúdicos, confeccionados exclusivamente para o ensino-aprendizagem de conteúdos escolares até a apropriação de elementos de ***game design*** em ambientes virtuais de ensino e aprendizagem ou analógicos (FIALHO ***et al***., 2016).

Conforme Anastácio ***et al***. (2018) as contribuições que os jogos digitais proporcionam ao desenvolvimento e aprendizagem vão de encontro com as disparidades e resistências para a inclusão das tecnologias digitais no contexto educacional, ora por embates teóricos, demandas de formação de professores, crenças, ou pela ausência de infraestrutura. No entanto, os autores declaram que a escola enquanto ambiente de aprendizagem precisa estar atenta às potencialidades do uso dos jogos digitais, visto que estes têm sido associados ao aprimoramento de habilidades cognitivas ampliando as possibilidades em contextos educacionais.

No que se refere ao ensino da Análise Combinatória, o jogo da senha ou como conhecido originalmente ***Mastermind,*** têm sido reconhecido em várias pesquisas (SILVA, SANTOS; SILVA E ALBUQUERQUE, 2022; AMBROZI, 2017; GONÇALVES, 2017) como uma possibilidade de se explorar o desenvolvimento do raciocínio combinatório, como também diferentes conteúdos desse campo matemático. Grosso modo, os autores de pesquisas sobre o uso do jogo da senha no ensino de Análise Combinatória. No entanto, vale salientar que ao utilizar o jogo para se trabalhar algum conteúdo, é necessário está atento forma ele será apresentado, de modo que ele seja utilizado como facilitador da aprendizagem. Mediante a isso, essas pesquisas nos levam a inferir que para se escolher um tipo de jogo da senha, deve-se levar em consideração os recursos que se tem em mãos, a forma que ele será trabalhado e o objeto matemático que será estudado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Silva Santos, Santos e Albuquerque (2022) desenvolveram uma pesquisa com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio de diferentes cidades do Brasil, com o intuito de aplicar uma atividade para trabalhar noções básicas de Análise Combinatória, com enfoque no raciocínio lógico, por meio das regras e estratégias do jogo da senha. Por meio dessa atividade, foi possível verificar a aprendizagem de Matemática de forma lúdica, sendo possível apresentar novas abordagens matemáticas para os professores utilizarem em sala de aula.

Nesta perspectiva, Ambrozi (2017), ao desenvolver em sua pesquisa uma proposta de ensino para subsidiar a prática docente no ensino de Análise Combinatória, por meio da utilização de jogos, em específico o jogo da senha, enfatiza a importância de o professor promover estratégias para que os alunos se sintam-se desafiados, curiosos e interessados pela Matemática. Segundo este autor o aprimoramento no desenvolvimento de estratégias, para solucionar desafios, ficam evidentes quando o estudante busca exercitar a sua mente, mediante atividades que explorem a sua capacidade de percepção e criação.

Gonçalves (2017) em sua pesquisa apresenta o jogo da senha como uma ferramenta no processo de ensino do Princípio Fundamental de Contagem e das Permutações Simples para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Tendo por objetivo empregar uma forma lúdica e participativa do aluno em sua aprendizagem, de forma que o discente atuasse construção de seu conhecimento, uma vez que o jogo proporciona interações concretas entre os participantes do processo. Segundo o autor, através do desenvolvimento deste trabalho pôde-se concluir que ao relacionar o jogo com esses conteúdos promoveu uma estimulação gradual do raciocínio combinatório, visto que ao se depararem, primeiramente, com situações no decorrer do jogo e posteriormente na resolução dos problemas apresentados na verificação de aprendizagem, as estratégias de resolução eram associadas às situações vivenciadas na prática pelo aluno, facilitando assim o seu entendimento.

Martarelli *et al*. (2021) apresenta por meio do jogo da senha, utilizando os recursos gráficos do GeoGebra a possibilidade de estudo dos conteúdos: permutação simples, combinação simples, arranjo, permutação caótica, sem usar fórmulas e com ênfase na resolução de problemas. Considera-se o jogo da senha "um recurso útil para o professor mostrar a visualização de soluções de problemas combinatórios e estimular os alunos a criarem suas próprias construções de acordo com o raciocínio que cada um teve para sua resolução" (MARTARELLI *et al*., 2021, p. 42).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Diante destas considerações, expomos a seguir os procedimentos metodológicos que adotamos na presente pesquisa.

METODOLOGIA

Para o mapeamento e análise de tipos do jogo da senha digital e possíveis explorações didáticas para o estudo de Análise Combinatória empreendemos uma pesquisa do tipo documental, que segundo Kripka, Scheller e Bonotto (2015, p.245): "constitui um método importante seja complementando informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema". Consideramos que o documento a ser utilizado neste tipo de pesquisa depende do objeto de estudo, do problema a que se busca uma resposta. "Neste sentido, ao pesquisador cabe a tarefa de encontrar, selecionar e analisar os documentos que servirão de base aos seus estudos" (idem, p.243).

No nosso caso, o processo de busca dos tipos do jogo da senha digital ocorreu através de pesquisas manuais realizadas na loja online da Google para dispositivos com sistema Android, chamado Google Play. A Google Play Store ou simplesmente Play Store, é uma loja oficial de aplicativos da Google a qual os usuários de Android podem fazer downloads de app de forma gratuita ou paga.

Para realizar o mapeamento, tomamos como critério os jogos que tiveram uma quantidade de downloads igual ou superior a 10.000 e com as melhores avaliações. Mediante a isso, a partir da utilização dos descritores "Jogo da Senha" e "Mastermind" foram encontrados 13 jogos, os quais possuíam entre 10.000 e 1.000.000 de downloads. Assim, no Quadro 1 apresentamos os jogos encontrados, o seu respectivo desenvolvedor, a quantidade de downloads e o código em forma de identificação (ID) de cada um desses jogos.

Quadro 1 - Relação do jogo da Senha

ID	Nome do Jogo	Desenvolvedor	Quantidade de downloads
J1	Senha – Real Code Breaker	Rottz Games	1.000.000
J2	Master mind Senha	RC4812	500.000
J3	Mastermind	Ewy Go	100.000
J4	Mastermind	Dusza Andrea	100.000
J5	Classic MasterMind	Magic Touch Games	100.000

ISBN: 978-85-61702-77-9

ID	Nome do Jogo	Desenvolvedor	Quantidade de downloads
J6	Mastermind with Single-player	Mepent	100.000
J7	Logic: code breaking	Logicom Apps	100.000
J8	Master Mind game	Samappz	50.000
J9	Senha Jogo de Tabuleiro	Netfocus Universal App	10.000
J10	Mastermind Codebreaker	Rubis Wolf	10.000
J11	Mastermind	Filon	10.000
J12	Jogo da Senha- MasterMind	FXGAMES	10.000
J13	Senha Mastermind Clássico	RC4812	10.000

Fonte: Autoria própria (2023).

Uma vez identificados os jogos apresentados no Quadro 1, definimos as questões de pesquisa (QP) que nortearam a análise dos jogos da senha digitais (da loja do Google Play).

Quadro 2 - Questões para análise dos jogos

Questões	Descrição
QP1.	Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da senha tradicional?
QP2.	Quais possibilidade de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de análise combinatória?

Fonte: Autoria própria (2023).

Para responder a QP1 (Quadro 2), tomamos como base as regras originais do jogo da senha. Para tanto, levamos em conta que, nos anos 80, a empresa de brinquedos Grow lançou no Brasil o jogo em três estilos diferentes: o Senha Tradicional, com combinações de 4 pinos, usando 6 cores e 10 jogadas possíveis; o Mini Senha, com 4 pinos, mas com 6 cores e apenas 6 jogadas e o Super Senha, com combinações de 5 pinos, usando 8 cores e 12 jogadas possíveis (VARANI, 2009).

Atualmente a comercialização do jogo da senha é realizada por algumas empresas como Pressman, em sua versão tradicional com o nome de origem: Mastermind. O jogo da senha tradicional, será utilizado como referência para essa dissertação, desta forma, serão apresentadas as suas regras.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O jogo da senha tradicional consiste em encontrar a senha correta, com combinação de 4 pinos, utilizando 6 cores e 10 jogadas, além disso, possui os pinos de cores preta e branca, os quais são colocados ao lado para indicar as dicas necessárias para descobrir se a senha está correta. Esses pinos são chamados de marcadores, o pino de cor preta indica que a cor e a posição estão corretas, já o pino de cor branca indica cor correta, mas posição errada e quando a cor está errada não coloca nenhum pino.

Inicialmente, são escolhidos dois jogadores, um será denominado de desafiante e o outro será denominado de desafiado. O desafiante escolherá uma senha de 4 cores distintas e a mantém escondida sem que o desafiado possa vê-la. E o desafiado tentará descobrir esta sequência que chamaremos de senha. O desafiado escolhe a primeira possibilidade de senha, uma sequência ordenada com 4 pinos de cores distintas, sem ter nenhuma informação de como é a senha correta.

Após os pinos serem colocados no tabuleiro, o desafiante terá que informar quantas cores estão corretas, mas em posições erradas, e quantas cores estão nas posições certas: a quantidade de cores e posições certas serão informadas com um pino preto, a quantidade de cores certas em posições erradas serão informadas com um pino branco e a quantidade de cores erradas ficarão vazias, esses espaços serão preenchidos ou ficarão vazios ao lado da sequência das senhas, de acordo com a quantidade de erros e acertos.

Fig. 1- Jogadas distintas

Fonte: Varani (2009).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Caso a senha escolhida pelo desafiado não corresponda a senha certa, esse processo será feito novamente até que chegue à senha correta com a menor quantidade possível de jogadas. O grande segredo é tentar descobrir a senha secreta utilizando o mínimo de tentativas para que sua pontuação seja melhor do que a do seu adversário, paralelo a isso aprender o raciocínio combinatória irá ajudar a resolver o desafio utilizando o mínimo de tentativas.

Em relação a QP2 (Quadro 2), para respondê-la atentou-se as possibilidades que cada jogo oferece em relação as regras e as jogadas possíveis, ou seja, a dinâmica de cada um deles. Com o intuito de associar essas possibilidades as caracterizações das ideias/conceitos estruturantes, forma de raciocínio combinatório e as técnicas de contagem e de agrupamento da Análise Combinatória (Arranjo, Permutação e Combinações, que, enquanto técnicas de contagem, fundamentam-se no Princípio da Multiplicação).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste tópico apresentamos os resultados concernentes ao levantamento e análise de jogos da senha digitais a partir das questões da pesquisa.

[QP1] Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da senha tradicional?

Dentre os 13 jogos selecionados apenas 4 destes (J3, J9, J10, J13) apresentavam as mesmas regras propostas pelo jogo da senha tradicional e os outros 9 (J1, J2, J4, J5, J6, J7, J8, J11 e J12) apresentavam algumas modificações no quantitativo de possibilidades de jogadas, nos pinos de dicas, na repetição de cores, na quantidade de cores disponíveis para a escolha. No Quadro 3 apresentamos informações sobre o jogo da senha tradicional a fim de compará-las com as versões do jogo digital encontrados no Google Play Store.

Quadro 3 – Informação acerca do jogo da senha tradicional

INFORMAÇÕES JOGO DA SENHA TRADICIONAL				
Quantitativo de possibilidade de jogadas	Quantidade de cores disponíveis para formar a senha	Quantidade de cores para formar a senha dentre as cores disponíveis	Informações sobre os pinos de dicas	Possibilidade cor repetida

ISBN: 978-85-61702-77-9

10 jogadas possíveis	6 cores disponíveis	4 cores	***Pino de dica Branco:*** Cor certa e posição errada; ***Pino de dica Preto***: Cor certa e posição certa; ***Pino vazio***: Cor errada	Não pode haver cores repetidas

Fonte: Autoria própria (2023).

Tomando como base o Quadro 4, apontamos a seguir as diferenças encontradas nas versões digitais do jogo da senha.

Quadro 4 – Diferenças apresentadas nas versões digitais do jogo

Informações acerca do jogo	Diferenças	Identificação dos jogos
Quantitativo de possibilidade de jogadas	20 possibilidades	J1, J7
	15 possibilidades	J2, J8
	12 Possibilidades	J11
	4 cores disponíveis	J1, J7, J5, J6, J12
Quantidade de cores disponíveis para formar a senha	7 cores disponíveis	J1, J7
	8 cores disponíveis	J1, J7, J6, J4
	9 cores disponíveis	J1, J7
	10 cores disponíveis	J1, J7
	11 possibilidades	J7,J8
	13 possibilidades	J7
	15 possibilidades	J7
	17 possibilidades	J7

ISBN: 978-85-61702-77-9

Informações acerca do jogo	Diferenças	Identificação dos jogos
Quantidade de cores para formar a senha dentre as cores disponíveis	4 para escolher dentre 8 disponíveis	J7, J5, J6
	6 cores para escolher dentre 7 cores disponíveis	J1, J7
	6 cores para escolher dentre 8 cores disponíveis	J1, J7, J4
	8 cores para escolher dentre 10 cores disponíveis	J1, J7
	4 cores para escolher dentre 7 cores disponíveis	J2
	5 cores para escolher dentre 9 cores disponíveis	J2
	6 cores para escolher dentre 11 cores disponíveis	J2
	7 cores para escolher dentre 13 cores disponíveis	J2
	8 cores para escolher dentre 15 cores disponíveis	J2
	9 cores para escolher dentre 17 cores disponíveis	J2
	3 cores para escolher dentre 4 cores disponíveis	J12
Informações sobre os pinos de dicas	***Pino branco: c***or certa no local certo.	J12
	Pino preto: cor certa no local errado.	J7
	As cores podem ser modificadas quanto as dicas, ou seja, pode ser escolhida qualquer cor para indicar as informações, da cor certa no lugar certo e da cor certa no local errado.	
Possibilidade de cor repetida	Existe a possibilidade de formar senhas com cores repetidas	J1, J7

Fonte: Autoria própria (2023).

Observa-se no Quadro 4 que existem diferenças entre algumas das versões digitais do jogo da senha comparadas à versão do jogo da senha tradicional, como também entre si.

Algumas versões digitais, mesmo possuindo algumas diferenças relacionadas a alguma característica da versão do jogo da senha tradicional, apresentam semelhanças em alguns pontos como: as ***Informações sobre os pinos de dicas*** (J1, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11 e J13), a ***possibilidade de não ter cor repetida*** (J2, J3, J4, J5, J6, J8, J9, J10, J11, J12 e J13), a ***quantidade de cores disponíveis para formar a senha (J1, J2, J3, J4,J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11, J12 e J13), a quantidade de cores para formar a senha dentre as cores disponíveis*** (J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7,

ISBN: 978-85-61702-77-9

J8, J9, J10, J11, J12 e J13) e o *quantitativo de possibilidade de jogadas* (J3, J4, J5, J6, J9, J10, J12 e J13).

[QP2] Quais possibilidades de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória?

Em nosso entendimento a utilização do jogo da senha para o ensino de Análise Combinatória possibilita trabalhar diferentes problemas de contagem e de agrupamento. À vista disso, diante da diversidade encontrada de versões do jogo da senha, considerando a existência de diferenças e possibilidades no que se refere as regras de cada umas dessas versões e as possíveis jogadas; nota-se que há conteúdos que podem ser trabalhados em uma versão desse jogo que em outra não é possível.

Hazzan (2013, p.1) evidência que a Análise Combinatória busca "desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos agrupamentos formados sob certas condições". Nesse sentindo, vale salientar que os elementos de um conjunto podem adotar diferentes maneiras ou disposições, constituindo-se basicamente em duas formas distintas a serem consideradas, a natureza e a ordem dos elementos (ALMEIDA, 2020). Portanto, ao olhar para o jogo da senha nota-se que as ideias de agrupamento, contagem, condições de agrupamento, ordem e natureza, consideradas as ideias básicas da Análise Combinatória, estão presentes na essência desse jogo.

Ao relacionar o jogo da senha com a Análise Combinatória é importante levar em consideração dois fatores importantes: as regras e as possíveis jogadas. No que se refere às regras, essas dizem respeito a própria natureza do jogo, tendo em vista que esse possibilita: contar, agrupar e para agrupar são estabelecidas algumas condições. Com relação as condições de agrupamento, para formar a sequência de cores (senha) temos uma quantidade de n cores distintas nas quais é necessário escolher n cores, por exemplo, dentre seis cores distintas (azul, verde, vermelho, amarelo, rosa e roxo), nas quais precisamos escolher 4. Além disso, para formar essa senha existe a possibilidade de repetir ou não repetir esses elementos (cores).

Em relação as possíveis jogadas, para que o jogador tome decisões é necessário que ele tenha possibilidades, e nessas tomadas de decisões considera-se a ordem e a natureza dos elementos. Portanto, após a análise das diferentes versões digitais do jogo da senha observamos que todas elas possibilitam trabalhar o desenvolvimento do pensamento combinatório, tendo em vista que existem coisas

ISBN: 978-85-61702-77-9

comuns, como contar, agrupar, condição para agrupar, decisões, possibilidades etc. Diante disso, no Quadro 5, podemos observar quais conteúdos são possíveis de serem explorados a partir de cada versão.

Quadro 5 - Possibilidades de conteúdos da Análise Combinatória

Conteúdos	Jogo da senha
Princípio Fundamental da Contagem	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11, J12 e J13
Permutação Simples	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J9, J10, J11, J12 e J13
Arranjo Simples	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J9, J10, J11, J12 e J13
Combinação Simples	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J9, J10, J11, J12 e J13
Arranjo com repetição	J1, J3, J4, J6, J7 e J12
Combinação com repetição	J1, J3, J4, J6, J7 e J12

Fonte: Autoria própria (2023).

Para aplicar corretamente as técnicas de Arranjo, Permutação e Combinação, Rufino (2015) adverte que se deve inicialmente entender que aquilo que está sendo contado, interfere na forma de contar, ou seja, na escolha da técnica adequada para contar. Dessa forma, cada uma dessas técnicas tem significados próprios que dialogam com as regras e jogadas, para melhor compreender essa relação tomaremos como exemplo um dos jogos (Figura 2) que possibilita trabalhar com os diferentes conteúdos apresentados no Quadro 5 acima.

Fig. 2 – Jogo Senha – Real Code Breaker (J1)

Fonte: Rottz Game (2023).

Para compreender a relação do Jogo Senha – Real Code Breaker (Figura 2) com o Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo é necessário compreender a sua definição, segundo Lima ***et al.*** (2006, p.125) ele pode ser enunciado como, "Se uma decisão D1 pode ser tomada de ***p*** modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão D2 pode ser tomada de ***q*** modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões D1 e D2 é igual a ***pq***". Esses autores afirmam ainda, que o Princípio Multiplicativo pode ser aplicado quando temos diversas etapas de decisão, desde que o número de possibilidades em cada etapa não dependa das decisões anteriores.

Assim, quando nos referimos às senhas do Jogo da Senha, tomando como exemplo a Figura 2, temos 6 cores diferentes disponíveis para escolher 4 cores distintas e formar uma senha, portanto, ao escolher a cor que ocupará a primeira posição da senha, temos 6 possibilidades. Definida a cor da primeira posição, independentemente da cor escolhida, temos 5 possibilidades de escolha para a segunda posição. No momento em que escolhemos qual a cor que deverá ocupar a terceira posição, restarão três possibilidades de cores que podem ocupar a quarta e última posição. As decisões tomadas nas quatro etapas são independentes e sucessivas portanto, podemos utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para calcular a quantidade de senhas possíveis no jogo.

Merayo (2015) esclarece que recebe o nome de Permutação Simples de ***m*** elementos, cada um dos distintos grupos que pode formar-se, de maneira que cada um deles contenha os mesmos ***m*** elementos dados, divergindo um do outro unicamente pela ordem de colocação de seus elementos. Diante disso, para enfatizar a possibilidade desse jogo trabalhar a permutação simples, vamos exemplificar uma situação, observando as cores disponíveis na Figura 2, suponha que o aplicativo gerou como senha a sequência ***Vermelho – Verde – Rosa – Dourado***, nesta ordem. Caso o jogador coloque na primeira tentativa a sequência Vermelho – Dourado – Azul – Verde, nesta ordem, aparecerá os 2 pinos de dicas na cor branca correspondentes às cores verde e dourado (cores certas na posição errada) e 2 pinos de dicas na cor preta (cores certas no lugar certo).

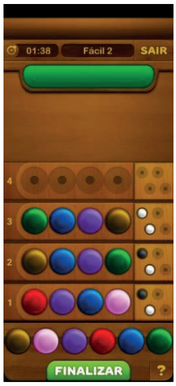
Nessa situação como o jogador não sabe quais cores estão nas posições corretas e erradas, será necessário que ele faça a permutação delas, para descobrir a posição de cada uma. Portanto, esses agrupamentos irão divergir um do outro pela ordem que se encontra esses elementos. Quanto a questão do Arranjo Simples Merayo (2015) enfatiza que os Arranjos são grupos ordenados, formados

ISBN: 978-85-61702-77-9

por *n* elementos, tomados a partir dos *m* elementos de um conjunto finito, de tal maneira que dois grupos são considerados distintos se diferem em alguns dos seus elementos ou, se tendo os mesmos elementos, diferem pela ordem em que estão colocados.

Mediante a isso analisando as seguintes jogadas abaixo (Figura 3), comparando a 2ª e 3ª tentativas observamos que elas possuem os mesmos elementos, ou seja, as mesmas cores, no entanto, se diferem pela ordem em que estão colocados.

Fig. 3 – Possíveis jogadas



Fonte: Rottz Game (2023).

Sobre as Combinações Simples, Merayo (2015, p. 313), apresenta como definição o seguinte argumento:

> Seja um conjunto formado por *m* elementos distintos. Recebe o nome de combinação de ordem *n* desses *m* elementos, cada grupo formado por *n* elementos tomado dos *m* , tal que duas combinações se consideram distintas se diferem em algum de seus elementos. Nesta ordenação não influi a ordem de colocação, isto quer dizer que dois agrupamentos são iguais se contêm os mesmos elementos, ainda que colocados em distinta ordem.

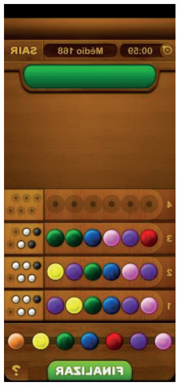
Para compreender a relação das jogadas possíveis com essa técnica observemos a Fig. 3, analisando a 1ª e 2ª tentativas nota-se que a sequência de cores possui elementos diferentes, ou seja se diferem pela natureza.

Observa-se que há versões que possibilitam trabalhar com arranjo com repetição e combinação com repetição, e isso só é possível visto que, nesses jogos o código secreto pode conter cores repetidas. No entanto, para entender essa relação

ISBN: 978-85-61702-77-9

é necessário compreender a particularidade de cada uma dessas técnicas. Nessa situação utilizaremos como suporte a Figura 4, para relacionar cada jogada com as devidas técnicas.

Fig. 4 – Elementos repetidos



Fonte: Rottz Game (2023).

Merayo (2015, p.321) coloca que Combinação com repetição é um conjunto constituído por m elementos, todos eles distintos entre si. “Recebe o nome de Combinação com repetição dos ***m*** elementos, cada grupo é formado por ***n*** elementos, distintos ou repetidos, retirados dos m dados, considerando como grupos iguais os formados pelos mesmos objetos repetidos o mesmo número de vezes”. Observando a 2ª e 3ª tentativas, nota-se que ambas sequências possuem elementos repetidos, no entanto, há cores diferentes.

Acerca do Arranjo com repetição Merayo (2015, p.282) discorre que seja um conjunto composto por ***m*** elementos diferentes. “Qualquer grupo formado por ***n*** elementos, não necessariamente diferentes, retirados dentre os m do conjunto original, é denominado variação com repetição de ordem ***n***. Quando os elementos podem ser repetidos, pode ser ***n>m***”. Nessa situação, ao observamos a 1ª e 2ª tentativas observa-se que elas possuem a sequência de cores repetidas, no caso o lilás, porém a ordem em que estão dispostas essas cores se diferem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tomamos por objetivo analisar as diferentes versões digitais disponíveis na Google Play Store para o estudo de Análise Combinatória no Ensino Médio, diante da

ISBN: 978-85-61702-77-9

análise realizada podemos observar que as versões encontradas possuem semelhanças e diferenças comparadas a versão do Jogo da Senha Tradicional. Diante disso, ao buscar relações desses jogos com a Análise Combinatória, quanto as regras e as possíveis jogadas, foi observado que as diferenças encontradas nessas versões possibilitam trabalhar com diferentes técnicas de contagem. Porém, em certas versões do jogo, isso não é possível, como no caso do Arranjo com repetição e Combinação com repetição.

Ensinar Análise Combinatória é um desafio para os professores, tendo em vista que uma considerável parte deles ao ensinar esse conteúdo, apoia-se apenas em livros didáticos, os quais modelam e estabelecem as diferentes formas de contagem mediante rotulações que induzem a aplicação direta de fórmulas.

Esperamos que este trabalho forneça subsídios para outras pesquisas sobre recursos para o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória, de forma que os docentes busquem utilizar alguma dessas versões do jogo da senha em suas aulas, como forma de estimular o raciocínio combinatório dos estudantes.

AGRADECIMENTOS

A FACEPE pelo apoio financeiro que viabilizou a realização da pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M.B.L **Organizador prévio como estratégia para despertar a predisposição para aprendizagem significativa de combinatória:** uma sequência didática gamificada com o uso de jogos digitais. 2020. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática) – Centro Universitário da Vitória de Santo Antão, Vitória de Santo Antão, 2020.

ANASTÁCIO, B. S. *et al*. Jogos digitais, habilidades cognitivas e motivação: percepção das crianças no contexto escolar. *In:* SBGames, 17, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais Eletrônicos**. Foz do Iguaçu: 2018. Disponível em: http://www.sbgames.org/sbgames2018/files/papers/EducacaoFull/188319.pdf. Acesso em: 15 mai. 2023.

FIALHO, F. A. P. *et al*. Aprendizagem baseada em jogos digitais: a contribuição dos jogos epistêmicos na geração de novos conhecimentos. **Revista de**

Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.14, n. 1, 2016. DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.67323. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/67323/38417. Acesso em: 20 mai. 2023.

GONÇALVES, A. R. **Raciocínio combinatório:** Uma proposta de aula para o 6º ano do Ensino Fundamental utilizando o Jogo da Senha. 2017. 48 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar, 5:** combinatória, probabilidade. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

KRIPTA, R.; SCHELER, M; BENOTTO, D. **Pesquisa documental:** considerações sobre conceitos e características na Pesquisa Qualitativa. Atas**,** v.2, p. 1-5. 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/280924900_Pesquisa_Documental_consideracoes_s obre_concei/tos_e_caracteristicas_na_Pesquisa_Qualitativa_Documentary_Research_consideration_of_concepts_and_features_on_Qualitative_Research. Acesso em: 15 mai. 2023.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares**. 2. ed., Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MARTARELLI, L. C. T., et al. O jogo da senha no GeoGebra e suas atividades exploratórias em combinatória. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 040-059, 2021. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/53710/38627. Acesso em: 20 set. 2023.

MERAYO, F. G. **Matemática discreta**. 3. ed., Madrid: Ediciones Paraninfo, 2015.

RUFINO, M. A. S. **Aprendizagem Significativa na Resolução de Problemas de Matemática:** o Arsenal Operatório Cognitivo dos Professores do Ensino Básico. 2015. 307 f. Tese (Programa Internacional de Doctorado Enseñanza de las Ciencias) – Departamento de Didácticas Específicas, Universidad de Burgos – Espanha, 2015.

SANTOS, M. C. F. S.; SANTOS, T. E.; ALBUQUERQUE, E. S. C. Sem mais nem menos on-line: jogo senha - explorando o raciocínio lógico nas jogadas. In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, 14, 2022. **Anais Eletrônicos.** Brasília, On-line: 2022. Disponível em: <https//www.even3.com.br/anais/xivenem2022/483567-SEM-MAIS-NEM-MENOS-ON-LINE--JOGO-SENHA---EXPLORANDO-O-RACIOCINIO-LOGICO-NAS-JOGADAS>. Acesso em: 28 fev. 2023.

SILVA SANTOS, M. C. F.; SANTOS, T. E.; ALBUQUERQUE, E. S. C. “Sem mais nem menos on-line”: Jogo Senha – explorando o raciocinio lógico nas jogadas. *In:* Encontro Nacional de Educação Matemática, 14, 2022, On-line. **Anais Eletrônicos**. Brasília: 2022. Disponível em: https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/483567-sem-mais-nem-menos-on-line--jogo-senha---explorando-o-raciocinio-logico-nas-jogadas/. Acesso em: 15 mai. 2023.

VARANI, R. **Senha.** 2009. Disponível em: <http://www.autobahn.com.br/brinquedos/senha.html>. Acesso em: 17 out. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.023

LETRAMENTO MATEMÁTICO E CONHECIMENTOS DISCENTES SOBRE O SISTEMA DE NUMERAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO

RENATO CARNEIRO DA SILVA
Doutor em Educação, professor lotado no Departamento de Ciências Humanas da Universidade Federal do Semi-Árido, UFERSA, Campus Angicos. renato.carneiro@ufersa.edu.br

RESUMO

Esta pesquisa, recorte da dissertação de mestrado intitulada ***Sistema de numeração decimal: saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do ensino fundamental***, analisa os saberes de estudantes sobre o sistema de numeração decimal – SND, doravante Sistema Cifranávico - SC. A História dos sistemas de numeração e da Educação Matemática permitem reconhecer o desenvolvimento dessa Ciência, suas contribuições nas interpretações das aprendizagens discentes, o que favorece uma Educação Matemática problematizadora. Os objetivos desse trabalho são: i) identificar os conhecimentos de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental na escrita de números, com 2 e 3 ordens; ii) conhecer os registros de representação de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental na escrita de números, com 2 e 3 ordens. Participaram da pesquisa 24 estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. Os saberes discentes foram avaliados nos seguintes aspectos: Comparação de numerais com quantidades iguais e diferentes de algarismos; Escrita e identificação de numerais, após um ditado; Numerais por extenso; numeral escrito (por extenso) e o numeral cifranáfico. Os resultados com os estudantes revelaram a necessidade do trabalho com as diversas representações do SC e o fato que mais da metade dos estudantes possui algum conceito sobre a quarta ordem do SC, mesmo sem esse conteúdo constar do currículo referente ao seu ano e não ter sido estudado, ratificando outros estudos os quais apontam que os estudantes estão na escola com aprendizagens que essa ainda não os proporcionou.

Palavras-chave: matematização, saberes docentes, sistema cifranávico, sistema de numeração.

INTRODUÇÃO

A Matemática enquanto componente curricular da escolarização básica é vista como uma das piores matérias pelos estudantes e, geralmente, docentes responsáveis por esse componente curricular nos anos iniciais do Ensino Fundamental não gostam de ensiná-la, muitas vezes porque não tiveram uma formação adequada capaz de contemplar todos os saberes relacionados à docência, os saberes do conhecimento, pedagógicos e existenciais.

Uma das unidades temáticas propostas para essa etapa da escolarização é a Unidade sobre Números que trata sobre o Sistema de Numeração Decimal – SND e tem como objetivo possibilitar que os estudantes aprendam a lidar com as diferentes representações numéricas, por extenso e com algarismos, mediante atividades que desenvolvam a escuta, a oralidade, a leitura e a escrita.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC, Brasil (2018), orienta que o trabalho com o ensino de Matemática deve priorizar o desenvolvimento do letramento matemático. De acordo com Fonseca (2004), letramento matemático constitui as habilidades das estratégias de leitura que necessitam ser realizadas para uma compreensão da diversidade de textos que a vida social apresenta com frequência e diversificação cada vez maiores.

Para Fonseca (2004), o aspecto social e cultural do fazer matemático é reconhecido e levado em consideração quando esse fazer deixa de ser entendido como comportamentos observáveis em decorrência do domínio de certas habilidades e passa a ser analisado como prática social, marcado por contingências contextuais e relações de poder.

Segundo Mendes (2007) é possível observar diversas práticas sociais presentes na sociedade que moldam os eventos de numeramento em contextos diversos. Como, por exemplo, a visual (leitura de gráficos, representações geométricas, representações de espaço etc.). [...] as práticas de numeramento podem ser entendidas a partir de padrões relacionados a crenças, valores, concepções, papéis e atitudes que constituem eventos e são por eles constituídos. Existe uma relação de complementaridade entre eventos e práticas.

Para a Matriz da PISA (2012, p. 18) [...] o letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos e fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer

ISBN: 978-85-61702-77-9

fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel da matemática exerce no mundo e para que os cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões necessárias.

Nesse sentido, o professor deve propor metodologias e utilizar recursos didáticos que propiciem o acesso dos estudantes às diversas formas de representação de um número, identificando e valorizando o conhecimento discente elaborado fora da escola, Silva (2011).

O que se verifica, muitas vezes, no cotidiano escolar são práticas pautadas ainda no ensino tradicional, no qual se percebe o estudante como uma tábua rasa onde o conhecimento trazido pelo professor irá preencher os espaços vazios, gerando automaticamente aprendizagem.

Contrapondo a visão tradicional da sala de aula, Carvalho (2011), afirma que esse espaço, portanto, não é ponto de encontro de estudantes ignorantes com o professor detentor de conhecimento, mas um lugar onde aqueles interagem com esse, tendo como partida o conhecimento do senso comum e como ponto de chegada o conhecimento sistematizado, sendo responsabilidade do professor auxiliar os estudantes na sua caminhada epistemológica.

O Sistema Indo-arábico, o então Sistema de Numeração Decimal e chamado por Barguil (2016) de Sistema Cifranávico (SC), construído pelos indianos e difundidos pelos árabes, contemplava características de outros sistemas, sendo a sua escrita alterada ao longo do tempo. Ele se tornou o sistema de numeração mais eficiente e os registros foram identificados de diferentes maneiras e hoje se apresenta, a partir da difusão consolidada dos nossos dez algarismos, incluindo o zero, o último a ser difundido. São essas as principais características do SC: utiliza 10 algarismos (0 a 9), tem base decimal (agrupamentos de 10 em 10: unidade, dezena, centena, unidade de milhar...), é posicional (cada algarismo tem um valor absoluto e relativo, a depender da posição), utiliza o zero para representar o vazio, tem os princípios aditivo (o número é obtido pela soma dos valores relativos) e multiplicativo (quando o algarismo ocupa uma posição, este tem um valor de potência de 10), os algarismos ocupam ordens e o conjunto de três algarismos compõe uma classe (BARGUIL, 2016).

Para Barguil (2016), o sistema de numeração indo-arábico ser chamado de Sistema de Numeração Decimal é pouco apropriado e, portanto, sugere o nome de Sistema Cifranávico para substituí-lo, pois a alcunha ***Sistema de Numeração Decimal*** indica apenas uma das suas características. Por outro lado, ***Cifranávico***, assim como no Sistema Alfabético, traz a aglutinação das palavras do primeiro e último símbolo desse sistema, ***cifra*** que é o zero e ***nava***, o nove.

Os objetivos desse trabalho são: i) identificar os conhecimentos de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental na escrita de números, com 2 e 3 ordens; ii) conhecer os registros de representação de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental na escrita de números, com 2 e 3 ordens.

Para Lorenzato (2010), o fracasso ou o sucesso diante da Matemática é dependente de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a Matemática e os estudantes. Por esse motivo, o papel que o docente desempenha é fundamental na aprendizagem desse componente, além da influência da metodologia por ele escolhida.

De acordo com Tardif (2002), as atividades docentes são entendidas de maneiras distintas e mobilizam diferentes ações, por exemplo:

- O ensino é concebido, com frequência, como uma técnica, basta combinar, de modo eficaz, os meios e os fins, sendo estes últimos considerados não problemáticos (evidentes, naturais etc.);
- Outros teóricos destacam muito mais os componentes afetivos, assimilando o ensino a um processo de desenvolvimento pessoal ou mesmo a uma terapia;
- Outros autores privilegiam uma visão ético-política da profissão, concebendo o ensino como uma ação ética ou política e as muitas concepções que associam a educação à luta política, emancipação coletiva;
- O ensino também é definido como uma interação social e necessita, por exemplo, de um processo de "co-construção" da realidade pelos professores e alunos. Esse ponto de vista é defendido especialmente pelos enfoques sócios construtivistas;
- Finalmente, determinadas concepções assimilam o ensino a uma arte cujo objetivo é a transmissão de conhecimentos e valores considerados fundamentais.

Nesse sentido, Tardif (2002) aborda a descrição dos saberes docentes, que são plurais, e precisam ser mobilizados durante a formação, são eles: saberes da formação profissional, saberes disciplinares, saberes curriculares e saberes experienciais. Tardif (2002) afirma ainda que o professor é alguém que deve conhecer

ISBN: 978-85-61702-77-9

sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os estudantes.

Para Pimenta (1996) professorar não é uma atividade burocrática para a qual se adquire conhecimentos e habilidades técnico-mecânicas. Dada a natureza do trabalho docente, que é ensinar como contribuição ao processo de humanização dos estudantes historicamente situados, espera-se da licenciatura que desenvolva nos discentes conhecimentos e habilidades, atitudes e valores que lhes possibilitem permanentemente irem construindo seus saberes-fazeres docentes a partir das necessidades e desafios que o ensino como prática social lhes coloca no cotidiano.

Assim sendo, espera-se, pois, que o docente mobilize os conhecimentos da teoria da educação e da didática necessários à compreensão do ensino como realidade social e que desenvolva neles a capacidade de investigar a própria atividade para, a partir dela, construírem e transformarem os seus saberes-fazeres docentes, num processo contínuo de construção de suas identidades de professores, afirma Pimenta (1996).

Segundo Barguil (2012), os cursos de licenciatura precisam desenvolver nos futuros professores uma atitude investigativa sobre a disciplina que lecionam, os saberes discentes, de si e da sua prática. Para esse autor, a formação do professor que ensina Matemática precisa contemplar um conjunto dos seguintes saberes:

- Conhecimento: São os conteúdos e como estes estão organizados no currículo. Refere-se aos conceitos envolvidos em cada tópico que devem ser compreendidos pelos estudantes;
- Pedagógico: São as teorias da aprendizagem, os recursos didáticos e a transposição didática. Este saber permite estabelecer um vínculo coerente entre as escolhas pedagógicas (ensino) e o funcionamento da mente (aprendizagem), que se expressa na relação professor-conhecimento-estudante, nos materiais didáticos e na dinâmica da sala de aula;
- Existencial: São as crenças, percepções, sentimentos e valores – a subjetividade – do professor e contempla a percepção que ele tem sobre Educação, sobre a sua profissão, sobre o estudante, sobre o conhecimento e sobre a vida.

ISBN: 978-85-61702-77-9

No entendimento de Barguil (2013), o maior desafio educacional, em qualquer área do conhecimento é abandonar práticas que expressam a crença de que o saber é transferido de alguém que sabe, no caso o professor, para alguém que não sabe, o estudante. Para que mudanças sejam observadas na prática docente é necessário que o professor ou quem está preparando-se para ser um, identifique as crenças e os sentimentos que o guiam no seu cotidiano, bem como os transforme, o que é possível quando ele aprende Matemática de um modo diferente daquele que lhe causou resistência e insatisfação.

Corroborando com a educação matemática, seu letramento e as ideias dos saberes docentes a avaliação diagnóstica surge como um importante instrumento norteador das ações pedagógicas e da capacidade investigativa docente.

Para que a avaliação diagnóstica seja possível, é preciso compreendê-la e realizá-la comprometida com uma concepção pedagógica. No caso, considerarmos que ela deva estar comprometida com uma proposta pedagógica histórico-crítica, uma vez que esta concepção está preocupada com a perspectiva de que o educando deverá apropriar-se criticamente de conhecimentos e habilidades necessárias à sua realização como sujeito crítico dentro desta sociedade que se caracteriza pelo modo capitalista de produção. A avaliação diagnóstica não se propõe e nem existe uma forma solta isolada. É condição de sua existência e articulação com uma concepção pedagógica progressista" (Luckesi, 2003, p.82).

Os erros cometidos pelas crianças em ditados numéricos, conforme Orozco e Hederich (2000) apud Agranionih (2008, p. 86), classificam-se como léxicos e sintáticos:

- Erros léxicos: a criança, quando escreve numerais correspondentes às expressões numéricas que escuta, equivoca-se ao produzir os dígitos necessários ou as palavras numéricas necessárias, mas conserva a ordem de magnitude e a forma sintática do número ditado. Por exemplo: para trinta e quatro mil, duzentos e vinte e três (34.223), ela escreve 34.233 ou 34.323.
- Erros sintáticos: a criança revela dificuldade na inclusão de dígitos em um todo numérico e de processar os elementos do número para produzi-lo como um todo. Por exemplo: para quatrocentos e cinquenta e quatro (454), escreve 400504 ou 4054 ou 40054.

ISBN: 978-85-61702-77-9

No entendimento de Orozco e Hederich (2000) ***apud*** Agranionih (2008, p. 86), os erros léxicos podem ser explicados por dificuldades na memória de curto prazo, mas os erros sintáticos exigem análises mais aprofundadas. Para eles, a falta de uma mudança interna poderia explicar a ausência de integração dos dois tipos de sintaxe que os erros sintáticos das crianças maiores revelam.

Os erros sintáticos revelam a dominância do formato verbal falado nas produções iniciais de escritas numéricas pelas crianças. Os autores citados explicam que ao escreverem as crianças que os cometem não fragmentam as expressões verbais em partículas de quantidades e em partículas que marcam o valor posicional, levando-as a produzir escritas não-convencionais. As crianças obtêm fragmentos que não correspondem ao formato verbal falado, mas que faz algum sentido para elas e escrevem os numerais correspondentes a cada um dos fragmentos que obtêm.

Fayol (2012), defende que para que o estudante consiga compreender a diferença dos numerais a partir da passagem de suas quantidades de algarismos, de dois para três e de três para quatro algarismos, ele precisa ter aprendido o conceito de valor posicional, que requer as seguintes inferências: i) o valor dos algarismos muda dependendo da posição (ordem) que ele ocupa no numeral; ii) o valor cresce da direita para a esquerda em potências de 10; iii) o valor do algarismo é equivalente a multiplicação da potência na base ocupada pelo algarismo; e iv) o valor do número é igual a soma dos valores representados por cada algarismo.

Melchior (1998) declara que não basta identificar que o estudante não sabe, ou rotulá-lo como estudante fraco, é necessário identificar o que cada um não sabe e em que ponto estão aqueles que conseguem acompanhar de forma satisfatória o que está sendo ensinado.

A seguir, a Metodologia e os instrumentos de pesquisa serão apresentados.

METODOLOGIA

A escola escolhida pertence ao sistema municipal de Maranguape, cidade da região metropolitana de Fortaleza.

Os sujeitos da pesquisa são estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, foram escolhidos tendo como os parâmetros a pesquisa de Agranionih (2008) e o fato de que os livros desse nível escolar abordam o conteúdo de SND até 3 ordens.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A coleta de dados foi realizada em duas etapas: a primeira, com os estudantes, com a aplicação inicial de um teste, à título de validação, e, posteriormente, de forma definitiva

As questões do teste tinham as seguintes características:

- Questão 1: Comparação de numerais com quantidade diferente de algarismos (quatro itens);
- Questão 2: Comparação de numerais com a mesma quantidade de algarismos (nove itens);
- Questão 3: Do numeral verbal falado para o numeral cifranávico. Ditado de numerais – criança escreve (nove itens);
- Questão 4: Do numeral verbal falado para o numeral cifranávico. Ditado de numerais – criança escolhe (sete itens);
- Questão 5: Do numeral cifranávico para numeral escrito com letras. Escrita por extenso de numerais (oito itens);
- Questão 6: Do numeral escrito com letras para o numeral cifranávico. Escrita com algarismos de numerais (oito itens).

A seguir serão apresentados os resultados e a discussão.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados obtidos foram analisados e categorizados por questões. A avaliação de um estudante com paralisia cerebral (Y) não foi incluída na análise porque a maior parte da sua prova estava em branco e, quando não, as respostas estavam incorretas. Durante a análise, percebeu-se que um estudante (X) respondeu quase todas as questões de forma errada, sendo, por isso, retirado nesse momento. Constatou-se, ainda, que 2 estudantes (V e W) apresentavam um nível de escrita e domínio de leitura insuficiente para categorização do teste, por isso os resultados desses estudantes que envolviam tais competências (questões 5 e 6) não foram incluídos.

Foram analisados, portanto, 23 resultados relacionados às questões 1, 2, 3 e 4, e 21 resultados relacionados às questões 5 e 6.

ISBN: 978-85-61702-77-9

QUESTÃO 1: COMPARAÇÃO DE NUMERAIS COM QUANTIDADE DIFERENTE DE ALGARISMOS

1. CIRCULE, EM CADA OPÇÃO, O MAIOR NUMERAL:

A) 58 E 121	C) 2.135 E 987
B) 423 E 76	D) 856 E 1.364

Dos 23 estudantes, 16 estudantes (A, B, C, D, G, H, J, L, N, O, P, Q, R, T, U e W) responderam de forma correta todas as questões, enquanto que os outros 7 (E, F, I, K, M, R e V) falharam pelo menos uma vez, seja deixando de responder, seja o fazendo de forma errada. Dessa forma, mais de 2/3 dos 23 estudantes compreendem que o tamanho do número está relacionado à quantidade de numerais que este possui.

QUESTÃO 2: COMPARAÇÃO DE NUMERAIS COM A MESMA QUANTIDADE DE ALGARISMOS

2. CIRCULE, EM CADA OPÇÃO, O MAIOR NUMERAL:

A) 26 E 62	F) 1.987 E 2.046
B) 87 E 83	G) 3.752 E 3.841
C) 245 E 542	H) 4.356 E 4.329
D) 374 E 329	I) 6.825 E 6.827
E) 683 E 687	

Dos 23 estudantes, 8 estudantes (C, D, G, H, N, O, Q e S) responderam de forma correta todas as questões, enquanto que os outros 15 (A, E, F, H, I, J, K, L, M, P, R, T, U, V e W) falharam pelo menos uma vez, seja deixando de responder, seja o fazendo de forma errada.

Dessa forma, pouco mais de 1/3 dos 23 estudantes identificaram com sucesso qual o maior numeral quando apresentados numerais com a mesma quantidade de algarismos.

As opções que apresentaram maior erro discente foram a F) e a G), respectivamente, com 8 e 9 erros, que tinham numerais com quatro algarismos. Esse desempenho destoa do apresentado nas opções H) e I), respectivamente, com 4 e 1 erros, que também tinham numerais com quatro algarismos. Para compreender

ISBN: 978-85-61702-77-9

o motivo disso, é necessário que os estudantes sejam entrevistados, de modo que revelem a sua lógica.

QUESTÃO 3: DO NUMERAL VERBAL FALADO PARA O NUMERAL CIFRANÁVICO

Os numerais 35, 53, 70, 189, 503, 1.753, 2.804, 5.096 foram ditados, um de cada vez, pelo professor. A criança o ouvia e escrevia com algarismos.

Onze estudantes (D, E, I, J, K, L, M, R, U, V e W) erraram a escrita do 1.753, escreveram 1.653, 207053, 17653, 1.7053 (três vezes), 100153, 100753, 10710, 107300 e 100073. Com exceção de 1.653, todos os erros foram sintáticos.

Dez estudantes (E, I, J, K, L, M, P, T, V e W) erraram a escrita do 2.804, escreveram 20804, 2864, 2.8604, 2100874, 2100814, 2.1704, 284, 208400 e 20008364. Com exceção de 2864, todos os erros foram sintáticos.

Dezoito estudantes (A, B, E, F, H, I, J, K, L, M, N, O, P, R, T, U, V e W) erraram a escrita do 5.096, escreveram 5.96 (seis vezes), 502096, 5196, 500.96, 510096 (duas vezes), 50196, 5.1906, 50096, 596 (com o 9 espelhado), 5.906, 509600 e 500096. Com exceção do 5196, todos os erros foram sintáticos.

Na escrita de numerais com 2 algarismos, os estudantes erraram 4 vezes, sendo 3 do tipo léxico e 1 do tipo sintático.

Na escrita de numerais com 3 algarismos, os estudantes erraram 9 vezes, sendo 6 do tipo léxico e 3 do tipo sintático.

Na escrita de numerais com 4 algarismos, os estudantes erraram 39 vezes, sendo 3 do tipo léxico e 36 do tipo sintático.

A maioria dos erros na escrita de numerais com 2 ou 3 algarismos foram do tipo léxico, quando há equívoco para produzir os dígitos necessários ou as palavras numéricas necessárias, mas é conservada a ordem de magnitude e a forma sintática do número ditado. Quase todos os erros na escrita de numerais com 4 algarismos foram do tipo sintático, quando há inclusão de dígitos em virtude da dificuldade de processar os elementos do número para produzi-lo como um todo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

QUESTÃO 4: DO NUMERAL VERBAL FALADO PARA O NUMERAL CIFRANÁVICO

O pesquisador falou, um de cada vez, os numerais 83, 115, 287, 409, 1.862, 2.507 e 4.065. A criança os ouvia e selecionava a opção que entendia ser a correta.

Quando o pesquisador falou o numeral 83, todos os estudantes marcaram a opção correta.

Quando o pesquisador falou o numeral 115, cinco estudantes (J, K, M, R e W) erraram e escolheram as seguintes opções: 1100105 (justaposição), 110015 (2 vezes, justaposição), 10015 (justaposição) e 1015 (duas vezes, compactação). O estudante M selecionou duas opções.

Quando o pesquisador falou o numeral 287, sete estudantes (F, I, J, K, M, P e W) erraram e escolheram as seguintes opções: 210087 (justaposição), 2100807 (justaposição), 20087 (2 vezes, justaposição) e 2087 (3 vezes, compactação).

Quando o pesquisador falou o numeral 409, seis estudantes (E, F, K, M, P e W) erraram e escolheram as seguintes opções: 410009 (3 vezes, justaposição), 41009 (2 vezes, justaposição) e 4009 (justaposição).

Quando o pesquisador falou o numeral 1.862, nove estudantes (A, E, F, J, K, L, M, R e erraram e escolheram as seguintes opções: 1000800602 (três vezes, justaposição), 100080062 (justaposição), 10008062 (justaposição e compactação), 1008062 (compactação) e 10862 (três vezes, compactação).

Quando o pesquisador falou o numeral 2.507, doze estudantes (A, E, H, I, K, L, M, P, R, T, V e W) erraram e escolheram as seguintes opções: 210005007 (justaposição), 2100507 (três vezes, compactação), 20005007 (cinco vezes, justaposição), 200507 (compactação) e 20057 (três vezes, compactação e concatenação).

Quando o pesquisador falou o numeral 4.065, treze estudantes (A, B, E, F, J, K, L, M, P, R, S, U e W) erraram e escolheram as seguintes opções: 41000605 (justaposição), 410065 (três vezes, compactação), 400065 (duas vezes, justaposição), 40065 (seis vezes, compactação) e 40605 (compactação e justaposição).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Tabela 1 – Erros discentes na Questão 4

ERRO	NUMERAL						TOTAL
	115	287	409	1.862	2.507	4.065	
Justaposição	4	4	6	4	6	3	27
Compactação	2	3		4	4	9	2
Concatenação							
J, + Comp.				1		1	2
J, + Conc.							
Comp. + Conc.					3		3
TOTAL	6	7	6	9	13	13	54

Fonte: Pesquisa do autor

Conforme a Tabela 1, dos 54 erros discentes, mais de 90% deles (49) foram do tipo Justaposição (27) e Compactação (22). Os demais cinco foram a combinação deles: Justaposição e Compactação (02) e Compactação e Concatenação (03).

Em relação à quantidade de algarismos dos numerais, 19 erros aconteceram com numerais de 3 algarismos e 35 com numerais de 4 algarismos. A escrita dos numerais 2.507 e 4.065 tiveram 26 erros, quase a metade do total. A presença do algarismo zero em numerais de 4 algarismos requer dos estudantes uma compreensão mais elaborada do sistema de numeração.

QUESTÃO 5: DO NUMERAL CIFRANÁVICO PARA NUMERAL ESCRITO.

Foram apresentados aos estudantes os numerais 67, 80, 124, 351, 607, 1.248, 2.309, 6.054 e solicitado que os escrevesse por extenso.

Um estudante (K) errou a escrita do 67: ***cento***.

Um estudante (T) errou a escrita do 80: ***oitocento***.

Três estudantes (J, K e L) erraram a escrita do 124: ***quitas vide quatro, um has quato, cento e duzentos e quatro.***

Três estudantes (J, K e M) erraram a escrita do 351: ***trimiu e sequeta e um, treis sinto um e tresiquetaiu.***

Seis estudantes (D, J, K, M, T e U) erraram a escrita do 607: ***sentesentos e sete, seseta e sete, seto sete, sesetisede, cesenta e sete e centeta e sete.***

ISBN: 978-85-61702-77-9

Seis estudantes (E, F, I, J, K, L) erraram a escrita do 1.248: ***setos doutos e quatro e oito, mil dusentos e quarenta, cento é duzentos e quarenta é oito, um muinho vitiguato, sinto oito e centos e duzentos e quarenta e oito.***

Nove estudantes (E, F, I, J, K, L, P, T e U) erraram a escrita do 2.309: ***sentos trinti e nove, duzentos trezentos e nove, duzentos é trinta e nove, dois miu três e nove, trita e nove, duzentos e trezentos e nove, duzentos e tresentos e nove, duzentos mil e trezentos e nove e mil e trecetos e nove.***

Dez estudantes (E, F, I, J, K, L, P, S, T e U) erraram a escrita do 6.054: ***osento e siqueta e quatro, seisentos mil siqueta é quatro, seis sentas é cinqueta é qatro, seseta e ciquta e quatro, siqto quatro, ceiscentos e ciquenta e quato, seissentos e cinquenta e quatro, seisento e cinquenta e quatro, Cesentos e cinquenta e quatro e mil e cinquenta e quatro.***

Observa-se que os erros na escrita foram aumentando à medida em que as ordens dos numerais cresciam.

QUESTÃO 6: DO NUMERAL VERBAL ESCRITO PARA O NUMERAL CIFRANÁVICO.

O pesquisador apresentou os numerais 75, 90, 136, 418, 705, 1.689, 3.902 e 5.047. A criança os lia e escrevia com os algarismos.

Quatro estudantes (E, J, P e Q) erraram a escrita do 75: 605 (léxico e justaposição), 65 (2 vezes, léxico) e 705 (justaposição).

Um estudante (K) errou a escrita do 90: 9 (concatenação).

Cinco estudantes (D, E, I, K e U) erraram a escrita do 136: 132 (léxico), 135 (léxico), 536 (léxico), 100306 (justaposição) e 636 (léxico).

Quatro estudantes (I, J, M e R) erraram a escrita do 418: 4018 (compactação), 410008 (justaposição), 410 (léxico) e 40018 (justaposição).

Seis estudantes (D, J, K, L, M e R) erraram a escrita do 705: 605 (léxico), 105 (duas vezes, léxico), 75 (concatenação), 765 (léxico) e 7005 (justaposição).

Seis estudantes (E, I, K, L, R e U) erraram a escrita do 1.689: 289 (concatenação), 100689 (compactação), 1007008090 (justaposição), 100689 (compactação), 6mil689 (justaposição) e 6.089 (léxico).

Nove estudantes (B, E, G, I, K, L, P, R e T) erraram a escrita do 3.902: 3.92 (concatenação), 392 (concatenação), 3.092 (léxico) , 30092 (compactação), 31009002

ISBN: 978-85-61702-77-9

(compactação), 310092 (compactação), 31.902 (justaposição), 39002 (justaposição) e 392 (com o 9 espelhado, concatenação).

Treze estudantes (A, B, E, H, I, J, K, L, N, P, R, T e U) erraram a escrita do 5.047: 5.47 (três vezes, concatenação), 546 (léxico e concatenação), 500407 (compactação), 547 (duas vezes, concatenação), 5100407 (justaposição), 510047 (concatenação), 5.46 (léxico e concatenação), 51.407 (léxico e justaposição), mil5407 (justaposição) e 5.407 (léxico).

Conforme a Tabela 3, dos 48 erros discentes, 11 foram de Justaposição, 07 de Compactação, 12 de Concatenação, 14 de Léxico, 2 de Léxico e Justaposição e 2 de Léxico e Concatenação.

Tabela 2 – Erros discentes na Questão 6

ERRO	NUMERAL								TOTAL
	75	90	136	418	705	1.689	3.902	5.047	
Justaposição	1		1	2	1	2	2	2	11
Compactação				1		2	3	1	7
Concatenação		1			1	1	3	6	12
J, + Comp.									0
J, + Conc.									0
Comp. + Conc.									0
Léxico	2		4	1	4	1	1	1	14
L. + J.	1							1	2
L. + Cc								2	2
TOTAL	4	1	5	4	6	6	9	13	48

Fonte: Pesquisa do autor

Em relação à quantidade de algarismos dos numerais, 05 erros aconteceram com numerais de 2 algarismos, 15 erros aconteceram com numerais de 3 algarismos e 28 com numerais de 4 algarismos. A escrita dos numerais 3.902 e 5.047 tiveram 22 erros, quase a metade do total.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de identificar os conhecimentos de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental na escrita de números, com 2 e 3 ordens, em diferentes registros de representação esta pesquisa buscou responder, dentre outros, esses

ISBN: 978-85-61702-77-9

questionamentos: “Quais são os registros utilizados pelas crianças para escreverem numerais?”

Diante dos resultados obtidos através do teste aplicado, foi constatado que eles conseguem identificar o maior numeral quando são comparados numerais com duas e três ordens.

Os resultados da pesquisa apontam que muitos estudantes ao transitarem pelas várias possibilidades de representação de um número composto por três algarismos não o fizeram satisfatoriamente.

Dentre os principais erros cometidos pelos estudantes, foi constatado que a compreensão da função do zero no Sistema Cifranávico ainda não foi totalmente aprendida pelos estudantes, revelando que eles ainda aprensentam dificuldade para elaborar conceitos relacionados ao número que representa o vazio.

A avaliação deve ser, antes de tudo, um instrumento pedagógico, que permite que professor e estudantes trabalhem juntos para ampliar a aprendizagem discente.

Os resultados dessa pesquisa provocam reflexões sobre a maneira como o currículo escolar está organizado, pois mais da metade dos estudantes foram capazes de resolver questões sobre o conteúdo relacionado à ordem dos milhares, quando este ainda não foi ensinado pela professora.

Nosso sistema educacional ainda acredita que determinados conteúdos são exclusivos para alguns anos, limitando a capacidade de aprendizagem dos estudantes. Os resultados da pesquisa suscitam que, dentre outras coisas, a organização curricular dos conteúdos precisa ser modificada.

A interação das crianças com o Sistema Cifranávico demonstrou que estes interagem com o conhecimento matemático fora do ambiente da escola e o reconhece quando é tratado no espaço escolar, uma vez que estes apresentaram saberes que a escola ainda não lhes proporcionou.

A pesquisa proporcionou conhecer as produções discentes sobre o Sistema Cifranávico. Esse processo de aquisição da escrita dos numerais diante de uma diversidade de registros, que podem e devem fazer parte do cotidiano das dos estudantes (Representações indo-arábica, língua materna e pictórica), acontece de forma complexa relacionada às aprendizagens desenvolvidas pelas crianças diante dos conhecimentos numéricos.

Neste sentido, pode-se dizer que acontece a transcodificação numérica quando ocorre o processo de tradução do código verbal (fala do numeral) para o arábico (escrita do numeral com os algarismos). Ou seja, o termo Transcodificação

ISBN: 978-85-61702-77-9

pode ser entendido como o ato de transformar, registrar e, segundo o significado, tradução para outro código.

Do mesmo modo que na escrita, antes mesmo de frequentarem a escola, as crianças percebem a presença dos números no ambiente ao interagirem com outras pessoas ou ao observarem situações em que tais símbolos são utilizados. A partir destas situações, critérios envolvendo regularidades da escrita numérica, tais como posição dos algarismos e o valor que representam, passam a fazer parte de um processo de construção de hipóteses por parte da criança.

Portanto, estudar Matemática é muito mais do que aprender calcular. É aprender a ler, fazer, pensar, representar e explicar, descobrindo e utilizando diferentes caminhos de resolução de um problema. Acredito, ainda, que todo esse processo de descoberta e aprendizagem proporciona muito prazer, sendo a escola um espaço privilegiado para vivenciá-lo.

REFERÊNCIAS

AGRANIONIH, N. T. **Escrita numérica de milhares e valor posicional**: concepções iniciais de alunos da 2ª série. 2008. 219 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BARGUIL, P. M. A Prova didática na formação do pedagogo que ensina Matemática. *In*: **3º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Fortaleza: UFC/UECE, 2012.

BARGUIL, P. M. Cifranava: batizando o Conjunto dos Algarismos Indo arábicos. In: ANDRADE, F. A. et al (org.). **Caminhos da Educação** – questões, debates e experiências. Curitiba: CRV, 2016. p. 285-411.

BARGUIL, P. M. O diagnóstico de competência numérica na formação do pedagogo que ensina Matemática. *In*: XI Enem – Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais**. Curitiba: PUCPR, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da Matemática**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

FAYOL, Michael. **Numeramento**: aquisições das competências matemáticas. Tradução Marcos Bagno. São Paulo: Parábola Editorial, 2012.

FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 15ª Edição. São Paulo: Cortez, 2003.

MELCHOR, M. C**. O sucesso escolar através da avaliação e da recuperação**. Novo Hamburgo: s.ed., 1998.

MENDES, J. R. Matemática e práticas sociais: uma discussão na perspectiva do numeramento. In: MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (Org.). **Múltiplos olhares**: matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa, 2007. p. 11-29.

PIMENTA, S. G. Formação de Professores – saberes da docência e identidade do professor. **Revista Faculdade de Educação**. São Paulo, v. 22, n. 2, p. 72-89, jul/dez. 1996.

SILVA, R. C. **Sistema de numeração decimal: saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do ensino fundamental**. 2013. 140f. – Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2013.

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.024

LICENCIANDOS ATUANTES EM FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

JULIANA MARIA SCHIVANI ALVES
Mestra em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN e professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte - IFRN, juliana.schivani@ifrn.edu.br;

FRANCISCO DJNNATHAN DA SILVA GONCALVES
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN e professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte - IFRN, djnnathan.goncalves@ifrn.edu.br.

RESUMO

Brincando de Ensinar e Aprender Matemática com Materiais Concretos foi um projeto de extensão desenvolvido em 2022 e 2023 no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) ***Campus*** São Paulo do Potengi. O projeto visou atender uma demanda emergente de professores que ensinam Matemática na região interiorana do estado do Rio Grande do Norte. Em um primeiro momento realizou-se uma pesquisa bibliográfica e uma revisão de literatura acerca de Materiais Manipulativos e atividades propostas para o ensino da Matemática, já publicados. Os resultados alcançados com esta pesquisa culminaram na reconstrução de versões caseiras de Materiais Manipulativos com menor custo possível, de forma a ser acessível e de fácil produção por docentes e estudantes da Educação Básica. Após testagem dos materiais construídos, foram elaboradas sequências didáticas com orientação para os professores no que tange a reconstrução e uso dos Materiais Manipulativos propostos. Ambos os instrumentos didático-pedagógicos foram disponibilizados aos professores em oficinas ministradas pelos alunos da Licenciatura em Matemática do IFRN. As 7 oficinas realizadas contemplaram conceitos de aritmética, álgebra, geometria e combinatória. Os licenciandos puderem ter uma experiência única de pesquisadores, produtores de conhecimento, de conteúdo e de material didático-pedagógico, além da prática docente orientada e supervisionada, enquanto os cursistas,

docentes, ampliaram seus conhecimentos e adquiriram segurança para trabalhar com materiais manipulativos.

Palavras-chave: Materiais Manipulativos, Laboratório de Ensino de Matemática, Educação Básica, Ensino e Aprendizagem da Matemática.

INTRODUÇÃO

Em 1971, Reys (1974, p.5, tradução nossa) define Materiais Manipulativos como "objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia". Esta definição, embora antiga, permanece em uso até os dias atuais.

Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) foi um pedagogo suíço que inovou os métodos de ensino, sendo pioneiro no uso de quadros, cartões e tábuas de madeira para o ensino da aritmética e da geometria. Sua influência atingiu Maria Montessori (1870-1952), defensora do uso dos materiais concretos indissociado ao ensino da Matemática, de modo que o aprendizado parte do concreto para o abstrato (NETA; GUTIERRE, 2020). Um dos Materiais Manipulativos desenvolvidos por Montessori é o famoso material dourado, muito conhecido e utilizado pelos professores para o ensino das operações fundamentais.

Durante décadas o Material Manipulativo também foi denominado de material concreto para nomear uma tendência metodológica no ensino da Matemática. Ainda hoje é possível encontrar obras que usam um termo em detrimento de outro. De fato, ambos os termos remetem a ideia do físico, se utilizam de vários sentidos humanos e envolvem os estudantes numa situação de aprendizagem ativa (REYS, 1971).

Considerando que os Materiais Manipulativo podem possuir ou não finalidade didática, é possível utilizar um objeto produzido industrialmente para fins exclusivamente de ensino e aprendizagem, como um ábaco, um material dourado ou um geoplano, mas também pode-se utilizar de uma panela, uma trena, uma bola ou outro brinquedo para abordar determinados conceitos matemáticos.

No Brasil, estudos acerca do uso dos Materiais Manipulativos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática iniciou em 1940 (RÊGO; RÊGO, 2013), mas, ainda hoje, "infelizmente, o professor frequentemente usa o material concreto de forma inadequada, como uma peça motivadora ocasional, ou pior, como uma demonstração feita por ele, em que o aluno é um mero espectador" (MENDES, 2009, p.25).

Sendo a aprendizagem "um processo progressivo que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações manipulativo-simbólicas e abstrativas estabelecidas em cada atividade" (MENDES, 2009, p.26), o Material Manipulável por

ISBN: 978-85-61702-77-9

si só não ensina. Neste sentido, é fundamental a mediação do professor no processo manipulativo e nas abstrações realizadas pelos estudantes.

Mas, mais importante do que ter o material concreto é saber utilizá-lo. Sarmento (2010) afirma que a escolha do Material Manipulativo, ditos concretos, pelos docentes, para serem utilizados em uma determinada aula de Matemática, passa por fatores de ordem didática, prática e metodológica. Contudo, as disciplinas do eixo didático-pedagógico dos cursos de Licenciatura em Matemática que abordam esta tendência metodológica quase sempre são insuficientes para garantir ao docente autonomia, segurança, domínio e desenvoltura no uso destes recursos, o que justifica a relevância deste presente trabalho.

Surge, portanto, uma demanda sempre emergente de oferta de Cursos de Formação Inicial e Continuada destinados a professores que ensinam Matemática contemplando a construção e uso dos Materiais Manipulativos para o ensino e para a aprendizagem desta disciplina na Educação Básica.

É notório as potencialidades do uso dos Materiais Manipulativos para o ensino e para a aprendizagem da Matemática. Evidente que o seu uso não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem efetiva, tão pouco substitui o professor. (LORENZATO, 2012). Neste sentido, se faz necessário ações de formação continuada para os docentes com a finalidade de incentivá-los e prepará-los para a utilização desta metodologia de ensino.

Não obstante, ainda são raras as escolas públicas brasileiras que possuem um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), seja físico ou portátil, com os MM que o professor necessita para realização da sua aula. Desde 2013 uma proposta de lei para determinar que toda escola pública brasileira de ensino Fundamental e Médio tenha um LEM, tramita pela câmera dos deputados, mas nada foi discutido. Os motivos alegados para a ausência do LEM e dos MM são vários, mas o principal deles é o alto investimento financeiro. Entretanto,

> lecionar em uma escola que não possui LEM é uma ótima oportunidade para construí-lo com a participação dos alunos, utilizando sucatas locais. Assim, o custo é diminuído e todos, alunos e professor, conhecem a aplicabilidade dos materiais produzidos (...). (LORENZATO, 2012, p.12)

Logo, propostas de atividades e teorização sobre o uso dos Materiais Manipulativos não suficiente para garantir que os docentes de fato, utilizem esta metodologia de ensino em suas aulas. Embora possa ser configurado como uma política de assistencialismo, permitir que os estudantes construam seus próprios objetos de aprendizagem pode trazer ganhos cognitivos.

Seguindo essa linha de pensamento, a questão norteadora desta pesquisa foi: ***Como atender a demanda docente por cursos de formação inicial e continuada para produção e uso de Materiais Manipulativos para o ensino e para a aprendizagem matemática?***

Na busca por esta resposta, se desenvolveu um projeto de extensão intitulado ***Brincando de ensinar e aprender matemática com materiais concretos***, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) ***Campus*** São Paulo do Potengi que atendeu professores, pedagogos e licenciandos de nove cidades interioranas do estado do Rio Grande do Norte.

As pesquisas realizadas no início do projeto supracitado culminaram na realização de sete oficinas as quais apresentaram aos participantes propostas de versões de baixo custo de materiais manipulativos, bem como entregou sequências de atividades matemáticas com o passo a passo da construção, além de orientações de aplicação para o ensino de conceitos de aritmética, álgebra, geometria e combinações, na Educação Básica.

METODOLOGIA

O percurso metodológico do projeto de extensão já mencionado foi dividido em cinco momentos: pesquisa bibliográfica e documental; elaboração de atividades e confecção dos materiais manipulativos de baixo custo; testagem; divulgação e realização das oficinas; atualização da sequência didática elaborada.

Dos resultados da pesquisa bibliográfica, destaque-se os dez passos que o professor deve levar em conta quando utiliza de Materiais Manipulativos, de acordo com Kelly (2006).

O primeiro passo é definir com clareza os comportamentos a ter com os Materiais Manipulativos. Os alunos devem ser orientados para entenderem o propósito do uso dos materiais e, desta forma, estes ganharão relevância na tarefa matemática que estão a desenvolver.

A segunda orientação é definir o objetivo da manipulação na sala de aula. Os estudantes devem ver o material como ferramenta auxiliar na aprendizagem matemática e não como um brinquedo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A terceira ênfase se dá no fato de que os Materiais Manipulativos facilitam o trabalho colaborativo e promovem a comunicação matemática, pois a manipulação incentiva a interação não só com o objeto, mas também entre os alunos, o que faz com que os pares verbalizam os seus raciocínios e conjeturas e tenham a oportunidade de comunicar e explorar as estratégias de ambos, observando diferentes pontos de vista.

O quarto ponto trazido pela autora é o de permitir um período exploratório livre, visto que a manipulação permite fazer explorações e incentiva os alunos menos ativos a tornarem-se mais participativos e a desenvolverem confiança no uso do objeto manipulado, o que conduz que o aluno construa o seu próprio significado, ajudando-o a solidificar e a melhorar a sua compreensão matemática. Sobre isto, Lorenzato (2012, p.26) ratifica afirmando que é por meio desta observação inicial do material concreto, que os estudantes irão conhecer o superficial, além de "suas partes e cores, tipos de peças e possibilidade de dobra ou decomposição. São esses banais conhecimentos que possibilitarão, com ou sem auxílio do professor, a procura e a descoberta de novos conhecimentos".

A quinta observação de Kelly (2006) orienta utilizar diversos MM para o estudo do mesmo conceito. A exemplo disto, pode-se citar o ábaco e o material dourado para o trabalho com as quatro operações fundamentais da Matemática.

Usar o mesmo material manipulativo para trabalhar diferentes conceitos consiste a sexta observação da autora. O geoplano é um exemplo de material concreto que pode ser utilizado no estudo de conceitos geométricos, de funções, sequências, dentre outros. O quebra-cabeça Tangram pode ser utilizado para abordar não só conceitos geométricos, mas também para trabalhar com frações.

O sétimo apontamento é apoiar e incentivar a utilização de materiais manipuláveis em todos os estudantes. Para Kelly (2006), o professor pode transmitir entusiasmo ou desestímulo ao aluno, dependendo de como é sua relação direta com o material manipulativo escolhido. Se o professor exprimir sentimentos menos positivos em relação ao uso de materiais manipuláveis, os alunos serão menos propensos a utilizá-los e haverá menos probabilidades de adquirirem conhecimentos matemáticos com a sua manipulação.

A autora ainda lembra no oitavo ponto que os Materiais Manipulativos devem estar acessíveis e existirem em número suficiente. Dessa forma, todos os estudantes estarão ativos, manipulando e conhecendo seu próprio material.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Kelly (2006) ainda afirma que os Materiais Manipulativos promovem a exploração, a formulação de conjeturas pois são meios que facilitam a criatividade na procura de respostas aos problemas matemáticos.

Por fim, a autora orienta que o docente avalie os conhecimentos dos alunos com base na utilização dos Materiais Manipulativos. O professor deve ser um bom observador da aula e avaliar os raciocínios que cada aluno vai fazendo ao longo de todo o processo e não só as conclusões finais.

Souza e Oliveira (2010) ainda lembram que os Materiais Manipulativos podem ser confeccionados pelo professor ou pelo próprio estudante. Neste último caso, possibilita o aumento na quantidade de conteúdos que se pode trabalhar.

Com base neste estudo, realizou-se uma pesquisa documental, com a finalidade de catalogar trabalhos acadêmicos (oficinas ministradas em eventos da área de Educação Matemática, artigos publicados em periódicos de revistas educacionais, trabalhos de conclusão de curso, dissertações e teses) que constam de propostas de atividades matemáticas utilizando Materiais Manipulativos, especificamente.

Paralelamente a esta pesquisa, foi feito um levantamento dos recursos necessários para confecção caseira de versões de baixo custo ou releituras dos materiais manipulativos que se pretendia trabalhar ao longo do projeto de extensão.

Cada um dos sete integrantes do projeto, pesquisadores e alunos do quinto período do curso de Licenciatura em Matemática do IFRN, orientados por professores da área de Educação Matemática e uma pedagoga da mesma instituição, foi designado para pesquisar, produzir e realizar a oficina sobre um material concreto específico.

Escolheu-se (1) Barras de Napier; (2) Réguas de frações; (3) Sólidos geométricos; (4) Jogos de tabuleiro e de chão (boliche); (5) Origamis e dobraduras; (6) Balança de dois pratos; (7) Jogos de combinação e raciocínio lógico.

As Barras de Napier foram escolhidas por ainda ser um material pouco divulgado e conhecido entre os docentes, mas de fácil confecção e uso.

As réguas de frações são atreladas a instrumentos musicais que produzem as setes notas musicais naturais com base no seu tamanho fracionário.

Os sólidos geométricos foram confeccionados para demonstrar as fórmulas de volumes de pirâmides e cilindros sem memorizações.

Os origamis possuem potencialidades geométricas e exigem pouco recurso para serem construídos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A balança de dois pratos ainda é um instrumento utilizado nas feiras, fazem parte do cotidiano dos alunos e pode ser uma grande aliada na compreensão da resolução de equações do 1º grau.

Por fim, os jogos também são um tipo de Material Manipulativo. Não precisam, inclusive, serem jogos criados especialmente para ensinar matemática, pois mesmo os jogos mais comuns como Banco Imobiliário, Dominó, Imagem e ação, dentre outros, podem "trazer ganhos cognitivos que auxiliarão o aluno a construir conhecimentos significativos na matemática" (RÊGO; RÊGO, 2013, p. xxiii). Quando usados de forma adequada, podem promover eficientemente:

> a) a ampliação da linguagem do aluno, facilitando a comunicação de ideias matemáticas; b) a produção de estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações; c) a capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais; d) a introdução ao uso de métodos de investigação científica e da notação matemática e estimular sua concentração, raciocínio, perseverança e criatividade. Em particular, a interpretação e uso das regras de um jogo têm um grande valor didático, levando os alunos a aprenderem a questionar, negociar, colocar seu ponto de vista e discutir com os colegas, aprendendo a perder e ganhar. (RÊGO; RÊGO, 2013, p. xxiii-xxiv).

Os resultados da pesquisa serviram de fonte de inspiração para produção de novas propostas de atividades que foram testadas utilizando o material concreto confeccionado.

As propostas de atividades encontradas e elaboradas pelos autores do projeto, juntamente com os registros fotográficos da confecção caseira dos materiais manipulativos constituíram parte da sequência de atividades matemáticas produzidas e disponibilizadas para os docentes, licenciandos e pedagogos, participantes das oficinas ofertadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Todas as sete oficinas ofertadas tiveram seu limite de 25 vagas preenchidas. A quantidade de presentes nas oficinas variou entre 13 e 31 participantes (aceitamos inscrições a mais no ato da oficina) e ocorreram presencialmente, no Laboratório de Ensino de Matemática do IFRN ***Campus*** São Paulo do Potengi ao longo de todo o ano de 2022.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A primeira oficina ofertada foi sobre as Barras de Napier, usadas para realizar operações de multiplicação, divisão, potências e raízes quadradas e cúbicas. Nesta oficina, os cursistas reproduziram as barras usando palitos de picolé, conforme figura 1 a seguir.

Figura 1 – Material Manipulativo Barras de Napier confeccionadas em palitos de picolé

Fonte: Autores, 2023.

As discussões originadas durante a primeira oficina possibilitaram atualização da sequência de atividades matemáticas produzidas, de modo a acrescentar multiplicações e divisões com números decimais, operações as quais não havíamos previsto até então.

Na figura 2 tem-se todos os participantes da oficina exibindo suas sequências didáticas impressas e suas barras de Napier construídas. Atrás das pessoas, no quadro branco, a versão maior das barras de Napier construídas com papelão, revestido de papel branco e fixados ímãs no verso de cada barra para possibilitar o uso na lousa que tem uma parte interna constituída de metal.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 2 – Participantes da oficina Barras de Napier

Fonte: Autores, 2023.

A segunda oficina propôs a construção de réguas de frações com papelão e seu uso se deu para representar e operar com frações irredutíveis, impróprias, dentre outras. A figura 3 a seguir mostra um cursista, professor de Matemática da região Potengi (região o qual se ofertou a oficina) construindo seu material manipulativo denominado de régua de frações.

Figura 3- Cursistas produzindo a Régua de Frações

Fonte: Autoria própria (2022)

Após usar as réguas para definir e realizar operações com frações, aplicou tal conceito na música.

Na mesma oficina, foi apresentado um instrumento musical denominado ***vidrofone***, constituído de garrafas de vidro com determinadas quantidades de água. Cada garrafa produzia uma nota musical natural e com elas, foi possível tocar *Asa Branca* e *Atirei o pau no gato*.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4 – Participante da oficina Régua de Frações e Música tocando no Vidrofone

Fonte: Autores, 2023.

A figura 4 foi extraída do trecho de um vídeo em que o cursista toca uma música com o vidrofone. Cada uma das garrafas exibidas na imagem possui uma quantidade específica de líquido que reproduz a nota musical natural desejada (Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Sí). Foi possível representar com as réguas de frações cada quantidade de líquido de cada garrafa.

A oficina intitulada Jogos de chão apresentou a versão gigante do tabuleiro do jogo ***Contig-60*** e versões adaptadas, também em tamanho gigante, do ***Jogo do resto***. Na ocasião, os próprios participantes eram as peças de cada jogo.

Juntamente com o boliche de garrafas, nesta oficina foi possível abordar o algoritmo da divisão, bem como as demais operações fundamentais, além de potenciação, radiciação, combinações, dentre outros conceitos. Isto porque enquanto o jogo do resto aborda especificamente a divisão, o jogo do boliche trabalha com números inteiros (positivos e negativos) e pode ser recontruído com o objetivo de abordar potenciação, radiciação, expressões numéricas, equações algébricas, dentre outros conceitos que exigem como resposta um único valor numérico, garantindo assim, a pontuação do pino derrubado durante o jogo.

Na figura 5 a seguir é exibido uma imagem do boliche de garrafas produzido no projeto de extensão supracitado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 5 – Boliche de garrafas PET construído por licenciandos do projeto de extensão

Fonte: Autores, 2023.

Por sua vez, o jogo Contig-60 pode ser facilmente adaptado para o trabalho com potenciação, radiciação, combinação, médias, dentre outros conceitos em que é possível obter uma resposta numérica a partir da manipulação de três valores conhecidos.

Figura 6 – Cursistas do projeto de extensão jogando Contig-60

Fonte: Autores, 2023.

Na figura 6 é possível ver alguns cursistas da oficina analisando qual expressão numérica ou operações poderão realizar com os resultados do lançamento dos três dados e, cujo valor final resulte em um dos números do tabuleiro.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Com os origamis e dobraduras foi possível trabalhar com áreas e volumes, uma vez que se construiu caixas de base quadrada e hexagonal, como mostrada por uma cursista na figura 7 a seguir.

Figura 7 – Cursistas exibindo sua produção em dobraduras

Fonte: Autores, 2023.

Na oficina de jogos de combinação, os licenciandos ministrantes reconstruíram o jogo ***O prisioneiro*** e o jogo ***Feche a caixa***, que são originalmente confeccionados em madeira, usando caixas de sapato para o primeiro jogo e cartas de baralho para o segundo jogo, conservando as mesmas regras e objetivos de cada um dos jogos. Com estes materiais é possível introduzir os conceitos da teoria de conjuntos e da probabilidade.

Figura 8 – Cursistas jogando o jogo *Feche a Caixa* usando cartas de Uno

Fonte: Autores, 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Vale ressaltar que a versão proposta pelos licenciandos do jogo *Feche a Caixa* usando cartas de baralho e de uno, exibido na figura 8 anterior, foi original e, pela facilidade de reprodução em qualquer ambiente, além da rápida compreensão de suas regras, foi um jogo muito bem aceito e elogiado por todos os cursistas.

Na oficina de sólidos geométricos, os cursistas produziram os seus próprios sólidos (prismas e pirâmides de mesma base e altura; cilindros e cones de mesma base e altura) e puderam comparar os seus volumes por meio de grãos de arroz, como mostra a figura 9 a seguir.

Figura 9 – Cursistas comparando os volumes de cone e cilindro construídos por eles

Fonte: Autores, 2023.

Nesta oficina, objetivamos que os professores e licenciandos cursistas pudessem constatar por meio de seus próprios experimentos que o volume de uma pirâmide é um terço ($^1/_3$) do volume de um prisma, de mesma base e altura, assim como o volume de um cone é um terço ($^1/_3$) do volume de um cilindro de mesmo raio de base e altura.

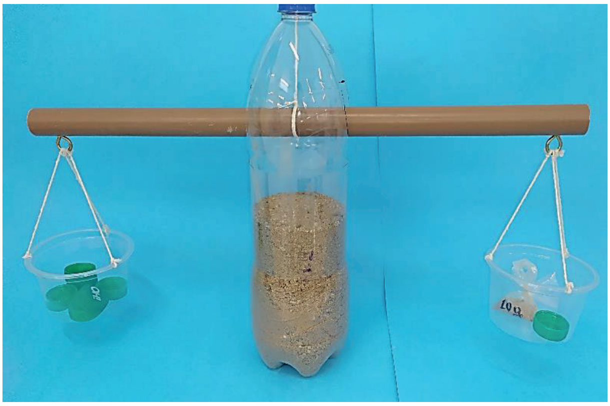
A última oficina diz respeito a construção e uso de uma balança de dois pratos para auxiliar no ensino e no aprendizado não só de equações do 1º grau, mas também de equivalência de frações.

A balança de dois pratos é um instrumento frequentemente utilizado em formatos de desenhos e esquemas, nos livros didáticos do Ensino Fundamental, para explicar a resolução das equações do 1º grau. Mas, trazer balanças de dois pratos real para a sala de aula se torna inviável devido ao seu tamanho, peso e custo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Neste sentido, um outro licenciando, participante do projeto, confeccionou o objeto usando cano PVC, potes e garrafas recicláveis, conforme figura 10 a seguir.

Figura 10 – Material Manipulativo Balança de equações, equilibrada



Fonte: Autores, 2023.

O mesmo estudante também idealizou uma segunda proposta de balança para ampliar os conceitos matemáticos a serem explorados. Na figura 11 a seguir, é exibido outra versão de balança de dois pratos, não mais com potes e sim com clipes pendurados ao longo de toda a haste, em ambos os lados, sendo possível a relação fracionária entre estas quantidades.

Figura 11 – Material Manipulativo Balança de equações com ganchos, equilibrada

Fonte: Autores, 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da observação e do diálogo informal com os participantes foi possível notar o interesse e a descoberta no que estava sendo apresentado. As oficinas realizadas se mostraram produtoras de conhecimento matemático e metodológico. A maioria dos cursistas alegaram não conhecer ou nunca ter trabalhado com os materiais manipulativos apresentados.

Estes momentos também proporcionam aos docentes participantes, multiplicadores do conhecimento apreendido, visto que como os próprios mencionaram posteriormente à realização das oficinas, fizeram questão de compartilhar o que aprenderam com seus pares, em suas escolas.

Todas as oficinas ministradas constribuiram não apenas para a formação continuada de docentes que ensinam Matemática, mas também dos futuros professores, atuais licenciandos do curso de Matemática, participantes e não participantes do projeto de extensão que originou este texto.

As discussões originadas nas oficinas despertam novas ideias, surgem novos conceitos matemáticos e idealiza-se novas propostas de atividades. Todas estas ações são registradas e posteriormente incluídas ou modificadas em novas versões das sequências de atividades matemáticas produzidas.

Foi possível, com poucos recursos financeiros, confeccionar diversos materiais manipulativos para o ensino da aritmética, álgebra, geometria e combinatória. As releituras dos materiais manipulativos superam umas das principais dificuldades de se ter um LEM nas escolas, que é a condição financeira, como já posto. Na falta de um espaço físico, é válida também a construção pelos próprios alunos que utilizarão o material para o seu próprio aprendizado.

Alguns dos estudantes que participaram do projeto de extensão e ministraram as oficinas descritas, transformaram suas pesquisas em Trabalho de Conclusão de Curso. Outros, divulgaram os resultados das suas produções em eventos acadêmicos. A maioria dos licenciandos reaplicaram suas oficinas ou utilizaram os materiais construídos em suas aulas de estágio e outras atuações como docente, fora do IFRN.

Também recebemos relatos de professores de outros municípios que aplicaram as propostas de atividades em suas turmas ou compartilharam seus conhecimentos com colegas de trabalho, como já posto.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Não houve tempo hábil para outras oficinas, mas pretende-se realizar uma segunda edição do projeto, com novas propostas de (re)construção e uso de materiais manipulativos para o ensino e para o aprendizado da Matemática.

REFERÊNCIAS

KELLY, Catherine. Using Manipulatives in Mathematical Problem Solving: A Performance Based Analysis. University of Colorado at Colorado Springs. **The Montana Mathematics Enthusiast,** v. 3, nº. 2, Artigo 6, p.184-193, 2006. Disponível em: < https://scholarworks.umt.edu/tme/vol3/iss2/6> Acesso em 07 mar. 2023.

LORENZATO, Sérgio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

MEDEIROS NETA, Olivia Morais; GUTIERRE, Liliane dos Santos. O ensino de Matemática no pensamento de Comênius, Pestalozzi e Montessori. **Educar em Revista**, v. 36, 2020. Disponível em: < https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/64213/41490> Acesso em: 07 mar. 2023.

MENDES, Iran. **Matemática e Investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do; RÊGO, Rômulo Marinho do. **MATEMATICATIVA**. Campinas/SP: Autores Associados, 2013.

REYS, R. **Considerations for teaching using manipulative materials**. In: Teaching made aids forelementary school mathematics. Reston: NCTM, 1974.

SOUSA, Giselle Costa; OLIVEIRA, José Damião Souza de. O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais**... Salvador/BA. 2010. Disponível em: < https://silo.tips/download/o-uso-de-materiais-manipulaveis-e-jogos-no-ensino-de-matematica> Acesso em 03 mar. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.025

MATH EN JEANS: UMA EXPERIÊNCIA FRANCESA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA EM MATEMÁTICA COM ALUNOS DE EDUCAÇÃO BÁSICA DAS ESCOLAS SESI DO RIO DE JANEIRO

VINÍCIUS DO NASCIMENTO SILVA MANO
Coordenador de Conteúdo de Educação Básica do SESI-RJ; mestre e doutorando em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, vmano@firjan.com.br;

ISABELA ALCÂNTARA DO NASCIMENTO
Analista de Educação Básica do SESI-RJ, mestre em Educação Matemática do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRJ, ianascimento@firjan.com.br;

LIANA BUENO DE OLIVEIRA
Gerente de Educação Básica do SESI-RJ; mestre em Engenharia de Materiais e licenciada em Fisica pela USP, especialista em Educação à Distância pela UnB e especialista em Direito Educacional pela UCAM, libueno@firjan.com.br;

RESUMO

O projeto "Math en Jeans" acontece na França desde 1989, e foi trazido ao Brasil a partir de 2019 pelo SESI-RJ, colocando grupos de alunos da escola básica, acompanhados por seus professores, sob orientação pesquisadores profissionais em matemática, que lhes propõem temáticas de pesquisa e lhes orientam por cerca de seis meses. Ao final, os grupos apresentam seus trabalhos em congresso e produzem artigos com os resultados de sua iniciação científica. O presente trabalho busca contextualizar o desenvolvimento do projeto Math en Jeans em território nacional, apresentando breve histórico de realização e articulando sua proposta com perspectivas teóricas da Educação Matemática (como Victor Giraldo, Jo Boaler e outros). O trabalho acompanha o desenvolvimento de 12 grupos de iniciação científica, situados em escolas da rede SESI do Rio de Janeiro, ao longo do período da última realização do projeto, entre setembro de 2022 e maio de 2023, e analisa os resultados observados no desenvolvimento

acadêmico dos alunos participantes, e no desenvolvimento profissional docente dos professores envolvidos, tomando como ferramenta de análise apontando caminhos possíveis na direção de uma educação mais crítica, problematizada e aberta. O acompanhamento foi realizado por meio de registro de respostas a perguntas direcionadas em formulário online e em conversas com alunos e professores, e pensados a partir do modelo de Análise de Conteúdo de Lawrence Bardin.
Palavras-chave: Matemática, Educação Matemática, Iniciação Científica, Aprendizagem Baseada em Problemas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

As Escolas Firjan SESI contam com 17 unidades de Educação Básica, espalhadas pelo estado do Rio de Janeiro, ofertando Educação Infantil (em 06 unidades), Ensino Fundamental (em 11 unidades) e Ensino Médio (em 16 unidades), e atendendo a um público de quase 11 mil alunos.

Desde 2012, as Escolas Firjan SESI desenvolvem o Programa Firjan SESI Matemática, destinado a promover aulas de matemática mais dinâmicas, participativas e investigativas, por meio de ações de formação docente e da inserção de recursos concretos e tecnológicos nas salas de aula. A abordagem alia recursos tecnológicos, materiais manipuláveis, jogos físicos e games digitais, e preconiza a autoria por parte dos professores e a personalização da aprendizagem, levando a disciplina para as salas de aula de forma amigável, instigante e atraente, tornando a Matemática mais interessante e participativa, e consequentemente, potencializando o seu aprendizado. Tal programa se origina a partir de uma pesquisa realizada pela Firjan, em 2011, que identificou defasagens em competências ligadas às práticas matemáticas em trabalhadores do setor industrial.

Atualmente, o Programa está presente em todas as Escolas Firjan SESI, no estado do Rio de Janeiro, em Escolas SESI do Ceará, e já influenciou práticas de Escolas SESI de outros cinco estados do Brasil – Santa Catarina, Alagoas, Maranhão, Paraíba e Pernambuco – e do Distrito Federal, e Escolas públicas estaduais de ensino médio do Rio de Janeiro.

No ano de 2018, a Coppe/UFRJ – por meio de sua instituição mantenedora, a Fundação Coppetec – a pedido da Firjan, conduziu uma Pesquisa de Impacto, considerando um universo de mais de 8 mil alunos envolvidos nas atividades do Programa Firjan SESI Matemática. A pesquisa, aplicada a uma amostra de quase 1400 alunos, mostrou que o Programa aumenta o interesse de mais de 78% dos estudantes, ao utilizar recursos tecnológicos, games digitais, jogos, materiais manipuláveis e incorporar abordagens dinâmicas e participativas nas aulas da disciplina. Em consonância, mais de 92% dos professores que participaram da pesquisa percebem que nossa metodologia faz com que os estudantes aprendam melhor.

Durante os anos de atuação do Programa Firjan SESI Matemática, o principal foco metodológico foi buscar estratégias que abarcassem todos os alunos, fazendo com que o interesse e a compreensão geral da matéria aumentassem. Desse modo,

ISBN: 978-85-61702-77-9

nas escolas participantes, conquistamos um ambiente onde a matemática não é mais um "bicho de sete cabeças".

Uma vertente interessante para a ampliação do espectro de oportunidades geradas pelo Firjan SESI Matemática é incentivar em ações voltadas para grupos menores de alunos com interessem em um maior aprofundamento na disciplina (e que não necessariamente tenham bom desempenho, em termos de notas). Ofertar aos alunos que mais gostam de matemática (ou de desafios) a possibilidade de imergirem na ciência, permitindo que vivenciem práticas de pesquisa, e tenham contato com a matemática sob uma perspectiva acadêmica. É nessa direção que emerge a parceria com a associação francesa **Math en Jeans**. Comparativamente, podemos associar o projeto francês com as Iniciações Científicas que acontecem nas universidades brasileiras.

Este trabalho tem por finalidade apresentar o projeto "Math en Jeans" e analisar como uma experiência francesa de iniciação científica em matemática com alunos de Educação Básica pode abrir caminhos para potencializar o aprendizado da disciplina.

O PROJETO "MATH EN JEANS"

O projeto conduzido pela associação consiste na organização de ateliês de pesquisa em Escolas de Educação Básica, envolvendo a participação de um grupo de alunos, um professor da escola e um pesquisador de matemática (de alguma instituição de ensino superior/pesquisa parceira). Essencialmente, os alunos trabalham sob a orientação do professor e do pesquisador, em um movimento que se assemelha ao que as universidades brasileiras chamam de "iniciação científica". Desse modo, é possível proporcionar uma genuína experiência de pesquisa em matemática. As ações desenvolvidas pela Associação Math em Jeans seguem uma metodologia própria, bastante simples e clara, e que admite flexibilidade para adaptações.

ESCOLAS GÊMEAS

Uma primeira e fundamental característica do Math en Jeans é a adoção de um sistema de trabalho colaborativo entre escolas, chamadas de "escolas gêmeas".

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nessa organização, os grupos de alunos de duas escolas diferentes trabalham sobre os mesmos problemas de matemática, propostos pelo mesmo pesquisador, mas sem a obrigação de alcançarem os mesmos resultados. O trabalho ocorre em separado, cada grupo de alunos em sua própria escola, em reuniões semanais chamadas de “ateliês”.

Ao longo do período de trabalho, alguns encontros (presenciais ou virtuais) entre os grupos das duas escolas são promovidos, com o objetivo de que eles partilhem os avanços e as dificuldades que tiveram. Desse modo, os estudantes conhecem diferentes perspectivas sobre um mesmo tópico matemático, e percebem que a pesquisa científica pode levar a caminhos diversos, mesmo quando se parte de um ponto comum.

A prática do sistema de escolas gêmeas também favorece o trabalho em equipe, e permite o intercâmbio acadêmico entre as escolas.

O PESQUISADOR E A PESQUISA CIENTÍFICA

O objetivo central do Math en Jeans é levar jovens estudantes a terem contato com a pesquisa científica em matemática, mostrando-lhes como ela se desenvolve, e como ela pode ser interessante e acessível para todos. Para isso, a presença de pesquisadores de matemática no projeto é essencial.

Sua função é construir a ponte entre a matemática acadêmica e a matemática escolar; é abrir o caminho para que os alunos tenham uma real experiência de pesquisa científica.

A atuação do pesquisador começa com a escolha dos problemas matemáticos que serão trabalhados pelos estudantes ao longo do projeto. Os problemas precisam ser:

- progressivos - devem permitir os avanços dos alunos, levando-os por momentos mais fáceis e mais difíceis;
- ambientados - devem ser facilmente compreendidos, sem que seja necessário o conhecimento de ferramentas matemáticas muito avançadas; devem ser ambientados segundo o nível dos alunos que trabalharão nele;
- abertos – não devem encerrar-se em uma solução; a intenção do projeto não é fazer com que os alunos resolvam exercícios, mas mergulhem na pesquisa sobre o assunto contido no problema.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O “feeling” na escolha dos problemas é vital para o sucesso do projeto. Eles precisam ser interessantes para os alunos e devem permitir que múltiplos caminhos sejam seguidos.

O pesquisador apresenta os problemas aos alunos no primeiro encontro. O ideal é que haja mais de um problema, e que os alunos possam escolher aquele (ou aqueles) que mais lhes interessou(aram).

No decorrer do projeto, mais dois ou três encontros entre o pesquisador e os alunos acontecem. Nesses encontros, a função do pesquisador não é corrigir o trabalho os alunos, mas sobretudo orientar e apontar novas possibilidades diante do que eles já atingiram. É vislumbrar que caminhos podem ser interessantes a partir dali. É mostrar aos estudantes como é fazer pesquisa em matemática, com seus percalços e conquistas.

O pesquisador não precisa conhecer tudo sobre o problema que escolheu apresentar aos alunos. A intenção não é que se chegue a uma resposta, mas que se desenvolva um caminho de pesquisa sobre aquele tema. Assim, durante o percurso, podem surgir ideias, interpretações, perguntas sobre as quais o pesquisador não havia pensado anteriormente. Isso é saudável para que o ambiente de pesquisa se mantenha real.

A atuação dos pesquisadores é voluntária, e sua experiência traz grandes benefícios para os alunos que serão orientados por eles, especialmente por mostrar aos alunos uma perspectiva sobre matemática que normalmente não é vista na etapa escolar em que estão.

O PROFESSOR E O ACOMPANHAMENTO

Desenvolver pesquisa científica em matemática é substancialmente diferente do trabalho realizado nas aulas de matemática, nas escolas. Não é como numa prova, onde problemas são colocados, e respostas diretas e fechadas são encontradas. É valorizar ideias, buscar caminhos que façam sentido, fazer novas perguntas, divergir, convergir.

Assim, não basta apenas apresentar tópicos de pesquisa aos alunos, e verificar o andamento de seu trabalho alguns meses depois. É fundamental acompanhar todo o desenvolvimento dos estudantes e orientá-los de perto. Esse é o papel do professor.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Durante todo o período de realização do projeto, cada grupo de alunos se reúne com seu professor, semanalmente, para trabalhar. Nessas reuniões semanais (os ateliês), os alunos se debruçam sobre o problema, discutem suas ideias sobre ele, registram seus avanços, fazem novas perguntas, colocam dúvidas. Tudo acontece ali, e sob a orientação do professor.

Ele não deve dar respostas para o problema, ou para as perguntas que surgirem dos alunos, mas deve apontar caminhos, sugerir ideias, ajudar a dissolver possíveis bloqueios, redirecionar o trabalho (se necessário).

O professor não precisa – e nem deve – conhecer todas as soluções para o problema que se está desenvolvendo. Ele pode – e deve – ter a liberdade de dizer "não sei" aos alunos, quando não souber. Sua presença no ateliê é para que ele organize as práticas e faça descobertas junto com os alunos. Assim, a experiência da pesquisa científica se mantém real.

A PRODUÇÃO DOS ESTUDANTES

Tendo como objetivo maior colocar os alunos em contato com a pesquisa científica em matemática, é imprescindível que os alunos registrem e comuniquem sua produção no projeto. Por isso, o Math en Jeans prevê 3 formas de garantir que a produção dos alunos não se perca:

- Caderno – cada grupo de alunos deve manter um caderno, onde serão registrados todos os avanços alcançados nos ateliês. Esse caderno deve ficar sob a guarda do professor. Ele é o registro oficial do trabalho dos alunos. Tudo o que foi desenvolvido deve ser registrado nele. Deve ser claro, inteligível, e conter tudo: boas ideias, caminhos percorridos, dúvidas, pontos de bloqueio, resultados etc. Com o caderno, os estuantes aprendem a importância de se registrar o desenvolvimento de uma pesquisa científica. É com base nele que os alunos irão preparar a apresentação para o congresso.
- Congresso – ao final do período de desenvolvimento do projeto, organiza-se um congresso, onde todos os alunos, de todas as escolas participantes se reúnem para apresentar sua pesquisa. É uma apresentação oral, não muito longa, na qual os grupos devem mostrar o problema que os motivou, e os resultados que obtiveram no decorrer do projeto, de

ISBN: 978-85-61702-77-9

forma clara e objetiva, em linguagem que permita que os demais estudantes compreendam o trabalho. Com a apresentação no congresso, os alunos aprendem a explicar suas ideias, e a traduzir seu trabalho em linguagem inteligível e sintética.

- Artigo – após a apresentação no congresso, os grupos devem escrever um artigo, mostrando o problema inicial, contando o desenvolvimento do trabalho, apresentando as soluções obtidas e, eventualmente, sugerindo possibilidades para a continuidade do trabalho. Os artigos podem ser publicados no site da associação Math en Jean, ou mesmo em outros locais. Com a produção do artigo, os alunos aprendem a comunicar suas ideias de maneira escrita.

Para a seleção das Escolas Firjan SESI que participarão do projeto, tem sido utilizado um modelo de adesão, por meio de edital. Todas as escolas têm a oportunidade de participar, e algumas são selecionadas entre aquelas que estiverem interessadas. Desse modo, parte do caráter voluntário que conduz a realização do projeto na França se preserva. Para a associação, não se deve "obrigar" nem alunos nem docentes a participar do projeto.

No Brasil, o Projeto Math en Jeans teve uma edição piloto, realizada no ano de 2019, que contou com a participação de 6 Escolas Firjan SESI, da Escola SESI de Fortaleza, no Ceará, do Colégio Estadual Matemático Joaquim Gomes de Sousa, e do Lycée Molière. Durante os anos de pandemia, o projeto ficou em suspenso.

Na temporada 2022/2023, que se iniciou em setembro de 2022 e finalizou em junho de 2023, participaram 12 Escolas Firjan SESI – a saber as Escolas situadas em Barra Mansa, Barra do Piraí, Benfica, Jacarepaguá, Macaé, Maracanã, Nova Friburgo, Nova Iguaçu, Petrópolis, Resende, São Gonçalo, Três Rios – além da Escola SESI de Sobral, no Ceará, do Lycée Molière, escola francesa localizada na capital do Rio de Janeiro, e o Colégio Pedro II, escola pública federal, também situada na capital fluminense. Os dados apresentados neste trabalho foram coletados entre estes participantes.

ASPECTOS TEÓRICOS FUNDAMENTAIS

As Escolas Firjan SESI têm, em sua concepção pedagógica, fundamentação construtivista e sociointeracionista, no sentido amplamente conhecido a partir dos

ISBN: 978-85-61702-77-9

trabalhos de Jean Piaget, Lev Vygotsky, nas ideias de Paulo Freire, entre tantos outros. O regimento das Escolas Firjan SESI traz, em seu artigo 33, que versa sobre os princípios metodológicos da rede:

> I. O estudante constrói seu conhecimento, sendo a aprendizagem um processo ativo; II. A construção do conhecimento é social, ocorre na interação com o outro; III. A aprendizagem é mediada, há um espaço entre o conhecimento e aquilo a conhecer que é mais fácil e rapidamente percorrido se o estudante conta com o docente orientador-mediador; IV. O docente é o mediador entre o que o estudante sabe e o que passará a saber, entre a competência atual e a nova que adquire, não sendo um mero repassador de conhecimentos ou transmissor de informações; V. No mesmo processo em que ensina o docente aprende, e por sua vez, o estudante, aprendendo ensina ao docente, agindo como desafiador de novas aprendizagens; VI. O trabalho cooperativo, a comunicação entre os estudantes e o registro de suas produções, pensamentos e sentimentos são parte essencial do processo pedagógico e, portanto, da realização das aprendizagens; VII. O docente deve ser adequadamente formado para exercer com habilidade o importante e decisivo papel que lhe cabe na passagem do desenvolvimento atual para o desenvolvimento potencial de seus estudantes; VIII. A educação deve visar dimensões cognitivas, sociais e afetivas, pois não é apenas a mente do estudante que opera e constitui conhecimentos, mas a pessoa inteira enquanto indivíduo, ser social e político, agente de transformação material e de produção imaterial de bens a serviços da sociedade, é a pessoa integral, portanto, que deve se constituir; IX. O currículo nesta metodologia é entendido como um referencial de aprendizagem que possibilita novas articulações entre conhecimentos e saberes, buscando-se considerar a trajetória dos estudantes.

Na perspectiva do Programa Firjan SESI Matemática, busca-se adotar um referencial teórico-metodológico que preserve estes princípios, e que aponte para práticas matemáticas que os considerem em primeira instância.

A Escola Firjan SESI que se busca construir é uma escola onde se produzem saberes, onde se é livre para questionar e para investigar, ou, nos termos de Paulo Freire, onde se buscam meios para incentivar o "pensar autêntico" em vez de se caminhar "pela doação, pela entrega do saber". A escola para a qual lutamos "não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da **problematização** dos homens em suas relações com o mundo" (FREIRE, 2022, grifo nosso).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Na direção de uma sala de aula de matemática que problematize os seus próprios conteúdos, e que ajude o aprendiz a ler criticamente o mundo, a pensar autenticamente, concordamos com Giraldo, que nos traz a ideia de **Matemática Problematizada**, ou seja,

> uma concepção da matemática a partir de seus múltiplos processos sociais de produção que inclui tanto os processos históricos de produção de conhecimento, como os processos de produção e mobilização de saberes nos contextos sociais escolares. (2018, p. 41)

No trabalho de Menezes e Quintaneiro (2023), os autores indicam essa ideia de matemática problematizada é proposta nos trabalhos de Giraldo e Roque (2014, 2021) "abordando a (não) relação, no ensino de matemática, entre a matemática hoje estabelecida e seus processos de produção." Esta noção se contrapõe ao que o próprio Giraldo aponta como uma exposição naturalizada, ou seja,

> aquela que se baseia apenas na consideração da matemática estabelecida, como um corpo de conhecimento que sempre foi e sempre será da forma que é hoje, ou que evolui linearmente de um estado visto como "mais atrasado" para um estado "mais avançado", por meio da inspiração isolada de "gênios com talento inato".

Menezes e Quintaneiro, no mesmo trabalho, destacam uma ressignificação da noção de problema, sob o ponto de vista da Matemática Problematizada, colocando-o não como uma ausência de conhecimento, mas como "algo que fomenta a investigação". Eles citam novamente Giraldo e Roque (2021), que apontam o problema "como o único ***a priori*** da matemática e constituinte do próprio saber." Ou seja, sob esta ótica, "a matemática como campo de saber e como campo de invenção se constitui por problemas e não de respostas ou soluções".

Nesse sentido, a proposta do Projeto Math en Jeans – de apresentar a jovens estudantes de Educação Básica, problemas matemáticos abertos, instigantes, que não os levam apenas a encontrar soluções, mas a desenvolver ideias, a construir teorias, a encontrar novos problemas a partir do inicial, a pensar no que aconteceria "se" algo fosse diferente, "se" algum parâmetro fosse outro, a mudar de rota – se alinha à noção de problema sob a perspectiva da matemática problematizada. De modo particular, ao proporcionar aos alunos a experiência real de como é fazer pesquisa na disciplina, dá-se a eles a perspectiva da "ordem de invenção" para a matemática, no sentido também apontado por Giraldo e Roque (2021), em contraponto à “ordem de estrutura”. Os participantes do projeto experimentam a matemática da maneira como ela é criada, e não já encontrando-a pronta, como habitualmente se vê nas salas de aula, com teoremas e exemplos que surgem como se já tivessem sido criados acompanhados de soluções prontas e lapidadas.

Em outro ramo teórico, encontramos a noção de Mentalidades Matemáticas, da pesquisadora estadunidense Jo Boaler, que acena para uma concepção mais ativa, criativa, investigativa e colaborativa da disciplina e das formas de levá-la para as salas de aula. Ela propõe que as atividades trabalhadas nas salas de aula sejam mais abertas, permitindo aos estudantes trilharem caminhos diversos, formularem suas hipóteses, errarem e buscarem compreender a natureza dos erros, serem colaborativos, dividirem suas ideias e suas propostas de resolução, complementarem um ao outro etc. (Boaler, 2018).

Para a autora, a matemática é tradicionalmente apresentada “como uma disciplina muito difícil, desinteressante, inacessível”, e há uma crença comum de que a habilidade de aprender matemática é um “dom”, que nasce com alguns indivíduos e não com outros. Para ela, esta crença é responsável por grande parte do fracasso escolar em matemática (Boaler, 2018, p. XV).

No capítulo 2 de seu livro supracitado, apoiada no trabalho de Carol Dweck e em uma série de outros estudos em neurociência, Boaler afirma que não há “dom”, ou “cérebro matemático”, e que todos nascem com capacidade de aprender matemática. Ela afirma ainda que a própria crença de que não se é bom em matemática leva as estruturas cerebrais a se desenvolverem menos, a criarem menos sinapses, e por conseguinte, a reduzirem o potencial de aprendizagem. Em contrapartida, quando há uma crença de que é possível aprender, ainda que haja dificuldades, ou mesmo que se erre, as conexões se multiplicam em maior número, e o desenvolvimento é potencializado.

Na intenção de reduzir essa crença coletiva negativa sobre a matemática, Boaler, no capítulo 5, propõe que as atividades desenvolvidas junto aos estudantes assumam um formato diferente do tradicional modelo – que Roque e Giraldo (2021) entendem como “ordem de estrutura”, ou que Giraldo (2018) indica como “exposição naturalizada” – em que o professor explica o conceito, mostra exemplos, e em seguida os alunos repetem exercícios fechados, com respostas únicas e lineares. Para ela, este modelo de atividades potencializa a crença negativa, e faz com que quem não se entende como “bom” em matemática, reforce essa ideia.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ela propõe que se considere o entusiasmo dos estudantes, e que este combina "curiosidade, estabelecimento de conexões, desafio e criatividade, e em geral, envolve criatividade" (Boaler, 2018, p. 51). Nessa direção, aponta (p. 55) alguns aspectos que sua pesquisa mostra como essenciais para se elevar o engajamento dos estudantes:

- tarefas desafiadoras, mas acessíveis;
- os estudantes percebem a tarefa como um 'quebra-cabeças';
- raciocínio visual utilizado como forma de compreensão dos padrões;
- os estudantes desenvolvem seu próprio modo de ver o problema;
- a dinâmica da tarefa permite que os alunos proponham ideias sem receio de se mostrarem errados; respeito ao pensamento dos outros;
- os alunos trabalham juntos, e de modo heterogêneo, na tarefa.

Ao trazer para os estudantes, problemas progressivos, ambientados e abertos, como mencionado anteriormente, o Projeto Math en Jeans também se alinha ao proposto por Jo Boaler, tanto nas características consideradas relevantes por ela para as atividades, quanto na ideia de que alunos diversos, com graus de aptidão ou níveis de habilidade diferentes, possam estar juntos debatendo desafios matemáticos de alto nível, coletivamente construindo conhecimento, e acreditando que aprender matemática é possível, ainda que demande notável esforço.

Embora pertençam a correntes distintas dentro da Educação Matemática, as noções de Matemática Problematizada e de Mentalidades Matemáticas parecem indicar caminhos com alguma complementariedade e, bebendo de ambas as fontes, a experiência de iniciação científica com alunos das Escolas Firjan SESI do Rio de Janeiro se deu de maneira exitosa. A seguir, trazemos alguns dados apontados pelos docentes participantes do projeto, que nos permitem vislumbrar um possível caminho na construção de uma prática de Educação Básica alinhadas a esses dois balizadores, e aos princípios metodológicos da rede de escolas, que contribua para o desenvolvimento do pensamento matemático entre os estudantes.

METODOLOGIA

Na intenção de analisar como uma experiência francesa de iniciação científica em matemática com alunos de Educação Básica pode abrir caminhos para

ISBN: 978-85-61702-77-9

potencializar o aprendizado da disciplina, conduziu-se uma pesquisa junto aos professores participantes do projeto durante a temporada 2022/2023.

Foi elaborado um questionário, aplicado via Microsoft Forms – ferramenta digital e online de coleta de dados – para os 15 professores participantes do projeto, com questões que visavam entender um pouco melhor o perfil dos docentes participantes e a percepção deles sobre como o projeto contribuiu para o desenvolvimento dos estudantes. O questionário foi aplicado em junho de 2023, logo após o encerramento das atividades da temporada. Foram obtidas 12 respostas, representando 80% do total de professores participantes.

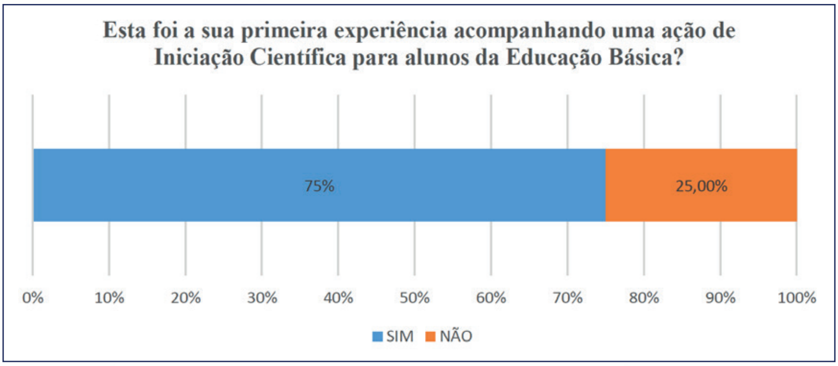
As respostas foram analisadas do ponto de vista estatístico, quando as perguntas eram objetivas, e sob a perspectiva da Análise de Conteúdo, de Laurence Bardin (Bardin, 2010), quando eram subjetivas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O questionário aplicado com os professores continha algumas perguntas objetivas, que bucavam mapear alguns dados sobre o docente e sobre o grupo de alunos com que ele trabalhou durante a temporada. Ele se iniciou identificando em qual escola o professor respondente trabalhava, e com questões sobre o número de alunos, e o número de alunos por gênero presentes no seu grupo.

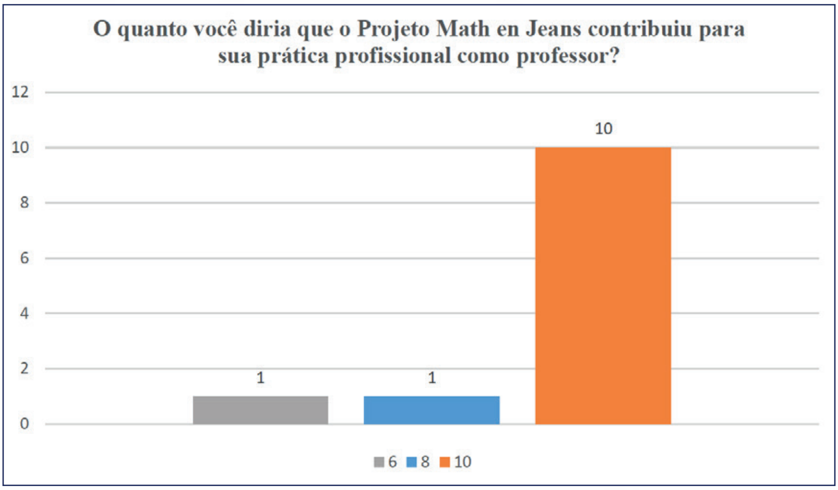
A PRÁTICA PROFISSIONAL DOCENTE

As três questões subsequentes buscavam analisar o nível de experiência dos professores para com o projeto, e/ou com outras experiências de iniciação científica voltadas para alunos da Escola Básica.



ISBN: 978-85-61702-77-9

Para 75% dos docentes, a participação no Projeto Math en Jeans foi a primeira experiência de orientação de iniciação científica de suas carreiras. Alguns dos que já tinham tido experiências nesse sentido, o tiveram na primeira temporada do próprio projeto, realizada em 2019. Ou seja, se ampliássemos o alcance da pergunta, envolvendo as duas temporadas de execução do projeto, teríamos quase 100% dos professores apontando que ele foi a única ação de orientação de iniciação científica já vivenciada. Do ponto de vista da formação continuada dos professores, o Math en Jeans contribui explicitamente, proporcionando aos participantes uma experiência profissional nova, diferente daquelas que já vividas por eles.



Buscou-se, também, identificar se houve algum impacto, e em caso positivo, como os professores participantes percebiam esse impacto da sua participação no projeto em sua prática profissional. A questão 12 do questionário aplicado pediu que eles atribuíssem uma nota, entre 0 e 10, para o quanto o Math en Jeans teria contribuído com sua prática profissional. 10, dos 12 professores respondentes – o que corresponde a 83% da amostra – indicaram nota 10 para esta questão. Houve ainda um professor atribuindo nota 6 um atribuindo nota 8, o que nos leva a crer que para 100% dos docentes houve impacto positivo do projeto em sua prática, em alguma medida.

Em uma pergunta discursiva, buscando entender mais a fundo que tipos de impactos seriam estes apontados acima, perguntou-se aos docentes que novas habilidades ou novos aprendizados ele teria tido a partir de sua participação no Math en Jeans.

Uma professsora respondeu:

ISBN: 978-85-61702-77-9

> *"Isso me auxiliou a desenvolver habilidades como orientação, motivação e apoio. Além disso, aprofundou o meu próprio conhecimento no campo, permitindo-me lidar com perguntas desafiadoras e conceitos avançados. E não apenas isso, também me incentivou a manter uma comunicação simples e clara ao explicar conceitos complexos para os alunos. E quanto ao feedback! Oferecer um retorno construtivo sobre o progresso dos alunos é uma habilidade que foi aprimorada. Aprendi a lidar com imprevistos, equilibrar a minha agenda e gerenciar o tempo de forma mais eficaz."*

Um outro respondeu:

> *Acredito que ter trabalho como professor me ajudou a enxergar outras possibilidades de ensinar matemática, servir como um mediador de conhecimento, não dando respostas, mas fazendo as perguntas corretas. E a parte de orientação da escrita, foi uma experiência que eu nunca havia vivenciado anteriormente.*

Estes são exemplos dos vários relatos, de quase todos os docentes participantes, indicando aprendizados majoritariamente em pontos relativos à gestão de grupos, a competências socioemocionais, ao trato com os estudantes, no sentido da busca por estimulá-los e a manter o engajamento em alto nível. Um dos professores chega a chamar a experiência de "estágio de orientador", como se estivesse aprendendo, direteamente com um pesquisador habituado a orientar projetos acadêmicos, como é atuar desta forma:

> *Sim, trouxe. Encarei como um "estágio de orientador" e busquei desenvolver a paciência, a liderança, a tolerância à frustração, a adaptabilidade, etc.*

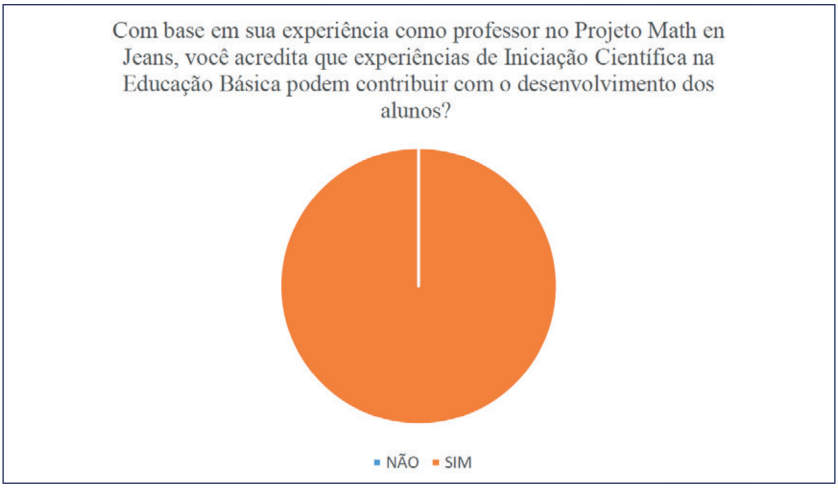
Vários docentes, em suas respostas, também citam aprendizados sobre os conteúdos matemáticos pesquisados por cada grupo. Percebemos, portanto, contribuições do projeto para a prática profissional dos professores em vários aspectos: técnicos, pedagógicos, gestores e humanos.

A PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE O IMPACTO PARA OS ALUNOS

Uma parte do questionário dedicou-se a investigar como os professores percebiam os possíveis impactos gerados pela participação no Math en Jeans diretamente nos alunos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ao serem questionados se experiências como esta, que inserem vivências de iniciação científica para estudantes da educação básica trariam contribuições positivas para os alunos, os participantes foram unâmimes em concordar que sim.



Perguntou-se, então, como essas experiências contribuíram para os alunos. Um professor respondeu:

> *A Iniciação Científica pode despertar a curiosidade dos alunos, incentivando-os a fazer perguntas e explorar tópicos mais a fundo do que normalmente aconteceria em sala de aula. Além de promover a autonomia, permitindo que os alunos tomem decisões e conduzam suas próprias investigações, o que pode aumentar sua responsabilidade pelo aprendizado, preparando-os para um futuro acadêmico e profissional bem-sucedido.*

Um outro trouxe a seguinte percepção:

> *Acho que a perspectiva dos alunos sobre como aprender muda bastante. Por mais que, no cotidiano de sala de aula, tenhamos práticas para instigar os alunos a investigarem e problematizarem o conteúdo que pretendemos abordar, muitos ainda adotam uma postura passiva, no sentido de "o professor (que sabe tudo) vai me transmitir o que ele sabe". Mas quando falamos de pesquisa científica temos uma demanda/questão/inquietação e não se tem resposta pronta para tal, então o caminho a percorrer é investigar e ver no que vai dar. Com isso, esse alunos passam a protagonizar mais o processo de aprendizagem deles mesmos.*

Um terceiro, apontou o seguinte:

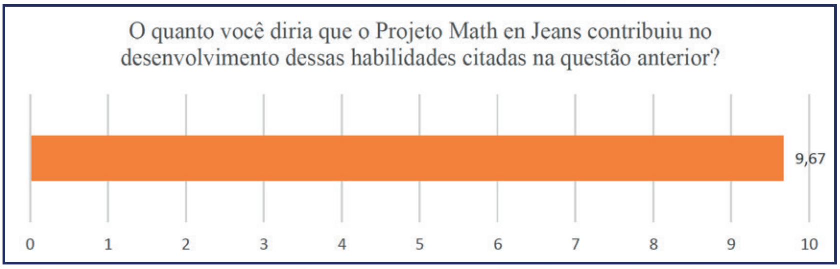
> *Sim, no desenvolvimento de habilidades de pesquisa e na produção de conhecimento original. Os estudantes trabalham em projetos específicos, muitas vezes*

ISBN: 978-85-61702-77-9

contribuindo para a expansão do entendimento em um campo de estudo. São incentivados a explorar questões abertas, levantar hipóteses, projetar experimentos e conduzir pesquisas originais. Eles tendem a ter mais autonomia na definição de seus projetos e na tomada de decisões metodológicas. A Iniciação Científica geralmente envolve um mergulho mais profundo em um tópico específico, permitindo que os estudantes explorem detalhes e nuances em níveis avançados.

Estes são alguns dos exemplos trazidos pelos docentes, de como a experiência parece ter impactado positivamente os estudantes. Vemos muitas indicações relativas à criatividade, à autonomia dos estutantes, ao desejo por encontrar soluções, pela investigação.

Em uma outra questão, perguntou-se mais diretamente sobre habilidades de caráter não matemático, e se havia algo a ser destacado nesta linha, no desenvolvimento dos alunos. Todos os professores apontaram o desenvolvimento de habilidades como comunicação, organização, trabalho em equipe, responsabilidade, oratória, automia, entre outras. Na pergunta seguinte, pediu-se aos professores para indicarem o quanto a experiência teria contriuído para o desenvolvimento desse tipo de habilidade nos estudantes, atribuindo uma nota entre 0 e 10. A nota média obtida foi 9,67, como resultado de 10 docentes terem atribuído nota máxima, um docente ter dado nota 7 e outro ter conferido nota 9.



A ARTICULAÇÃO COM AS CORRENTES TEÓRICAS QUE BALIZAM O PROJETO

Por fim, perguntou-se aos professores sobre as suas percepções relativas às possíveis conexões entre o que eles e seus alunos vivenciaram durante a realização do Math en Jeans e as duas correntes teóricas citadas na seção de Aspectos Téoricos Fundamentais deste trabalho. Embora nem todos os docentes estejam imersos nas refelxões teóricas do campo da Educação Matemática, as questões apresentadas a eles traziam em seus enunciados breves resumos sobre as noções

ISBN: 978-85-61702-77-9

de Matemática Problematizada e de Mentalidades Matemáticas, e pediam que eles tentassem explicitar se haviam conexões entre o trabalho desenvolvido ao longo da temporada e estas noções.

Em relação à ideia de Matemática Problematizada, vários docentes apontaram o enfoque na forma como pesquisa é conduzida, a partir dos problemas, com abertura para a investigação, não desvalorização do erro, liberdade para criar e formular hipóteses, com diferenciais em relação aos normalmente realizado na sala de aula da disciplina. A seguir um exemplo, retirado da resposta de um dos professores:

> *Ao se envolverem em investigações, criação de hipóteses, correção de erros e exploração de abordagens históricas, eles experimentam o processo dinâmico pelo qual o conhecimento matemático é construído ao longo do tempo.*

Sobre as Mentalidades Matemáticas, destacam-se as observações que reforçam a construção de um ambiente mais livre, onde se pode tentar e/ou errar sem o receio de parecer menos ou mais inteligente, distnaciando-se da crença negativa normalmente atribuída à disciplina, e por consequência, potencializando o aprendizado e o desenvolvimento dos alunos. A seguir, um trecho de uma das respostas obtidas:

> *Essa abordagem, [...] ajuda a criar um ambiente de aprendizado onde os alunos têm espaço para contribuir e desenvolver conexões cerebrais. A exploração de problemas abertos, a diversidade de soluções e a ênfase na construção colaborativa do conhecimento são componentes essenciais.*

Embora o projeto não esteja diretamente, nem originalmente associado às duas correntes teóricas apresentadas neste trabalho, percebemos claras evicências de que a experiência pode trazer aspectos e resultados que se alinham com o que é defendido em ambas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se apresentar uma experiência de iniciação científica para alunos da Educação Básica, originalmente criada na França, que objetiva aproximar os jovens estudantes da pesquisa acadêmica em Matemática, e analisar as percepções dos professores envolvidos no projeto sobre como esta experiência influenciou sua prática profissional, e como ela impactou os alunos participantes.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Observou-se, a partir das respostas dadas pelos professores participantes a um questionário eletrônico, o desenvolvimento profissional dos mesmos sob dois aspectos: nos temas matemáticos dos grupos que orientaram; em competências não matemáticas, como gestão de grupo, metodologias de trabalho investigativo e ativo, pesquisa, entre outras.

Observou-se também, o desenvolvimento de habilidades nos estudantes, relacionadas aos temas matemáticos pesquisados por eles nos grupos, além de competências socioemocionais como trabalho em equipe, adaptabilidade, aumento no interesse pela resolução de problemas e pela pesquisa, comunicação, oratória, capacidade de síntese, entre inúmeras outras citadas nos relatos dos professores.

Por fim, percebeu-se que, embora o projeto não explicite em sua originalidade uma referência teórica de Educação Matemática que o fundamente, há evidências de correlações com o que se defende nas noções de Matemática Problematizada e de Mentalidades Matemáticas, citadas neste trabalho.

Pode-se, portanto, inferir que a inserção de uma experiência de iniciação científica para alunos de educação básica, colocando-os em contato com pesquisadores profissionais de matemática, levando-os a pesquisar e a produzir pesquisa acadêmica, o que significa coloca-los em contato com a disciplina na "ordem de invenção", no sentido de Giraldo e Roque (2021), e em um ambiente aberto, onde se permite tentar, formular hipóteses, errar, explorar caminhos diversos, no sentido de Boaler (2018), contribui para o desenvolvimento de habilidades diversas, matemáticas e mais, nos alunos, e para o desenvolvimento profissional dos docentes participantes, também matematicamente e para além.

REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence Análise de conteúdo. 4 ed. Lisboa. **Edições 70**, 2010

BOALER, Jo. Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. **Penso Editora**, 2018.

DA SILVA, Fabio Menezes; DA SILVA, Wellerson Quintaneiro. Problematizando saberes de conteúdo matemático do ensino numa perspectiva política. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 10, n. 2, p. 58-86, 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

FREIRE, P. Pedagogia do Oprimido. 81a edição. Rio de Janeiro: **Paz e Terra**, 2022.

GIRALDO, Victor. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**, v. 70, n. 1, p. 37-42, 2018.

GIRALDO, V.; ROQUE, T. História e Tecnologia na construção de um ambiente problemático para o ensino de matemática. In: ROQUE, T.M; GIRALDO, V.A. (orgs.) **O saber do professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014, pp.08-27.

GIRALDO, Victor; ROQUE, Tatiana. Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re) Invenção. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-21, 2021.

SESI. Regimento das Escolas SESI-RJ. Diretoria de Educação. Gerência de Educação Básica. 2020. 58 pág.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.026

NOVO ENSINO MÉDIO: UM ESTUDO SOBRE O IMPACTO DA DISCIPLINA ELETIVA DE MATEMÁTICA BÁSICA I EM UMA ESCOLA ESTADUAL DO CEARÁ

ANDRESA MARQUES DE LIMA FARIAS
Mestre pelo Curso PROFMAT da Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA, dedeandresa02@gmail.com;

MARIANA DE BRITO MAIA
Doutora pelo Curso de Matemática Pura na Universidade Federal da Paraíba - UFPB, mariana.maia@ufersa.edu.br.

RESUMO

A educação básica brasileira tem sido motivo de preocupação há bastante tempo por conta dos índices alarmantes de evasão escolar e resultados insuficientes nas avaliações internas e externas realizadas nas escolas. Buscando melhorar a educação, surgem várias propostas de mudança, uma delas é o novo ensino médio. Este trabalho busca informar o leitor sobre as mudanças dessa etapa e propõe uma reflexão sobre sua efetividade. A análise deste estudo leva também em consideração o período caótico de pandemia que enfrentamos em 2020, discutindo sobre as consequências deste período para a educação básica brasileira. Ao longo deste trabalho, será analisada uma das mudanças do ensino médio que são as disciplinas eletivas, ministradas no 1º ano, mais especificamente a disciplina eletiva de matemática básica I. Será estudado o seu impacto na escola estadual Liceu do Conjunto Ceará, observando os resultados de uma avaliação diagnóstica feita no início e no fim da disciplina eletiva. Todas as aulas estão detalhadas neste trabalho para melhor compreensão da metodologia utilizada. Os resultados apontam para a necessidade de se ofertar essa disciplina eletiva logo no primeiro semestre a fim de diminuir as dificuldades dos alunos na disciplina de matemática e trazer para eles a consciência da importância desse conhecimento.

Palavras-chave: ensino de matemática; período pandêmico; novo ensino médio; disciplina eletiva.

INTRODUÇÃO

A matemática tem sido por muitos anos a disciplina mais temida pelos alunos da educação básica, precisamos entender de onde vem tanta antipatia pela disciplina. Precisamos refletir sobre o quanto nossos alunos têm se distanciado da disciplina de matemática mesmo sendo ela tão presente em sua vida.

Portanto o professor de matemática possui o desafio de fazer com que sua aula seja atrativa ao aluno, buscando motivá-lo a estudar, afinal, sabemos que qualquer pessoa consegue compreender matemática, o problema é que os próprios alunos não acreditam nisso. A visão de que a matemática é extremamente difícil é construída na cabeça do aluno e acaba o impedindo de ao menos tentar compreender o conteúdo.

Nosso papel enquanto professores é também fazê-los acreditar que é possível. Segundo Piaget, p. 16 (1976),

> "vida afetiva e vida cognitiva são inseparáveis, embora distintas. E são inseparáveis porque todo intercâmbio com o meio pressupõe ao mesmo tempo estruturação e valorização. Assim é que não se poderia raciocinar, inclusive em matemática, sem vivenciar certos sentimentos, e que, por outro lado, não existem afeições sem um mínimo de compreensão." (PIAGET, p. 16, 1976)

À vista disso, a construção da autoestima do aluno auxilia bastante no aprendizado, podemos notar a felicidade deles a cada evolução, por isso é tão importante o ambiente escolar.

O ano de 2019 foi marcado pela chegada de um vírus terrível que se espalhou rapidamente pelo mundo, o Coronavírus (COVID-19). Em março de 2020, tendo em vista o alto número de infectados, foi preciso realizar um distanciamento social, acarretando na suspensão de várias atividades de forma presencial. Na perspectiva escolar, com as aulas presenciais suspensas, foi preciso a introdução de aulas remotas na vida dos estudantes de todo o país. As escolas se viram em uma situação completamente inesperada, professores sem qualquer conhecimento de tecnologias buscando a melhor forma de passar seus conteúdos online e alunos que enfrentaram dificuldades para assistir a essas aulas por motivos diversos como não possuir celular ou não ter acesso à internet.

A parte mais difícil de toda essa situação é sem dúvida o impacto de todas as mortes que aconteceram nesse período, a carga emocional pesada de alunos e

ISBN: 978-85-61702-77-9

professores que perderam entes queridos tornou cada dia de trabalho mais pesado e exaustivo. De acordo com um resumo científico feito pela Organização Mundial da Saúde (OMS), publicado em março de 2022, a pandemia ocasionou um aumento de 25% no número de pessoas ansiosas e depressivas, tal efeito se deu por diversos motivos, de acordo com uma notícia publicada no site Nações Unidas Brasil

> "Uma das principais explicações para esse aumento é o estresse sem precedentes causado pelo isolamento social decorrente da pandemia. Ligados a isso estavam as restrições à capacidade das pessoas de trabalhar, busca de apoio dos entes queridos e envolvimento em suas comunidades. Solidão, medo de se infectar, sofrimento e morte de entes queridos, luto e preocupações financeiras também foram citados como estressores que levam à ansiedade e à depressão." (Nações Unidas Brasil, 2022)

Passados quase dois anos de aulas remotas, voltamos às aulas presenciais e podemos observar os prejuízos causados por esse período em que os alunos não tiveram o contato físico da vida escolar. Para além do dano emocional causado pela situação de pandemia, observamos também os danos cognitivos causados por esse distanciamento.

De acordo com um estudo feito pelo Instituto de Ensino e Pesquisa (Insper) em parceria com o União de Bancos Brasileiros (Unibanco) sobre o impacto das aulas remotas no aprendizado dos alunos

> "Ao estudar de forma remota, o estudante aprende efetivamente, em média, 17% do conteúdo de matemática e 38% do de linguagem em relação ao que ocorreria com aulas presenciais. Também foi examinado o engajamento ao modelo a distância no Brasil. Em 2020, estudantes assistiram, em média, a cerca de 36% das 25 horas de aulas online por semana. Entre os possíveis motivos por trás desse baixo índice estão a falta de acesso à internet, de equipamentos de informática e de estímulo para acompanhá-las." (Insper, 2021)

Certamente as consequências dessa fase de aulas remotas chegariam, alunos ansiosos, inquietos, apáticos, dentre outras características são o nosso público esse ano. Já nas primeiras aulas podemos notar o baixo rendimento que tem sido observado não só em matemática mas em todas as disciplinas.

Em 2017, a lei 13.415 alterou a LDB trazendo mudanças para o ensino médio como carga horária que antes era no mínimo 800 horas anuais para 1000 horas

ISBN: 978-85-61702-77-9

anuais, outra mudança foi a grade curricular que seguiria a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) criada também em 2017, combinado a itinerários formativos, que é a parte diversificada do currículo, surgindo assim a ideia do novo ensino médio com prazo para que todas as escolas adotassem o modelo de forma gradual, iniciando em 2022 com apenas o 1º ano nesse novo modelo, até completar os três anos no novo modelo em 2024.

O novo ensino médio é composto pela base (disciplinas ofertadas no antigo ensino médio porém com menor carga horária), por disciplinas eletivas (que são ofertadas para os 1º anos) e itinerários formativos (que são ofertados para os 2º e 3º anos). Cada escola tem autonomia para compor seu horário, mesclando as aulas de base e diversificadas, que são as disciplinas eletivas e as trilhas de aprofundamento. Ficou definido que 60% da carga horária ficará destinada à Formação Geral Básica (FGB) e 40% será destinado à parte diversificada, ou seja, as disciplinas eletivas e os itinerários formativos.

O aluno que chega ao ensino médio esse ano é esse aluno que enfrentou essa realidade de aulas remotas. Portanto, com o novo ensino médio, a oportunidade de cursar uma disciplina eletiva de matemática básica tem sido uma forma de tentar nivelar esses alunos com deficiência na disciplina de matemática.

Este trabalho consiste em propor uma discussão sobre o novo ensino médio e estudar o impacto da disciplina eletiva de matemática básica I ministrada na escola estadual Liceu do Conjunto Ceará comparando resultados de uma avaliação feita no início e na conclusão da disciplina eletiva, abrindo assim um debate sobre a importância de se ofertar essa disciplina eletiva no primeiro ano do ensino médio.

METODOLOGIA

Após conversas com os professores da área de matemática na escola Liceu do Conjunto Ceará, optamos por ministrar a disciplina eletiva de matemática básica I por percebermos nas aulas da base sua imensa necessidade. A falta desses conhecimentos básicos do aluno atrasa o planejamento do professor que ao invés de dar a aula prevista para aquele bimestre, precisa retornar e revisar assuntos do ensino fundamental 2.

Com o objetivo de tentar medir o nível dos alunos da disciplina eletiva em matemática básica I, no nosso primeiro encontro foi aplicada uma avaliação diagnóstica, não houve correção dessa avaliação em sala pois o intuito é repeti-la no fim da disciplina eletiva e comparar as avaliações para ver a evolução do aluno após as aulas. A partir desse ponto do trabalho, iremos discorrer sobre cada aula, detalhando sobre como construímos a disciplina eletiva.

O 1ª encontro dessa disciplina eletiva começou com o tema: As quatro operações fundamentais nos conjuntos dos números naturais e inteiros. O objetivo dessa aula é fazer com que o aluno retorne ao hábito de calcular sem o uso da calculadora, aprimorando seus conhecimentos sobre os algoritmos da soma, subtração, multiplicação e divisão, essa última com uma atenção mais especial pois é notória a dificuldade dos alunos. Ainda nessa aula falamos sobre as regras do sinal e como são diferentes para soma/subtração e para multiplicação/divisão. Podemos notar alguns vícios de linguagem que eles repetem sem saber onde e quando utilizar, por exemplo, a frase "menos com menos é mais" é utilizada erroneamente em situações onde os dois números são negativos, porém não há multiplicação ou divisão entre eles.

No 2ª encontro, dando continuidade ao tema da primeira aula, estudamos as quatro operações fundamentais no conjunto dos números racionais focando nos números decimais. Construímos juntos as regras de cada uma das quatro operações aplicadas nos números decimais, como por exemplo, quando lancei a pergunta "como armamos a conta de soma ou subtração entre dois números decimais?", expus um exemplo na lousa e observei a forma que os alunos resolviam. Alguns ignoravam a vírgula e calculavam, outros observavam que aquela vírgula era importante. Ao final do cálculo, o aluno poderia confirmar na calculadora se havia acertado a questão. Os alunos que erraram questionaram qual foi o erro, e da forma mais simples possível mostrei que a soma de números decimais não é diferente da soma de números naturais e inteiros, possuem a mesma regra de somar unidade com unidade, dezena com dezena, e etc, e assim rapidamente perceberam que as vírgulas tinham que estar alinhadas para que a soma ou subtração ficasse correta.

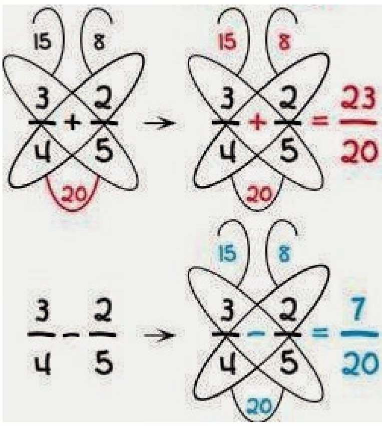
O conceito da multiplicação também foi construído, começamos com um problema simples do cotidiano: "Se um copo de suco custa R$3,25, quanto custará três copos de suco?", novamente observei a forma como eles calculavam. A partir da visão deles, construímos a regra da multiplicação para números decimais, os próprios alunos observaram que não alinharam as vírgulas, afinal na conta armada o 3 ficou abaixo do 5, portanto não é necessário alinhar as vírgulas. Após a multiplicação feita da mesma forma que é feita nos números naturais, fica a dúvida, onde fica a vírgula? A resposta vem rapidamente, pois quando falamos de dinheiro

ISBN: 978-85-61702-77-9

o pensamento lógico é melhor utilizado. Portanto fechamos a seguinte regra: multiplica normalmente e coloca a vírgula no final de acordo com a quantidade de casas decimais.

Por fim, na divisão, observamos que toda divisão é uma fração, e que ao efetuarmos uma multiplicação pelo mesmo número no numerador e no denominador, o resultado não se altera. Logo, poderíamos multiplicar o número decimal por 10 repetidas vezes até que a vírgula saísse do número, lembrando sempre de fazer a mesma operação no numerador e no denominador para não alterar o resultado. Após a retirada da vírgula, bastava dividir como aprendemos na aula 1.

No 3ª encontro, a aula complementou o raciocínio construído no encontro anterior pois falamos das quatro operações fundamentais no conjunto dos números racionais focando em frações. Nesta aula, conversamos sobre as dúvidas em torno das quatro operações entre frações, lancei uma pergunta para eles "como somamos frações?", a maioria se calou e alguns disseram que só sabiam somar quando o denominador era igual, a partir desta observação iniciei a aula falando sobre como podemos "igualar" os denominadores de duas ou mais frações usando o MMC. Após resolver exemplos envolvendo soma e subtração entre frações, iniciamos a discussão sobre como efetuar a multiplicação e divisão, e construímos juntos as regras para resolver cada uma das operações envolvendo as frações. Para a soma e subtração a regra escolhida por eles foi a borboleta, que essencialmente é o mesmo que calcular o MMC, porém a figura da borboleta torna o método mais fácil de ser lembrado.



http://matematica.hi7.co/matematica/matematica-5631c429c68d4.jpg

ISBN: 978-85-61702-77-9

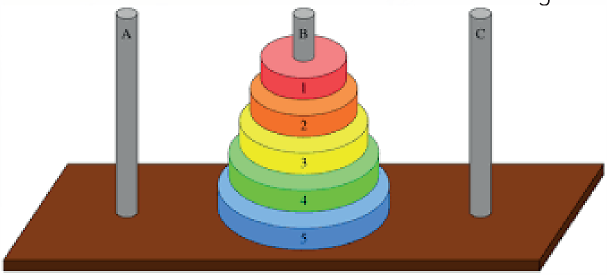
Para a multiplicação os alunos preferiram a técnica de usar a frase "cima cima baixo baixo" que indica que devemos multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador. Já para a divisão, tiveram um pouco mais de dificuldade para aprender a técnica utilizada, a frase "repete o 1º e multiplica pelo inverso do 2º" não fazia sentido para eles, então tivemos a ideia de usar uma equação, já que esse assunto estava sendo retratado na disciplina de matemática nas aulas da base. A equação foi a seguinte: $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2}$, pedi então para que os alunos calculassem o valor de x, a partir daí os alunos viram se tinham que isolar x para obter seu resultado, portanto poderíamos "passar para o outro lado" a fração $^3/_4$, logo teríamos que dividir duas frações, ficando $x = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$. A partir desse momento eu comecei a resolver a equação na lousa, explicando cada passo. Como na equação temos uma relação de igualdade, ao efetuar a mesma operação dos dois lados, não alteramos o valor de x, então posso multiplicar por 4 em ambos os lados da igualdade, deixando a equação assim: $4. \frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 4$, observamos que na parte esquerda da igualdade podemos cancelar o número 4 já que ele aparece fazendo operações opostas, deixando a equação da seguinte forma: $3. x = \frac{1}{2}. 4$, agora basta dividir por 3 em ambos os lados, deixando a equação assim: $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$, logo, confirmando a regra difundida que diz que na divisão entre duas frações, "repete a 1ª e multiplica pelo inverso da 2ª".

No 4ª encontro, a ideia era usar todas as técnicas que aprendemos nas aulas anteriores usando expressões numéricas que combinavam várias das operações aprendidas, como por exemplo: $4{,}5 - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} + 1\right) \text{ x } 0{,}1\right]$. A partir dessas expressões, os alunos aprenderam que existe uma ordem que deve ser obedecida ao resolver uma expressão. Juntos formamos a seguinte ordem: 1º Operações em evidência: parênteses, colchetes e chaves, sempre do mais restrito para o menos restrito; 2º Potência e Radiciação; 3º Multiplicação e divisão e 4º Soma e subtração. Ao ser questionada sobre o porquê de existir essa ordem, usei como exemplo uma conta com notas de dinheiro. Pedi para que o aluno resolvesse a seguinte expressão: 10 + 3.20 usando a ordem que as operações aparecem, ele então efetuou 13.20 que resulta em 260. Quando pedi que ele pensasse em uma nota de 10 reais mais três notas de 20, ele me deu o resultado correto que é 70 reais. Daí expliquei que a

ISBN: 978-85-61702-77-9

conta teria ficado correta se ele tivesse primeiro efetuado a multiplicação e depois a soma.

No 5ª encontro o tema foi potenciação e radiciação, para auxiliar na melhor compreensão e tornar a aula mais atrativa, levei a Torre de Hanói. O jogo Torre de Hanói surgiu em 1883 através do matemático Édouard Lucas, ele é composto por 3 colunas e vários discos de tamanhos diferentes como na imagem:



https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRLvvR9LxWMb-RBc8Dqn4XSorln7yWB5BkeGg&usqp=CAU

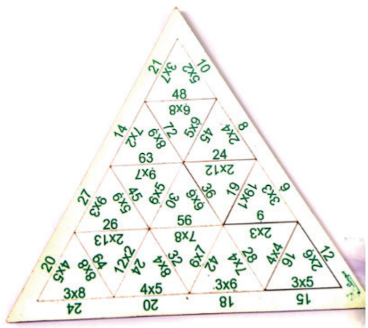
O objetivo é mover todas as peças de uma torre para a outra, porém com duas regras a se seguir: só pode mover uma peça por vez e não pode colocar uma peça maior em cima de uma menor. Decidi então falar sobre a lenda do Deus Brama que fala sobre um templo chamado Banares situado no centro do universo. A lenda diz que Brama criou uma torre com 64 discos de ouro organizados em uma torre e haviam outras duas torres. Ele então ordenou que seus monges movessem os discos de ouro para uma outra torre seguindo as seguintes regras: só pode mover um disco por vez e não pode colocar um disco maior em cima de um menor, assim como no jogo da Torre de Hanói. Segundo essa lenda, assim que os monges movessem todos os discos de ouro de uma torre para outra, o mundo acabaria e seria criado um novo mundo.

Após esse momento diferente conversando sobre a lenda e jogando o jogo, partimos para as aulas usando a lousa. Expliquei que a torre tinha um segredo, uma fórmula para calcular o número mínimo de jogadas para concluir o jogo, ou seja, uma forma de terminar o jogo mais rápido. Apresentei a fórmula: $2^n - 1$ e expliquei que a letra n representa a quantidade de peças do jogo. Exemplifique para eles mudando o número de peças e jogando com eles para comprovar. Dessa forma, entrei no assunto potenciação de uma forma bem descontraída e atraindo bastante a atenção deles.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Foi muito importante essa aula pois muitos alunos ainda efetuavam potência da maneira errada, os alunos multiplicavam a base pelo expoente, fazendo assim: $3^2 = 6$, erro clássico muito visto no ensino médio. Após esse momento descontraído com a torre, comecei a aula sobre potência dando a definição e resolvendo alguns exemplos, após a compreensão da definição partimos para as propriedades da potência. Repeti o mesmo processo para a radiciação.

No 6ª encontro tivemos um momento importante de descontração, levei vários jogos matemáticos para que os alunos colocassem em prática seus conhecimentos de uma forma diferente. Um jogo que fez sucesso entre os alunos foi o quebra cabeça matemático que consiste em montar um quebra cabeça onde as peças possuem contas de multiplicação, esse momento foi registrado:



Nesse momento nós decidimos que o produto final da nossa disciplina eletiva seria a reprodução de jogos matemáticos com exposição para os alunos de outras disciplinas eletivas.

O tema da aula no 7ª encontro foi porcentagem, por ser um conteúdo muito discutido no ensino fundamental, eles tinham certo conhecimento sobre o assunto, porém ainda com muitas dúvidas, portanto para iniciar essa aula relembrei o conceito de porcentagem, logo perguntei o que significava 50%, e logo recebi a resposta de que é metade. A partir daí escrevi na lousa $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$, justificando a ideia de que 50% é de fato metade de algo, e que para calcular 50% de um número, basta multiplicá-lo pela fração $\frac{1}{2}$. Logo começamos a calcular outras porcentagem em cima de determinados valores, como por exemplo 12% de 80. Foi bem interessante também ver como alguns alunos que aprenderam de forma diferente trocando informações com os colegas trazendo assim duas formas de fazer o mesmo cálculo. Por exemplo, a maneira que ensinei se baseia em multiplicar a fração referente a

ISBN: 978-85-61702-77-9

porcentagem pelo número ao qual queremos calcular a porcentagem, como no exemplo, 12% de 80 ficaria assim: 12% = $\frac{12}{100}$ daí 12% de 80 = $\frac{12}{100} \cdot 80 = \frac{960}{100}$ = 9, 6. Já a maneira que um 100 100 100 determinado aluno fazia era a seguinte, ele calculava 1% do valor e depois multiplicava pelo valor referente a porcentagem, por exemplo: 1% de 80 é igual a 0,8 daí 12% de 80 é igual a 12 vezes 0,8 que é igual a 9,6. Foi um momento de muito crescimento e acreditamos ser muito importante deixar os alunos decidirem a maneira que acham mais simples para resolver os problemas. Após esse momento, trouxe exemplos do cotidiano sobre promoções de lojas, trazendo a eles a definição de aumento e desconto.

No 8ª encontro falamos sobre juros simples, como a aula anterior foi sobre porcentagem, a base estava estabelecida para que eles aprendessem juros simples. É importante salientar que os alunos ainda têm dificuldade com fórmulas, então deixei para apresentar a fórmula somente no final, quando a ideia de juros simples já estava estabelecida entre eles. O exemplo que levei foi sobre investimento. Digamos que você tenha R$1000,00 investido em determinado segmento que rende 2% ao mês, quanto terá rendido em 6 meses? Assim construímos a definição de juros em forma de rendimento, onde seu dinheiro aumenta. Lançando a pergunta "qual seria o valor total que você teria ao final desses 6 meses?", construindo a definição de montante. Falamos também sobre juros onde você perde dinheiro, como por exemplo em casos de financiamentos. Quando senti que eles já tinham se familiarizado com os termos, lancei as fórmulas, $J = C.i.t$ e $M = C + J$, explicando cada incógnita e resolvendo exemplos. Percebi que dessa forma, a rejeição pela fórmula foi diminuindo, viram que na verdade a fórmula facilita o cálculo.

O tema da aula no 9ª encontro foi regra de três simples, como já havíamos falado sobre frações nas aulas sobre as operações fundamentais nos racionais, foi um assunto de fácil absorção. Trouxe várias situações do cotidiano para que eles pudessem entender como funciona razão e proporção, para só então entrar na parte do cálculo. Como por exemplo na situação onde você vai comprar pão com 2 reais e recebe 4 pães, caso você queira mais pães, precisará de mais dinheiro, a partir daí construímos o conceito de grandezas diretamente proporcionais. Já na situação onde sua casa está em obra e você contrata 3 pedreiros para o serviço, eles informam que terminam o serviço em 6 dias. Caso você contrate mais pedreiros, sua obra será finalizada mais rapidamente, correto? Logo, temos um exemplo de grandezas inversamente proporcionais. Após a compreensão desses termos, podemos iniciar a forma de resolução da regra de três.

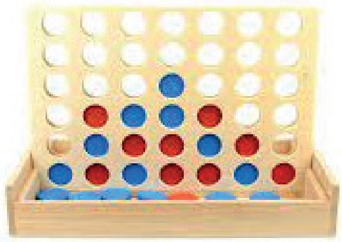
No 10ª encontro propus um exercício onde os alunos tinham que escrever cada uma das regras que construímos juntos do decorrer da disciplina eletiva, com o objetivo de revisar o conteúdo. Funcionava como um “ligue os pontos”, levei vários papéis com contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir, com números em diferentes conjuntos numéricos e pedi para que escrevessem a regra utilizada e depois dessem o resultado da conta. Por exemplo, na conta - 35 + 42 os alunos ligaram corretamente a essa conta a regra “repete o sinal do maior e subtrai”, resultando assim no número 7. Note que essa aula foi uma revisão referente às primeiras aulas da disciplina eletiva pois como já havíamos falado sobre muitos assuntos, alguns alunos estavam apresentando erros em cálculos referentes a regras do sinal por exemplo, logo vi necessidade dessa revisão porém de uma forma diferente, como um jogo da memória.

No 11ª encontro, já tínhamos visto todo o conteúdo previsto, era o momento de refazer a prova diagnóstica da primeira aula levando exatamente o mesmo tempo da avaliação anterior de duas horas aulas. Pude notar algo interessante, na primeira avaliação eles acabavam a prova muito rápido pois deixaram muitas questões em branco, já na segunda avaliação cada segundo foi utilizado, mostrando para mim que ainda havia uma certa dificuldade para calcular de forma rápida mas mostrando também que adquiriram o conhecimento necessário para entender todas as questões.

No 12ª encontro, reta final da disciplina eletiva, tínhamos que produzir um produto final, que consiste em um projeto produzido pelos alunos e que é apresentado para os outros alunos da escola. Em sala decidimos construir jogos que envolvam matemática básica, pois a aula de jogos foi extremamente atrativa para eles. Os jogos escolhidos foram “4 em fila”, “Jogo dos restos” e “Jogo dos sinais”, o primeiro vimos num vídeo do youtube e os outros dois vimos no site https://www.jogosematematica.com.br/, reproduzimos esses jogos e apresentamos aos alunos de outras disciplinas eletivas no dia da culminância do projeto. Sobre os jogos, vou destacar o jogo 4 em fila.

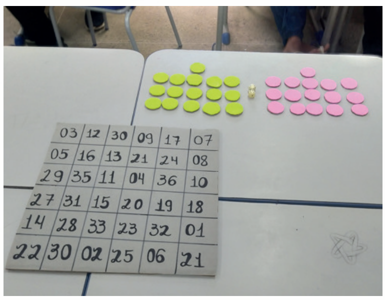
O jogo 4 em fila é um jogo que já estava disponível na escola porém em um outro formato, ele se parece com o jogo da velha porém é necessário formar 4 peças em fila e não 3 como no jogo da velha. Portanto inicialmente essa era a configuração que eles conheciam:

ISBN: 978-85-61702-77-9



https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSoLy0k1hZSOcYdFRHEt9pcHfylkFDlz-d78xL-WGuxGRe2bA0I3EcT4BM2YbU1Tpy822Ho&usqp=CAU

Em algumas pesquisas nos deparamos com o jogo 4 em fila em uma nova formulação, envolvendo as quatro operações fundamentais, assunto estudado na disciplina eletiva. O novo formato é o seguinte: um tabuleiro é formado por determinados números numa disposição de 6 linhas e 6 colunas como na imagem a seguir do jogo reproduzido por eles em sala.



Esse jogo funciona da seguinte forma: dois jogadores se enfrentam, a cada rodada um jogador lança dois dados e pode escolher qual das quatro operações irá utilizar para operar os números que saíram nos dados. Por exemplo, ao sair os números 2 e 6 o jogador poderia colocar sua peça no número 8 que é o resultado da soma 2 + 6, poderia colocar sua peça no número 4 que é o resultado da subtração 6 - 2, poderia colocar sua peça no número 12 que é o resultado da multiplicação 2×6, e por fim, poderia por sua peça no número 3 que é o resultado da divisão 6÷2. O adversário segue a mesma lógica, obviamente tentando impedir seu adversário de completar 4 peças em fila.

A referência para esse jogo foi encontrada no canal do youtube “Boletim escolar online” em https://www.youtube.com/watch?v=a5hhP_RXbv0. Os alunos viram a ideia e construíram o próprio tabuleiro alterando os números de acordo com o que havíamos estudado sobre o jogo. Conversamos sobre alguns números que nunca

ISBN: 978-85-61702-77-9

iriam sair, como por exemplo o número 29. Como são usados dois dados convencionais, nenhuma operação feita entre todas as combinações geram o número 29, logo, a peça nunca será colocada neste número. Logo, é inteligente evitar uma fila onde será impossível formar 4 peças em fila que é o objetivo do jogo. Portanto, além de trabalhar com eles as quatro operações fundamentais da matemática, trabalhamos lógica usando estratégias para vencer o jogo. Observar a lógica do jogo e como ele foi pensado, precisa ser discutido em aula com eles, é a parte mais importante. É impressionante o tanto que nossos alunos podem ser criativos e perceptivos quando estão focados, um jogo traz uma atenção ao conteúdo que por diversas vezes esses mesmos alunos negligenciam numa aula convencional.

Registramos o processo de produção dos jogos e também o momento da culminância do projeto, onde apresentamos esses três jogos e trouxemos outros jogos já conhecidos pelos alunos como por exemplo o quebra cabeça matemático, a dama, o xadrez, a torre de Hanói e o dominó. A culminância funcionava da seguinte forma: os alunos foram divididos em grupos e cada grupo ficou responsável por um jogo, quando os visitantes (alunos de outra disciplina eletiva) chegavam, esses alunos tinham que explicar a regra do jogo e auxiliar tirando possíveis dúvidas que surgissem no decorrer da partida. Trazendo assim um protagonismo a esses alunos, inclusive alguns me falaram que gostaram da experiência de ensinar.

Consideramos um sucesso a culminância do projeto pois os alunos que nos visitaram adoraram os jogos, principalmente o jogo 4 em fila. Posso afirmar que observar a evolução desses alunos no decorrer da disciplina eletiva foi uma experiência gratificante, quando tirei o peso de produzir a aula sozinha pude perceber que a aula fica muito mais leve e atrativa quando ela é construída juntamente com os alunos.

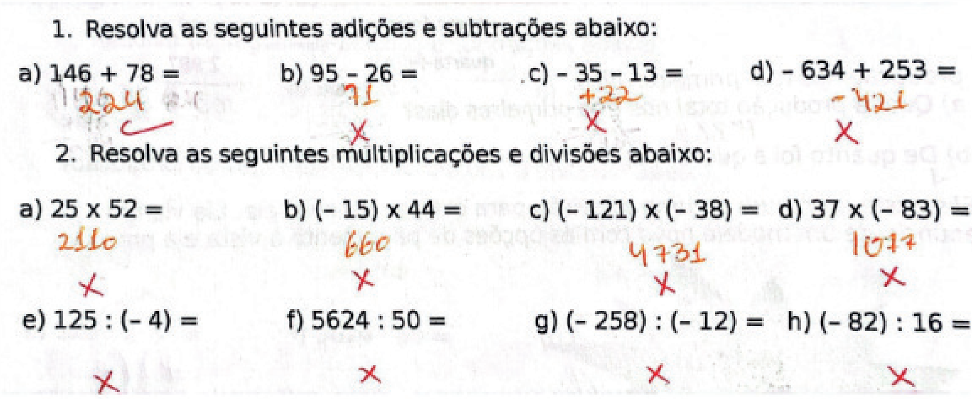
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em 22 de agosto de 2022, na primeira aula da disciplina eletiva de matemática básica na escola estadual Liceu do Conjunto Ceará, ocorreu a primeira aplicação da avaliação diagnóstica, a turma avaliada possuía inicialmente 30 alunos, porém, como trata-se de um formato completamente novo para o corpo gestor e para os alunos, houveram algumas mudanças e apenas 15 alunos foram acompanhados por mim do início ao fim da disciplina eletiva. Após 24 aulas ministradas, divididas em duas aulas por semana, com o intuito de comparar os resultados e medir a

ISBN: 978-85-61702-77-9

evolução desses alunos, a mesma avaliação foi aplicada no dia 28 de novembro de 2022.

Vamos analisar esses resultados preservando a identidade de cada aluno. As primeiras questões da avaliação visavam diagnosticar possíveis erros na utilização da regra do sinal nas operações, observe como essa aluna que chamarei de aluna N resolveu a 1ª e a 2ª questão na primeira avaliação diagnóstica, ou seja, sem ter visto nenhuma aula da disciplina eletiva:



1. Resolva as seguintes adições e subtrações abaixo:

a) 146 + 78 = 224
b) 95 - 26 = 71
c) - 35 - 13 = +22
d) - 634 + 253 = -421

2. Resolva as seguintes multiplicações e divisões abaixo:

a) 25 x 52 = 2110
b) (- 15) x 44 = 660
c) (- 121) x (- 38) = 4731
d) 37 x (- 83) = 1077
e) 125 : (- 4) =
f) 5624 : 50 =
g) (- 258) : (- 12) =
h) (- 82) : 16 =

Podemos tirar várias conclusões observando essa respostas, note que ao efetuar a conta 95 - 26 provavelmente essa aluna ao ter que efetuar 5 - 6 acabou efetuando 6 - 5, resultando em 95 - 26 = 71, erro comum muito visto no fundamental 1. Já na conta - 35 - 13 provavelmente o pensamento dessa aluna foi a famosa frase “menos com menos é mais” que acabou resultando em - 35 - 13 = 22. Note também que essa aluna tinha muitas dificuldades nas operações de multiplicação e divisão como mostra na avaliação onde ela errou todos os itens.

Após todas as aulas, apesar de ser uma aluna faltosa, observei uma boa evolução nessas questões. Observe como ela resolveu a segunda avaliação diagnóstica:

ISBN: 978-85-61702-77-9

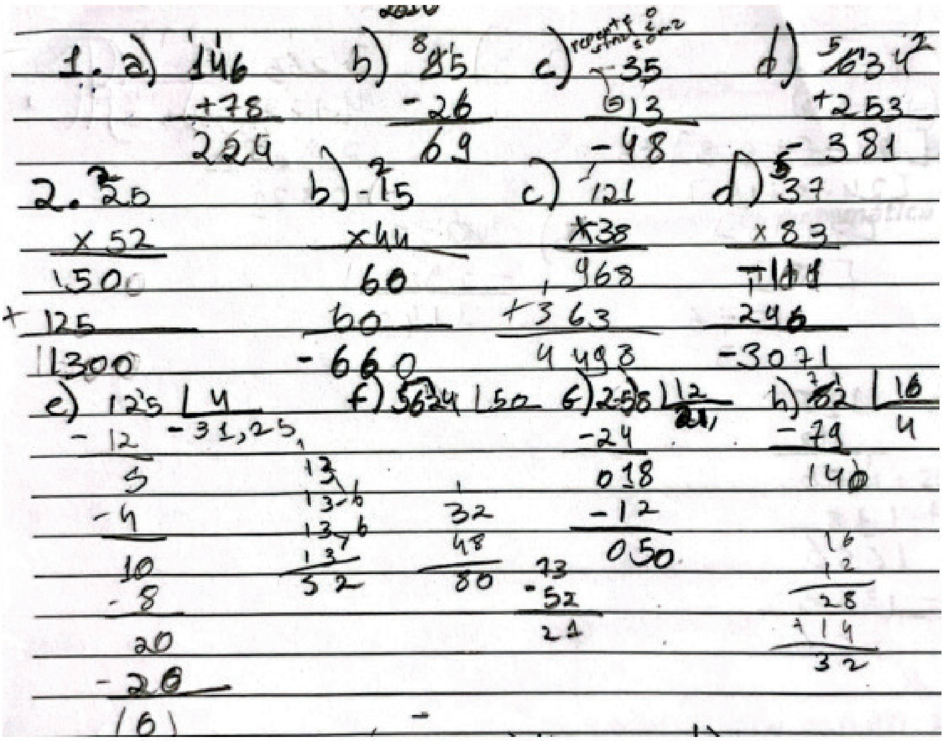
1. Resolva as seguintes adições e subtrações abaixo:

a) 146 + 78 = 224
b) 95 – 26 = 69
c) – 35 – 13 = – 48
d) – 634 + 253 = – 381

2. Resolva as seguintes multiplicações e divisões abaixo:

a) 25 x 52 = 1300
b) (– 15) x 44 = – 660
c) (– 121) x (– 38) = 4498
d) 37 x (– 83) = – 3071

e) 125 : (– 4) = – 31,25
f) 5624 : 50 =
g) (– 258) : (– 12) =
h) (– 82) : 16 =

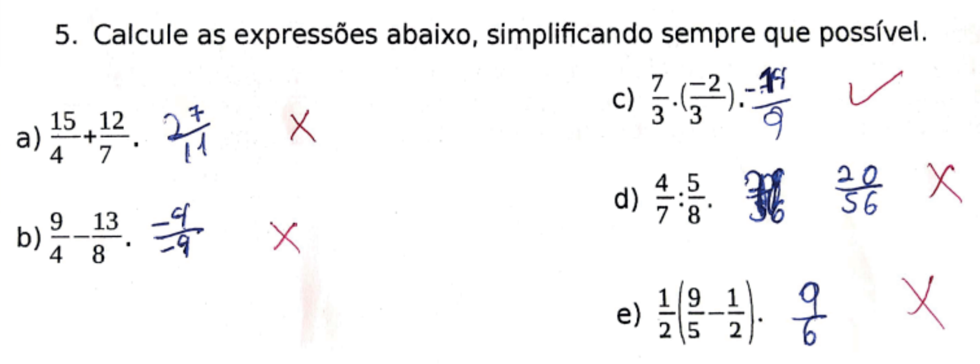


É possível notar a evolução principalmente na utilização da regra do sinal e na operação de multiplicação, já nos itens deixados em branco acredito que foi falta de tempo por conta da dificuldade ainda persistente em divisão, porém o único item respondido sobre divisão está correto, logo, foi uma excelente evolução.

Prosseguindo com uma análise questão a questão da avaliação, a questão 5 era sem dúvida a mais problemática para eles, pois se tratava de operações com

ISBN: 978-85-61702-77-9

frações. Quero destacar um determinado aluno que chamarei de aluno A que teve uma excelente evolução nessa disciplina eletiva, observe a forma como ele tentou resolver essa questão na primeira avaliação diagnóstica:


5. Calcule as expressões abaixo, simplificando sempre que possível.

a) $\frac{15}{4}+\frac{12}{7}$.

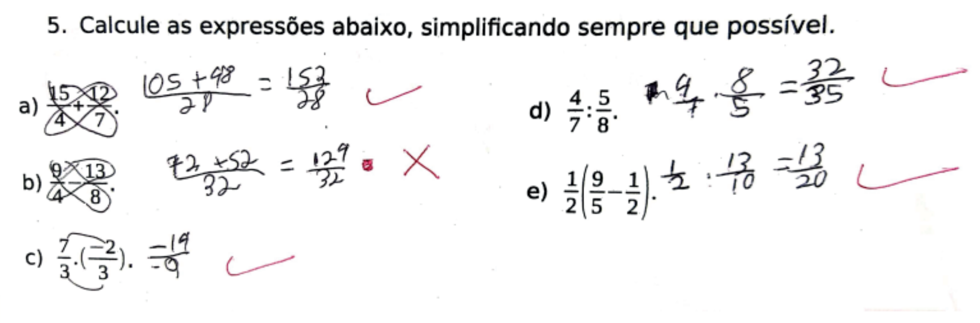
b) $\frac{9}{4}-\frac{13}{8}$.

c) $\frac{7}{3}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)$.

d) $\frac{4}{7}:\frac{5}{8}$.

e) $\frac{1}{2}\left(\frac{9}{5}-\frac{1}{2}\right)$.

Note que o aluno soma frações de forma errada, esse mesmo aluno sabe somar números inteiros, porém quando se deparou com frações cometeu esse grave erro. Agora observe a forma como ele resolveu na segunda avaliação diagnóstica:


5. Calcule as expressões abaixo, simplificando sempre que possível.

a) $\frac{15}{4}+\frac{12}{7}$.

b) $\frac{9}{4}-\frac{13}{8}$.

c) $\frac{7}{3}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)$.

d) $\frac{4}{7}:\frac{5}{8}$.

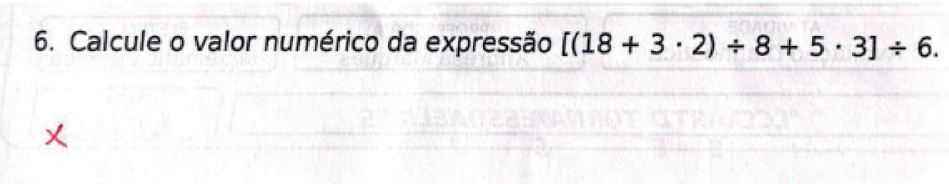
e) $\frac{1}{2}\left(\frac{9}{5}-\frac{1}{2}\right)$.

Note que o aluno errou apenas um item e foi por falta de atenção quanto ao sinal, pois não notou que deveria subtrair ao invés de somar, portanto houve uma grande evolução. É importante salientar que o aluno A era muito assíduo nas aulas, portanto podemos observar também a importância do comprometimento com a disciplina eletiva. Um problema muito falado na escola era que os alunos de repente ficavam doentes e pediam para sair mais cedo da escola, assim, não assistindo as aulas das disciplinas eletivas que são as duas últimas aulas do turno. Infelizmente houveram alunos que não tiveram uma evolução significativa, seja por terem faltado muito às aulas, ou por terem chegado na disciplina eletiva já depois de meses do início das aulas.

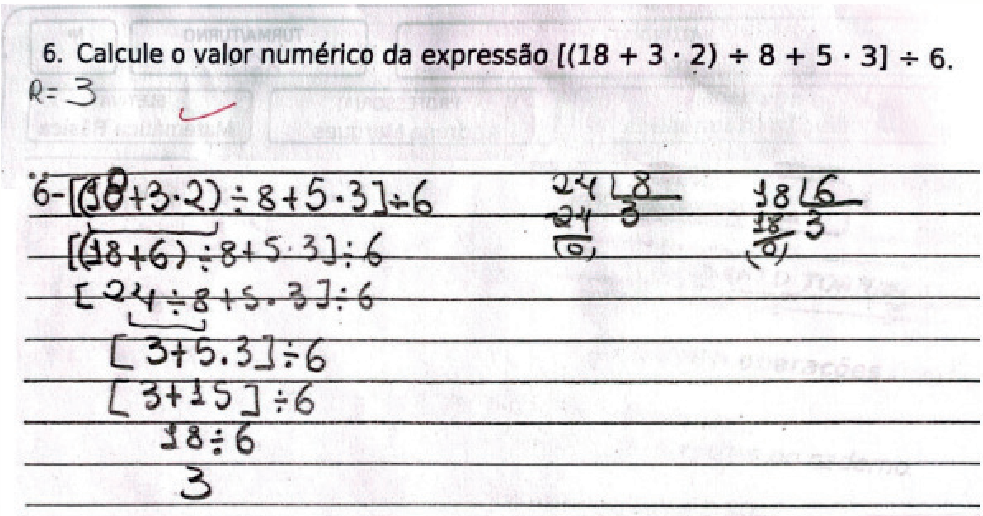
Outra questão que era um problema e que teve um alto índice de não resolução na primeira avaliação foi a questão 6, que avaliava os alunos em expressões

ISBN: 978-85-61702-77-9

numéricas, mais precisamente dos 15 alunos avaliados, 7 não responderam essa questão. Vamos observar a aluna D, na primeira avaliação ela deixou essa questão em branco:


6. Calcule o valor numérico da expressão $[(18 + 3 \cdot 2) \div 8 + 5 \cdot 3] \div 6$.

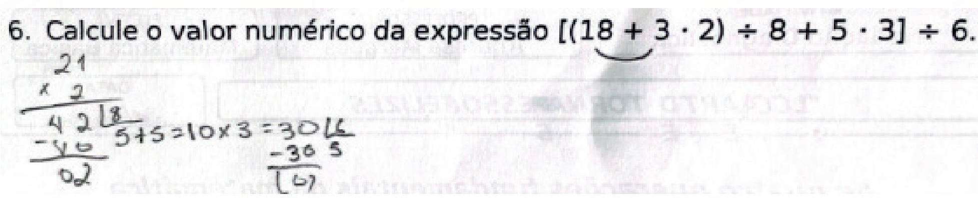
Já na segunda avaliação, ela apresentou a seguinte resolução:


6. Calcule o valor numérico da expressão $[(18 + 3 \cdot 2) \div 8 + 5 \cdot 3] \div 6$.

R= 3

6- $[(18+3\cdot2)\div8+5\cdot3]\div6$
$[(18+6)\div8+5\cdot3]\div6$
$[24\div8+5\cdot3]\div6$
$[3+5.3]\div6$
$[3+15]\div6$
$18\div6$
3

Note que a aluna respondeu corretamente obedecendo a ordem das operações, como havíamos conversado em sala. Uma outra resposta que eu gostaria de destacar aqui é a resposta do um aluno que não prosseguiu na disciplina eletiva, porém é bem interessante analisar:


6. Calcule o valor numérico da expressão $[(18 + 3 \cdot 2) \div 8 + 5 \cdot 3] \div 6$.

21 × 2 = 42
5+5=10×3=30

Observe que esse aluno seguiu a ordem em que as operações apareceram na expressão e por conta disso acabou errando a questão, infelizmente como ele

ISBN: 978-85-61702-77-9

mudou de disciplina eletiva não tivemos a chance de mudar essa percepção das operações matemáticas.

A partir da questão 7 a avaliação visava diagnosticar o nível desses alunos em questões básicas porém com contextualização. Analisando a resolução na primeira avaliação da aluna E, podemos perceber que houve compreensão das questões porém na questão 8 ocorreram alguns equívocos.

7. Na fazenda Morro Alto são produzidas laranjas. Assim que começou o período da colheita, uma grande produção já foi contabilizada. A tabela abaixo mostra a produção nos três primeiros dias.

Dias de colheita	Produção de laranjas
segunda-feira	3 265
terça-feira	4 127
quarta-feira	2 987

a) Qual a produção total nos três primeiros dias?
10.379

b) De quanto foi a queda na produção entre o dia de maior e menor produção?
1.140

8. Elisa está a procura de uma televisão para colocar em sua sala. Ela viu um anúncio de um modelo novo com as opções de pagamento à vista e a prazo.

Quanto Elisa pagará a mais se optar pelo pagamento à prazo?
X Elisa pagará 165.600

18 ÷ 6 = 3

138,00 × 12 = 2 7600 + 1 3 800 = 165.600

3.265 + 4.127 + 2.987 = 10 379

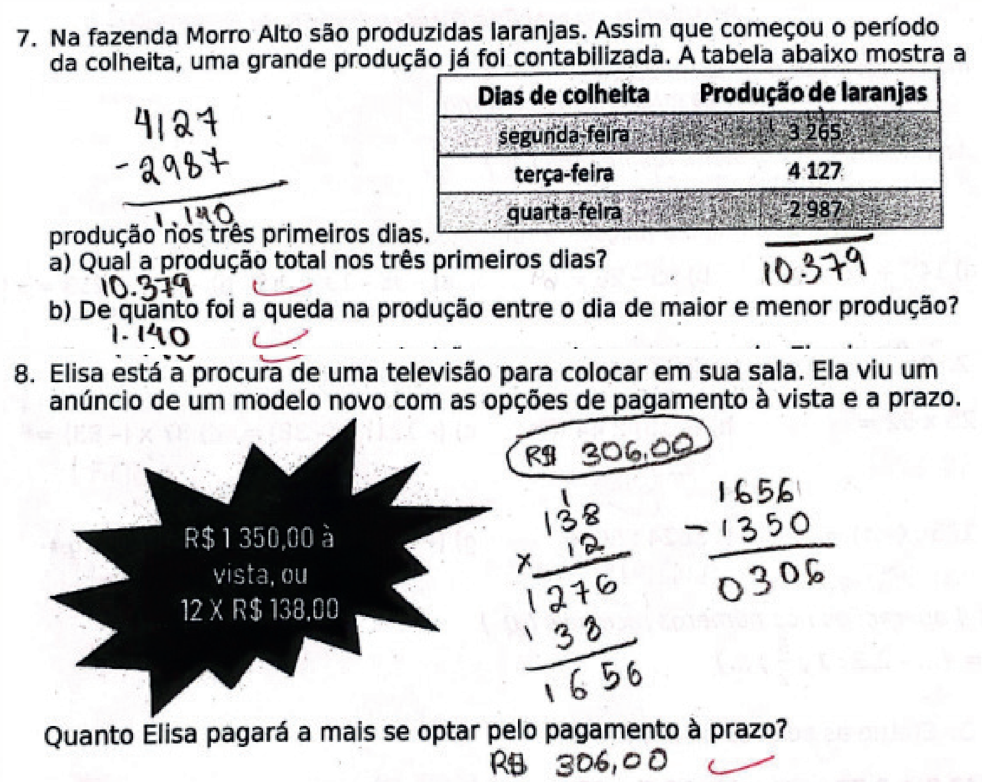
4.127 − 2.987 = 1.140

19 × 19 = 38

ISBN: 978-85-61702-77-9

Observe que a interpretação da questão 7 foi perfeita, já na questão 8 ocorreram dois problemas, o primeiro foi na multiplicação. A aluna se atrapalhou com os dois zeros decimais que estão ali meramente para representar dinheiro. Ao efetuar a multiplicação 138,00 × 12, a aluna não levou em consideração a vírgula e acabou chegando ao resultado 165.600, sendo que o correto seria 1.656,00. O outro equívoco é que essa ainda não seria a resposta para a pergunta feita na questão, seria preciso efetuar a diferença 1656,00 - 1350,00, resultando em 306,00.

Agora observe como essa aluna resolveu essa mesma questão na segunda avaliação diagnóstica:



7. Na fazenda Morro Alto são produzidas laranjas. Assim que começou o período da colheita, uma grande produção já foi contabilizada. A tabela abaixo mostra a produção nos três primeiros dias.

Dias de colheita	Produção de laranjas
segunda-feira	3 265
terça-feira	4 127
quarta-feira	2 987

4127
- 2987
1.140

10.379

a) Qual a produção total nos três primeiros dias?
10.379

b) De quanto foi a queda na produção entre o dia de maior e menor produção?
1.140

8. Elisa está à procura de uma televisão para colocar em sua sala. Ela viu um anúncio de um modelo novo com as opções de pagamento à vista e a prazo.

R$ 306,00

138
× 12
276
138
1656

1656
- 1350
0306

Quanto Elisa pagará a mais se optar pelo pagamento à prazo?
R$ 306,00

Observe que após as aulas essa aluna teve uma evolução até na organização dos seus cálculos, isso auxilia muito na construção do resultado final.

No momento da correção da avaliação, escolhi avaliar item a item e determinar a porcentagem de acerto de cada aluno avaliado seguindo a lógica de que quem acertou 31 itens alcançou 100% da avaliação diagnóstica. A porcentagem

ISBN: 978-85-61702-77-9

de evolução do aluno foi calculada através da diferença entre as porcentagens da primeira avaliação e da segunda.

ALUNO	1ª AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	2ª AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	EVOLUÇÃO
A	67,74%	80,64%	12,90%
B	83,87%	90,32%	6,45%
C	80,64%	87,09%	6,45%
D	58,06%	83,87%	25,81%
E	61,29%	77,41%	16,12%
F	41,93%	90,32%	48,39%
G	32,25%	80,64%	48,39%
H	38,70%	80,64%	41,94%
I	25,80%	64,51%	38,71%
J	67,74%	74,19%	6,45%
K	48,38%	48,38%	0,00%
L	45,16%	83,87%	38,71%
M	93,54%	93,54%	0,00%
N	6,45%	54,83%	48,38%
O	22,58%	38,70%	16,12%

A porcentagem da evolução na avaliação são dados quantitativos que podem mostrar o quanto essa disciplina eletiva fez diferença para a compreensão dos conteúdos ministrados para cada um desses alunos. Porém, a evolução real e significativa do desempenho do aluno na disciplina eletiva certamente não pode ser medida apenas por uma avaliação, esses dados são complementares a um diagnóstico qualitativo observado a cada aula ministrada. Observando a mudança de comportamento, a importância que passaram a dar a essa disciplina, a felicidade de se estar aprendendo algo que há muito tempo tentavam e não conseguiam, a cooperação entre eles ajudando uns aos outros nas atividades da disciplina eletiva, todas essas vertentes são importantes para avaliar se o objetivo foi alcançado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A reforma do Ensino Médio tem gerado muitas discussões e controvérsias, afinal parece ser feita às pressas e gera receios em relação às propostas que não levam em consideração diversos outros fatores que precisam ser melhorados para sua completa e efetiva implementação. Por conta da autonomia de cada estado na elaboração de trilhas de aprofundamento e disciplina eletivas, há uma preocupação de que a reforma possa aumentar as desigualdades entre os estudantes, já que os alunos mais privilegiados podem ter mais acesso a disciplinas e atividades extracurriculares mais interessantes e relevantes para sua formação.

As disciplinas eletivas são ferramentas interessantes que podemos utilizar tanto para novos conhecimentos quanto para buscar sanar dificuldades que não deveriam existir naquela etapa escolar. O presente trabalho estudou o impacto da disciplina eletiva de matemática básica I, através de uma experiência na escola Liceu do Conjunto Ceará. Os resultados apontam para uma melhora significativa do entendimento do conteúdo de matemática básica e também na motivação para se aprender mais sobre a disciplina de matemática. A metodologia do uso de jogos como meio para explicar alguns conteúdos foi muito efetiva para trazer a esses alunos a sensação de que não era uma aula comum, despertando assim o interesse deles.

Por fim, considerando os resultados deste estudo, observamos a importância de se ofertar essa disciplina eletiva, afinal, é muito comum que os alunos apresentem dificuldades nos conteúdos que fazem parte da ementa da disciplina de matemática. Acredito que este trabalho será útil para a elaboração de novas ideias e metodologias que auxiliem na tentativa de sanar dificuldades nessa área da matemática.

REFERÊNCIAS

PIAGET, J. *A construção do real na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

Nações Unidas do Brasil. Pandemia de COVID-19 desencadeia aumento de 25% na prevalência de ansiedade e depressão em todo o mundo. 03 mar. 2022. Disponível em: <https://brasil.un.org/pt-br/173825-pandemia-de-covid-19-desencadeia-aumento-de-25-na-pre valencia-de-ansiedade-e-depressao-em> Acesso em 21 fev. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Insper. Ensino remoto na pandemia gera prejuízos na formação de alunos. Estudo do Insper em parceria com o Instituto Unibanco mostra reflexos da pandemia na educação. 01 jun. 2021. Disponível em: <https://www.insper.edu.br/conhecimento/politicas-publicas/ensino-remoto-pandemia-portug ues-matematica-2/> Acesso em 21 fev. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. MEC/INEP. Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) – ciclo 1990. Brasília, 1993.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.027

O "PROBLEMA DA MISTURA" ENVOLVENDO PORCENTAGENS E A MOBILIZAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

CIBELLE DE FÁTIMA CASTRO DE ASSIS
Doutora pelo Programa de pós-graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE; cibelle@dcx.ufpb.br;

ANDERSON JOÃO DOS SANTOS
Graduando pelo Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB; andersonsantos10189@gmail.com

RESUMO

O presente estudo teve por objetivo principal analisar as estratégias que estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental mobilizam ao resolverem o "problema da mistura" envolvendo cálculos de porcentagem. A fundamentação teórica abordou os tipos de problema e a resolução de problemas incluindo as estratégias. Trata-se de uma pesquisa quanti - qualitativa, exploratória e estudo de caso. Para a sua realização delineamos cinco etapas: levantamento e estudo de um problema matemático envolvendo cálculos de porcentagem (etapas 1 e 2); elaboração e proposição do problema (etapa 3); categorização (etapa 4) e verificação das estratégias de resolução adotadas pelos alunos participantes dessa pesquisa (etapa 5). A pesquisa foi desenvolvida junto a uma turma de 36 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Capim/PB. O problema foi trabalhado em sala de aula em duas fases. Na primeira fase, os estudantes deveriam representar o problema com um desenho e resolvê-lo com suas próprias estratégias. A maioria dos alunos (33 alunos) conseguiu representar o problema com um desenho; apenas um estudante finalizou e determinou a resposta correta para o problema e 31 alunos não acertaram a questão. Na segunda fase, indicamos as estratégias da regra de três, resolução em sentido inverso com tentativa e erro e construir uma tabela. Nessa fase, 3 alunos acertaram a questão e 26

alunos não acertaram, mas indicaram o desenvolvimento de alguma das estratégias sugeridas; 23 alunos mobilizaram a estratégia da regra de três e 10 alunos preferiram adotar a estratégia de construir uma tabela. As análises permitem inferir que os estudantes não conhecem diferentes estratégias de resolução de problemas, mobilizaram outras estratégias quando sugeridas na fase 2 e que a resolução de problemas envolvendo porcentagem é fonte de dificuldades para esses estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Porcentagem, Estratégias de resolução, Resolução de problemas.

INTRODUÇÃO

É nítida a presença da porcentagem em diferentes situações do cotidiano, seja ela no cálculo de juros ou até mesmo na representação de um desconto atribuído à algum produto em promoção. No que se refere ao ensino de porcentagem, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), o cálculo de porcentagens deve ser introduzido a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental e seguir de forma progressiva até os anos finais. Esse mesmo documento orienta, por exemplo, que sejam trabalhadas associações a diferentes representações das porcentagens, e o uso de diferentes estratégias de cálculo considerando diversos contextos inclusive o da educação financeira.

È fundamental que a partir do Ensino Fundamental os estudantes sejam estimulados a realizar associações entre a Matemática e outras situações "[...] não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática" (BRASIL, 2018, p. 299). Dessa maneira, a resolução de problemas possibilita que o aluno utilize procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos da Aritmética e Álgebra, por exemplo, para resolver problemas e interpretar as soluções encontradas. A capacidade de resolver problemas está intimamente ligada aos conhecimentos que os alunos já possuem. Sendo assim, é imprescindível que as conexões entre o objeto matemático e as vivências dos estudantes sejam exploradas continuamente de forma que a resolução de problemas seja considerada uma "[...] estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental" (BRASIL, 2018, p. 266).

No que se refere à resolução de problemas no ambiente escolar, é muito comum os estudantes se prenderem aos cálculos mecânicos e à regra de três como estratégias para calcular a porcentagem referente a determinada quantidade apresentada. Nesse sentido, convém ressaltar que o ensino baseado exclusivamente em algoritmos convencionais e regras não deve ser a única maneira de abordar os objetos de conhecimento matemáticos em sala de aula. Dante (2005) justifica que os estudantes, além de não se sentirem desafiados diante da Matemática, também não desenvolvem as habilidades de "[...] iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência através da resolução de problemas" (DANTE, 2005, p. 12).

Na visão de Polya (1978), o ensino da Matemática não deve estar centrado em problemas rotineiros, pois os estudantes também precisam estar envolvidos em situações que os desafiem. Nesse contexto, é de extrema importância que o

ISBN: 978-85-61702-77-9

professor realize uma escolha correta do problema a ser proposto em sala de aula, a fim de promover uma situação de aprendizagem com significado em Matemática. De fato, "[...] é importante que o problema possa gerar muitos processos de pensamento, levar muitas hipóteses e propiciar várias estratégias de solução" (DANTE, 2010, p. 52 ***apud*** ALVES; PROENÇA, 2014, p. 2).

Considerando que aprender a resolver problemas não é uma tarefa fácil, Polya (1978) apresenta quatro etapas que contribuem para o processo de resolução de problemas. São elas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Na primeira etapa, o estudante precisa entender o problema, isto é, identificar a incógnita, os dados e a condicionante. No estabelecimento do plano, deve-se pensar em possíveis caminhos que possam ajudar a encontrar solução para o problema. A execução do plano diz respeito ao momento no qual o estudante coloca em prática o que foi estabelecido na etapa anterior. Além disso, é fundamental verificar cada passo com a finalidade de evitar possíveis erros que possam ser cometidos. Por último, o retrospecto consiste em verificar o resultado encontrado. Partindo dessa ideia, Polya (1978) ressalta a importância do hábito de analisar o método que levou à resolução do problema, pois contribui para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e pode ser novamente utilizado em outras situações.

Tendo em vista a variedade de problemas presente na literatura, é válido que o professor esteja atento para os tipos de problemas matemáticos que são propostos aos estudantes, suas características, os conhecimentos prévios essenciais para que os alunos determinem a solução, bem como em qual momento e de que forma o problema será proposto. Os problemas matemáticos não são todos do mesmo tipo, eles diferem entre si e podem apresentar grau de dificuldades diferentes exigindo dos alunos diferentes níveis de conhecimento. Por exemplo, diferentemente dos exercícios algorítmicos que não exploram o desenvolvimento de nenhuma estratégia de resolução, as situações-problemas na Matemática contribuem para os estudantes desenvolverem a "[...] capacidade de raciocinar e aprender, fazendo uso de levantamento de hipótese" (ALVES; PROENÇA, 2014, p. 2).

As estratégias de resolução de problemas podem ser interpretadas como os métodos utilizados para determinar a solução de um problema. Em se tratando das estratégias no processo de resolução de problemas, Cavalcanti (2001) argumenta que é preciso dar atenção ao modo como os estudantes resolvem os problemas, pois nesse processo de investigação o professor é capaz de perceber a autonomia

ISBN: 978-85-61702-77-9

e confiança dos estudantes e permitir que eles possam "[...] combinar seus conhecimentos para resolver a situação apresentada" (CAVALCANTI, 2001, p. 121).

A respeito das estratégias de resolução de problemas, Musser e Shaughnessy (1997) e Van de Walle (2009) destacam algumas que consideram apropriadas para serem desenvolvidas no ambiente escolar, porém sem nenhuma menção aos tipos de problemas e objetos de conhecimentos matemáticos mais adequados em cada uma. São elas:

> Resolução por tentativa e erro – [...] talvez seja o mais direto para a resolução de problemas: envolve simplesmente a aplicação das operações pertinentes às informações dadas (MUSSER; SHAUGHNESSY, 1997, p. 189).
>
> Resolução em sentido inverso – a estratégia de trabalhar em sentido inverso difere das anteriores pelo fato de partir do objetivo, ou do que deve ser provado, e não dos dados (MUSSER; SHAUGHNESSY, 1997, p. 196).
>
> ***Desenhar uma figura, simular algo, usar um modelo***. Esta é a estratégia de usar modelos como "brinquedos para pensar" [...]. "Simular algo" estende os modelos para uma real interpretação da situação-problema (VAN DE WALLE, 2009, p. 77).
>
> ***Construir uma tabela ou quadro***. Os quadros de dados, tabelas de função, tabelas para operações e tabelas envolvendo razões ou medidas são algumas das principais formas de análise e de comunicação. O uso de um quadro é combinado geralmente com a busca de padrões como um modo de resolver problemas ou construir novas ideias (VAN DE WALLE, 2009, p. 78).
>
> ***Experimentar uma forma mais simples do problema***. Aqui a ideia geral é modificar ou simplificar as quantidades (ou variáveis) em um problema, de forma que a tarefa resultante seja mais fácil de compreender e de analisar. Ao resolver o problema mais fácil, espera-se obter algum insight que possa ser usado, então, para resolver o problema original mais complexo (VAN DE WALLE, 2009, p. 78).

De acordo com Dante (2005, p. 54) "cada problema exige uma determinada estratégia". Nesse sentido, todas as estratégias apresentadas são válidas e relevantes na resolução de problemas, cabendo, ao professor, portanto, valorizar a individualidade e facilidade de uso de cada estudante ao se apropriar, por exemplo, de alguma dessas. Afinal, diferentes caminhos podem levar ao mesmo destino.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O interesse pelo que acabamos de introduzir nos levou a realização de um Trabalho de Final de Curso – TCC na Licenciatura em Matemática (SANTOS, 2023) desenvolvido pelo segundo autor sob orientação do primeiro. Neste artigo trazemos as razões que justificam e enaltecem a importância da discussão sobre a resolução e as estratégias dos alunos, assim como um recorte dos principais resultados da pesquisa.

Diante da importância da temática apresentada, identificamos a necessidade de um estudo com o objetivo principal de analisar as estratégias que estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam ao resolverem uma situação-problema envolvendo cálculos de porcentagem. Particularmente, nesta pesquisa, partimos da situação proposta no "Problema da mistura" que foi extraída de uma das edições da OBMEP[1], mais especificamente, do ano de 2018.

As etapas da pesquisa possibilitaram não somente a resolução do "Problema da mistura" em duas fases pelos alunos, mas também um acompanhamento na maneira como eles se colocam frente ao processo de resolução de um problema envolvendo porcentagem que pode ser solucionado por meio de diferentes estratégias.

Quanto aos resultados, destacamos, na primeira fase, o fato da maioria dos estudantes não desenvolver estratégias que os ajudassem a determinar a solução para o problema proposto. Na segunda fase, temos que nenhum aluno buscou desenvolver a estratégia de resolução em sentido inverso juntamente com tentativa e erro o que ocasionou, portanto, um maior número de desenvolvimento para a estratégia da regra de três, também indicada na segunda fase. Ainda, verificou-se que as dicas de estratégias contribuíram para o aumento do número de resoluções corretas na segunda fase da aplicação do problema.

Nos parece importante aprofundar a discussão sobre um objeto de conhecimento da Matemática que está bastante conectado com o cotidiano das pessoas e que também perpassa toda a Educação Básica. O estudo proposto pode contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática, na medida em que busca abordar e valorizar a aprendizagem do conceito de porcentagem numa perspectiva voltada para a compreensão, interpretação de informações e descobertas. Ou seja, a construção do saber matemático dos estudantes e as produções de significados de cada um deles são fatores consideráveis durante a realização dessa pesquisa.

1 http://www.obmep.org.br/provas.htm

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

A pesquisa apresentada neste artigo, pode ser classificada, segundo D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006) e Gil (2018), quanto à abordagem do objeto como quanti-qualitativa, quanto aos objetivos como exploratória e quanto aos procedimentos técnicos como estudo de caso.

Quanto à abordagem do objeto, a nossa pesquisa classifica-se como qualitativa. De acordo com D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006, p. 78), uma pesquisa é dita qualitativa quando, "tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes." Na nossa pesquisa fazemos uma análise das estratégias dos estudantes envolvidos, sob um olhar qualitativo das respostas apresentadas. Ou seja, o mais importante é a maneira como os estudantes resolvem o problema proposto, e não a quantidade de respostas corretas. Sendo assim, a qualidade da informação tem extrema relevância para o desenvolvimento da pesquisa, embora tenhamos baseado no quantitativo das respostas.

Para Gil (2018), uma pesquisa é dita exploratória, quando:

> [...] têm como propósito proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. Seu planejamento tende a ser bastante flexível, pois interessa considerar os mais variados aspectos relativos ao fato ou fenômeno estudado (GIL, 2018, p. 25).

Realmente, na nossa pesquisa, de acordo com os objetivos apresentados, queremos conhecer as estratégias adotadas pelos estudantes na situação-problema proposta, tornando esse objeto de investigação mais claro.

Por fim, quanto aos procedimentos técnicos, é uma pesquisa do tipo estudo de caso. Para Gil (2018, p. 33), uma pesquisa é dita estudo de caso, quando "[...] consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos casos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento [...]". De fato, a nossa pesquisa busca investigar as estratégias de um grupo particular de alunos trazendo detalhes e descobertas do objeto estudado.

A realização da pesquisa ocorreu em cinco etapas iniciando-se pelo levantamento e estudo de um problema matemático envolvendo cálculos de porcentagem (etapas 1 e 2); seguindo para a elaboração e proposição do problema (etapa 3), para

ISBN: 978-85-61702-77-9

finalmente, as etapas de categorização (etapa 4) e verificação das estratégias de resolução adotadas pelos alunos participantes dessa pesquisa (etapa 5).

O encaminhamento da situação-problema em sala de aula foi desenvolvido em duas fases: na primeira, sem qualquer indicação de estratégia, e na segunda indicamos as estratégias regra de três, resolução em sentido inverso juntamente com tentativa e erro e construir uma tabela. Diante disso, podemos citar Musser e Shaughnessy (1997) se tratando das estratégias de tentativa e erro e resolução em sentido inverso; Van de Walle (2009) com a construção de tabelas e o experimentar uma forma mais simples do problema e desenhar uma figura.

Quanto a categorização e verificação das estratégias, a partir das respostas dos alunos, podemos perceber qual(is) estratégia(s) foram mais utilizadas por eles, se mais de uma estratégia foi utilizada e entre elas quais os levaram à solução. Observando as respostas dos estudantes organizamos em três casos na primeira fase e quatro casos na segunda. Os casos da primeira fase são: respostas de alunos que acertaram a questão (caso 1); respostas de alunos que não acertaram a questão (caso 2) e respostas de alunos que não acertaram a questão ou não indicaram uma estratégia de resolução (caso 3). Já os casos da segunda fase são: respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo duas estratégias (caso 1); respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo uma estratégia (caso 2); respostas de alunos que não acertaram ou não finalizaram a questão, mas que indicaram o desenvolvimento de alguma estratégia (caso 3) e, o último caso, respostas em brancos e respostas de alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram alguma estratégia (caso 4).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

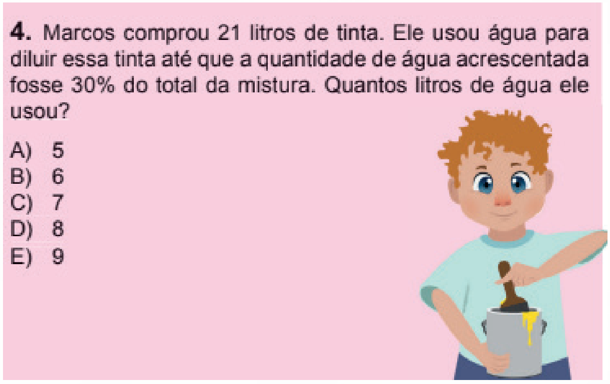
A pesquisa foi desenvolvida junto a um grupo de estudantes de uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental no ano letivo de 2023. Optamos pelo 9º ano por se tratar de um ano escolar no qual os alunos são concluintes do Ensino Fundamental, e como consequência disso, os estudantes já estudaram, ou deveriam ter estudado, os objetos de conhecimento matemático porcentagem e proporção, além da regra de três.

O “Problema da mistura” trata-se de um problema que envolve cálculo de porcentagens. A figura 1 mostra a situação-problema e as alternativas com as

ISBN: 978-85-61702-77-9

possíveis repostas. A resposta para o problema está indicada na alternativa E) que corresponde a 9 litros de água.

Figura 1 - Problema da mistura



Fonte: OBMEP (2018)

O objeto de conhecimento que acreditamos estar mais próximo do que trata a situação-problema, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 300), é o "cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da regra de três"". Esse objeto matemático está associado à seguinte habilidade do 6º ano:

> (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 301).

Na análise do problema proposto, percebemos a necessidade da compreensão dos conceitos de razão e proporção, do domínio das operações básicas com os números naturais e entendimento de grandezas diretamente proporcionais. É importante destacar que esses objetos estão indicados na BNCC (BRASIL, 2018) para serem trabalhados nas Unidades Temáticas Números e Álgebra, e as habilidades matemáticas da BNCC (BRASIL, 2018) são do 5°, 6° e 8° ano, como podemos ver a seguir:

> (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão

ISBN: 978-85-61702-77-9

> da ideia de razão entre as partes e dela com o todo (BRASIL, 2018, p. 295).
>
> (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora (BRASIL, 2018, p. 301).
>
> (EF06MA15) Resolver problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo (BRASIL, 2018, p. 303).
>
> (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas (BRASIL, 2018, p. 313).

A aplicação do problema em sala de aula coincidiu com os horários das aulas de Matemática da turma participante em dois dias seguidos. A primeira fase aconteceu no dia 27 de março de 2023 e a segunda no dia seguinte, isto é, 28 de março de 2023. Para a primeira fase estipulamos uma duração de 40 minutos, enquanto na segunda fase o tempo máximo para a resolução do problema eram 120 minutos (duas horas). Em ambas as fases, a professora da turma não interferiu com explicações aos estudantes em nenhum momento.

Dos 38 estudantes matriculados na turma, 34 participaram da primeira fase resolutiva. Nessa primeira fase, os alunos deveriam resolver o “Problema da mistura” sem o uso de calculadoras e representá-lo com um desenho. É válido destacar que não exigimos dos alunos precisão ou que colorissem os desenhos, apenas esclarecemos que as representações precisavam obedecer aos dados do enunciado do problema.

A respeito da resolução da situação-problema na primeira fase, optamos por não apresentar no material entregue aos estudantes nenhuma indicação de estratégia prévia ou qualquer outra informação que contribuísse para a resolução. Entretanto, trabalhamos cuidadosamente a primeira etapa do processo de resolução de problemas tratada em Polya (1978), melhor dizendo, a compreensão do problema. Nesse sentido, realizamos a leitura compartilhada do problema objetivando que todos os estudantes pudessem compreender cada frase do enunciado do problema e, consequentemente, o problema completamente. A proposta do desenho teve o objetivo de auxiliá-los na compreensão do enunciado e na mobilização do uso da linguagem matemática na representação do problema.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nesse momento vários questionamentos foram trazidos para a fase 1, alguns exemplos foram: ***Quem é Marcos? O que ele comprou? A tinta será diluída com o quê? Qual o significado da palavra diluir? A mistura precisa ter qual percentual de água? Como podemos representar 30%? O que precisamos descobrir para resolver o problema?*** Somente após concluída a etapa de compreensão do problema, única intervenção do pesquisador na aplicação da proposta na fase 1, os estudantes perceberem que precisavam descobrir a quantidade de litros de água usada por Marcos para diluir a tinta, e que os litros de água deveriam representar 30% do total de litros da mistura.

Na segunda fase da aplicação do "Problema da mistura" em sala de aula foi explicado que os estudantes resolveriam o mesmo problema da fase 1, porém eles receberiam algumas dicas (3 estratégias) que os ajudariam a resolver o problema proposto. Além disso, precisariam determinar a solução do problema por meio de, no mínimo, duas estratégias diferentes, teriam mais tempo para resolver a situação-problema e poderiam usar calculadoras.

As dicas de estratégias foram expostas em forma de um diálogo fictício entre uma professora de Matemática e seus alunos em um texto distribuído aos alunos. Após a explicação das estratégias presentes no material, os estudantes da turma iniciaram a resolução do problema. Nesta segunda fase, 36 estudantes participaram, contudo três deles entregaram o material sem nenhum cálculo e desenvolvimento de estratégias, apenas assinaram seus nomes.

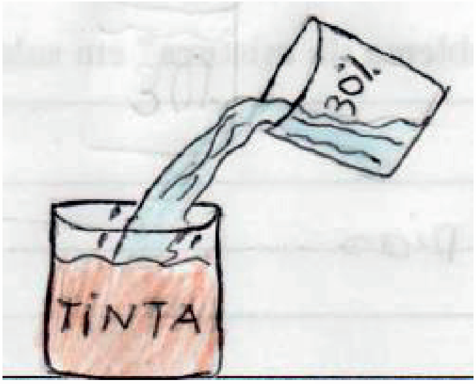
Por último, destacamos que o motivo pelo qual decidimos dividir a aplicação em dois momentos foi porque não queríamos simplesmente apresentar o problema aos alunos e analisar as respostas deles, mas contribuir com o processo de aprendizagem dos educandos ao compreender, discutir e valorizar as diferentes formas dos alunos resolverem problemas matemáticos em sala de aula.

Na fase 1, analisamos as respostas dos alunos ao problema separando-as em três casos: caso 1 – respostas de alunos que acertaram a questão; caso 2 – respostas de alunos que não acertaram a questão ou não finalizaram a resolução, mas que indicaram alguma estratégia; caso 3 – respostas de alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram uma estratégia de resolução. Dos 34 estudantes que participaram da fase 1, apenas um deles não entregou o desenho. Sendo assim, 97,06% representa o percentual de estudantes que conseguiram desenvolver a estratégia do desenho vista em Van de Walle (2009).

A figura 2 mostra o desenho de um estudante para o "Problema da mistura".

ISBN: 978-85-61702-77-9

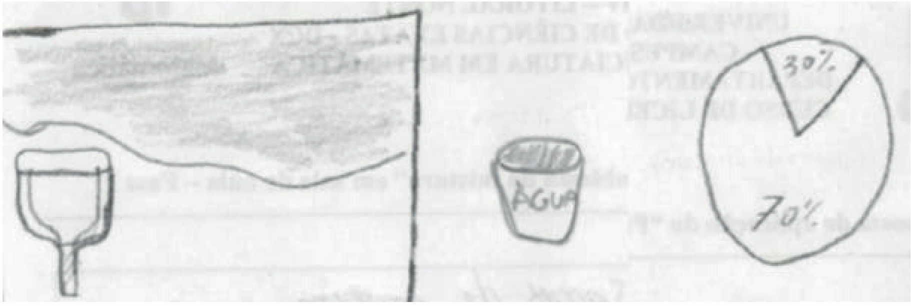
Figura 2 - Desenho do aluno 1 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Analisando o desenho do aluno, percebemos que ele compreendeu bem o problema e fez uma representação coerente, pois conseguiu mostrar que a água diluirá a quantidade de tinta representando 30% do total de litros da mistura. Ainda se tratando das representações coerentes, é relevante analisarmos o desenho do aluno 2 na figura 3 a seguir.

Figura 3 - Desenho do aluno 2 para o Problema da mistura



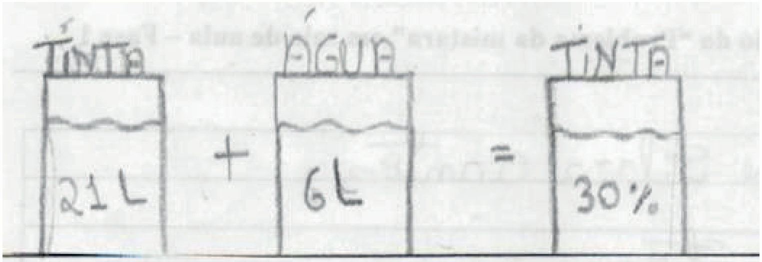
Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Observando o desenho acima, fica evidente que o aluno 2 também compreendeu o problema e ainda entendeu que 70% (dado ausente no enunciado do problema) era um dado importante para o desenvolvimento da resolução, embora não tenha deixado explícito que esse dado era referente à quantidade de tinta na mistura. Com a distribuição percentual acima, o estudante mostra seu entendimento a respeito da mistura contendo água e tinta representar 100%, ou seja, o total.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Apesar de a maioria dos estudantes entregar os desenhos, é válido destacar que alguns deles não correspondem totalmente ao problema. Um exemplo desse caso é dado na figura 4 abaixo.

Figura 4 - Desenho do aluno 3 para o Problema da mistura

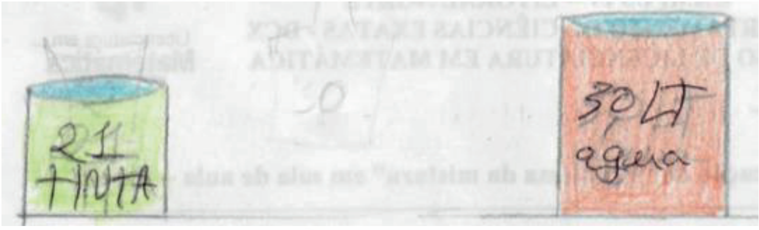


Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Ao observamos a representação acima, notamos que o aluno fez o desenho já apontando a sua resposta (6L). Entretanto, comete um erro ao indicar que 21L + 6L = 30%, o que não é uma adição correta. Além disso, registrou que 30% representa a quantidade de tinta na mistura.

Outro exemplo de representação incoerente para o “Problema da mistura” pode ser visto na figura 5 com o desenho do aluno 4.

Figura 5 - Desenho do aluno 4 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

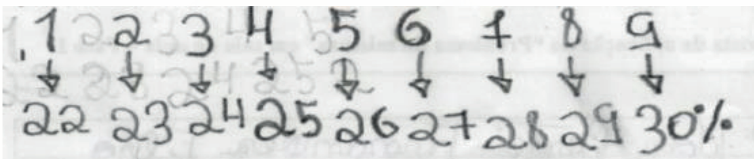
Observando a figura 5 notamos que, provavelmente, o estudante desejasse indicar que 30% é referente à quantidade de água mencionada no problema, porém indicou “30 LT água”, o que nos leva considerá-la também como mais uma representação incoerente.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Com base na análise dos desenhos dos estudantes participantes da primeira etapa, concluímos que 84,85% deles entregaram uma representação coerente, enquanto 15,15% entregaram representações incoerentes. Nesse sentido, consideramos representações coerentes aquelas que trazem, por exemplo, desenhos de baldes de água e tinta e incoerentes aquelas com cálculos matemáticos incorretos e ausência de objetos que pudessem retratar o problema proposto. Outro fato importante diz respeito à presença de informações numéricas nos desenhos dos estudantes. Dos 33 estudantes que entregaram os desenhos, 14 deles trouxeram dados numéricos nas representações, representando 42,42%, enquanto 19 alunos não utilizaram tais informações, o que representa 57,58% dos alunos participantes.

Em se tratando do número de estudantes que acertaram completamente a questão (caso 1) na primeira fase da aplicação do problema, temos apenas um aluno (aluno 5) que representa 2,94% dos estudantes. A estratégia adotada por ele para resolver o problema merece atenção e pode ser observada na figura 6.

Figura 6 - Resolução do aluno 5 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Ao analisarmos a resolução acima, notamos que houve um entendimento a respeito de adicionar litros à quantidade inicial (21 litros de tinta). O aluno iniciou adicionando um litro aos 21 já existentes, obtendo como resultado 22 litros, mas percebeu que deveria encontrar o número 30, por isso continuou desenvolvendo seu raciocínio e quando percebeu que a soma de 21+ 9 = 30 concluiu a resolução acrescentando o símbolo de porcentagem (%) ao número 30, obtendo, de maneira incorreta, 30%. Assim, percebeu que 9 litros estavam relacionados aos “30%” finalizando sua resolução e encontrando a solução.

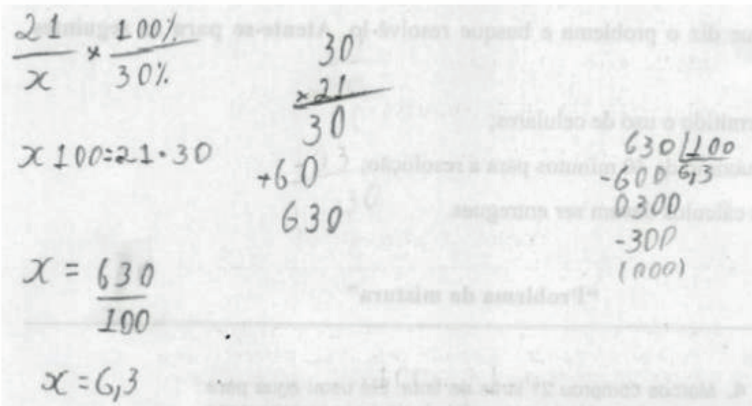
Continuando a análise das respostas dos alunos na fase 1, 91,17% (31 alunos) refere-se ao percentual de alunos incluídos no caso 2, isto é, aqueles estudantes que não acertaram a questão ou não finalizaram a resolução, mas que indicaram alguma estratégia. Percebemos na resolução dos estudantes a predominância no

ISBN: 978-85-61702-77-9

uso da regra de três, mas em algumas resoluções também aparecem cálculos de multiplicação e divisão.

A figura 7 mostra um exemplo de uma resolução completa, porém com o resultado incorreto. Nesse sentido, é interessante, ainda, mencionarmos que tal resultado (x = 6,3) encontrado pelo aluno 6 confirma parcialmente a nossa hipótese inicial, já que consideramos essa possibilidade de resposta por meio de um cálculo de porcentagem (30% de 21) e não com a utilização de uma regra de três como vemos na figura 7.

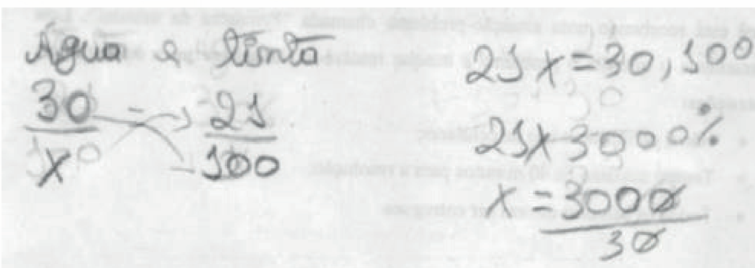
Figura 7 - Resolução do aluno 6 para o Problema da mistura



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Semelhantemente à resolução da figura 7, a figura 8 mostra outra resolução também com o uso da regra de três, porém nesse caso o aluno 7 não deixa explícita qual a solução encontrada para o problema.

Figura 8 - Resolução do aluno 7 sem solução explícita

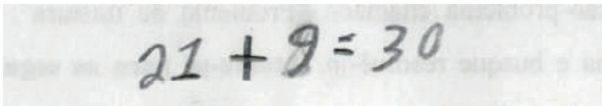


Fonte: acervo da pesquisa (2023)

ISBN: 978-85-61702-77-9

A respeito do caso 3, dois estudantes estão inseridos nessa categoria. Esse número representa 5,88% dos alunos participantes da pesquisa durante a primeira fase da aplicação do “Problema da mistura” em sala de aula. Um deles deixou o espaço destinado para rascunhos e cálculos em branco e o outro (aluno 8) indicou apenas uma adição entre os números 21 e 9, conforme mostra a figura 9.

Figura 9 - Resolução do aluno 8 sem nenhuma indicação de estratégia de resolução



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Observando essa evidência de resolução percebemos que o aluno 8 desconsiderou o dado em representação percentual expresso no enunciado do problema, por isso encontrou equivocadamente o número inteiro 30. Por outro lado, podemos inferir que o estudante certamente pensou qual seria o número que somado com 21 resultaria em 30, por isso vemos o número 9 no indício da resolução na figura 9.

Os registros em forma de desenhos mostram claramente que a maioria dos estudantes compreenderam o problema, porém há um quantitativo consideravelmente grande daqueles que apresentaram dificuldades nas representações. Isso revela que os estudantes não estão familiarizados com esse tipo de atividade, por isso a metodologia de resolução de problemas atrelada ao desenvolvimento de estratégias precisa ser constantemente trabalhada nas salas de aulas de Matemática desde o Ensino Fundamental. Nesse contexto, a literatura demonstra que há necessidade de ênfase na apresentação das estratégias de resolução de problemas durante as etapas da Educação Básica para que os alunos tenham conhecimento e condições para resolver os problemas matemáticos existentes e futuros.

Diante de todos os dados apresentados referentes à resolução do problema em sala de aula na fase 1, constatou-se que, quase por unanimidade, os estudantes participantes não encontraram a solução correta para o “Problema da mistura”, salvo o aluno 5 que desenvolveu um processo de testagem como vimos anteriormente na figura 6. Além disso, verificou-se que muitos estudantes não buscaram adotar suas próprias estratégias de resolução, apenas consideraram o uso da regra de três como única maneira de determinação da solução do problema proposto. Ainda, mesmo que não fosse nosso objetivo, é possível identificar em alguns casos

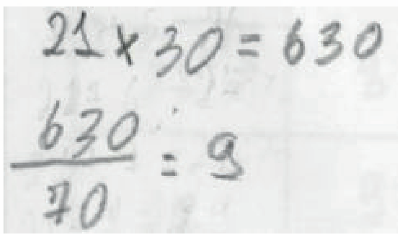
ISBN: 978-85-61702-77-9

os erros dos estudantes no que se refere aos cálculos de multiplicação e divisão, bem como dificuldade em distinguir um número diante de sua representação inteira e percentual.

Na fase 2, novamente, analisamos as respostas dos alunos ao problema separando-as em quatro casos: caso 1 – respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo duas estratégias; caso 2 – respostas de alunos que acertaram a questão desenvolvendo uma estratégia; caso 3 – respostas de alunos que não acertaram ou não finalizaram a questão, mas que indicaram o desenvolvimento de alguma estratégia; caso 4 – respostas de alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram alguma estratégia de resolução. Esse último caso também inclui as respostas em branco.

No que se refere às resoluções para o "Problema da mistura" que apresentam as estratégias da regra de três e construir uma tabela, três estudantes conseguiram determinar a solução, os quais representam 8,33% dos participantes na segunda fase da aplicação. Dois desses alunos (alunos 1 e 6), utilizaram cálculo de multiplicação e divisão para determinar a solução, porém sem a estrutura da regra de três. A figura 10 mostra a resolução do aluno 1.

Figura 10 - Resolução do aluno 1 usando apenas cálculo de multiplicação e divisão



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

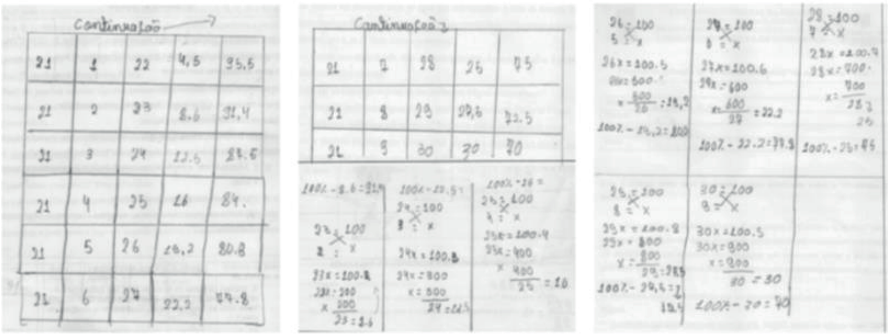
É válido destacar que os alunos participantes da pesquisa não foram informados sobre a possibilidade de encontrar a solução dessa maneira porque desejávamos o desenvolvimento das estratégias de resolução indicadas no material. No entanto, essa resolução é válida e coerente porque os resultados estão indicados corretamente e o aluno mostra que compreendeu o problema ao utilizar um dado ausente.

A estratégia de construir uma tabela foi bem desenvolvida pelo aluno 1, entretanto percebemos que ele não traz o símbolo de porcentagem (%) para indicar que seus resultados estão representados de forma percentual. Essa desatenção dos

ISBN: 978-85-61702-77-9

estudantes foi percebida em 21 resoluções. Na figura 11 abaixo vemos a maneira como o aluno 1 desenvolveu a estratégia de construir uma tabela para encontrar a solução para o “Problema da mistura”.

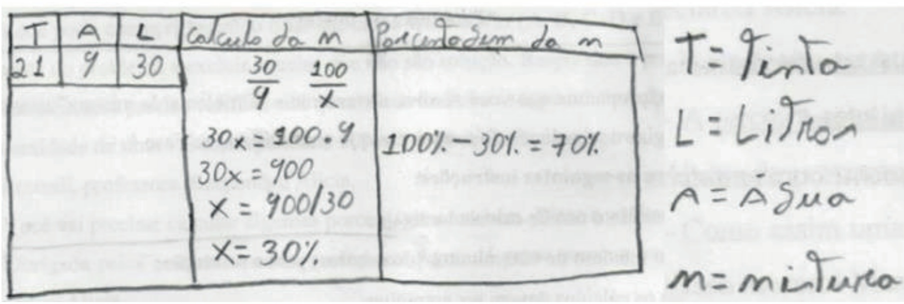
Figura 11 - Resolução do aluno 1 usando a estratégia de construir uma tabela



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Diferentemente da resolução vista na figura 11, a resolução na figura 12 confirma novamente o esperado: a possibilidade de algum aluno não desenvolver todos os cálculos na tabela e ainda determinar a solução correta.

Figura 12 - Resolução do aluno 6 usando a estratégia de construir uma tabela sem todos os cálculos



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Nesta resolução, provavelmente, o aluno 6 desejou utilizá-la apenas para confirmar seu resultado encontrado com a sua primeira estratégia, pois ele não desenvolveu os cálculos para a adição de 7 litros de água, por exemplo, como acontece na resolução da figura 11. Apesar de a tabela estar incompleta, notamos uma

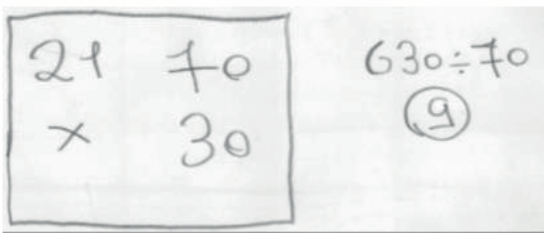
ISBN: 978-85-61702-77-9

organização do aluno 6 ao perceber que houve um cuidado em indicar o significado das letras presentes na sua tabela. Ainda, outro aspecto importante da resolução vista na figura 12 é que o estudante não deixa de trazer o símbolo de porcentagem (%) nos seus cálculos. Isso mostra que o aluno entende a importância desse símbolo para a sua resposta.

Quanto ao caso 2, quatro estudantes (alunos 5, 10, 11 e 12) acertaram a questão desenvolvendo uma estratégia. Apenas o aluno 11 desenvolveu a estratégia da regra de três completamente, enquanto os alunos 5 e 10 não apresentaram nas resoluções a estrutura correta da regra. O aluno 12 resolveu o “Problema da mistura” por meio da estratégia de construir uma tabela, mas a tabela do aluno só foi construída a partir dos cálculos referentes à adição de 9 litros de água. Sendo assim, 11,11% representa o percentual de estudantes incluídos no caso 2.

A estratégia mais adotada, quase em unanimidade, foi a regra de três, mas também aparece para o segundo caso a estratégia de construir uma tabela, mesmo sem todos os cálculos. Na figura 13, vemos a maneira que o aluno 5 buscou para resolver o problema.

Figura 13 - Resolução do aluno 5 usando a estratégia da regra de três sem a estrutura correta



Fonte: acervo da pesquisa (2023)

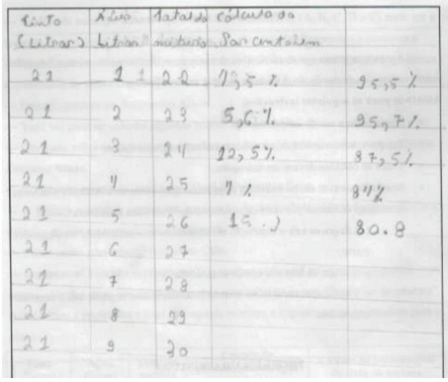
Observando a resolução acima, nitidamente vemos que o aluno 5 não traz a identificação a que corresponde os números inscritos no quadro por ele e não desenvolve todos os cálculos. Com essa resolução, percebemos mais uma vez a falta de atenção quanto a distribuição dos dados do problema na estrutura da regra. Evidentemente, o estudante acertou a questão, porém podemos verificar que a estratégia adotada não foi desenvolvida completamente.

A respeito do terceiro caso, das respostas de alunos que não acertaram ou não finalizaram a questão, mas que indicaram o desenvolvimento de alguma estratégia, 26 estudantes estão inseridos nessa categoria. Eles representam 72,22%, ou

ISBN: 978-85-61702-77-9

seja, a maioria dos participantes da pesquisa. Na figura 14 podemos observar um exemplo de resolução para o caso 3 da segunda fase da aplicação do problema em sala de aula.

Figura 14 - Resolução do aluno 9 sem finalização da estratégia de construir uma tabela



Tinta (Litros)	Álcool Litros	Total da mistura	Cálculo da Porcentagem	
21	1	22	4,5 %	95,5 %
21	2	23	5,6 %	95,7 %
21	3	24	12,5 %	87,5 %
21	4	25	4 %	84 %
21	5	26	15 .)	80.8
21	6	27		
21	7	28		
21	8	29		
21	9	30		

Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Na resolução do aluno 9, fica evidente a dificuldade do estudante em desenvolver completamente a estratégia de construir uma tabela. Isso porque é preciso realizar os cálculos de porcentagens necessários para as colunas quatro e cinco da tabela.

Por fim, o quarto e último caso é referente às resoluções dos alunos que nem acertaram a questão, nem indicaram alguma estratégia de resolução. Além disso, os alunos que não responderam também estão incluídos nesse quarto caso. Analisando as resoluções dos participaram da pesquisa, verificamos que três estudantes estão nessa categoria. Logo, 8,33% é o percentual dos estudantes, considerando os fatores do caso 4.

Em vista dos dados apresentados, notamos que nenhum estudante buscou resolver o "Problema da mistura" utilizando a estratégia da resolução em sentido inverso somente. Isso nos revela que essa estratégia provavelmente seja a mais difícil para ser desenvolvida por estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental. Além disso, consideramos também que a dificuldade dos alunos com cálculos de porcentagem (habilidade fundamental para o desenvolvimento da estratégia) e o não entendimento sobre o significado dos 30% do total de litros da mistura, que sofre alteração em cada tentativa, possa ter contribuído para os estudantes não buscarem desenvolver essa estratégia.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Das três estratégias apresentadas, a regra de três é a mais recorrente nas resoluções sejam elas finalizadas ou não. Contudo, ainda é perceptível que a estrutura da regra não é totalmente desenvolvida pelos estudantes. Com relação a estratégia de construir uma tabela notamos que poucos alunos a desenvolveram completamente. Dessa forma, tal estratégia possibilitou os estudantes alcançarem uma resolução parcial para o problema.

Os resultados da pesquisa revelam que os estudantes não demonstram conhecer diferentes estratégias de resolução de problemas. Em contrapartida, o número de estudantes que acertaram a questão aumentou consideravelmente, quando comparado ao resultado do mesmo problema na primeira fase da aplicação. Na primeira fase apenas um aluno acertou a questão, já na segunda sete estudantes responderam corretamente o problema proposto.

Acreditamos que essa mudança se deve especialmente às dicas de estratégias que foram entregues aos alunos e a possibilidade do uso das calculadoras. Com esse objeto em mãos, os alunos puderam ter a certeza que os cálculos realizados por eles estavam corretos. Sendo assim, podemos pontuar que elas influenciaram nos acertos e também no foco pela busca da realização de alguma estratégia e não apenas nos cálculos.

Esses resultados reforçam a necessidade de trabalharmos frequentemente problemas matemáticos interessantes em sala de aula que possibilitem várias estratégias de resolução para, assim, equiparmos os nossos alunos com estratégias para resolver problemas parecidos com o proposto na presente pesquisa. Assim, esse estudo reforça a importância das aulas de Matemática serem desafiadoras para que, a médio ou longo prazo, os estudantes estejam familiarizados com diferentes maneiras de resolver problemas e não se limitar à regra de três.

Os dados da pesquisa mostram que os estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental ainda não desenvolveram completamente habilidades referentes à resolução de problemas com cálculos de porcentagem sem a utilização da regra de três. Isso reforça a necessidade de um trabalho com um planejamento de ensino voltado para o atendimento dessas defasagens, pois estamos mencionando uma habilidade que, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), deveria ser desenvolvida já no 6° ano do Ensino Fundamental. Diante disso, concluímos que a porcentagem deve ser trabalhada regularmente nas salas de aula de Matemática, pois esse objeto de conhecimento é dificuldade para muitos estudantes concluintes do Ensino Fundamental.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Além disso, é importante destacar alguns apontamentos que podem ter interferido nos resultados do nosso trabalho. O primeiro deles está relacionado ao tipo de problema proposto aos alunos. Com base nessa observação, é interessante considerarmos que a ausência de um estudo prévio do tipo de problema proposto em sala de aula, bem como a incerteza quanto ao problema escolhido possibilitar o desenvolvimento de várias estratégias de resolução são razões que podem contribuir para resultados distintos desses apresentados no nosso trabalho.

O segundo apontamento tem relação ao argumento de Dante (2005) no que diz respeito ao trabalho com problemas que tenham uma linguagem matemática próxima da realidade dos alunos. Nesse cenário, acreditamos que o "Problema da mistura" cumpre esse requisito, pois aborda um contexto cotidiano: diluir uma quantidade de tinta. No entanto, um problema com linguagem matemática mais refinada e contexto desconhecido pelos estudantes podem também ser considerados como variáveis que interferem nos resultados. Em vista disso, podemos citar a não compreensão do significado de algum vocábulo ou símbolo matemático presente no enunciado do problema e o não interesse na busca da solução, por exemplo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho possibilitou um entendimento a respeito das estratégias de resolução de problemas a partir de uma situação-problema que envolve cálculos de porcentagem. Esse objeto matemático é considerado como fonte de dificuldades de muitos estudantes e tais dificuldades perpassam toda a Educação Básica.

O foco para o desenvolvimento das estratégias de resolução de problemas nas aulas de Matemática revelou-se como principal contribuição do nosso trabalho para professores de Matemática, estudantes da área e literatura existente.

Com a elaboração desse estudo, concluímos que as estratégias de resolução de problema requerem entendimento sobre a própria estratégia e conhecimento matemático de quem as utilizam. Isso foi observado na aplicação do problema em sala de aula, quando a estratégia de resolução em sentido inverso juntamente com tentativa e erro não foi adotada pelos estudantes participantes da pesquisa.

Para dar sequência a essa pesquisa, sugerimos que outros pesquisadores abordem o tema apresentado na perspectiva de diferentes representações da porcentagem, isto é, representações fracionária e decimal. Recomendamos também a possibilidade de propor a estratégia de experimentar uma forma mais simples do

ISBN: 978-85-61702-77-9

problema, trazer excesso de dados para o "Problema da mistura" objetivando uma análise das resoluções dos estudantes para o novo problema elaborado e retirar, talvez, o uso da calculadora. Uma última sugestão para estudos futuros é adaptar a proposta aqui apresentada e aplicá-la em diferentes anos do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ALVES, S. C.; PROENÇA, M. C. de. O ensino e a aprendizagem do conceito de porcentagem por meio da resolução de problemas. *In*: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2014.** Curitiba: SEED/PR., 2016. v.1. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_artigo_sidneia_cristina_alves.pdf. Acesso em: 17 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 121-149.

D'AMBRÓSIO, B. S.; D'AMBRÓSIO, U. Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. **Atos de Pesquisa em Educação**, v. 1, n. 1, p. 75-85, jan./abr. 2006. Disponível em: https://bu.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/65/33. Acesso em: 12 dez. 2022.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12 ed. São Paulo: Ática, 2005.

GIL, A. C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. (orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 188-201.

OBMEP. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP. **Provas e soluções.** Disponível em: https://drive.google.com/file/d/125nUD1ceE0YaKxWjh_en6cEfnAkZOVGI/view. Acesso em: 10 jun. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SANTOS, A. J. dos. **O "problema da mistura" envolvendo porcentagens**: um estudo da mobilização das estratégias de resolução de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. 2023. TCC (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências Aplicadas e Educação, 2023. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/27620. Acesso em: 17 ago. 2023.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.028

O ALUNO DE ESCOLA DO CAMPO QUE APRENDEU SER RESILIENTE: UMA HISTÓRIA DE LUTA E RESILIÊNCIA

LUCÍLIO HALTER SOBRAL MENDES
Licenciado em Pedagogia pelo ISEP, pós-graduado em psicopedagogia Clínica e Institucional – CEPAI, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática – UFPE/CAA. lucilio.halter@ufpe.br

CONSTANTIN XYPAS
Doutor em Ciências da Educação. Atualmente é Professor Visitante da UFPE e vice-coordenador do NUPERES; Professor Associado da Universidade de Shebrook e da Universidade de Québec à Três-Rios; Professor Titular (aposentado) e ex-coordenador da pós-graduação stricto sensu, incluindo o Mestrado e o Doutorado em Ciências da Educação na Université Catholique de l'Ouest (França). Professor visitante da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. constantinxypas@uern.br

RESUMO

O artigo traz em seu bojo a história de Lucílio Halter desde sua tenra idade na formação em escola do campo até se tornar professor e ir constituindo-se tutor de resiliência dos seus alunos a partir do encontro com seus professores na trajetória escolar. Mesmo diante de condições sociológicas desfavoráveis ele consegue prosseguir nos estudos até chegar ao mestrado acadêmico em Universidade Federal-UFPE/CAA. A metodologia desencadeou uma narrativa autorreflexiva actancial da semiótica dos actantes de A. J. Greimas, onde se fundamenta nos estudos da relação ao saber de B. Charlot, A busca do sentido de Viktor Frankl, A construção do heroi em cada história de sujeito de Lutz Müller, A sociologia do êxito improvável de Xypas e Cavalcanti, A teoria do capital cultural de Pierre Bourdieu e Jean-Claude Passeron, e a teoria da resiliência de Boris Cyrulnik.

Palavras-chaves: Narrativa Autorreflexiva. Resiliência. Origem Popular. Educação de do Campo.

INTRODUÇÃO

A presente pesquisa objetiva evidenciar como, no âmbito da formação continuada, qualquer professor pode aprender a se tornar tutor de resiliência dos seus alunos, no sentido de B. Cyrulnik (2015). Acreditamos que cada docente deve mergulhar na sua infância e relembrar das dificuldades encontradas, tanto escolares quanto familiares, assim como dos professores que o ajudaram, seja de maneira explícita e voluntária, seja de maneira implícita e involuntária. A metodologia utilizada consiste em pedir à cada professor que possa aceitar em redigir sua autobiografia educacional aplicando o modelo da Narrativa Autorreflexiva Actancial. O artigo inclui um exemplo do narrador o professor Lucílio. Com isso, o professor torna-se mais consciente de sua responsabilidade de formar e dar condições para que os alunos possam pensar suas potencialidades nos estudos e serem capazes de batalhar com os "dragões" em suas vidas.

A pesquisa se fundamenta na busca de sentido pelo saber que se alicerça nos escritos de Viktor Frankl (1987) e Lutz Müller (1987) onde o primeiro fala de como procuramos dá sentido na vida apesar dos desafios constantes. Já o segundo fala de como cada sujeito tenta construir um heroi na sua história de vida vencendo o dragão (uma pessoa que dificulta a vida do sujeito como pode ser uma situação adversa), que se colocam a todo momento para desafiá-lo. Para isso, eles em seus escritos teorizam, a seus modos, a busca do sentido para conquistas nos estudos diante das inquietações e questionamentos de como se constroi o bem-estar docente, surgiu a pergunta como o professor enquanto tutor de resiliência ajuda seus alunos a terem sentido para verem na escola um local que possibilitem a ascensão social? Tendo na consciência que são muitos desafios encarados pelos professores. Acredito que a ação docente está intimamente igual ao objetivo do médico para com seus pacientes: a cura e prevenção das doenças nos pacientes e na população em geral. Assim, está no amago do professor o cuidado educativo e o despertar do desejo de aprender e por consequência o bem-estar do aluno, desta forma pensada como Xypas (2022). Para tanto, busco pensar na minha identidade como professor, mesmo percorrendo uma longa jornada de desafios na trajetória escolar e como também no ambiente familiar que tem nuances de ascensão social entre parentes que se aventuram em movimentos migratórios para trabalhar no sul do país e por conseguinte, poder oportunizar condições de estudos aos mais jovens familiares; Como também outros membros sacrificam seus sonhos em detrimentos

ISBN: 978-85-61702-77-9

de outros num movimento em desapego de si. No tocante deste contexto familiar podemos afirmar categoricamente que a teoria do capital cultural de Pierre Bourdieu e Jean-Claude Passeron, não dão conta de caracterizar a ascensão social de alunos de origem popular.

Outra questão a ser respondida: Como um professor se torna tutor de resiliência dos seus alunos? A construção da identidade docente vai se moldando na longa jornada, as vezes por imposição de parentes, por falta de outras opções de trabalho e em muitas situações o sujeito passa por um processo de individuação em que ele próprio tem a capacidade de abstrair do ambiente sentido para querer fazer a diferença na vida de outros sujeitos no caso, alunos. Para Leal (2011), o tutor de resiliência vai além de um protetor, ele estabelece uma relação em estilo de capacitor de desenvolvimento emocional. Antes de ser um tutor de resiliência o professor foi tocado por outro que lhe demostrou a capacidade de transformação na superação de desafios, onde foi demostrado a resiliência na prática consigo. Para Cyrunilk (2015), toda e qualquer pessoa pode torna-se resiliente desde que tenha outra pessoa que possa está disponível para ajudá-lo na superação de um trauma ou qualquer que seja o momento difícil. Seja uma palavra de apoio, um gesto, uma ajuda afetiva. Isso pode ser a mola propulsora na vida do indivíduo. Esse tutor de outrora pode ser um familiar, um amigo, religioso e/ou professor na vida escolar. No caso deste narrador destaco o professor de matemática Claudionor, a professora de filosofia Belzinha, e de português Clemanze. Pelo olhar e acolhimento desses professores para um aluno extremamente tímido que fui aos poucos me constituindo professor que tem como objetivo principal na profissão despertar nos alunos o brilho intenso no aprender e na capacidade de vencer os percalços do cotidiano. Não poderia deixar de também destacar minha primeira professora alfabetizadora, a Tia Vanda. Assim, dou sentido à docência acompanhar meus alunos individualmente e encorajá-los sempre.

Portanto a partir do que foi exposto me faço a seguinte pergunta: Qual foi o sentido que busco para ser resiliente nas condições adversas e prosseguir nos estudos? Perante essa questão, tenho clareza de que no decorrer de minha vida fui constituindo uma forma de resiliência que meus pares me mostravam como é intrínseco a dupla capacidade de ensinar e aprender para isso, alunos e professores necessitam desejarem, (LEAL, p. 38, 2011). O sentido de prosseguir nos estudos foi e é sempre motivar e ter a motivação no brilho do olhar em aprender. Como também

ISBN: 978-85-61702-77-9

fica cristalino que o sentido do oficio do docente depende da maneira com qual, enquanto discente, conseguir superar fracassos escolares e desafios educativos.

Com base teórico-metodológica em Xypas e Cavalcanti, (2022) os autores dão uma nova leitura quanto a relação ao saber do aluno, dos pais - mesmo semiletrados - e dos professores, anterior feita por Bernard Charlot (2009) coloca de forma contundente a função da escola no viés capital:

> Ela serviu de base às "sociologias da reprodução" que demonstraram, de forma convincente, que a escola beneficia os dominantes e contribui assim para a reprodução da desigualdade social. (CHARLOT, 2009).

Em Xypas (2019), traz um novo olhar através da Sociologia do Êxito Improvável quando fala que em diferentes sociedades tem observado uma clara ascensão social pelos estudos de pessoas desprovidas das precondições familiares e escolares. Diferentemente preconizada por Bourdieu (1964) e Passeron (1970) os quais colocam a lei da sociologia, como a universalidade da reprodução das classes.

No ambiente acadêmico superior e em escolas dita de "referência" as quais formam inicialmente futuros professores é recorrente discussões de como fazer os estudantes terem bom desempenho no processo de escolarização e alcançar um êxito escolar, principalmente alunos de classe popular. Quais técnicas adequadas ao processo de aprendizagem lhes favoreceriam? Quais correntes pedagógicas progressistas poderiam lhes darem capital epistemológico para vencerem nos estudos? Quais recursos tecnológicos revolucionários seriam alavancadores na dinâmica social para os esses alunos vencerem nos estudos? Tais questões devem ser refletidas de maneira consciente de que o processo de aprendizagem é dinâmico e subjetivo, onde uma série de fatores devem ser levados em consideração. Em CAVALCANTI, XYPAS, (2022):

> Nossa sociedade, assim como em muitos países, é marcada por profundas desigualdades socioeconômicas. Tais desigualdades acabam se reproduzindo no tempo, de forma que os filhos das classes econômicas mais favorecidas, herdeiros de capitais econômicos, social e cultural, tendem a se posicionarem na classe dos pais e filhos das classes economicamente desfavorecidas repetem o perfil socioeconômico de sua origem. (CAVALCANTI, XYPAS, p.235, 2022)

Fato constatado por estudos da (OCDE) em 2018 com a população de 30 países membros da organização. Esse olhar demostra consonância com os estudos

ISBN: 978-85-61702-77-9

feitos por dois autores BOURDIEU e PASSERON, (1964 e 1970). Esses autores veem colocar como papel da escola e da família na ***reprodução*** das ***classes sociais***. Portanto, seria essa uma lei da sociologia, pois a reprodução se encontra em todas as sociedades. Visão amplamente contestada por XYPAS, (2022):

> No entanto, em todas as sociedades observamos ***ascensão social pelos estudos*** de pessoas desprovidas das precondições familiares e escolares. Observação contradizendo a lei da reprodução. (XYPAS, p.239, 2022)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A dinâmica da reprodução de conceitos da correlação de origem social e desempenho escolar centradas em teorias reproducionista para explicação do fracasso escolar, precisam ser questionadas. Nesse sentido que Cavalcanti e Xypas evidenciam que esse determinismo não se sustenta, tendo em vista que projetos familiares educacional e de capital favorável fracassam e, enquanto, há projeto educacional de origem popular que conseguem êxito e ascensão social. Essa é o cerne da Sociologia do Êxito Improvável construída nos estudos do profº Drº Constantin Xypas e proº Drº Dilson Cavalcanti.

As possíveis respostas para as perguntas feitas inicialmente não temos prontas, até por que existem um conjunto de fatores intrínsecos no dinamismo do ensino e aprendizagem. Os mesmos autores nos dizem que, a complexidade das questões para alunos de pouco capital financeiro tidos como improvável para terem êxito escolar não está em apenas uma única teoria, p. 237, mas encontra uma possível ideia da capacidade de ressignificar a sua história tornando-se resiliente e protagonistas de sua vida, em dois autores: Frankl(1987) e Muller (1987), onde um discorre como se dá sentido à vida passando por momentos difíceis e ressignificando esses momentos e o outro como cada sujeito constrói o heroi dentro de si superando as dificuldades (dragão) diariamente.

Frankl em a busca de sentido, traz no cerne de sua teoria o sofrimento como motivador e essencialmente desafiador para aquele que está imenso num ambiente hostil, mas também, descobre que o sofrimento por si só não aniquila a existência humana:

> Da maneira com que uma pessoa assume o seu destino inevitável, assumindo com esse destino todo o sofrimento que se lhe impõe, nisso se revela, mesmo nas mais difíceis situações, mesmo no último minuto de

ISBN: 978-85-61702-77-9

> sua vida, uma abundância de possibilidades de dar sentido à existência. Depende se a pessoa permanece corajosa e valorosa, digna e desinteressada, ou se na luta levada ao extremo pela auto-preservação ela esquece sua humanidade e acaba tornando-se por completo aquele animal gregário, conforme nos sugeriu a psicologia do prisioneiro do campo de concentração. Dependendo da atitude que tomar, a pessoa realiza ou não os valores que lhe são oferecidos pela situação sofrida e pelo seu pesado destino. Ela então será "digna do tormento", ou não.(FRANKL, p.48, 1987)

O sofrimento como possibilidade de se ter um sentido na vida ou descobri-lo, consiste em lutar bravamente a partir de uma tomada de atitude por escolher viver no controle das ações que os fará um protagonista de sua história e, daí ser digno daquele sofrimento que se tornou combustão para a sua trajetória. Talvez fora isso, que me deram motivação para continuar nos estudos acadêmicos até o momento, com inspiração nas lutas de minha mãe e nas orientações de alguns professores tutores de resiliência que o pequeno agricultor é provado para saber se é digno da luta travada contra o dragão diariamente.

O sujeito que passa por situações extrema na vida e que encontra um sentido para ainda continuar vivendo com uma fagulha de esperança, quase que sempre se coloca diante da questão decisiva: A vida tem um sentido? E aquele que passou cinco longos anos em campo de concentração vem nos falar:

> Precisamos aprender e também ensinar às pessoas em desespero que a rigor nunca e jamais importa o que nós ainda temos a esperar da vida, mas sim exclusivamente o que a vida espera de nós, p.54 [...] Diante disso [...] Ela sabe do "porquê" de sua existência - e por isso também conseguirá suportar quase todo "como". P.56, (FRANKL, 1987).

Com consciência de como enfrentar com bravura o sofrimento do momento o sujeito procura ser o autor principal de sua história e faz escolhas as quais farão parte essencial do processo de individuação, que constituem a capacidade de se autorregular como protagonista da existência no mundo.

Para Boris Cyrunilk:

> A resiliência é uma arte de navegar nas torrentes[...] uma vez que caiu numa correnteza que o faz rolar e o carrega para uma cascata de ferimentos, o resiliente [...] deve brigar para não se deixar arrastar pela inclinação natural dos traumatismos que o fazem navegar aos trambolhões, de golpe em golpe, até o momento em que uma mão estendida lhe ofereça um recurso externo, uma relação afetiva, uma instituição social,

ISBN: 978-85-61702-77-9

> ou cultural que lhe permita a superação, (CYRULNIK, 2004, p. 207, apud. XYPAS, CAVALCANTI, 2022, p.221-222).

Na vida de uma pessoa resiliente se encontra algo de muito valor que é o heroísmo de ter superados obstáculos com ajuda de outra pessoa o qual chamamos de "tutor de resiliência" aquele que de alguma maneira ajuda a levantar alguém que foi arrastado pela turbulência, com palavras de animo, de fortaleza e de mobilização para continuar firme na jornada.

Diante de uma pessoa que passou por situações difíceis e que conseguiu vencer com coragem, responsabilidade de que poderia fazer escolhas outras, mas resolveu escolher um caminho penoso que, portanto, lhe deu capital de resistência podemos dizer que nesses moldes temos um heroi. Homem ou mulher capaz de enfrentar condições adversas e venceu. Vejamos como se coloca nesta descrição:

> O herói tem quase sempre pais divinos ou nobres, sendo ao mesmo tempo filho de seres humanos normais. A gestação, a gravidez, o nascimento e a primeira infância suportam uma grande carga. Algumas vezes os pais são estéreis, outras vezes o herói é rejeitado desde o princípio; ou seu nascimento tem de se realizar em um local secreto, ou ele deve ser morto e exposto. Sendo de origem nobre e divina, experimenta o sofrimento da criança abandonada, desamparada, cuja verdadeira natureza a princípio não é reconhecida. É ao mesmo tempo poderoso e carente. (MÜLLER, p.10, 1987).

E continuando sua trajetória o heroi se molda na realidade posta:

> Excelentes mestres ajudam-no a aperfeiçoar suas habilidades e conhecimentos. Adquire suas armas pessoais, quase sempre de procedência e qualidade especial. Muitas vezes encontra também um animal, fiel companheiro — em geral cavalo, cão ou pássaro —, que se distingue pela inteligência, segurança instintiva e força.[...] A verdadeira luta do herói leva-o a penetrar em esferas desconhecidas e estranhas. Pode tratar-se de um lugar secreto, de difícil acesso, onde atua um poder sinistro e ameaçador, por exemplo um monstro semelhante ao dragão, um inimigo perigoso ou então a morte. Depois de uma luta difícil, quase fatal, o herói consegue superar esse poder inimigo. Em seguida, ganha um tesouro (ouro, reino, conhecimento, fama) e uma jovem virgem, com a qual se unirá e terá um filho.(MÜLLER, p. 12, 1987).

O heroi é um personagem central na história onde passa por maus-bocados, ou seja, enfrenta grandes desafios que ameaçam a sua existência e que pode

ISBN: 978-85-61702-77-9

levá-lo à morte. O heroi também é dotado de algo extraordinário que lhe é próprio em sua essência a capacidade de sofrer e ser altruísta em favor de um bem maior para ele e como também para com os outros em especial. Ele supera dragões a todo dia com firmeza e coragem.

METODOLOGIA

Para entendermos com bastante clareza o caminho de um sujeito na sociologia do Êxito Improvável utilizamos o método autobiográfico, apresentados por Xypas, Cavalcanti (2022), que traça um quadro de elementos actantes onde revela o roteiro para o heroi desvelar a sua bravura. Esse quadro que os autores apresentam segue a inspiração de Greimas e Courtés (2012), para cada actante existe uma função que correlaciona para o cumprimento da missão do heroi e como ele pode dá sentido ao seu sofrimento na vida enquanto sujeito de sua história.

Quadro 1- Actantes na narrativa autoreflexiva, segundo Greimas e Courtés (2012 *apud* XYPAS, CAVALCANTI, 2022)

Actantes	Função
Destinador	Aquele que estabelece a missão
Destinatário	Aquele que recebe a missão
Objeto	O objeto desejado pelo sujeito
Contrato	O acordo entre o destinador e destinatário
Oponentes	Aqueles ou aquilo que agem contra a missão
Adjuvantes	Aqueles que ajudam o destinatário a cumprir a missão
Competência	Tudo aquilo que o sujeito aprende para conquistar o objeto
Performance	Como vence os obstáculos e os pontos que lhe fez resiliente
Sanção	A recompensa do destinatário, a conquista de seu êxito, ou seja o bônus

Fonte: o autor (2022)

Suscitados pelos autores neste quadro 1, nos inspiramos para desenhar os actantes de nossa história para melhor demonstrar os agentes e suas funções na narrativa autoreflexiva apresentada.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 2- **Actantes e suas funções exercidas na narrativa do autor.**

Actantes	Função
Mãe	"Estude para ser gente"
O autor	O Filho
Estudos	Conseguir concluir, chegando até o ensino superior
Prosseguir nos estudos	Ir para escola e ser aprovado no ano letivo
Falta de capital financeiro/ distância/ professores desmotivadores/ falta de transporte escolar	Ter pouco capital financeiro para suprir as necessidades básicas; conhecer professores que não reconhecia o valor da receptividade; dificuldade no acesso à escola: distância.
Mãe/ parentes/ professores tutores de resiliência	Mãe que o incentivava; parentes que o acolhia; professores que sabiam recepcionar alunos e motivá- los.
Perseverança/ força de vontade/ incentivo de alguns professores	Reconhecimento que o caminho é árduo, mas sempre tem ao final recompensas; vale a pena lutar e enfrentar o dragão; receber um elogio ou fazê-lo faz a diferença.
Respeito para com os outros/ dedicação	Lutar pelos objetivos; ter clareza do que se quer conquistar; acolhimento do outro como forma de ajudar a vencer desafios; dá sentido as coisas que estão postas no decorrer do percurso.
Diploma/ emprego/ torna-se professor	Vencer mediante os estudos: conquistar o título de mestre; torna-se professor e tutor de resiliência; ajudar outros nas suas conquistas.

Fonte: o autor (2022)

Por intermédio desse processo metodológico para narrativas autoreflexiva propostos pelos autores, tem-se o objetivo de conhecer e despertar em outros sujeitos a capacidade de reconhecimento de construção da relação com o saber e o processo de resiliência que podemos ter em comum e de que forma damos sentido ao saber escolar diante dos desafios encontrados por alunos de origem popular que tiveram ou tem êxito por meio dos estudos alcançando a ascensão social.

Com a relação ao saber e a motivação do sujeito em querer aprender para superação de condições sociais adversas Bernard Charlot (2009) coloca que a mobilização acontece quando faz sentido para o sujeito aprender o que está sendo proposto. Dessa forma, Charlot classifica essa mobilização em um ideal-tipo e que Bastos, Xypas e Cavalcanti (2020) sistematizam no quadro a seguir:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 3- Níveis de mobilização da relação ao saber

4-Os "alunos intelectuais"	Para alguns [alunos], estudar tornou- se uma segunda natureza e não consegue parar de fazê-lo	O aluno se mobiliza para aprender além do saber escolar. Ele busca o saber por interesse próprio
3-Os "alunos muito bem-sucedidos na escola"	Existem aqueles para os quais estudar é uma conquista permanente do saber e da boa nota. Características: dedicação/ mobilização/ luta/ esforço/ desejo e prazer em aprender	O pacto da excelência: mobilização máxima do aluno no âmbito escolar
2-Os "alunos sobreviventes na escola"	Há aqueles que estudam não para aprender, mas para passar para as séries seguintes, para ter um diploma, acreditando que isso é suficiente para se ter um bom emprego	O pacto da mediocridade: mobilização estratégica do aluno buscando o melhor custo x benefício, ou seja, o sucesso com o menor esforço
1-Os "alunos completamente perdidos na escola"	Há aqueles que não entendem por que estão na escola, alunos que de fato, nunca entraram na escola; estão matriculados, presentes fisicamente, mas jamais entraram nas lógicas específicas da escola	A escola não faz sentido. O aluno não entende por que se mobilizar

Fonte: Adaptado de Bastos, Xypas e Cavalcanti (2020)

1. NARRATIVA AUTORREFLEXIVA ACTANCIAL DE LUCÍLIO

A CONSTRUÇÃO DO BEM-ESTAR INFANTIL COM MEUS TUTORES DE RESILIÊNCIA

1.1. O CENÁRIO INICIAL

Minha mãe, uma mulher forte e de muita fibra, que desde cedo em sua vida lutou bravamente para vencer. D. Alaíde é a 4ª filha de 18 irmãos. Como uma das filhas mais velhas de meus avós sua vida foi marcada pelo trabalho na roça, assim, toda sua vida foi com a lida dura e difícil da agricultura. Na dinâmica familiar tem a característica de os filhos mais velhos darem suporte aos mais jovens, isso foi demostrado pela capacidade de cada um se doar pelo outro. Desse modo alguns filhos mais velhos fazem movimentos migratórios ao sudeste de onde apoiam

ISBN: 978-85-61702-77-9

financeiramente, para os outros continuarem estudando. Assim, D. Alaíde teve interrompido seus estudos chegando até a antiga 4ª série, ou seja, é semianalfabeta. Na vida adulta trabalhou como doméstica e pouco tempo após o nascimento do primogênito (esse que vos escreve) foi abandonada pelo companheiro. Após alguns anos volta a morar no espaço rural. Momentos muito difícil devido a conjuntura social do país nos anos 80, nesse período de tempo D. Alaíde se levanta todos os dias as 5 horas da manhã faz sua garrafa de café e coloca seu filho no "cangote", nas costas e sai para a roça andando 2 a 4 km para iniciar seu dia de trabalho e retornar as 5 horas da tarde. E nessa rotina passam-se alguns anos, por volta do início dos anos 90 surge a oportunidade de fazer um concurso de merendeira para escola por exigência da nova constituição é aprovada e as condições financeiras se tornam mais favoráveis.

Comentário1: A mãe apesar de ter tido pouco tempo para seus estudos, no decorrer da jornada de vida dura na agricultura faz esforço enorme, para que o filho tenha uma vida mais tranquila, através do trabalho. É quase que um contrato para dizer que por meio do esforço, do trabalho e estudos pode-se ter uma ascensão social (isso dito implicitamente por meio das ações) postos por Greimas e Courtès como elementos essenciais actanciais.

1.2. MINHA VIDA NO ENSINO FUNDAMENTAL I

Entrei na escola aos 7 anos de idade como era naquele período para o ingresso na escola no espaço rural já que não havia a educação infantil ou creche. Aos poucos aprendi a escrita e leitura, minha mãe me incentivava e sempre tinha uma frase de efeito para externalizar isso: "estude para ser gente" na sua simplicidade de falar em ascensão social. No chão propriamente dito da escola minha professora alfabetizadora tinha uma capacidade de tratar todos com afeto e muita compreensão. E algumas vezes me colocava como orientador para ensinar aos mais novos ou aqueles que não sabiam ainda ler e contar. Ela era minha tia consanguínea.

Comentário 2: Aqui observa-se que a mãe dá a missão explicitamente "estude para ser gente" onde recaí o contrato (estudar), o destinador (mãe), o adjuvante (tia). Elementos actanciais na vida do destinatário que depois de um tempo contribui para a constituição do professor tutor de resiliência. Outro ponto é que a família é portadora de ethos de ascensão social movidos pelos estudos, conceito preconizado por Bourdieu.

ISBN: 978-85-61702-77-9

1.3.MINHA EVOLUÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL II

A mudança de escola pequena no espaço rural para o espaço urbano foi um acontecimento que causou impacto quanto ao acesso ao prédio. Preciso salientar que o contexto educacional e social dos anos 90, ainda não havia sido implementado todas as premissas constitucionais quanto ao acesso a transporte escolar. Nessa época ainda não havia transporte escolar sistemático. Então para chegar a escola a noite tinha que caminhar por alguns quilômetros junto com outros colegas e ao final das aulas voltávamos para casa a pé por volta de 10 horas da noite. Após algum tempo tive ajuda de alguns parentes que residiam na cidade e continuava indo a pé dormia na casa deles e as 6 horas da manhã voltava. Isso foi uma rotina de 2 a 3 anos, em seguida foi implantado o direito a transporte escolar a todos alunos.

> *Comentário 3: A mudança de escola tratou de colocar desafios ainda não experiêciados na vida do narrador. Falta de transporte escolar e longa travessia de casa a escola, seria os seus oponentes naquele momento escolar da vida de Lucílio.*

Essa mudança para uma escola na cidade de grande porte tive um pouco de dificuldade, mas com um breve espaço de tempo me adaptei. Na 6ª série, o evento mais marcante foi na realização de um trabalho escrito que não atendia as normas do professor e fui chamado atenção em público (fato já relatado em outro momento). Para um aluno tímido, isso causa um desconforto imenso. Nesse espaço de tempo tinha um outro professor de matemática, era um sujeito cheio de si, ele chegava um pouco arrogante e autossuficiência superior, onde trazia seus livros debaixo do braço pedia para abrir o livro didático dava uma explicação rasa do conteúdo e dedicava a suas melhores atenções para as alunas que sentavam próximo ao seu birô. Isso rendia autos papos e até explicação mais detalhadas para quem tinha ele como o cento do universo.

> *Comentário 4: Aqui vemos dois exemplos de professores que em algum momento que pouco contribuíram ou seja, de alguma forma foram motivos de inspiração reversa. Ora, esses professores com suas ações pouco acolhedoras construíram no inconsciente do narrador um modelo de professor diferente dos quais se propusera ser, naqueles momentos na sala de aula. Eles foram oponentes.*

ISBN: 978-85-61702-77-9

Na 8ª serie, tive um **professor de matemática** que me incentivou muito, já que matemática não era e nunca foi a minha disciplina favorita, pois tinha bastante dificuldade. O professor Claudionor explicava quase que exaustivamente para que eu conseguisse compreender algo. Era paciente e até certo ponto muito correto no sentido de manter a harmonia da sala de aula.

> *Comentário 5: Temos em outro professor para o narrador uma inspiração. Ele trazia uma mensagem através da ação de paciência, de explicar e cuidar da aprendizagem dos alunos, "eu me importo com vocês, sei que são capazes". Como Cyrulnik (2004), fala que o professor desperta sentimento de motivação e assim mobiliza saber do aluno, ele torna-se um tutor de resiliência.*

1.4.MINHA EVOLUÇÃO NO ENSINO MÉDIO

Na passagem para o ensino médio uma professora de história com metodologia bem cartesiana onde nas suas avaliações colocava 10 questões e as respostas tinham que serem necessariamente tal como estava no livro e de preferência com a mesma pontuação. Todos tinham medo, na hora da aula, mal respirávamos.

Nesse mesmo período tive outras 2 professoras que me despertaram para áreas mais reflexivas a professora de filosofia Belzinha e a professora de língua portuguesa Clemanse. A de filosofia sempre nos instigava a refletir sobre nossas ações como cidadãos, com questionamentos sobre nossas ações no contexto social. E a de língua portuguesa incentivava a estarmos atentos as regras da norma culta, mas também trazer o "acolhimento" para aqueles que não dominam as normas convencionais da ortografia. Em um momento ela disse: - "**Nunca esqueçam que uma crítica só ganha validade se ela servir para ajudar a outra pessoa. A crítica deve ser quase sempre construtiva".**

> *Comentário 6: Como é importante professores que veem no outro um ser a ser amado e merecedor de ser compreendido, esses professores são adjuvantes como Greimas traz e como eles também são tutores de resiliência na ótica de Cyrulnik.*

ISBN: 978-85-61702-77-9

I A BUSCA DE SENTIDO PROFISSONAL E A CONSTRUÇÃO DO BEM-ESTAR DOCENTE

1.5.*MINHA EVOLUÇÃO NA LICENCIATURA*

Por um tempo dei pausa nos estudos por causa da necessidade de trabalhar, por falta de oportunidade e recursos para pagar uma faculdade. Como desde a infância por volta de 5 e 6 anos acompanhava minha mãe para o trabalho na lavoura e na dura lida com a enxada, eu tinha a incumbência continuar trabalhando na roça para sustentar a casa nas suas necessidades mais básicas de prover o alimento para família. A vida na lida da roça é bem difícil e quase ininterrupta de segunda ao sábado de sol a sol, onde se espera sempre que o clima seja favorável para o plantio até a colheita, mas como é sabido que aqui no Nordeste a irregularidade das chuvas torna o trabalho na roça muito mais duro.

No ano de 2004 consegui passar em uma seleção em programa do governo federal para ministrar aulas em turmas de jovens e adultos, mais uma vez se coloca obstáculos, o local de trabalho era distante de casa onde eu precisava dormir na casa de uma tia já que o horário de trabalho seria a noite. Como o pouco que na época ganhava depois de um breve tempo fiz vestibular em uma faculdade particular e ingressei na licenciatura em pedagogia, assim consegui terminar a licenciatura e por conseguinte fiz a pós-graduação.

> *Comentário 7: A necessidade de trabalhar e ajudar em prover o alimento para família em uma dura realidade do trabalho na roça, vai moldando no narrador um movimento de resiliência iniciado com a mãe e com o encontro de professores que o ajudam. Após conseguir um trabalho e com a acolhida da tia vai avançando nos estudos e consegue cursar a graduação e posterior chegar a pós-graduação. Com isso o narrador vai avançando nos níveis de mobilização ao saber colocado por Charlot (2000).*

1.6.MINHA EVOLUÇÃO NA PROFISSÃO DE PROFESSOR

Fui acolhido na casa da tia Irene, mulher doce e de coração esplêndido, trabalhava o dia todo na roça e à tardinha caminhava para casa dela e de lá seguia para escola com os também agricultores.

Na minha trajetória acadêmica e na profissão de professor já tive diversas experiências que deram bons frutos tanto profissional como pessoal. Logo, lá no

ISBN: 978-85-61702-77-9

início do ingresso no magistério em sala de aula, porque pude acompanhar por alguns anos turmas de jovens e adultos onde desenvolvi trabalho de valorização da pessoa humana, através da escuta e da valorização dos saberes dos alunos adultos.

A dinâmica de trabalhar com adultos é diferenciada por precisar olhar os saberes adquiridos ao longo do tempo de experiência de cada um. A partir de suas vivências e saberes vamos traçando nossas estratégias de trabalho, como preconiza Paulo Freire. No interim deste cenário percebi diferentes formas de expressão dos estudantes para se dispor a ir para escola, quando já cansados de um longo e exaustivo dia de trabalho na lida da roça. Ouvir histórias, relatos de desafios e superação destes guerreiros era para mim momentos de muita aprendizagem. Tinha alunos de 17, 18, 20 anos e alunos de 30, 40 e até 60 anos.

Entre os alunos desse momento profissional, tive uma aluna D. Tôta. Uma senhora de 60 anos, mas com uma jovialidade e alegria contagiante. Também tinha grande força de vontade para aprender, trabalhava na roça de sol a sol, no final do dia para o começo da noite era a primeira a chegar na escola, apesar de ter bastante dificuldade para abstrair os conteúdos formais se esforçava ao máximo para melhorar e aprimorar sua letra e realizar as atividades.

Em contrapartida me esforçava para dar assistência e incentivo com atividades que estavam próximas do seu cotidiano.

> *Comentário 8: No encontro com os alunos da EJA, o narrador tem a oportunidade de se tornar tutor de resiliência para isso enxerga no outro as potencialidades que existem em cada sujeito e os incentiva a progredir nos estudos acompanhando nas atividades, procurando soluções para os desencontros. Demostrando para os alunos que através da persistência e força de vontade podemos superar dificuldades e nos desenvolver intelectualmente.*

Em 2009 prestei concurso público e estou em sala de aula do ensino fundamental I desde então. Nessa nova empreitada estou ensinando em escola do campo, onde a realidade é bem complexa e diferenciada da realidade urbana. O público da zona rural é bem heterogêneo onde leciona na modalidade multisseriada que se caracteriza por ter na mesma sala de aula várias séries desde o infantil com alunos de 04 anos ao 4º ano alunos na idade de 09 anos. Para ajudar meus alunos jovens procuro incentivar através de elogios, atividades em grupos e mostrando que eles são capazes de vencer desafios tanto econômicos como social para se dá bem na vida.

ISBN: 978-85-61702-77-9

1.7.MINHA EVOLUÇÃO DURANTE A FORMAÇÃO NO MESTRADO

Desde o término da pós-graduação tinha vontade de prosseguir na minha formação acadêmica, mas dei um tempo para organizar um pouco a vida pessoal. Nesse interim me casei e sempre estive em formação ora por meio de estudos propostos pelas redes de ensino que trabalho ou por conta própria. Na formação oferecida no meu trabalho fiz em curso de extensão na UFPE em 2017 com enfoque na educação do campo, foi o meu primeiro contato com a academia onde me despertou com mais fervor o desejo de fazer um mestrado. Desde 2018 tentei algumas vezes (na verdade já ia pela 6ª tentativa) em 2020 consegui o meu objetivo no PPGCM/CAA. Em toda essa trajetória vem na mente aquela frase de efeito proferida pela gente humilde da roça, frase que até parece um mantra: "estude para ser gente". E sempre trazendo na memória reflexões sobre a capacidade de que a educação e a dedicação nos estudos podem transformar a vida de um simples agricultor em uma cidadezinha pequena do interior de Pernambuco. A busca pelo sentido o qual o autor Viktor Frankl relata no seu livro título: Em busca de sentido (2021). Neste ano de 2022 já imerso em leituras e discussões acerca desse sentido venho a me questionar. Qual foi o sentido que você buscou para ser resiliente nas condições adversas e prosseguir nos estudos?

> *Comentário 9: Percurso acadêmico do narrador demostra o que Charlot vêm chamar de mobilização ao saber tem sua dinâmica na relação do sujeito com o mundo onde vive e com os outros: familiares, professores ou amigos. E também com ele mesmo. Assim, o que coloca Charlot (2000), tem uma proximidade com o que Bourdieu (1964), chama de illusio. Assim podemos concluir que o narrador chegou ao nível 3 da mobilização do aluno ao saber onde caracteriza o aluno bem-sucedido na escola: estudar é uma conquista permanente do saber, onde a dedicação, mobilização, luta, esforço, desejo e prazer em aprender são a mola propulsora de sua vida escolar.*

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Viktor Frankl (1987), três caminhos através dos quais podemos dá sentido a vida na sua plenitude: Criar um trabalho ou fazer, experimentar algo ou encontrar alguém e mudar a si mesma apesar das dificuldades. Diante da narrativa apresentada vemos no desenrolar que a busca pelo sentido vai se moldurando a cada passo que o autor dá para superar os desafios da vida, como acordar cedo e

ISBN: 978-85-61702-77-9

andar alguns quilômetros para chegar na roça. Vencer a timidez que o acompanha por toda a vida, percorrer uma longa distância para chegar na escola e trabalhar na lida da agricultura. Após superar alguns entrevei-os foi ultrapassando as barreiras e conquistando, êxito escolar e ascensão social: conquista de um emprego, passar em um concurso público e nesta trajetória vai se construindo uma relação com o saber, estudar, fazer uma faculdade, chegar na pós-graduação e no mestrado. Nesse percurso o autor não se deixou abater e as vezes se reconstroi para chegar ao seu objetivo. A relação do professor com seus alunos depende de como o professor ao logo de seu caminho trilhado na formação docente pode ajudar aos alunos para formarem sua individuação, onde podem fazer escolhas de acordo com as capacidades cognitivas e sociais que lhes constituem.

O professor precisa ter claramente a ideia de que além de mediador e transmissor de conhecimento é o sujeito que impacta a vida dos alunos tanto positivamente como negativamente. As marcas que deixamos de positivo acontece quando temos empatia, respeito, atenção e acolhimento. Com isso, os professores como tutores de resiliência são portadores de uma constante construção de saberes, o que podemos dizer que são devires, os quais possibilitam a formarem nos agentes (os alunos) a individuação. Nesse sentido, pode-se desenvolver uma maior mobilização ao saber e a resiliência.

Chegamos a conclusão de que quando um docente tem sua trajetória alçada na capacidade de superação de desafios e lutas com o dragão a cada dia, ele em geral pode torna-se tutor de resiliência como preconiza Cyrulnik (2004), o sujeito resiliente não é um ser acomodado ou adaptado a situação, mas um ser que luta por condições melhores que resultem em ascensão social. E com isso, no caso do professor ele consegue contribuir para que os seus alunos sejam capazes de vencer dragões diariamente.

REFERÊNCIAS

BASTOS, A. A.; XYPAS,C.; CAVALCANTI, D. A luta pelo saber do filho de um frentista que se tornou doutor em matemática. ***In***: XYPAS, C; CAVALCANTI, D. (org.) ***Da luta pelo saber construção do êxito escolar***. Curitiba: Editora CRV, 2020. p.125-128**.**

BOURDIEU, P; PASSERON, J. C.[1970]. ***A reprodução***: elementos para uma teoria do sistema de ensino. Petrópolis: Editora Vozes, 2008.

ISBN: 978-85-61702-77-9

BOURDIEU, P; PASSERON, J. C. ***Os herdeiros***: os estudantes e a cultura. Florianópolis: Editora da UFSC, [1964] 2014.

CHARLOT, B. A. ***Relação com o saber nos meios populares***: uma investigação nos liceus profissionais de subúrbios. Porto: CIIE/Livpsic, 2009.

CYRULNIK, B. ***Resiliência***: como tirar leite de pedra. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2015. p. 33-56.

FRANKL, V. E. ***Em busca de sentido***: um psicólogo no campo de concentração. Petrópolis, Vozes, [1987] 2021.

GREIMAS, A. J.; COURTÉS, J. Dicionário de Semiótica. São Paulo: Contexto, 2012.

LEAL, A. L. G. Resiliência e formação humana em professores: em busca da Integralidade. Recife, PE: Ed. Universitária da UFPE, 2011.

XYPAS, C.; SANTOS, S. C. M. ***Illusio***, jogo e êxito de alunos de origem popular: relendo

Pierre Bourdieu. In: XYpas, C.; ZUBEN, M.C. V.(org.) ***Êxito escolar e ascensão social de pessoas de origem popular***. Jundiai, SP: Paco Editorial, 2019. v. 1, p. 161-178.

XYPAS, C.; CAVALCANTI, D. ***Narrativas autorreflexivas actanciais de professores de origem popular***: resiliência, mobilização pelo saber e ascensão social. (org.) Curitiba: CRV, 2022. 266 p. v. 2 (Coleção Da Luta Pelo Saber).

MÜLLER, L. ***O Heroi***: Todos Nascemos Para ser Herois. Tradução: Erlon José Paschoal. São Paulo: Editora Cultrix, 1987.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.029

O ENSINO DE PROBABILIDADE: OBSTÁCULOS E DESAFIOS

VITÓRIA DA SILVA FARIAS
Mestranda do Curso de Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco- PE, vitoria.farias@ufrpe.br ;

ANNA PAULA DE AVELAR BRITO LIMA
Doutora pelo Curso de Educação da Universidade Federal de Pernambuco - PE, apbrito@gmail.com;

RESUMO

A Matemática, considerada por alguns como a Ciência da exatidão, do determinismo e da certeza, revela grandes questionamentos quando seus próprios campos são analisados com profundidade. Em vista disso, a Probabilidade, regida pela incerteza e pelo acaso, revela uma interface de generalizações indevidas, falta de compreensão e grandes desafios para o processo de ensinar e aprender. Os estudos revelam que o campo probabilístico é carregado de particularidades que podem conduzir a obstáculos, que ainda não foram superados ou sequer notados. Isto posto, o presente estudo teve como objetivo realizar um mapeamento, a partir de uma análise sistemática dos principais estudos encontrados na literatura, dos obstáculos identificados no ensino de Probabilidade, sendo considerados os obstáculos epistemológicos e didáticos, sob a ótica de Gaston Bachelard e Guy Brousseau, respectivamente. Entre os pontos investigados, a pesquisa revelou que os principais fatores que obstaculizam o ensino de Probabilidade podem ser mapeados da seguinte forma: a organização curricular e didática dos conteúdos; a falta de contextualizações adequadas; a redução a estudos em espaços equiprováveis; a falta de aplicabilidade a outras áreas do conhecimento; a dicotomia clássico-frequentista; a concepção da Matemática como uma ciência fechada e determinística. Esses pontos são reveladores de um cenário educacional fragilizado e confuso, que se agrava com a crença da plena suficiência da formação obtida no curso de licenciatura, que, em sua grande maioria, desprezam a visão de um saber probabilístico como objeto a ser ensinado. Dessa forma, há ainda uma carência de discussões sobre o tema que possibilitem uma mudança significativa no ensino de Probabilidade e que permitam propor questionamentos para compreendermos quais

ISBN: 978-85-61702-77-9

são os principais desafios educacionais que nos esperam dentro dos âmbitos acadêmicos e profissionais da Matemática.

Palavras-chave: Probabilidade, Ensino, Obstáculos Didáticos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

Os estudos sobre a Educação Matemática são, em sua maioria, referências para a compreensão da realidade educacional presente nas nossas escolas, visto que englobam fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática ou outros elementos presentes nesse processo, que auxiliam na compreensão das múltiplas conexões entre a teoria e a prática escolar e apontam possíveis diretrizes para a melhoria do ensino.

Ao se defrontarem com estudos educacionais, todo aquele que prioriza o ensino ou a aprendizagem percebe a necessidade do desenvolvimento de pesquisas que se debrucem sobre um dado objeto de conhecimento, com o intuito de identificar as dificuldade(s), desenvolver meio(s) de compreendê-la(s) e poder propor caminhos para sua superação; visto que o processo de ensino e de aprendizagem, em sua essência, pode ser definido como um processo ativo e interativo, a partir das situações propostas pelo professor que façam o saber fazer sentido para os alunos. Todavia, para que esse processo de fato ocorra, é necessária a passagem por constantes processos de rupturas, descobertas, assimilações e transformações.

Especificamente, assim como afirma Charnay (1996), a escolha de uma estratégia de ensino pelo professor é constituída por múltiplas influências que envolvem, entre outros aspectos, suas concepções em relação à Matemática, ao saber específico em questão, e aos objetivos do processo de ensino e de aprendizagem. Esses fatores são grandes propulsores do surgimento de possíveis dificuldades e desafios, podendo provocar situações que comprometam o ensino e a aprendizagem.

No entanto, não é coerente compreender que tais situações se instituem apenas a partir da ignorância ou da incerteza, mas, deve-se pensar em conhecimentos que antes apresentavam algum sentido, mas que em outras situações são inadaptáveis, obstaculizando a evolução no processo de construção do conhecimento. Em vista disso, Brousseau (1986) esclarece que esses erros são conhecimentos que, em determinado momento, foram bem sucedidos, mas que posteriormente tornaram-se errôneos ou não adaptáveis, o que ele denominou como obstáculos.

Pais (2019) revela que é preciso reportar-se à ideia de obstáculos didáticos, descrita inicialmente por Brousseau, quando existem conhecimentos e/ou ações no plano pedagógico que podem dificultar a evolução da aprendizagem. Um obstáculo didático está ligado à escolha docente, ou seja, às influências pessoais do professor

ISBN: 978-85-61702-77-9

nas metodologias adotadas que, são em sala de aula podem ter efeito contrário para alguns alunos, ou seja, em vez de promover aprendizagem, obstacularizá-la.

Além disso, acredita-se que os obstáculos do tipo epistemológicos exercem forte influência nas situações de ensino, visto que a epistemologia, a história e a cultura do saber determinam as diretrizes para o seu ensino. Os obstáculos de origem epistemológica foram propostos e investigados por Gaston Bachelard (1884-1962), um influente filósofo francês, que marcou a história da Filosofia das Ciência com sua obra "A formação do espírito científico", datada em 1938; e está relacionada diretamente à apresentação científica e histórica do saber. Quando se percebe, na história de evolução de um conceito, alguma ruptura ou mudança radical, supõe-se que exista um obstáculo de caráter epistemológico em seu interior.

De forma a corroborar as reflexões e a compreensão de fenômenos que permeiam o ensino de matemática no Brasil, realizamos um breve levantamento sobre as pesquisas publicadas nos anais do VIII, IX, X, XI, XII, XIII e XIV Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), que aconteceram, respectivamente, em Recife (2004), Belo Horizonte (2007), Bahia (2010), Curitiba (2013), São Paulo (2016), Cuiabá (2019) e Edição Virtual (2022). O levantamento revelou que apenas 18 trabalhos, no formato de comunicação científica, buscaram aprofundar o estudo da psicologia do erro, da ignorância, da irreflexão, concebendo esse problema em termos de obstáculos didáticos, o que representa uma média aproximada de três trabalhos produzido por ano para esse evento.

Sendo o ENEM o maior evento nacional de comunicação e discussão das produções dos professores envolvidos com a área da Educação Matemática, pode-se dizer que o dado acima apresentado se deve ao fato de que os professores desconhecem a temática ou não a valorizam suficientemente. Talvez esse dado também aponte para o fato de que, no imaginário dos professores, eles acreditam que tudo pode ser resolvido mediante uma boa explicação, seguindo uma sequência passo a passo do conteúdo, expressa no livro didático, não levando em conta que eles próprios possuem ideias ou pensamentos que podem comprometer a compreensão adequada de um conteúdo e influenciar na forma de abordá-lo ao ensinar.

Portanto, com o intuito de fomentar esse diálogo, o campo da Probabilidade será tomado como espaço para a discussão, uma vez que diversas pesquisas, como as de Brum e Silva (2015), Almeida e Farias (2018) e Cavalcanti, Brito Lima e Andrade (2021), revelam o cenário problematizador dos estudos acerca da Teoria das Probabilidades. O entendimento da Matemática pelo viés do determinismo e da exatidão, segundo esses pesquisadores, é o principal fator que obstaculiza a compreensão do acaso e da aleatoriedade, objetos de estudo do campo probabilístico.

Além disso, os estudos ainda revelam que a estrutura repetitiva dos problemas utilizados nas aulas e a limitação a espaços equiprováveis são outros fatores que contribuem para essa dificuldade. Chama-se a atenção também para a conceitualização limitada desse saber nos cursos de formação de professores e para a escassez de formação continuada na área, que contribuem para a falta do "modo probabilístico de pensar" de muitos professores. (RUFINO E SILVA, 2015). Todavia, essa é uma visão já bastante ultrapassada, que se contrapõe, inclusive, à proposta dos documentos oficiais de educação, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Desde a promulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997, 1998) já se chamava a atenção para a importância acerca das ideias relativas à Probabilidade serem apresentadas desde a etapa inicial do Ensino Fundamental. Borba et. al. (2018) discutem que embora o ensino de Probabilidade venha recebendo maior atenção desde que se iniciou uma reformulação nos currículos de vários países, ainda não é uma realidade presente em todas as salas de aula brasileiras.

Ao considerarmos os resultados encontrados nos principais estudos na área, nos últimos anos, essa pesquisa tem por objetivo identificar os fatores obstaculizadores que aparecem nos estudos sobre o ensino de Probabilidade nas Dissertações, teses, periódicos e eventos, prioritariamente de 2013 a 2023. Essa revisão teve como aporte o portal de periódicos da CAPES, o site de busca SciElo, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), e a plataforma Google Acadêmico.

Consoante ao que foi encontrado nos estudos publicados, realizando um mapeamento dos obstáculos didáticos citados nesses estudos, foi possível realizar um mapeamento das principais dificuldades referentes à abordagem da Probabilidade, para o ensino e a aprendizagem, elencando-se as seguintes categorias: determinismo, reducionismo, unicidade de abordagem, isolamento curricular e ilusão da equiprobabilidade.

Cada um desses termos designa grandes desafios para o processo educativo referente à Probabilidade. Além disso, revelam um cenário matemático enraizado e guiado pelo o que é exato e determinístico. Ademais, apesar da potencialidade das contextualizações reais que os conceitos probabilísticos revelam, assim como apontam os documentos educacionais norteadores, o ensino de Probabilidade ainda é pautado na memorização e aplicação de fórmulas, e, por vezes, os professores não se preocupam com o sentido do saber para além da prática escolar, talvez, em larga medida, resultante da sua experiência no campo da probabilidade, como aluno, bem como, na sua formação inicial e em formações continuadas.

METODOLOGIA

O estudo aqui apresentado trata-se de um recorte de uma das etapas de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC) da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), na linha de pesquisa formação de conceitos. O estudo tem como vertentes teóricas as noções de contrato didático e obstáculo didático, desenvolvidas por Guy Brosseau (1983, 1996) e possui como objeto matemático o campo da Probabilidade. Na pesquisa de mestrado, objetiva-se analisar de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Para determinado fim, na primeira etapa dos estudos para a constituição da dissertação foi realizado um levantamento bibliográfico, a fim de mapear as principais dificuldades epistemológicas e didáticas referentes ao campo da Probabilidade, identificadas em estudos anteriores, que possam promover o surgimento de obstáculos didáticos.

Portanto, o estudo aqui apresentado, que diz respeito, exclusivamente, ao levantamento bibliográfico, configura-se, conforme Gil (2008, p.50), em uma pesquisa bibliográfica, visto que, "é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livro e artigos científicos". De acordo com o autor, esse tipo de pesquisa permite uma cobertura de uma gama de fenômenos, a depender de uma bibliografia adequada e do cuidado com as informações requeridas.

Para iniciar a pesquisa, foram elencados critérios para a busca e a seleção dos artigos científicos. Para a busca, foram considerados os campos da Educação Matemática, Educação Estatística e Probabilística, Ensino de Matemática e Probabilidade. Além disso, foi levado em consideração, igualmente, o ano de pesquisa. Foram selecionados artigos, teses e dissertações, frutos de pesquisas desenvolvidas no Brasil nos últimos cinco anos. Dessa forma, a busca foi realizada a partir das seguintes palavras-chaves: ensino de probabilidade, probabilidade e obstáculo didático. Destaca-se que após as dificuldades nas buscas no período de tempo estabelecido, foi necessário considerar pesquisas mais antigas, mas julgadas relevantes para a constituição do trabalho.

Partindo desses critérios foram realizadas buscas avançadas, utilizando as palavras-chaves destacadas, nas seguintes bases de pesquisas: Portal de periódicos da CAPES, SciElo, e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Google Acadêmico. Quanto aos critérios para a seleção dos trabalhos, elenca-se: pesquisas desenvolvidas da Educação Básica ou na formação inicial e continuada de professores sobre o campo da Probabilidade; arquivos de livre acesso; artigos publicados em locais com Qualis cadastrado na plataforma Sucupira/CAPES; trabalhos publicados em eventos de relevância para a área da Educação Matemática (destaca-se o Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM). O quadro abaixo demonstra o total de artigos encontrados com a busca inicial e após a aplicação dos critérios.

Quadro 1- Busca e seleção das pesquisas

Local de busca	Trabalhos encontrados com a busca avançada	Trabalhos selecionados com a aplicação dos critérios
Portal de periódicos da CAPES	19	10
SciElo	30	3
Base Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)	48	17
Google acadêmico	201	5
Total	298	35

Fonte: Autoria própria (2023)

Foi necessária uma breve leitura de cada pesquisa selecionada, elencando-se os objetivos, a metodologia abordada e os resultados encontrados, para o início das discussões. Esse refinamento foi preciso, visto que muitos trabalhos não apresentavam resultados conclusivos, ou estavam mais focados na utilização de um recurso, a relação com outras áreas do conhecimento ou, até mesmo, citavam a Probabilidade, mas discutiam mais sobre a Estatística. Vale ressaltar que o foco da presente pesquisa encontra-se nas dificuldades relacionadas ao saber Probabilidade, que podem possibilitar a criação de obstáculos didáticos, ou seja, a análise deve ser focada no processo de ensino e de aprendizagem.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A discussão se constituirá sobre os seguintes pontos: conhecimentos epistemológicos do campo da Probabilidade; estrutura curricular e didática; aplicações e contextualizações. Embasada nas pesquisas encontradas, serão descritas as principais dificuldades, a fim de traçarmos um mapeamento dos obstáculos didáticos que podem emergir desse campo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Muitas pesquisas (ROSA, FERNANDES, PINHO, 2006; BRUM E SILVA, 2015; ALMEIDA E FARIAS, 2018) já constataram que conceber a Matemática com a ideia de uma ciência exata, fechada e determinística serve como obstáculo epistemológico para o estudo e compreensão dos fenômenos aleatórios, objeto de estudo da teoria das probabilidades

Rosa, Fernandes e Pinho (2006) destacam que cabe ao professor desconstruir essa ideia, sendo esse um dos seus maiores desafios, visto que já há uma internalização dessa concepção enraizada na organização didática e/ou curricular dos conteúdos. Esses autores destacam que essa generalização abusiva do determinismo matemático obstaculiza "novas possibilidades" de experimentos. Além disso, enfatizam que o envolvimento do estudante no processo de aprendizagem depende das atividades propostas pelo professor nas situações didáticas, sendo essas criadas a partir das percepções individuais de professores, resultados de suas vivências acadêmicas e profissionais.

Em consonância a esse fator, a pesquisa de Muniz e Gonçalves (2005) revela que muitos professores apresentam grandes dificuldades com a conceitualização do campo probabilístico, o que remete a obstáculos de naturezas epistemológica e didática, e que este fato influencia fortemente na sua prática de ensino. Dentre essas dificuldades pode-se citar a compreensão parcial ou inadequada em relação aos conceitos de acaso e aleatoriedade e a falta de articulação do conhecimento desse campo com outras áreas, que podem ser associadas à ideia da crença do determinismo matemático, o primeiro obstáculo identificado na pesquisa.

No que tange a essa inadequação, relativa aos conceitos probabilísticos, Herzog et al. (2019) enfatizam que embora os conteúdos referentes ao campo da Probabilidade estejam presentem na BNCC (BRASIL, 2017) desde os Anos Iniciais, os professores ainda o ignoram, o que pode estar ligado ao fato de que a maioria dos professores ainda apresentam uma cultura escolar determinística.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Em consonância a esse fato, pesquisas como a de Rodrigues e Soares (2020) explicitam as dificuldades que estudantes do curso de Pedagogia, futuros professores dos Anos Iniciais, têm ao carregar crenças e concepções que excluem um tratamento matemático às situações que lidam com o acaso e a incerteza. Muitas vezes, as explicações de ocorrência de eventos que não podem ser conduzidas à certeza, são debatidas apenas pela noção de sorte e/ou azar.

Sobre isso, Rodrigues (2019) realizou uma pesquisa com estudantes de Pedagogia e ressaltou que o maior interesse desses são com jogos, visto que, estes podem levar a ganhos reais, por exemplo, o sorteio da Mega-Sena. O autor conduziu a explicação dos conceitos de equiprobabilidade utilizando um sorteio simples com os participantes e o registro do cálculo pela fórmula do enfoque clássico da Probabilidade. Além disso, Rodrigues (2019) alerta para as desmistificações que precisam ser realizadas ao trabalhar com viés probabilístico frequentista. O autor exemplificou utilizando o caso das ocorrências de chuva. Ao questionar aos seus participantes como eles sabem que irá chover, todos falaram que é a presença de nuvens escuras no céu e que essa concepção é aprendida desde a infância. Essas previsões precisam de um grau de atenção, visto que os prognósticos probabilísticos baseados em um número limitado de heurística podem levar a graves erros de interpretação dos fenômenos.

Lecoutre (1985), apud Almeida e Farias (2018), reforça que a abordagem baseada unicamente na equiprobabilidade alerta para a presença de obstáculos de origem epistemológica, como constatado em seu estudo realizado com jogos de dados, em que os participantes acreditavam que os eventos aleatórios eram profundamente prováveis.

Sobre esse aspecto, a pesquisa de Moura e Samá (2016) enfocou o problema de ***Monty Hall*** para a compreensão da Probabilidade condicional, com estudantes de graduação na disciplina de Probabilidade. Esse problema surgiu na década de 1970, em um programa de televisão dos Estados Unidos, e consiste na apresentação de três portas fechadas aos participantes; atrás dessas há dois objetos de valor baixo e um prêmio. O participante deve, então, escolher uma das três portas, daí o apresentador abre uma das outras duas não escolhidas, e o participante deve manter sua escolha ou trocar de porta.

Na aplicação dos seus estudos, Moura e Samá (2016) constataram que muitos participantes foram condicionados ao erro cognitivo de mudar as chances calculadas, a partir do momento que o apresentador abre uma das portas. As

ISBN: 978-85-61702-77-9

autoras afirmam que essa ilusão é fruto de uma aplicação equivocada do princípio da equiprobabilidade.

> Na fase inicial do jogo, assumindo a aleatoriedade da distribuição dos prêmios, todas as duplas atribuíram, corretamente, a mesma probabilidade de cada porta esconder o grande prêmio, ou seja, 1/3. Na segunda etapa, após o apresentador revelar outra porta que não contém o prêmio, o jogador tem que decidir se quer trocar ou não de porta, momento que configura o dilema do Problema de Monty Hall. Nesta etapa do experimento, a maioria das duplas (nove) concluiu que a chance de ganhar aumenta para 50%. (MOURA E SAMÁ, 2016, p. 536)

Conforme o que foi relatado nessas pesquisas, a ilusão da equiprobabilidade pode ser designada como nosso segundo obstáculo referente ao ensino da Probabilidade. Cavalcanti (2018) explica que esse fato pode estar associado aos estudos da Probabilidade sempre partir da visão clássica, o que atribui a ideia de todas as questões envolvendo Probabilidade partem de situações equiprováveis.

Brum e Silva (2015) relatam que a aplicação da Probabilidade em diversos temas como Genética, Economia e Astronomia revelam grandes contribuições para o ensino desse campo. Porém, conforme esses autores, muitos professores deixam de compreender as diversas relações possíveis do campo probabilístico, trabalhando apenas com as ideias dos jogos de azar e manipulações de resultados, em detrimento de muitos outros conceitos que podem ser trabalhados, mesmo que apresentem grande relevância social, como, por exemplo, a previsão de sexo para o filho e as chances de falência de uma empresa.

Almeida (2016), ao analisar livros didáticos, afirmou que há uma predominância de duas visões probabilísticas: clássica e frequentista. Além disso, os exemplos e exercícios propostos limitam-se ao estudo em espaços equiprováveis, fator que pode gerar obstáculos, como já comentado nessa seção, pois ao se deparar com espaços de naturezas mais amplas, pode ser questionado se trata-se de uma nova Probabilidade.

Consoante a esse aspecto, Almeida (2018), na realização de um estudo histórico-epistemológico da Probabilidade, afirma que a convergência de interpretações probabilística, com a exploração dos seus enfoques clássico e frequentista, auxiliam na exploração de situação não equiprováveis. Além disso, segundo a autora, a exploração de situações didáticas que associam a frequência relativa ao cálculo da Probabilidade permite uma melhor aproximação com a Estatística.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Porém, ao apoiar-se nessa união entre a Estatística e a Probabilidade (utiliza-se o termo estocástica para designar a integração desses saberes), que apresenta um horizonte de possibilidade, questiona-se: a formação de professores incorpora essa prática? segundo Cavalcanti (2018), essa situação ainda merece destaque, pois, os cursos de graduação ainda apresentam deficiências, já destacadas por Lopes (2013).

> Não apenas os alunos da licenciatura em matemática se sentem despreparados para abordar a estatística nas aulas da educação básica, mas a ausência de material didático que subsidie o trabalho docente é ampla. O mesmo ocorre em livros-textos de ensino superior, que, em sua maioria, são traduzidos de outros países, pois a produção nacional ainda não tem se dedicado a publicações específicas para o curso de licenciatura em matemática. (p. 903)

Aliado a esse fator, Cavalcanti, Brito Lima e Andrade (2021) discutiram que a existência de diversas abordagens para a Probabilidade (clássica, frequentista, subjetivista, geométrica e axiomática) expõe a complexidade dessa área, tanto no sentido cognitivo, quanto no epistemológico. Apesar da diversidade de enfoques probabilísticos, costuma-se trabalhar apenas com as visões clássica e frequentista, sendo essa primeira o de maior uso no ensino de Probabilidade.

Henry (2010) expõe uma dura crítica em relação a essa dicotomia clássico-frequentista. Para esse autor, há uma necessidade de evoluções curriculares, visto que a abordagem clássica limita potencialmente a visão probabilística, enquanto a concepção frequentista não acompanha a complexidade dos fenômenos aleatórios. Nesse sentido, Cavalcante, Brito Lima e Andrade (2021) destacam que a formação inicial e continuada de professores, relativa ao campo da Probabilidade, deve valorizar uma abordagem dual, alinhada à utilização de ferramentas computacionais.

Lopes (2003) expõe a importância do trabalho com as noções probabilísticas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a fim de construir um pensamento não determinístico, evitando possíveis obstáculos. Esse fator abre o horizonte para o estudo dos obstáculos, destacando a importância da pesquisa nos âmbitos do currículo, do livro didático e da prática docente.

Sobre esse último ponto, Cavalcante, Brito Lima e Andrade (2021) relatam que o cenário educacional revelador de praxeologias pontuais e incompletas representa uma relação inadequada dos futuros professores com as noções da Teorias das Probabilidades. Um fator agravante para esse cenário é a crença da

ISBN: 978-85-61702-77-9

plena suficiência da formação obtida nos cursos de licenciatura, enquanto há uma ausência de discussões mais específicas desse tema na formação de professores. Coutinho (2013) afirmou que além desses fatores limitantes no currículo da formação docente, a carga horária insuficiente para a discussão didática dos conteúdos é outro fator problemático.

Brum e Silva (2015) destacaram as generalizações pré-científicas com a teoria das probabilidades. Para Brousseau (1982), o conhecimento torna-se vago quando todas as explicações derivam do primeiro conhecimento geral, não havendo espaço para questionamentos e, portanto, promovendo dificuldades quanto ao interesse pelo aprofundamento do estudo. Segundo Bachelard (2008), esse fato ocorre quando uma pessoa acredita saber fielmente um assunto, uma ação que ofusca que o espírito científico seja movido pela problematização.

Ainda na sua pesquisa, Brum e Silva (2015) constataram que ainda há quem enxergue a Probabilidade como algo negativo, reduzido aos jogos de azar, manipulação de resultados e corrupção. Essa situação se deve ao fato de que, muitas vezes, a primeira experiência com a Probabilidade seja exatamente sobre esse viés.

Na pesquisa de Pinheiro, Serrazina e Silva (2019) foram constituídos grupos de formação de professores que almejavam promover o desenvolvimento profissionais de docentes de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Foram desenvolvidas atividades que objetivaram desenvolver os conceitos de aleatoriedade, chance e espaço amostral. De acordo com esses autores, os conhecimentos que muitos professores de Matemática possuem sobre Estatística e Probabilidade são insuficientes para o exercício da docência, visto que é necessário conhecimentos didáticos específicos além dos conhecimentos acerca do saber matemático. Diante disso, destaca-se a importância de investir, além da formação inicial e continuada de professores, na produção de recursos didáticos para subsidiar o trabalho pedagógico.

A partir do estudo desenvolvido, propõe-se um mapeamento do que chamaremos de fatores obstaculizadores, sendo definidos como situações/concepções/práticas que conduzem à uma compreensão didaticamente adequada do saber matemático. A tabela abaixo organiza os principais fatores encontrados nessa pesquisa e expõe a gama de desafios e dificuldades inerentes ao ensino de Probabilidade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 2: Mapeamento dos fatores obstaculizadores do ensino de Probabilidade

Fatores obstaculizadores relacionado ao saber Probabilidade	Determinismo	Relacionado à crença da exatidão e do determinismo na Matemática e em todos seus campos.
	Reducionismo	Aplicação de recursos didáticos e contextos que não exploram, em sua totalidade, as aplicações probabilísticas reais.
	Unicidade de abordagem	Exploração de apenas uma abordagem probabilística para a conceitualização e resolução de problemas.
	Isolamento curricular	Abordagem da Probabilidade descontextualizada e dissociada das outras áreas de conhecimento.
	Ilusão da equiprobabilidade	Perspectiva que enxerga todo e qualquer problema probabilístico à igualdade da Probabilidade de todos seus pontos amostrais.

Fonte: Autoria própria (2023)

O cenário revela grandes desafios que se propõe a ir além do ensino de Probabilidade. Os resultados da presente pesquisa mostram a realidade árdua do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, que nos levam a questionar se as situações educacionais se apoiam em pilares coerentes. Ademais, as dificuldades enfatizadas no estudo realçam que as melhorias devem ser realizadas sob várias vertentes: formação incial e continuada dos professores que lecionam Matemática em todas etapas da Educação Básica; recursos didáticos para o ensino de Probabilidade; construção curricular da Educação Básica; organização e abordagem dos livros didáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A formação cidadã democrática, ética, profissional e acadêmica deveria ser um dos pilares da educação básica brasileira. Porém, no que tange à disciplina de Matemática ainda há muito o que avançar.

Apesar dos documentos educacionais norteadores apontarem diretrizes para práticas educacionais mais consistentes, no que diz respeito aos objetivos propostos (interpretação sobre contextos de situações reais, desenvolvimento do

ISBN: 978-85-61702-77-9

raciocínio lógico e crítico, compreensão e atuação no mundo, entre outros), as pesquisas desenvolvidas na sala de aula de Matemática da Educação Básica não revelam dados condizentes com a proposição identificada nos documentos.

Em consonância com esse fato, a formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica possui lacunas que interferem diretamente no processo didático. Contudo, apesar do foco de muitas pesquisas que observam a formação acadêmica dos professores se concentrar na Licenciatura, é necessário recorrer também ao curso de Pedagogia, visto que é o local formativo dos futuros professores dos Anos Iniciais da Educação Básica.

É necessário o debate sobre essa questão, da formação dos professores dos Anos Iniciais e o ensino de Probabilidade, pois os documentos educacionais sinalizam o ensino dos conceitos probabilísticos desde o 1° ano do Ensino Fundamental. Apesar disso, as pesquisas apontam que os professores que lecionam matemática já criaram uma cultura determinística e revelam grandes dificuldades ao trabalhar esse conteúdo em sala de aula.

Em vista disso, o que ocorre é uma redução do tempo didático dedicado ao ensino de Probabilidade, a abordagem repetitiva e única de jogos de azar para aplicações dos conceitos (sorteio de bolas coloridas, moedas e baralhos), a memorização da fórmula relacionada ao enfoque clássico da Probabilidade, sem a exploração de outros mecanismos e nem situações reais.

Além da crença da Matemática ser a ciência da exatidão, outros fatores também influenciam nas dificuldades recorrentes ao ensino de Probabilidade, são eles: a unicidade de abordagem do enfoque clássico, a redução de aplicação dos conceitos apenas aos jogos de azar, o isolamento curricular, e a ilusão da equiprobabilidade.

Dessa forma, é notável a necessidade de pesquisas que apontem melhorias para o campo do ensino da Probabilidade, elencando as dificuldades, propondo estratégias didáticas e mudanças curriculares. A formação de professores deve ser um dos pontos trabalhados, sendo esta inicial e continuada, visto que as lacunas apontadas na Educação Básica são consequências diretas da vida acadêmica docente.

Por fim, elenca-se mais uma vez a relevância da Probabilidade na vida dos estudantes, visto que esta deve ser sempre o reflexo de aplicações reais que contribuam para a vivência cidadã. Além disso, é necessário lembrar que, ainda que os desafios sejam enormes, mudar em termos educacionais é esforço cultural, ético e coletivo, sendo o maior propulsor de avanços sociais.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C.; FARIAS L. Uma analise do conceito de probabilidade nos livros didáticos no ensino médio a luz da teoria antropológica do didático. I Simpósio Latino-americano de Didática da Matemática. Bonito- MS: [s. n.]. 2016.

ALMEIDA, F. **O Contrato Didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita**. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

BORBA, R.; SOUZA, L.; CARVALHO, J. DESAFIOS DO ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA DE COMBINATÓRIA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** , [*S. l.*], v. 9, n. 1, 2018.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC,1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC,1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>. Acesso em: março de 2022.

BROUSSEAU G. **Á propôs d'ingénierie didactique**. Universidade de Bordeaux I, IREM. [Documento datilografado], 1982.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherche en didactiques des mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BRUM, W.; SILVA, S. OBSTÁCULOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O OBSTÁCULOS DURANTE A APRESENTAÇÃO DO TEMA POSICIONAMENTO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A FONTE DE PROBABILIDADE. **Itinerarius Reflectionis**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 1-23, 2015.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CAVALCANTE, J. L. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de Probabilidade na licenciatura em matemática**. Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática do PPGEC-UFRPE, 2018.

CAVALCANTE, J. L; BRITO LIMA, A. P. A; ANDRADE, V. L. V. X. O ensino de probabilidade na licenciatura em matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência. **Educação Matemática Pesquisa**. v. 23, n. 21, 2021.

CHARNAY, R. **Aprender (com) a resolução de problemas em Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. – In: PARRA, C; SAIZ, I (orgs.). Didática da matemática: Reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, p. 36-47, 1996.

GIL, A. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6ª edição. São Paulo: Atlas, 2008.

HERZOG, R. C. B. at al. Probabilidade na Educação Básica: Uma proposta de jogo como recurso didático. **Em teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica iberoamericana**, Recife, vol.10, n.2, p.1-14, 2019.

JONNAERT, P.; BORGHT, C. **Criar Condições Para Aprender**: O Sócio Construtivismo na Formação de Professores/Philippe Jonnaert e Cécile Vander Borght; Trad. Fátima Murad. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

LOPES, C. E. Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v.27, n.47, p.901-915, 2013.

MOURA, G.; SAMÁ S. Ilusão da equiprobabilidade, aleatoriedade e convergência nos processos cognitivos envolvidos no raciocínio probabilístico. **VIDYA**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 523-538, 2016.

MUNIZ, C.A; GONÇALVES, H. J. L. A educação estatística no ensino fundamental: discussões sobre a práxis de professoras que ensinam matemática no interior de Goiás. Educação Matemática em Revista, SBEM, V18/19, n.12, p. 26-34, 2005.

ISBN: 978-85-61702-77-9

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 3ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

RODRIGUES, J. M. S. Tratamento da informação na concepção de professoras dos Anos Iniciais e de alunas de Pedagogia em Belém do Pará. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 13., 2019, Cuiabá. Anais [...]. Cuiabá: SBEM, 2019. p. 1- Disponível em: https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php. Acesso em: 15 set. 2019.

RODRIGUES, J. M. S; SOARES, M. T. C. O acaso, a incerteza e a difícil ruptura com o determinismo na matemática dos anos iniciais. **Educação em análise**. v.5, n.1, 2020.

ROSA, H.A.D ; PINHO, M. O. ; FERNANDES, J.L. . EPISTEMOLOGIA, DIDATICA E ENSINO DE PROBABILIDADE. Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Passo Fundo, 2006. v. 1. p. 1-17.

RUFINO, M.; SILVA. J. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE PROBABILIDADE: UM OLHAR SOBRE A COMPREENSÃO DOS PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL. **REVISTA DYNAMIS**, BLUMENAU, v. 25, n. 3, p. 115- 137, 2019.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.030

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

FRANCISCO CLEUTON DE ARAÚJO
Professor da Secretaria Municipal de Educação (SME – Fortaleza), doutorando em Ensino de Ciências e Matemática (RENOEN), pela Universidade Federal do Ceará (UFC); e-mail: cleutonaraujo86@gmail.com

RESUMO

Este artigo pretende relatar uma experiência pedagógica no ensino de Sólidos Geométricos, utilizando o GeoGebra como ferramenta de apoio. A pesquisa foi realizada em duas turmas de 6° anos, dos anos finais do Ensino Fundamental, em uma escola municipal localizada em Fortaleza (CE). Tratando-se de um estudo de caso, com abordagem do tipo qualitativa e quantitativa. Os objetivos foram: estimular o interesse e a compreensão de conteúdos matemáticos, explorando o potencial educacional do ***software*** de geometria dinâmica GeoGebra; desenvolver a percepção espacial dos estudantes; estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas. Para coleta de dados, foram utilizados os resultados de desempenho dos alunos em uma avaliação escrita, combinada com nossa observação participante durante as aulas. A análise dos resultados observados revelou que o uso da ferramenta GeoGebra, nas aulas de Matemática, contribuiu com aspectos significativos no ensino de Geometria. Neste sentido, a utilização desta ferramenta proporcionou uma aprendizagem mais dinâmica e interativa, permitindo que os estudantes explorassem visualmente os sólidos geométricos e compreendessem suas propriedades de forma mais concreta. Deste modo, a abordagem pedagógica em questão possibilitou uma maior imersão no estudo dos conceitos geométricos, estimulando a participação ativa dos estudantes. Para além disso, percebemos que o uso do GeoGebra proporcionou às turmas analisadas características relevantes, tais como: motivação, empenho, interesse e engajamento. Assim, a integração do GeoGebra como ferramenta de apoio pedagógico possibilitou uma compreensão mais profunda dos conteúdos estudados. Ressalta-se, portanto, os benefícios da exploração desta ferramenta tecnológica no processo de ensino-aprendizagem e a importância de aprimorar as práticas pedagógicas com a utilização de

ISBN: 978-85-61702-77-9

recursos inovadores, no intuito de promover uma educação mais dinâmica, interativa e significativa. Os resultados reforçam que o uso de recursos tecnológicos no ensino de Matemática pode promover maior interesse e compreensão pelos conteúdos abordados, especialmente na Geometria.

Palavras-chave: Matemática, Ensino, GeoGebra, Sólidos Geométricos.

INTRODUÇÃO

O contínuo avanço das tecnologias educacionais desempenha um papel fundamental no aprimoramento do ensino de Matemática, proporcionando perspectivas inovadoras e amplas oportunidades para aprofundar a compreensão dos mais diversos conteúdos.

No contexto específico desta pesquisa, abordamos o emprego do ***software*** de geometria dinâmica GeoGebra no ensino de sólidos geométricos, reconhecendo a crescente relevância das tecnologias digitais no processo educacional.

Nota-se que a crescente adoção de tecnologias educacionais destaca a necessidade de explorar novas abordagens pedagógicas que maximizem a eficácia do ensino-aprendizagem. Neste sentido, a realidade aumentada, recurso presente no GeoGebra 3D, surge como uma ferramenta promissora, demonstrando seu potencial para aprimorar de maneira significativa a compreensão de conceitos intricados, especialmente os relacionados ao estudo da geometria espacial.

Por seu turno, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sustenta que a aprendizagem em Matemática está, intrinsicamente, ligada à compreensão dos significados inerentes aos objetos matemáticos, sem negligenciar suas aplicações. Destaca-se com isso a importância do uso de recursos diversos, incluindo ***softwares*** de geometria dinâmica, os quais desempenham papel relevante na compreensão e aplicação de noções matemáticas. Estes materiais devem estar integrados a contextos que estimulem a reflexão e a sistematização, propiciando o início de um processo de formalização (BRASIL, 2018).

Em particular, ressaltamos o GeoGebra no ensino, especificamente no contexto do estudo de sólidos geométricos. Este ***software***, ao combinar elementos de álgebra, geometria e cálculo, proporciona uma abordagem interativa e visual para o aprendizado matemático. No que concerne aos sólidos geométricos, esta ferramenta oferece recursos tridimensionais que permitem aos alunos explorar e manipular essas formas de maneira mais concreta e dinâmica.

Desta maneira, a integração do GeoGebra ao ensino de sólidos geométricos permite que os estudantes visualizem e manipulem sólidos tridimensionais de forma interativa, o ***software*** pode contribuir para a formação de conexões significativas entre estes objetos e outros componentes matemáticos, bem como suas aplicações no cotidiano.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A capacidade de representar e explorar diferentes perspectivas dos sólidos geométricos no GeoGebra tende a favorecer a contextualização e a reflexão, elementos fundamentais para o início do processo de formalização.

A experiência pedagógica que ora apresentamos foi conduzida em duas turmas de 6° anos, dos anos finais do Ensino Fundamental em uma escola municipal de Fortaleza – Ceará. Utilizando o GeoGebra como suporte, a pesquisa assume a forma de um estudo de caso com abordagem qualitativa, visando não apenas estimular o interesse dos estudantes, mas também promover uma compreensão mais significativa dos conceitos matemáticos relacionados aos sólidos geométricos.

O fundamental desta investigação não se concentra na mera transmissão de conteúdos, mas sim em desenvolver ativamente a percepção espacial dos estudantes. A abordagem pedagógica adotada busca estabelecer relações entre vértices, faces e arestas, proporcionando uma compreensão mais holística e integrada dos sólidos geométricos. Nesta perspectiva, o GeoGebra emerge como um recurso pedagógico poderoso para atingir estes objetivos, oferecendo uma abordagem prática e interativa que transcende os métodos do ensino tradicional.

Com isto, visamos contribuir para a discussão sobre o uso efetivo de tecnologias educacionais em sala de aula, destacando o recurso da realidade aumentada presente no GeoGebra como uma ferramenta valiosa para o ensino de Matemática, especificamente no contexto da geometria espacial.

TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De acordo com Kenski (2012), tecnologia engloba o conjunto de conhecimentos e princípios científicos aplicados no planejamento, construção e utilização de equipamentos em atividades específicas. Esta definição transcende a mera concepção de dispositivos físicos, abrangendo um conjunto amplo de saberes científicos e princípios que orientam não apenas a aplicação de instrumentos, como também o processo de planejamento e construção que fundamenta a criação e utilização destes artefatos.

Adotando esta perspectiva mais abrangente, que abarca não apenas máquinas físicas, mas também ferramentas digitais, os educadores podem enriquecer o ensino de Matemática com abordagens inovadoras capazes de potencializar a compreensão dos mais variados assuntos. Neste cenário, destaca-se a importância do planejamento cuidadoso e da estratégia pedagógica apropriada, visando

ISBN: 978-85-61702-77-9

métodos que integrem eficazmente os recursos tecnológicos ao processo de ensino-aprendizagem.

Desta maneira, a integração de ***softwares***, aplicativos e recursos on-line dinamiza o aprendizado de Matemática e permite a adaptação dos conteúdos de acordo com as necessidades individuais de cada estudante. Esta abordagem não só contribui para o desenvolvimento das competências matemáticas, mas também prepara os educandos para um mundo onde habilidades tecnológicas são essenciais. O papel central do professor é, portanto, destacado, pois a seleção criteriosa e a integração hábil destes recursos tornam-se fundamentais para uma prática pedagógica efetiva e alinhada com as demandas contemporâneas.

Deste modo, a formação de qualidade dos professores deve ser considerada dentro de um amplo contexto de complementação às disciplinas pedagógicas convencionais, incorporando, entre outros aspectos, um sólido conhecimento no manuseio de computadores, redes e outros recursos de mídia. Este conhecimento é fundamental para a realização de diversas atividades de aprendizagem, sendo imperativo empregar estas ferramentas de forma apropriada. Assim, é essencial não apenas adquirir competências técnicas, mas também desenvolver a habilidade de identificar as melhores abordagens tecnológicas para explorar temas específicos ou projetos, alinhando as características do suporte pedagógico ao objetivo primordial de promover a qualidade na aprendizagem dos alunos (KENSKI, 2012).

Dentro desta perspectiva, a integração efetiva das tecnologias educacionais pode assumir um papel significativo. A familiaridade dos educadores com ferramentas computacionais e redes proporciona não apenas uma ampliação das possibilidades de ensino, mas também a criação de ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e atrativos.

Ao explorar as potencialidades das tecnologias, os professores podem conceber estratégias que vão além do simples uso de meios digitais. A utilização de recursos como simulações interativas, jogos educativos, plataformas on-line especializadas e ***softwares*** educacionais pode transformar o ensino da Matemática em uma experiência mais factível e contextualizada para os educandos.

Para além disso, a reflexão sobre a escolha e aplicação das tecnologias deve estar intrinsecamente ligada aos objetivos pedagógicos específicos de cada conteúdo matemático a ser trabalhado. Identificar quais ferramentas são mais adequadas para abordar determinados conceitos ou para estimular a resolução

ISBN: 978-85-61702-77-9

de problemas contribui diretamente para o alinhamento entre as características do suporte pedagógico e a promoção efetiva do ensino-aprendizagem.

Com efeito, a formação docente no uso destas tecnologias não se limita à aquisição de habilidades técnicas, mas também engloba a capacidade de pensamento crítico e reflexivo sobre como integrar essas ferramentas de maneira a potencializar as práticas de ensino-aprendizagem em Matemática. Esta abordagem, alinhada ao propósito maior da qualidade educacional, tende a contribuir para a formação de alunos mais competentes e engajados no domínio dos conhecimentos matemáticos.

Destarte, podemos elencar algumas características relacionadas ao aspecto visual na educação matemática, promovidas pelas tecnologias digitais. A visualização emerge como um meio alternativo de explorar o conhecimento matemático, uma vez que a compreensão de conceitos desta disciplina demanda a consideração de múltiplas representações, sendo as simbologias visuais capazes de redefinir o entendimento destes conceitos. A visualização integra-se à atividade matemática e também representa uma abordagem para a resolução de problemas. Nas instituições de ensino, observamos a presença de tecnologias dotadas de interfaces visuais robustas, cuja aplicação no contexto do ensino e aprendizagem da matemática requer uma apreciação profunda dos processos visuais subjacentes (BORBA; VILLARREAL, 2005).

A geometria espacial, ao exigir a apreensão de formas tridimensionais e suas múltiplas relações, beneficia-se significativamente das representações visuais, as quais têm o poder de redefinir a percepção e compreensão destas entidades geométricas. Logo, a visualização não é apenas uma ferramenta adicional. Ela se torna parte integrante do processo de atividade matemática, proporcionando uma abordagem dinâmica para a resolução de problemas específicos a essa área.

Bona (2009) afirma que os ***softwares*** educacionais desempenham um papel significativo como ferramentas auxiliares no processo de aquisição de conceitos por parte dos alunos em áreas específicas do conhecimento. Isto se deve à extensa gama de situações, procedimentos e representações simbólicas proporcionadas por tais ***softwares***, revelando um potencial abrangente que atende eficazmente a uma considerável porção dos conteúdos disciplinares.

Especialmente no campo da geometria espacial, estes ***softwares*** educativos podem desempenhar um papel importante no contexto do ensino-aprendizagem de sólidos geométricos. Ao proporcionar um conjunto diversificado de situações,

ISBN: 978-85-61702-77-9

recursos e representações simbólicas, estas ferramentas oferecem aos alunos uma abordagem dinâmica e interativa para explorar e compreender conceitos tridimensionais.

A visualização destes sólidos pode ser desafiadora em um ambiente tradicional de sala de aula, mas os ***softwares*** educativos contribuem com a superação dessa limitação ao oferecer modelos tridimensionais interativos. Isto permite que os educandos manipulem virtualmente os sólidos, observando diferentes perspectivas, seções transversais e propriedades, o que contribui para uma compreensão mais sólida e intuitiva.

Ademais, estas ferramentas muitas vezes incorporam abordagens lúdicas e desafios que estimulam o interesse dos alunos, tornando o aprendizado da geometria espacial mais envolvente.

Desta forma, no contexto do ensino de geometria espacial, os ***softwares*** de geometria dinâmica, como o GeoGebra, podem desempenhar um papel fundamental na facilitação da compreensão das propriedades dos sólidos geométricos, promovendo, assim, uma abordagem mais acessível, dinâmica e eficaz para o processo de aprendizagem.

As inovações tecnológicas e a ampla gama de ***softwares*** educativos disponíveis na internet desempenham um papel significativo ao facilitar o processo de ensino-aprendizagem, proporcionando aos educadores uma variedade de alternativas didáticas. Os ***softwares*** educacionais, cada vez mais, emergem como soluções reveladoras e fascinantes, sendo aplicados em diversas situações, como simulações que substituem sistemas físicos da vida profissional. Estas simulações permitem testar diferentes estratégias de otimização, oferecendo uma abordagem prática e inovadora. Ademais, estes recursos tecnológicos podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e, por conseguinte, promover a autonomia dos estudantes. Ao utilizar tais ***softwares***, os alunos têm a oportunidade de formular hipóteses, realizar inferências e tirar conclusões com base nos resultados apresentados (BONA, 2009).

Ao integrar estes recursos tecnológicos, os alunos podem não apenas visualizar, mas também manipular objetos geométricos em ambientes virtuais. Estimulando o raciocínio lógico e fortalecendo a compreensão conceitual ao permitir que os educandos levantem hipóteses, realizem inferências e tirem conclusões com base nas interações virtuais. Desta maneira, a tecnologia pode facilitar o ensino de assuntos matemáticos e promover a autonomia dos alunos na exploração

ISBN: 978-85-61702-77-9

e compreensão das propriedades da geometria espacial, alinhando-se às demandas contemporâneas da educação matemática.

A combinação das novidades tecnológicas, como por exemplo o GeoGebra, com a exploração das propriedades da geometria espacial, proporciona um ambiente educacional potencialmente mais rico, fortalecendo a experiência de aprendizagem dos alunos.

No domínio da educação matemática, a tecnologia não apenas se limita a aprimorar a compreensão de conceitos específicos, mas também desempenha um papel importante na promoção da colaboração e interatividade entre os alunos. Fortalecendo as habilidades matemáticas individuais e desenvolvendo habilidades sociais e de trabalho em equipe, preparando os educandos para os desafios colaborativos que encontrarão em suas futuras trajetórias acadêmicas e profissionais.

Para além disso, a adaptabilidade dos recursos tecnológicos proporciona uma resposta eficaz às diferentes modalidades de aprendizagem dos alunos. A tecnologia oferece a flexibilidade necessária para atender a essa diversidade, permitindo que os educadores personalizem estratégias de ensino de acordo com as necessidades individuais de cada educando. Esta abordagem personalizada não apenas melhora a eficácia do processo de ensino, mas favorece uma cultura de aprendizagem inclusiva e equitativa.

Neste contexto, a realidade aumentada emerge como uma ferramenta inovadora que transcende as limitações do ambiente tradicional da sala de aula. A tecnologia, portanto, complementa e redefine a experiência educacional, proporcionando aos alunos novas perspectivas e abordagens para a compreensão da geometria espacial.

Entretanto, é fundamental ressaltar que a implementação efetiva da tecnologia na educação matemática demanda uma abordagem contínua de capacitação dos professores. A formação profissional deve ir além do simples domínio técnico, englobando uma compreensão aprofundada das melhores práticas pedagógicas associadas ao uso dessas ferramentas. Os educadores precisam adquirir habilidades técnicas e também desenvolver a capacidade de avaliar criticamente as tecnologias disponíveis e integrá-las de maneira significativa ao currículo. Esta abordagem reflexiva e informada assegura que a tecnologia seja utilizada como um meio eficaz para alcançar objetivos educacionais, alinhando-se à visão de uma educação matemática de qualidade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Em síntese, a integração da tecnologia na educação matemática representa não apenas uma evolução dos métodos de ensino, mas também uma revolução na maneira como os estudantes interagem e compreendem os conceitos matemáticos. Deste modo, a tecnologia não é apenas uma ferramenta adicional, mas um catalisador para transformar a sala de aula em um ambiente dinâmico, colaborativo e adaptável. Ao capacitar os professores e inspirar os estudantes, a tecnologia se torna uma aliada poderosa na promoção de uma educação matemática que prepara os alunos para os desafios acadêmicos e para a complexidade das demandas tecnológicas do mundo contemporâneo.

A REALIDADE AUMENTADA

A realidade virtual, aumentada e suas variantes constituem técnicas de interface computacional que exploram o espaço tridimensional, permitindo uma interação multisensorial do usuário. Anteriormente limitadas ao espaço bidimensional das telas de monitor, as interfaces computacionais possibilitavam apenas aplicações multimídia, enquanto a evolução para realidade virtual e aumentada ampliou as percepções sensoriais. Cabe observar que, apesar das diferenças dimensionais, ambas compartilham elementos como interações multisensoriais e processamento em tempo real, sendo a visão predominantemente enfatizada devido ao foco histórico dos computadores nos aspectos gráficos das aplicações (KIRNER; KIRNER, 2011).

Compreendemos que houve uma a significativa transição das interfaces computacionais do tradicional espaço bidimensional para o mais avançado tridimensional. Salientando-se também a relevância intrínseca da interação multisensorial nestes contextos. O contraste com as interfaces convencionais, confinadas às limitações da tela do monitor, não apenas evidencia a evolução tecnológica, mas também realça a continuidade entre a era da multimídia e as novas tecnologias. Deste modo, elementos compartilhados, como interações multisensoriais e processamento em tempo real, são sublinhados como pontos de convergência. A predominância da visão nestas interfaces pode ser justificada pela histórica ênfase nos aspectos gráficos das aplicações, revelando, assim, uma notável evolução nas abordagens de interação homem-máquina ao longo da trajetória temporal.

De maneira oposta a realidade virtual, que busca imergir o usuário em um ambiente virtual, a realidade aumentada preserva o ambiente físico deste,

ISBN: 978-85-61702-77-9

introduzindo elementos virtuais por meio de dispositivos tecnológicos. Neste contexto, a interação do usuário com os elementos virtuais ocorre de maneira orgânica e intuitiva, dispensando, assim, a necessidade de qualquer adaptação ou treinamento (KIRNER; KIRNER, 2011).

No ambiente educacional, a aplicação de interfaces tridimensionais, como a realidade virtual e aumentada, representa um avanço significativo na maneira como os educandos podem interagir e assimilar o conhecimento. Esta transição do espaço bidimensional para o tridimensional nas interfaces computacionais amplia sobremaneira as possibilidades de aprendizado, possibilitando experiências mais imersivas e envolventes.

Nesta perspectiva, a interação multisensorial oferecida por estas tecnologias pode contribuir para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, permitindo que os alunos explorem ambientes virtuais que replicam situações da vida real. Além de promover a retenção dos conhecimentos, também estimula a criatividade e a resolução de problemas.

Ao introduzir elementos virtuais no ambiente físico dos estudantes, a realidade aumentada torna-se uma ferramenta valiosa para contextualizar conceitos considerados abstratos, tornando o aprendizado mais tangível e aplicável.

Para além disso, a facilidade de integração destas tecnologias na sala de aula, aliada à sua natureza intuitiva, reduz fortemente barreiras de aprendizagem e torna o acesso ao conhecimento mais inclusivo. Alunos de diferentes estilos de aprendizagem podem se beneficiar de abordagens mais dinâmicas e interativas, promovendo um ensino mais personalizado e adaptado às necessidades individuais.

Desta maneira, podemos assinalar que a evolução das interfaces tridimensionais, especialmente a realidade aumentada, oferece oportunidades transformadoras para aprimorar a experiência educativa, proporcionando aos educandos uma jornada de aprendizado mais envolvente, acessível e alinhada com as demandas da sociedade contemporânea.

Nesta conjuntura, ressalta-se a relevância das interfaces computacionais avançadas, nomeadamente a realidade virtual e a realidade aumentada, que, até o presente momento, não foram extensivamente incorporadas à sociedade (KIRNER; SISCOUTTO, 2007).

A integração expandida destas tecnologias pode representar um avanço significativo no processo de ensino-aprendizagem. Tais interfaces têm o potencial de redefinir a apresentação, demonstração e compreensão de conceitos matemáticos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ao imergir os alunos em ambientes tridimensionais, a visualização de conceitos considerados abstratos torna-se mais acessível, tornando a aprendizagem paupável e envolvente.

A realidade aumentada possibilita a sobreposição de conhecimentos matemáticos ao mundo real, criando experiências práticas e interativas. Esta abordagem é especialmente benéfica para a resolução de problemas e demonstrações práticas, oferecendo aos alunos uma abordagem mais prática para o aprendizado matemático.

Entretanto, torna-se essencial abordar questões de acessibilidade, assegurando que estas tecnologias estejam disponíveis de maneira equitativa para todos os educandos. E, para além disso, é fundamental proporcionar suporte adequado aos professores para que possam integrar efetivamente estas ferramentas inovadoras em seus métodos de ensino, maximizando assim seus benefícios educacionais.

Nas últimas duas décadas, testemunhamos uma maior acessibilidade a estas aplicações, impulsionada pela convergência de técnicas de visão computacional, avanços em ***software*** e dispositivos mais acessíveis em termos de custo. Um aspecto essencial deste avanço reside na habilidade de incorporar objetos virtuais ao espaço físico do usuário por meio de sobreposição, facilitando interações paupáveis de forma mais intuitiva, eliminando a necessidade de dispositivos especializados. Esta evolução coloca a realidade aumentada como uma perspectiva concreta para se tornar a próxima geração de interfaces populares, com potencial para uma adoção generalizada nas mais diversas situações (KIRNER; SISCOUTTO, 2007).

Neste cenário, o progresso e a crescente acessibilidade das aplicações de realidade aumentada podem ter implicações significativas no ensino de sólidos geométricos. Dispositivos mais acessíveis proporcionam uma oportunidade única para aprimorar a compreensão destas formas tridimensionais no ambiente educacional.

Deste modo, a incorporação da realidade aumentada no ensino de sólidos geométricos não só permite a criação de experiências de aprendizado mais envolventes, criativas e interativas, mas também proporciona a sobreposição de objetos virtuais no espaço físico do educando, oferecendo uma abordagem prática e visualmente estimulante para explorar as características e propriedades destas formas. Isto inclui a manipulação virtual de cilindros, cubos, pirâmides e esferas, proporcionando aos alunos uma compreensão mais aprofundada devido à experiência prática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para além disso, a realidade aumentada facilita a criação de simulações e atividades dinâmicas, proporcionando aos alunos a oportunidade de explorar conceitos complexos de geometria de forma mais intuitiva, visando contribuir para um aprendizado mais significativo e duradouro.

Logo, a integração da realidade aumentada no ensino de Matemática não apenas capitaliza a evolução tecnológica das últimas décadas, mas também promove experiências de aprendizado envolventes, lúdicas e práticas, alinhadas com as demandas da sociedade contemporânea.

De acordo com Kirner e Siscoutto (2007, p. 11), "essa tecnologia deverá ter grande impacto no relacionamento das pessoas, através de novas maneiras de realizar visualização, comunicação e interação com pessoas e informação".

Diante desta perspectiva promissora, torna-se fundamental a condução de um processo de implementação meticuloso, que inclua uma análise detalhada das necessidades educacionais específicas de cada contexto. A consideração atenta destes elementos é crucial para otimizar os benefícios inerentes a esta abordagem no atual cenário educacional.

Segundo Bortolossi (2020), existem configurações e propriedades geométricas específicas que apresentam desafios na sua representação concreta, devido a limitações técnicas. Neste contexto, associados ao fascínio que exercem sobre os estudantes, dispositivos como computadores, ***tablets***, ***smartphones*** e ***softwares*** como o GeoGebra emergem como ferramentas promissoras para o ensino da Geometria Espacial. Este potencial é ainda mais amplificado com a incorporação de recursos inovadores, como a Realidade Aumentada. Observa-se ainda que a Realidade Aumentada do GeoGebra elimina a necessidade de cartões ou páginas impressas, simplificando o processo ao exigir apenas o dispositivo.

Em síntese, a evolução do recurso realidade aumentada desencadeia uma transformação significativa na experiência escolar. Estas interfaces proporcionam não apenas uma transição tecnológica marcante, mas também destacam a continuidade entre a era da multimídia e as inovações atuais. A aplicação destas tecnologias representa um avanço considerável, oferecendo experiências imersivas que transcendem as limitações do espaço bidimensional, promovendo assim uma compreensão ampliada dos conceitos matemáticos. Diante deste cenário promissor, é fundamental conduzir uma implementação criteriosa que garanta que a tecnologia seja utilizada de maneira eficaz no contexto educacional.

ISBN: 978-85-61702-77-9

PERCURSO METODOLÓGICO

De acordo com Yin (2001), a metodologia do estudo de caso surge como uma abordagem empírica de pesquisa destinada à análise de um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto natural. Sua utilidade torna-se particularmente clara quando as fronteiras entre o contexto e o fenômeno em questão são pouco evidentes. Ao empregar uma variedade de fontes de evidência, o estudo de caso busca atingir uma compreensão aprofundada do fenômeno em análise, possibilitando, assim, uma investigação minuciosa.

Desta maneira, a abordagem estudo de caso foi utilizada para analisar de perto o impacto da intervenção realizada. E ao coletarmos dados quantitativos e qualitativos visamos obter com isso uma compreensão mais minuciosa do fenômeno em estudo.

Neste sentido, o estudo de caso envolve a coleta e exame de informações relacionadas a um indivíduo específico, uma família, um grupo ou uma comunidade. Este método busca explorar diversos aspectos da unidade em questão, conforme o foco da pesquisa. Classificado como uma abordagem de pesquisa qualitativa e/ou quantitativa, o estudo de caso é concebido como uma categoria de investigação destinada a examinar a fundo uma unidade particular. A condução bem-sucedida deste tipo de investigação requer a observância de requisitos essenciais, tais como rigor, objetividade, originalidade e coerência (PRODANOV; FREITAS, 2013).

Por sua vez, a abordagem qualitativa destaca a valorização da subjetividade, a contemplação de diversas perspectivas e a contextualização dos dados, promovendo uma compreensão mais aprofundada dos fenômenos sociais e humanos. Para além disso, a pesquisa qualitativa concentra-se no processo de pesquisa em si, reconhecendo a importância da interação entre o pesquisador e os participantes, assim como o papel ativo desempenhado pelo pesquisador na construção do conhecimento (YIN, 2016).

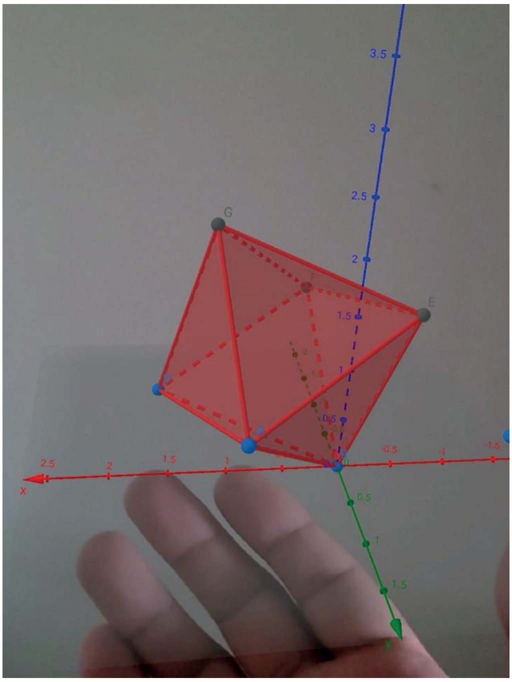
A pesquisa foi realizada por meio da implementação de uma sequência de atividades distribuídas ao longo de quatro momentos distintos com os alunos de ambas as turmas.

Nas três aulas iniciais, desenvolvemos uma sequência didática que englobou exposição conceitual interativa, juntamente com atividades práticas voltadas para a compreensão de elementos dos poliedros, tais como vértices, faces e arestas, bem como a planificação de sólidos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para a coleta de dados, empregamos os resultados de uma prova escrita individual realizada na última aula, aliados à nossa observação participante ao longo do período de investigação.

Figura 1: Manipulação do GeoGebra 3D



Fonte: o autor

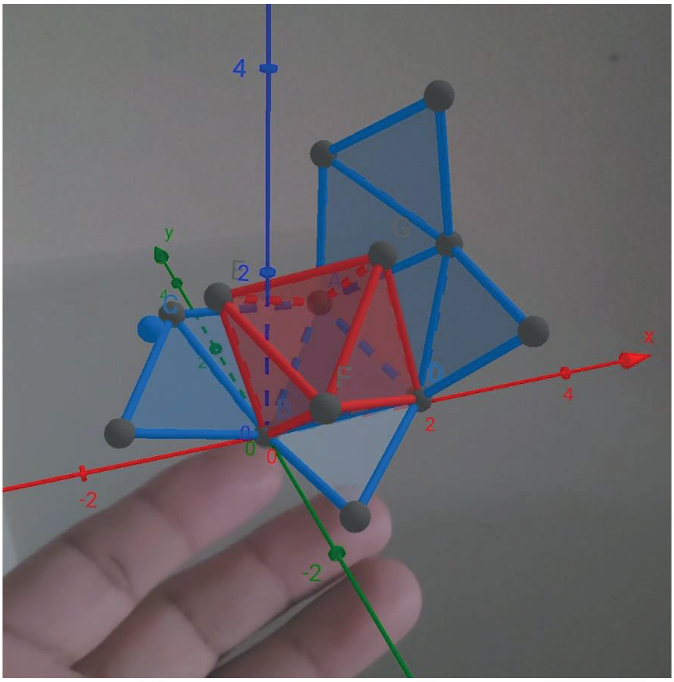
A escolha metodológica mostrou-se acertada, permitindo uma imersão profunda no contexto real de ensino dos sólidos geométricos. A flexibilidade inerente ao método de estudo de caso foi fundamental em nossa análise, proporcionando uma compreensão mais abrangente das interações dinâmicas entre os educandos e o uso do GeoGebra no processo de aprendizagem. Por conseguinte, ao contemplarmos a natureza diversificada do ensino de geometria, esta abordagem nos proporcionou explorar diversas nuances muitas vezes negligenciadas em métodos mais rígidos.

Por seu turno, a ênfase na subjetividade e contextualização dos dados enriqueceu nossa análise, proporcionando uma visão holística do impacto da realidade aumentada na compreensão dos alunos sobre sólidos geométricos. A interação ativa entre pesquisador e participantes desempenhou um papel relevante na obtenção

ISBN: 978-85-61702-77-9

de uma compreensão mais profunda, transcendendo resultados numéricos para abraçar as complexidades do processo educativo. Desta maneira, buscamos não apenas avaliar o desempenho dos estudantes, mas compreender as experiências individuais e as distintas nuances do ambiente de aprendizagem, enriquecendo a interpretação dos resultados obtidos.

Figura 2: Planificação do Octaedro



Fonte: o autor

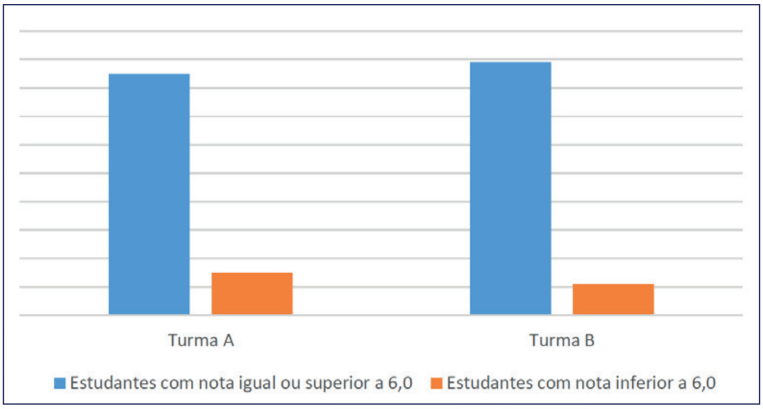
Em suma, a implementação prática deste estudo envolveu uma sequência didática ao longo de quatro encontros, proporcionando uma estrutura sólida para avaliar o impacto do GeoGebra no ensino de sólidos geométricos. As atividades planejadas, desde a exposição conceitual até a prática direta com a ferramenta, foram meticulosamente desenvolvidas para otimizar a compreensão dos educandos sobre a identificação e quantificação de vértices, faces, arestas e a planificação de sólidos. A coleta de dados adotada pode ser considerada abrangente, fornecendo com isso uma base sólida para as conclusões e contribuindo para o avanço do conhecimento no campo do ensino de geometria com o uso de interfaces computacionais.

ISBN: 978-85-61702-77-9

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A prova escrita compreendeu dez questões, das quais sete eram de natureza objetiva e três subjetivas, todas centradas na temática dos sólidos geométricos. O gráfico a seguir oferece uma representação detalhada da porcentagem de estudantes que alcançaram notas iguais ou superiores a 6,0, correspondente à média escolar.

Gráfico 01: Redimento na prova escrita



Fonte: o autor

Analisando os dados obtidos nesta avaliação, observamos que o desempenho das turmas foi satisfatório. Notamos que na turma denominada "A", 85% dos educandos atingiram um desempenho igual ou superior a 6,0, enquanto na turma "B" 89% alcançaram este patamar. Indicando com isso um resultado geral excelente.

Os resultados obtidos indicam que a incorporação do ***software*** GeoGebra, especialmente sua interface de realidade aumentada, nas aulas de Matemática, proporcionou contribuições significativas para o ensino da Geometria. Neste cenário, a utilização desta ferramenta favoreceu uma abordagem mais dinâmica e interativa, permitindo que os educandos explorassem visualmente os sólidos geométricos, compreendendo suas propriedades de maneira mais efetiva.

Tornando-se notável que a introdução do GeoGebra 3D nas turmas analisadas promoveu características altamente relevantes, como motivação, empenho, interesse e engajamento. Para além disso, é digno de nota que a integração da realidade aumentada por meio do GeoGebra não apenas despertou o interesse dos

ISBN: 978-85-61702-77-9

estudantes, mas também facilitou uma compreensão mais profunda e abrangente dos conceitos geométricos tratados em sala de aula.

Com efeito, a sobreposição de objetos virtuais no ambiente real dos alunos proporcionou uma experiência imersiva, facilitando a visualização tridimensional dos sólidos geométricos. Esta abordagem suscitou a participação ativa dos educandos nas atividades propostas, criando um ambiente de aprendizado envolvente e motivador.

A análise dos dados revelou que a interatividade oferecida pelo GeoGebra, especificamente quando combinada com a realidade aumentada, impulsionou a motivação e o empenho dos educandos. A capacidade de manipular virtualmente os sólidos geométricos, girá-los, ampliá-los e explorar suas características dinamicamente contribuiu significativamente para a compreensão dos temas tratados. Ademais, a observação participante ao longo das sessões didáticas constatou um aumento na colaboração entre os estudantes, que compartilhavam descobertas e estratégias, promovendo assim um ambiente colaborativo e enriquecedor para todos.

CONCLUSÃO

A observação quantitativa dos resultados da prova escrita fornece uma medida tangível do impacto da intervenção no ensino, validando a eficácia da metodologia escolhida. Os percentuais elevados de alunos que alcançaram um desempenho igual ou superior a 6,0 indicam que a intervenção pedagógica contribuiu positivamente para a compreensão dos conceitos de sólidos geométricos.

Por sua vez, os dados qualitativos, revelados na observação participante, corroboram com os resultados quantitativos da avaliação, sugerindo que a eficácia desta prática educacional não é apenas mensurável por números.

Neste sentido, os resultados obtidos demonstram a capacidade dos recursos tecnológicos no ensino de Matemática para estimular um maior interesse e compreensão, especialmente no âmbito da Geometria. Nesta perspectiva, a pesquisa sublinha a relevância do GeoGebra, particularmente quando integrado à realidade aumentada, como uma ferramenta importatnte no ensino de sólidos geométricos. A experiência mais dinâmica e interativa proporcionada pela manipulação prática facilitou uma compreensão mais concreta e abrangente destas formas geométricas tridimensionais.

ISBN: 978-85-61702-77-9

De maneira mais geral, podemos dizer que os aspectos positivos observados, como aumento da motivação, engajamento e compreensão aprofundada, indicam o potencial transformador desta abordagem metodológica no cenário educacional. No entanto, é importante destacar a necessidade contínua de apoio aos educadores para otimizar os benefícios destas tecnologias, assegurando uma transição bem-sucedida para práticas de ensino mais inovadoras e eficazes.

As evidências sugerem que a introdução de tecnologias digitais como o GeoGebra 3D, alinhada a objetivos educacionais específicos, fundamentada metodologicamente, pode positivamente alterar a dinâmica do processo de ensino-aprendizagem no campo da Matemática. Contudo, é crucial um cuidado constante na implementação, considerando não apenas os aspectos técnicos, mas também os pedagógicos envolvidos na adoção deste aparato em sala de aula. A interação ativa entre professores, estudantes e a tecnologia emerge como um componente importante para o sucesso desta abordagem, demandando um comprometimento contínuo com a formação e atualização docente.

Diante do exposto, este estudo contribui para a discussão sobre o uso efetivo de tecnologias digitais educacionais, especialmente o GeoGebra e sua interface realidade aumentada, no contexto específico do ensino de sólidos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental. Com efeito, as implicações positivas observadas fornecem subsídios para a reflexão sobre a necessidade de incorporar abordagens inovadoras e tecnológicas no processo educacional contemporâneo. No entanto, é relevante ressaltar que esta pesquisa não esgota, de forma alguma, esta temática, abrindo, portanto, espaço para investigações futuras que aprofundem aspectos específicos, como a duração dos efeitos observados e a generalização destes resultados para distintos contextos educacionais.

REFERÊNCIAS

BONA, B. O. Análise de softwares educativos para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 4, n. 1, p.35-55, mar. 2009. Disponível em: < https://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID71/v4_n1_a2009.pdf >. Acesso em: 03 jul. 2023.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39, New York: Springer, 2005.

ISBN: 978-85-61702-77-9

BORTOLOSSI, H. J. Movimentos, Pensamentos e GeoGebra: alguns aspectos neurocientíficos no ensino e aprendizagem da matemática. IN: BASNIAK, M. I; RUBIO-PIZZORNO, S. (Org.) **Perspectivas teórico-metodológicas em pesquisas que envolvem tecnologia na Educação Matemática:** o GeoGebra em foco. São Paulo: Pimenta Cultural, 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Educação é a Base. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias:** o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2012.

KIRNER, C; KIRNER, T. G. Evolução e Tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada. IN: Ribeiro, M. W. S; ZORZAL, E. R. (Orgs). **Realidade Virtual e Aumentada:** Aplicações e Tendências. XIII Symposium on Virtual and Augmented Reality. Uberlândia: Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, 2011.

KIRNER, C; SISCOUTTO, R. **Realidade Virtual e Aumentada:** Conceitos, Projeto e Aplicações. Petrópolis: Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, 2007.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 14ª. ed. São Paulo : Cortez, 2017.

PRODANOV, C. C; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. – Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. Tradução: Daniel Grassi. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2016.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.031

PENSAMENTO COMPUTACIONAL, SABERES MATEMÁTICOS E MIT APP INVENTOR

EMMANUEL DE SOUSA FERNANDES FALCÃO
Professor da Universidade Federal da Paraíba, do Curso de Licenciatura Matemática - UFPB, professormat-falcao@hotmail.com;

CLAUDILENE GOMES DA COSTA
Professora da Universidade Federal da Paraíba, do Curso de Licenciatura Matemática - UFPB, claudilene@dcx.ufpb.br;

AGNES LILIANE LIMA SOARES DE SANTANA
Professora da Universidade Federal da Paraíba, do Curso de Licenciatura Matemática - UFPB, agnes@ccae.ufpb.br;

LUANA CRUZ DA COSTA
Graduada do Curso de Licenciatura Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, luana.costa@academico.ufpb.br.

RESUMO

A Educação Básica no Brasil está passando por mudanças que afetam de diversas maneiras o Ensino Superior, especialmente nos cursos de licenciatura. Essas mudanças incluem eventos como a necessidade de adaptação educacional pós pandemia de 2019. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho foi divulgar os resultados de uma pesquisa sobre como o MIT App Inventor pode ajudar no desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC) para solução de problemas durante a formação inicial de professores. Para atingir esse objetivo, foi criado um aplicativo para auxiliar no ensino do Teorema de Pitágoras, realizado uma oficina pedagógica para resolver problemas com o aplicativo e comparado o método analítico com a modelagem matemática assistida pelo MIT App Inventor. A pesquisa utilizou uma metodologia descritiva para os objetivos, uma abordagem qualitativa, pesquisa de natureza do tipo aplicada, utilizando técnicas experimentais e estudos de casos. O estudo foi realizado na Universidade Federal da Paraíba/Campus IV, em Rio Tinto, e a amostra foi composta por 34 alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Os resultados indicaram que o MIT App Inventor é uma

ISBN: 978-85-61702-77-9

ferramenta eficaz para o desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC), contribuindo significativamente para elucidar certas dificuldades. Também se observou que o uso de recursos digitais na educação, especialmente na área de Matemática, é visto como um recurso complementar ao processo de ensino-aprendizagem. Além disso, o desenvolvimento do PC é fundamental desde os primeiros anos do curso de Licenciatura em Matemática, auxiliando na construção do conhecimento e na resolução de problemas em outras disciplinas do curso.

Palavras-chave: Pensamento Computacional, MIT App Inventor, Teorema de Pitágoras.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) têm sido responsáveis por diversas transformações no mundo em que vivemos, especialmente na Educação Básica, que busca preparar os alunos para um futuro incerto. A pandemia de 2019 evidenciou a importância da adaptação tecnológica dos professores no Ensino Superior, levando à valorização do Pensamento Computacional (PC) como uma habilidade fundamental para solução de problemas em diferentes áreas, conforme apresentado por Jeannette Wing em seu trabalho "*Computational Thinking*" (WING, 2006).

Em 2018, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) tornou-se um objetivo oficial para a Educação Básica no Brasil, estabelecendo competências e habilidades para a etapa do Ensino Médio, incluindo o desenvolvimento do PC. As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores, homologadas em 2019, também seguem a BNCC e estabelecem a necessidade de os graduandos em licenciaturas desenvolverem conhecimentos e habilidades gerais, incluindo o uso das TDIC.

Ainda sobre as competências gerais docentes, a BNC - Formação[1] (BRASIL, 2019) sugere que os estudantes de licenciatura saibam pesquisar, analisar e refletir, utilizando as TDIC existentes e até mesmo criando-as, para auxiliar no desenvolvimento da criatividade e na busca por complementações tecnológicas.

Apesar do aumento de estudos relacionados ao PC e ao ensino da Matemática no Brasil na última década, há uma carência de pesquisas voltadas para a formação de professores nessa área, conforme verificado por um mapeamento sistemático realizado por Ferreira et. al. (2020). Uma pesquisa avançada na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[2] nos últimos cinco anos resultou em 37 itens relacionados ao Pensamento Computacional e à Matemática, destacando-se:

1. A tese 'Pensamento matemático-computacional: uma teorização' que teve por objetivo

> [...] construir uma teorização tendo como base os processos do Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus (2002) e

1 BNC-Formação

2 Disponível em https://bdtd.ibict.br/ (acesso: 01/11/2022)

ISBN: 978-85-61702-77-9

> as concepções do Pensamento Computacional (2010). A metodologia utilizada foi a da pesquisa especulativa que são declarações teóricas de outras declarações. Concluiu-se com a apresentação do Pensamento Matemático-Computacional como uma teorização e algumas de suas características, como relação entre conceito e simbologia, representações concretas, inteirações e observação de padrões, ações que envolvem padrões, reflexões, diálogo e arguição, conexão entre os assuntos da disciplina, experienciação da evolução do pensamento científico, representante genérico, construção da definição, estudo de teoremas, construção da notação e sistema de representações. (BUSSMANN, 2019, p. 11)

Do trabalho de Bussmann (2019) é aferível que o PC precisa estar associado a linguagem lógico matemática e algoritmização de estruturas.

2. Na dissertação de mestrado "O uso do pensamento computacional como estratégia para resolução de problemas matemáticos", defendida por um autor na Universidade Federal de Campina Grande em 2017, a autora afirma que o Pensamento Computacional engloba um conjunto de habilidades que podem ser aplicadas na resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento, incluindo a combinação do pensamento matemático e da engenharia. Essas habilidades são consideradas fundamentais não apenas para cientistas da computação, mas para todas as pessoas. A autora demonstra compreensão dos conceitos de PC e da importância da Matemática no desenvolvimento do pensamento para resolução de problemas. Ainda em sua dissertação, Mestre (2017, p. 12) defende de que

> [...] alguns trabalhos sugerem que o seu uso associado a disciplinas, como a matemática, desde os primeiros anos da educação básica, pode melhorar as habilidades dos alunos na resolução de problemas e contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático, sistemático e algorítmico.

A autora se propôs a elaborar "[...] estratégias para resolução de problemas matemáticos por meio de um Mapeamento entre as Capacidades Fundamentais da Matemática e os Conceitos do PC" (MESTRE, 2017, p. 12). Desse modo, com base na autora, entendemos que há referencialidade teórica que justifique um ***ebook*** no

ISBN: 978-85-61702-77-9

qual se propõem aplicações de uso entre o PC e a Matemática, sendo essa, uma das atividades do presente texto.

3. A dissertação de mestrado sob tema de "O pensamento computacional nos anos iniciais do ensino fundamental" da autora Glizt (2017, p. 11) argumenta que:

> [...] o raciocínio lógico está presente nas diversas áreas de conhecimento. Entretanto não é tratado como prioridade no processo de ensino. Pesquisas destacam a lacuna existente na formação do raciocínio lógico dos estudantes, e evidenciam que tais falhas prejudicam e são reflexos de muitos casos de reprovação e evasão em níveis médio e superior, sendo necessário criar estratégias para que esta habilidade seja desenvolvida desde os primeiros anos de escolarização.

Por ser um estudo atual, o de Glizt (2017), o presente texto entende como justificável esse tema precisar ser debatido em congressos, revistas e nicho acadêmico, pelas demandas necessárias ao cenário educativo de hoje. A pesquisado afirma que "[...] o pensamento computacional (do inglês, ***computational thinking***) engloba métodos para solução de problemas baseado nos fundamentos e técnicas da Ciência da Computação, e atualmente é visto como uma das formas de desenvolver o raciocínio lógico" (GLIZT, 2017, p. 11). Com base na pesquisadora supracitada, é possível inteligir que 'resolução de problemas', 'Matemática', 'PC' e 'raciocínio lógico' são conceitos que devem dialogar entre si. A pesquisadora vocaliza que seu estudo buscou "[...] analisar as contribuições do pensamento computacional no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, por meio de atividades lúdicas, tais como conversão de números binários, métodos de ordenação, algoritmos, linguagem de programação e lógica [...]". Por fim, com base em Glizt (2017), os autores desse texto compreendem que atividades propositivas que mesclem aplicações matemática e conceitos de PC são pertinentes para a comunidade científica.

4. A dissertação intitulada "Desenvolvimento de habilidades matemáticas com a inclusão do pensamento computacional nas escolas de ensino fundamental" desenvolvido por Câmara (2019) argumentou que:

> [...] atualmente, não há como dissociar o uso dos computadores para otimizar diversas atividades à nossa volta. Porém, a escola, que é o agente transformador da sociedade e que vem passando por transformações

ISBN: 978-85-61702-77-9

> mediante métodos pedagógicos para dinamizar e sistematizar os processos de ensino e aprendizagem, não consegue acompanhar os avanços das tecnologias digitais que auxiliam o ensino e a produção do conhecimento em sala de aula (CÂMARA, 2019, p. 12).

Os autores desse artigo corroboram do argumento. A realidade das instituições escolares públicas da Paraíba, por meio de vivência dos autores desse texto, com base em observação informal, e destacando que a UFPB, Campus IV, está situada em interior paraibano, aponta uma alta taxa de ocorrência de internet de baixa qualidade. Ocasionalmente, as instituições não conseguem ofertar computador para todos os alunos, os softwares nos poucos computadores são desatualizados, os ***hardwares*** as vezes necessitam de manutenção e elas não chegam a tempo hábil para desenvolvimento de atividades planejadas, e sobretudo, os dispositivos móveis como ***tablets*** e celulares ainda são descritos como 'potencialmente distrativos' em vez de 'parceiros da aprendizagem'. Os alunos de estágio supervisionado testemunham que os docentes que possuem uma formação mais conservadora tendem a querer usar quadro e livro, porque suas formações e sua vivência não os autorizam a dialogar, com mesmo grau de domínio, os métodos hodiernos dos nativos digitais, gerando atmosferas distintas. O 'conhecimento abordado na escola' e o 'conhecimento apreciado na internet fora da escola'. Obviamente, o perfil do professor ilustrado, está à mercê de múltiplas variáveis, entre elas, alta carga horária, falta de incentivo para formação contínua, a própria escassez de material escolar dinâmico como o material doméstico, de uso do docente, entre outros pontos.

Para Câmara (2019, p. 12) "[...] a utilização de recursos digitais, em consonância com o currículo escolar, contribui no processo de ensino e aprendizagem, na resolução de problemas e na colaboração entre os alunos, estimulando diversas competências consideradas importantes para o século XXI".

Neste sentido, este artigo sente que existe referenciabilidade teórica e justificativa atual apontando como uma necessidade moderna refletir sobre o uso de tecnologias para resolução de problemas através de pensamento lógico-matemático coeso. Bem como, o potencial subjetivo, lúdico ou recreativo das aplicações de PC no universo matemático, uma vez que, para Câmara (2019, p. 12) o PC vem "[...] se mostrando como um recurso complementar à sala de aula para tornar o processo de aquisição de habilidades em resolução de problemas mais estimulante e eficaz".

ISBN: 978-85-61702-77-9

Nesse ensejo, esse artigo advoga que a temática PC é contemporânea, importante e possui potencial de trazer constructos educativos otimizados no que se refere a qualidade das abordagens metodológicas de ensino de Matemática, seja para uso funcional, como uma calculadora, seja para fins lúdicos, recreativos, como aplicação, seja para fins meramente visuais, ilustrativos ou de natureza de exemplos. Portanto, baseado nas pesquisas supracitadas nos itens 1 a 4, entre muitos outros estudos que poderiam ser citados, conclui-se que existem fundamentos que amparam a importância de estudos nessas áreas de pensamento computacional. Os autores desse artigo entendem que por esse, e por outros motivos, a BNCC propõe, no texto que elenca competências e habilidades, que o estudante desenvolva o PC já na Educação Básica e a BNC-Formação traz que o graduando também necessita desenvolvê-lo durante o curso de graduação.

Embora possa se associar erroneamente que PC possui relação exclusiva com a Ciência da Computação, esse é apenas um ledo engano. O PC é um catálogo expansivo de técnicas que embasam, também, conceitos da computação, e que estão ligadas a outras áreas do conhecimento, a exemplo da Matemática. Ao utilizar o PC como metodologia associada para a resolução de problemas matemáticos, o PC contribuirá para o desenvolvimento do raciocínio lógico, algorítmico e sistemático. Desse modo, auxiliando os estudantes a estarem aptos a "[...] resolver[em] problemas que ainda não conhecemos" (BRASIL, 2018, p. 473). Para Costa (2022, p. 17)

> É visto que o PC é um elemento fundamental para o currículo da Educação Básica e Superior do país, estando inclusive presente nas mais diferentes competências e habilidades elencadas pela BNCC e pela BNC-Formação, mas o que não se sabe ao certo é como inseri-lo dentro das aulas, dessa forma fazendo-se necessário a busca por diferentes estratégias a fim de proporcionar um diálogo entre o Pensamento Computacional com as mais diferentes disciplinas formais.

É relevante apontar que, na disciplina de Matemática, o PC não sugere uma atividade "robotizada", aquela ao qual os estudantes fazem algo no automático, sem reflexão. O PC, na Matemática, pode ser melhor projetado em uma atividade de investigação, na qual os discentes se transformam em matemáticos em busca de resolver, de maneira sistemática, problemas relacionados a algum contexto proposto pelo docente.

Perspectivado os grandes impactos que as TDIC causam na sociedade, em especial nas últimas décadas, é importante que os estudantes possam utilizar os recursos digitais disponíveis com fins de auxílio no desenvolvimento da construção do PC, pois são meios aos quais os discentes já estão familiarizados nativamente, o que pode vir a facilitar esse processo. Nossos alunos pesquisam no ***youtube***, compartilham curiosidades de ***tiktok***, acessam wikipédia e usam chat GPT. Dessa forma, esse artigo entende a universidades, os congressos, os debates acadêmicos se debrucem sobre como usar as tecnologias como aliadas no processor educativo em vez de tentar combate-las enquanto artefatos culturais modernos.

Levando em consideração a premissa citada no parágrafo anterior e considerando os estudos relacionados ao PC alinhado com conteúdo e pensamento Matemático, especialmente voltados para a formação inicial de professores, essa artigo visa responder o seguinte questionamento: Quais os reflexos formativos de uma oficina com alunos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) – Campus IV utilizando o MIT App Inventor como recurso facilitador, no conteúdo do Teorema de Pitágoras, para o desenvolvimento do Pensamento Computacional durante a resolução de problemas, de acordo com as competências e habilidades elencadas pela BNCC-Educação Básica e pela BNC-Formação?

Para responder essa perguntar e, com fins de compartilhar o relatório dessa experiência, o artigo tem por objetivos socializar a investigação das potencialidades da ferramenta ***MIT App Inventor*** como recurso facilitador no desenvolvimento do Pensamento Computacional para formação de professores por meio de resolução de problemas matemáticos. As etapas associadas aos objetivos específicos eram desenvolver um aplicativo[3] móvel com o intuito de trabalhar o Teorema de Pitágoras; relatar a realização de uma oficina pedagógica sobre resolução de problemas, envolvendo o uso do Teorema de Pitágoras, comparando o método analítico com a implementação da modelagem matemática assistida pelo ***MIT App Inventor e;*** discutir as dificuldades e possíveis melhorias em relação ao processo de ensino-aprendizagem durante a resolução de problemas matemáticos através do Pensamento Computacional por meio do ***MIT App Inventor***. Com base nesses eventos, e tabulado essas etapas, seria possível verificar se o uso do ***MIT App Inventor*** promoveu uma aprendizagem significativa na resolução de problemas, tornando-se esse achado, a conclusiva do objetivo específico desse artigo.

3 App e Aplicativo são termos similares.

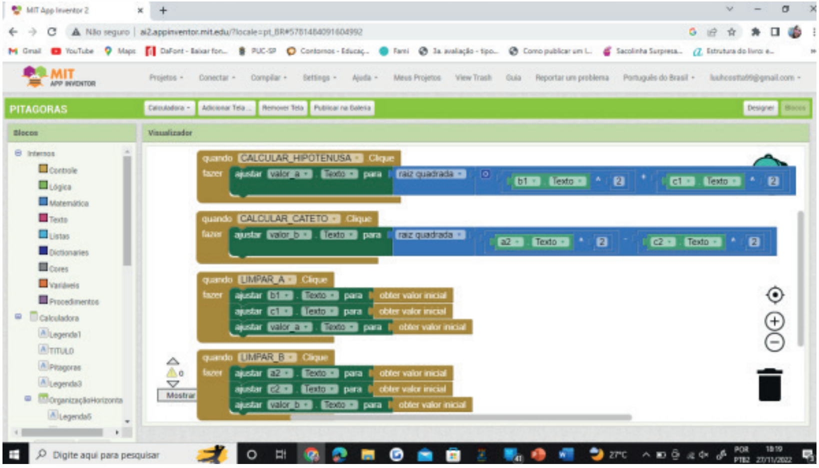
ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

De acordo com os critérios de Gil (2009), a pesquisa se desenvolveu de tal modo que se classificaria como de natureza aplicada, já que relacionou Matemática com PC. Tratou-se de um estudo qualitativo sobre a percepção dos reflexos da utilização da ferramenta MIT App Inventor como recurso para auxiliar no desenvolvimento do Pensamento Computacional. O estudo foi descritivo em relação aos objetivos, e a pesquisa se caracterizou como Experimental e Estudo de Caso em relação aos procedimentos. Enquanto revisão bibliográfica foi consultado 10 referências de 9 autores datados entre 2009 e 2022

A amostra foi composta por 34 alunos da disciplina de Matemática para o Ensino Básico I (MEB I) da Universidade Federal da Paraíba - UFPB do campus IV. A turma foi escolhida porque, no projeto político pedagógico e no semestre em destaque, o currículo buscava preparar os discentes para ensinar os objetos de conhecimento que são vistos na turma de MEB I. Convenientemente, a docente que ensinava MEB I também é professor de “Informática Aplicada a Matemática”. O aplicativo “calculadora de Pitágoras” foi criado utilizando a plataforma MIT App Inventor para ser utilizado na oficina. O aplicativo é voltado para o cálculo da ‘hipotenusa’ e/ou de um dos ‘catetos’ do triângulo retângulo, utilizando o Teorema de Pitágoras. A Figura 1 expõe o ambiente de programação do App Inventor projetando a aplicativo que realiza cálculos para o Teorema de Pitágoras.

Figura 1: Ambiente de criação da calculadora do Teorema de Pitágoras

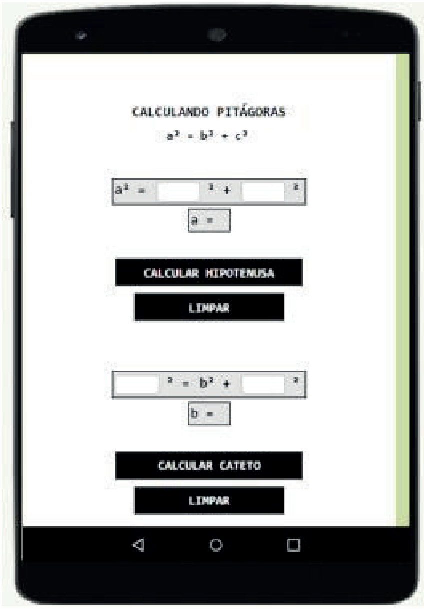


Fonte: Costa (2022)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Uma vez colocado o comando de códigos exemplificados na Figura 1, e manuseando a gosto do programador, é possível confeccionar a calculadora funcional do Teorema de Pitágoras sob a interface exposta na Figura 2.

Figura 2: Interface da calculadora do Teorema de Pitágoras



Fonte: Costa (2022)

O evento ocorreu em 22/11/2022, no laboratório de informática da UFPB, durante o período noturno, e teve duração de duas horas. Os recursos didáticos utilizados foram ***Datashow*** para apresentação de ***slides***, papel, lápis e borracha para resolução dos problemas matemáticos, ***smartphones*** para instalar e utilizar a calculadora de Pitágoras e computadores do laboratório de informática para construção de aplicativos no MIT App Inventor. A oficina foi dividida em duas etapas, e a interface do aplicativo foi construída utilizando os recursos disponíveis na aba designer e posteriormente os blocos foram montados no editor de blocos da plataforma.

Dando continuidade, foi realizada uma breve introdução aos alunos sobre o Teorema de Pitágoras, do ponto de vista histórico, conceitual e demonstrativo. Em seguida, os alunos foram desafiados a resolver dois problemas previamente elaborados que envolviam o uso desse teorema. Após a apresentação, os alunos tiveram que resolver os problemas por escrito, realizando os cálculos necessários.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Posteriormente, o aplicativo Calculadora de Pitágoras foi compartilhado com os alunos através do grupo da turma no *WhatsApp*, permitindo que eles resolvessem os mesmos problemas utilizando a calculadora e analisassem os resultados, a fim de verificar a eficácia do aplicativo.

Prosseguindo, foi feita uma breve explanação sobre o Pensamento Computacional, seguida pela apresentação da plataforma MIT App Inventor. Os alunos foram convidados a acessar a plataforma e iniciar a construção guiada de uma calculadora semelhante àquela que eles usaram para resolver os problemas. Optou-se por uma construção guiada nesse momento, uma vez que a maioria dos alunos estava tendo o primeiro contato com a plataforma naquele instante. Com base nas instruções fornecidas, os alunos elaboraram a primeira parte da interface do aplicativo, que consistia em uma calculadora para calcular a hipotenusa. A estrutura dessa parte da interface era semelhante à do aplicativo utilizado anteriormente na oficina. Os alunos tiveram a liberdade de escolher as cores de fundo da tela e das letras, assim como as fontes e alinhamentos utilizados. Concluindo, foi compartilhado um formulário – questionário, via *Google Forms*, com o intuito de ter *feedbacks* da turma, sugestão de melhorias, críticas, avaliações sobre a experiência e demais vetores que o estudo se comprometia a analisar.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com fins sintéticos, um exemplo do potencial do aplicativo pode ser visualizado por meio das Figura 3, Figura 4 e Figura 5 que seguem:

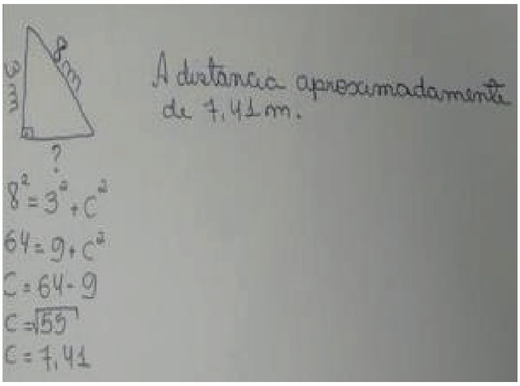
Figura 3: Problema proposto 01

Fonte: Costa (2022)

ISBN: 978-85-61702-77-9

A figura ilustra o seguinte problema: - O sol em determinada posição projeta a sombra de uma cesta de basquete conforme a ilustração abaixo. Mediante isso, é possível calcular a distâncias entre a bola e a cesta? Se sim, diga como e calcule essa distância. Em seguida a representação de um triangulo retângulo de hipotenusa 8 metros e cateto 3 metros. Uma das soluções é a que pode ser visualizada na Figura 4.

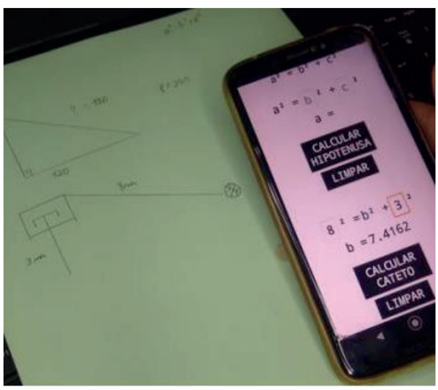
Figura 4: Resolução manual do problema proposto 01



Fonte: Costa (2022)

Embora haja perícia matemática, o desenho representado pelo aluno está bastante desconexo com a possibilidade real da existência de um triângulo retângulo similar a ilustração proposta na Figura 3. Isso demonstra que o aluno precisou de uma representação visual para compreender as hipóteses do enunciado, sem pular diretamente para a decodificação algébrica do problema. A Figura 5 mostra o aluno utilizando o app inventor para solucionar o problema.

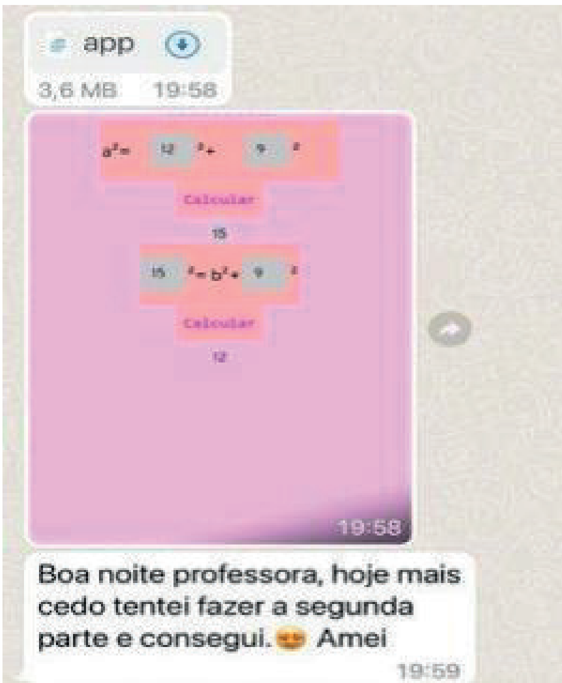
Figura 5: Resolução manual do problema proposto 01



Fonte: Costa (2022)

A Figura 5 demonstra que o aluno com mais habilidade pictórica, no quesito de saber ilustrar o problema proposto com mais eficiência, utilizou diretamente a fórmula. O uso da calculadora, ou de aplicativos de cálculo, ainda é um tema polêmico entre professores que acreditam que a função da escola é preparar para o vestibular e, como o vestibular não usa calculadoras, os alunos não deveriam usá-la também. Outro setor de professores defendem a necessidade de se preparar para além do vestibular e, portanto, a calculadora deveria ser um dispositivo de consulta comum, porque ela, por si só, não conseguiria aferir habilidade matemática ou sucesso na compreensão de algum assunto, sendo "instrumento" de um ponto para alcance de outro ponto. Para a natureza desse artigo, o debate, embora necessário, é irrelevante porque a finalidade era proporcionar o PC, algo que os autores consideram ter atingido com sucesso, mediante ***feedback*** dos formulários – questionários do ***Google form*** e contato posterior com os alunos, conforme ilustra a Figura 6

Figura 6: Feedback dos alunos usando por conta própria o APP Inventor

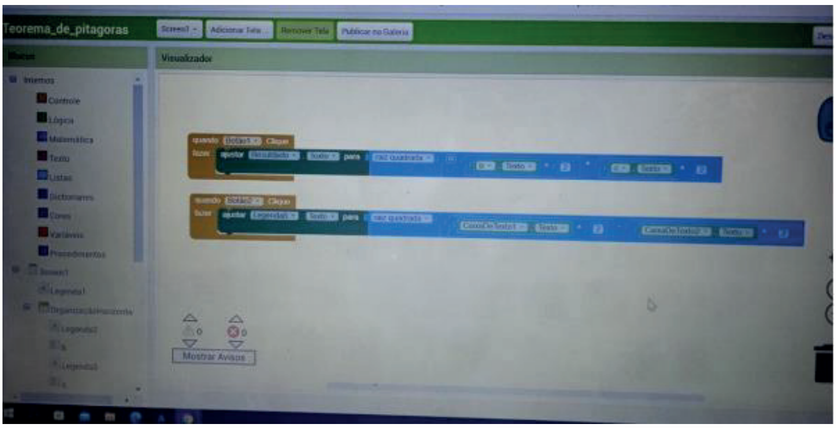


Fonte: Costa (2022)

ISBN: 978-85-61702-77-9

A aluna em questão compartilhou com os autores como foi sua programação para gerar a calculadora da Figura 6, expressa na Figura 7. Atualmente, o uso do App Inventor continua em execução na programação curricular das disciplinas de 'MEB' e 'Informática Aplicada a Matemática', no caso, a disciplina de 'Matemática para o Ensino Básico III', que entre seus conteúdos, aborda determinantes de matrizes, encontrou oportunidade de desenvolvimento de um app que calcula esse evento na disciplina, e pela docente, do componente curricular de informática. As Figura 8 e Figura 9 expõem esses novos aplicativos. Com base nos formulários respondidos, mais de 97% dos estudantes deram feedback de que acharam positivo aprender a linguagem do App inventor para utilizar em outros campos matemáticos, conforme ilustra Figura 10.

Figura 7: Código utilizada pela aluna para confeccionar a calculadora da Figura 6

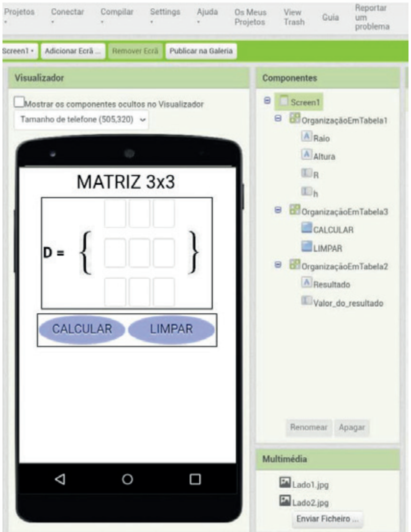


Fonte: Costa (2022)

A partir da análise da Figuras 6 e 7, alguns alunos passaram a utilizar o App Inventor para confeccionar outros tipos de calculadora, conforme ilustram as Figura 8 e Figura 9.

ISBN: 978-85-61702-77-9

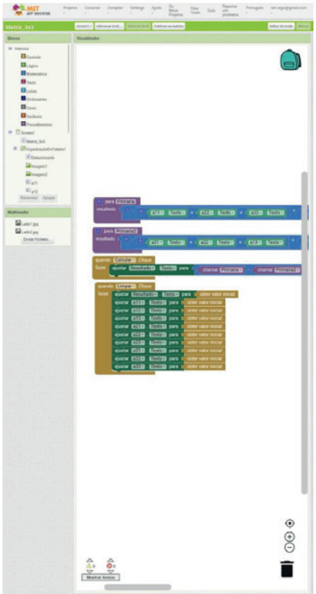
Figura 8: App que calcula determinante de matriz 3x3



Fonte: Arquivo pessoal

Para confeccionar a app da Figura 8 o discente compartilhou o código expresso na Figura 9.

Figura 9: Código utilizado pelo aluno para confeccionar a calculadora de determinantes

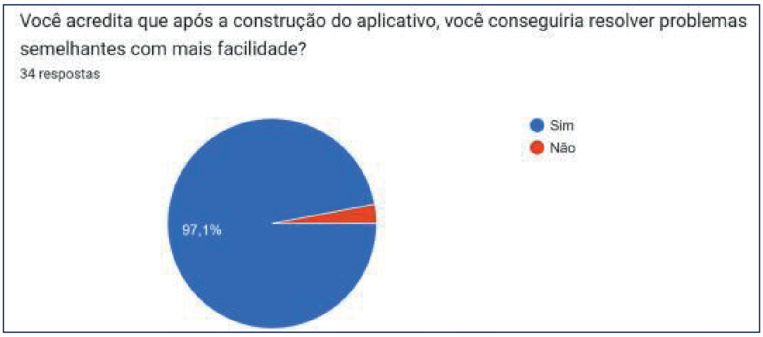


Fonte: Arquivo pessoal

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ao que parece, os alunos que desenvolve o PC, tendem a querer compartilhar esse conhecimento, conforme ilustra a Figura 10

Figura 10: Feedback dos alunos afirmando o benefício entre o aplicativo e a resolução de problemas



Fonte: Costa (2022)

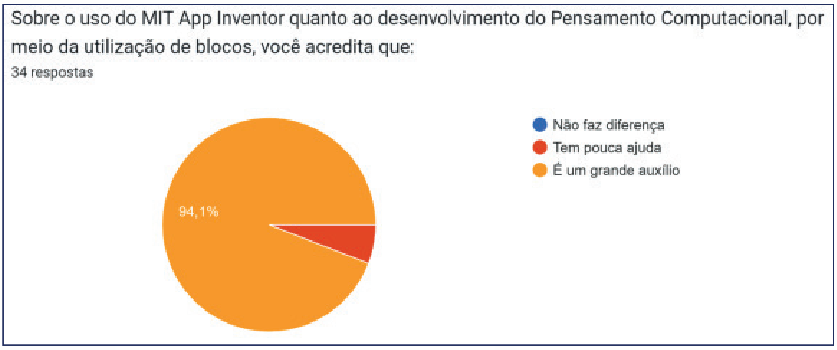
Portanto, os pesquisadores do presente estudo entendem que a metodologia de mescla entre PC e conteúdos matemáticos é positiva e deveria ser divulgado em congressos, anais e outros nichos que debatem sobre educação com fins de estímulo de que outros espaços possam reutilizar práticas como as narradas, variando para as necessidades e especificidades locais, com fins de aferição se os resultados dessas adaptações também se atestam positivo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O artigo compreende que respondeu sobre quais foram os reflexos formativos de uma oficina utilizando o MIT App Inventor como recurso facilitador, no conteúdo do Teorema de Pitágoras, para o desenvolvimento do Pensamento Computacional. Do ponto de vista institucional os docentes em questão julgaram a experiência positiva, os discentes envolvidos alegaram ter gostado e aproveitado o conteúdo. Os alunos que avançaram nos semestres seguintes desenvolveram aplicativos próprios e a experiência permanece-se ativa com professores de disciplinas de informática trabalhando linguagem computacional para desenvolvimento de cálculos da Matemática Básica. A experiência também rendeu um Trabalho de Conclusão de Curso além de ofertar, na loja de aplicativos de celulares, novos aplicativos educacionais. A experiência com mais detalhes pode ser consultada na obra de Costa (2022), entretanto a Figura 11 expressa essa relação.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 11: Feedback dos alunos afirmando sobre o desenvolvimento do PC por uso do App inventor



Fonte: Costa (2022)

Portanto, as contribuições desse artigo reinam na esfera de que compartilha com a comunidade científica uma experiência satisfatória na educação superior, delineando as variáveis que a limitaram; incentiva aos leitores que usufruam da metodologia descrita para fins de maturação das hipóteses conclusivas dessa comunicação e; visa dar mais base na musculatura e ossatura da literatura acadêmica vigente sobre os benefícios de se multidisciplinar ou interdisciplinar a Matemática com outras áreas de conhecimento, a exemplo da Computação, Programação ou outras áreas ligadas ao desenvolvimento do PC, com fins de que a área possa continuar se expandido em novos estudos, sobretudo no tempo atual, que conforme foi apontado, requer mudanças dinâmicas e adaptação rápida a realidade moderna.

REFERÊNCIAS

BDTD. **Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações**. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/. Acesso em: 16 mai. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso em: 8 out. 2022.

_____________. Ministério da Educação. Resolução CNE/CP n.º 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a **Base Nacional Comum para a**

ISBN: 978-85-61702-77-9

Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília: MEC, 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file. Acesso em: 20 nov. 2022.

BUSSMANN, Christian James de Castro. **Pensamento Matemático-computacional**: Uma Teorização. 2019. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

CÂMARA, Fábio Sampaio dos Santos. **Desenvolvimento De Habilidades Matemáticas Com a Inclusão Do Pensamento Computacional Nas Escolas De Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Inovação em Tecnologias Educacionais) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

COSTA, Luana Cruz da. **O desenvolvimento do Pensamento Computacional na construção dos saberes do Teorema de Pitágoras utilizando como ferramenta de programação o MIT App Inventor**. Rio Tinto. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Matemática) - Universidade Federal da Paraíba. 2022.

FERREIRA, Mariana Almeida; COUTINHO, Ana Emília Victor Barbosa; COUTINHO, Brauner Gonçalves. **Pensamento Computacional e o Ensino de Matemática no Brasil**: Um Mapeamento Sistemático. RENOTE, v. 18, n. 2, p. 591-600, 2020.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GLIZT, Fabiana Rodrigues de Oliveira. **O Pensamento Computacional Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2017.

MESTRE, Palloma Alencar Alves. **O Uso Do Pensamento Computacional Como Estratégia Para Resolução De Problemas Matemáticos**. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2017.

ISBN: 978-85-61702-77-9

WING, Jeannette. **PENSAMENTO COMPUTACIONAL** – Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 9, n. 2, 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711. Acesso em: 3 nov. 2022.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.032

PESQUISAS SOBRE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM ESTADO DO CONHECIMENTO

MATHEUS KLISMAN DE CASTRO E SILVA
Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino (POSENSINO) associação UERN, UFERSA, IFRN, Mossoró – RN – Brasil, matheusklismancs@gmail.com;

MÁRCIA MARIA ALVES DE ASSIS
Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal – RN, marcia@ifesp.edu.br;

LYANKA LEONARA DA COSTA AMARAL
Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino (POSENSINO) associação UERN, UFERSA, IFRN, Mossoró – RN – Brasil, matheusklismancs@gmail.com;;

RESUMO

Essa pesquisa tem como objetivo apresentar um mapeamento da produção acadêmica acerca do uso de tecnologias digitais no ensino de matemática considerando que a produção acadêmica a respeito dessa temática é vasta. A metodologia segue uma abordagem qualitativa com delineamento bibliográfico, definido especificamente como estado do conhecimento. Para isso trazemos uma visão sistêmica das produções nos cursos de pós-graduação brasileira através da coleta de dados feita no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. A partir da análise das informações e da amostragem de 14 obras coletadas nessas plataformas, foi possível chegar a conclusões sobre as principais tecnologias digitais utilizadas no ensino de matemática na educação básica das pesquisas encontradas, as Instituições de nível superior que mais tratam sobre o tema de pesquisa e as regiões onde localizam-se essas Instituições; os períodos temporais das pesquisas realizadas, os tipos de abordagens metodológicas, os procedimentos e técnicas utilizados, os principais referenciais teóricos utilizados, além dos principais resultados obtidos nessas pesquisas. Dessa forma, essa pesquisa proporciona uma

compreensão abrangente do conhecimento existente, apresenta lacunas e oferece uma base teórica e conceitual sólida. Ainda contribui para o avanço do conhecimento e de práticas pedagógicas relacionadas à integração das tecnologias digitais na educação matemática da educação básica.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais. Ensino de Matemática. Estado do Conhecimento. Educação Básica.

INTRODUÇÃO

O surgimento das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e a rápida popularização da internet trouxeram impactos em grande escala para todas as áreas da sociedade, nos contextos públicos e privados. O que se percebe ao estar vivenciando esse contexto é que, enquanto a medicina, o comércio e as grandes mídias se adaptaram rapidamente, a educação está caminhando a passos lentos para tentar acompanhar esses constantes processos de evolução.

A atuação em sala de aula da educação básica nos mostra uma realidade onde alunos dominam as tecnologias digitais antes mesmo de se apropriarem do letramento alfabético e matemático ensinado nas escolas. Alunos esses que fazem parte das Gerações Z[1] e Geração Alpha[2] e nasceram num mundo rodeado por tecnologias.

A escola não pode ficar inerte ao processo de evolução e tem o dever de acompanhar o constante avanço tecnológico. Entretanto, nota-se, através do convívio diário com as turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, que aulas tradicionais expositivas e métodos tradicionais de avaliação já não são suficientes para uma geração que está sempre com os dedos nas telas dos dispositivos tecnológicos e tem um mundo de informação na palma da mão.

A ausência do uso de novas metodologias e tecnologias digitais para essas gerações traz consequências que são nitidamente observadas nos resultados de avaliações nacionais, como o Índice de Desenvolvimento da Educação Básico (IDEB), e também internacional, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). Essas duas avaliações exibem o baixo índice de aprendizagem dos alunos do nosso país e a necessidade de investir na educação e em novas metodologias de ensino para a educação básica.

Nessas avaliações o resultado referente ao componente curricular matemática é o mais baixo e muitas vezes isso é considerado "normal" porque a matemática consiste numa disciplina que incorpora sentidos abstratos e concretos, e muitas vezes é julgada como "difícil de aprender".

1 Erickson (2011) diz que a Geração Z é constituída por jovens que nasceram de 1998 à 2010 e que são características: querer as coisas rapidamente, é inquieta e possui o hábito de realizar várias tarefas ao mesmo tempo.

2 Nascidos a partir de 2010. Suas características ainda não são totalmente definidas, mas se tem a certeza que seus membros nasceram em um mundo conectado e rodeado por tecnologias.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O professor, como mediador do conhecimento, precisa acompanhar esse processo de evolução e habilitar-se sobre os métodos de utilizar tecnologias educacionais e planejar formas de aplicar essas ferramentas em suas aulas de forma a dinamizar o processo de ensino e aprendizagem, pois no atual contexto do mundo, essa adaptação é imposta. Diante dessa realidade é importante buscar formas para despertar o interesse desses alunos pelas aulas.

Na busca de compreender o que já tem se estudado sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática, essa pesquisa surge com o objetivo de apresentar um mapeamento da produção acadêmica acerca das Tecnologias Digitais no ensino de matemática. Essa pesquisa não se caracteriza como estado da arte, mas sim como estado do conhecimento. Utilizamos as definições de Romanowski e Ens (2006) para fazer essa distinção. As autoras relatam que os estados da arte "recebem esta denominação quando abrangem toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções" (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p.39). Já o estado do conhecimento "aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado" (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p.40).

É necessário considerar que a produção acadêmica a respeito das Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática nos programas de pós-graduação, nas publicações em periódicos e eventos é vasta. Assim, é necessário estabelecermos recortes. Diante disso, nossa pesquisa restringiu-se às produções disponíveis no catálogo de teses e dissertações da CAPES e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

As questões que nortearam nossa análise foram: Quais as origens dos trabalhos publicados sobre a temática no catálogo de teses e dissertações da CAPES e na BDTD? Que instituições têm se destacado nesses estudos? Quais as Tecnologias Digitais voltadas ao ensino de matemática mais utilizadas? Em que referenciais os pesquisadores têm se apoiado para fundamentar as suas pesquisas? Que metodologias têm sido usadas? Quais resultados foram encontrados?

Partindo desses questionamentos nosso trabalho se divide em quatro etapas: Referencial teórico; O percurso metodológico e descrição dos dados; Discussão e analises dos dados; e Considerações finais.

AS TECNOLOGIAS DIGITAIS

Acreditamos que para falar sobre tecnologias digitais na educação, antes é necessário tratar sobre alguns fundamentos, como definir tecnologias, tecnologias digitais e seu potencial no meio educacional. Segundo Bastos (1998), podemos definir tecnologia como todo e qualquer material criado pelo ser humano com o objetivo de facilitar a vida em sociedade. Dessa forma, a tecnologia “pode ser definida como um conjunto de conhecimentos e informações organizadas, provenientes de fontes diversas como descobertas científicas e invenções, obtido por meio de diferentes métodos e utilizado na produção de bens e serviços” (BARROS, 2009, p. 17). Kenski (2003, p.18), relata que a tecnologia “engloba a totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações”.

Com o grande avanço e popularização das tecnologias, as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) surgem como recursos tecnológicos, que através das funções de softwares, hardwares e telecomunicações podem ser utilizados de forma integrada.

Logo, a Internet se popularizou e o uso das TDIC foi potencializado em larga escala em todos os segmentos da sociedade transformando inclusive o ambiente de aprendizagem. Segundo Tomazi, as TDIC “podem ser definidas como bancos de informação de vários segmentos que caracterizam por associarem diferentes mídias, como imagem, internet e som, em um único equipamento.” (TOMAZI, 2016, p. 25). Podemos citar como exemplos, os celulares, tabletes, computadores, entre outros.

Essas tecnologias, quando disseminadas em larga escala na sociedade, alteram sua estrutura de forma a modificar o modo como as pessoas vivem, informam-se, trabalham e se comunicam no dia-a-dia. Não demorou muito para que as tecnologias mudassem a quantidade, a qualidade e a velocidade das informações compartilhadas na sociedade atual. Em um de seus textos, Kenski (2007, p.21) destaca que “a evolução tecnológica não se restringe apenas aos novos usos de determinados equipamentos e produtos”.

O meio educacional não fica aquém da influência que as TDIC proporcionam na sociedade. Destacamos, por exemplo, a apropriação e eficácia das tecnologias digitais aplicadas na Educação a Distância (EAD) que potencializou a modalidade de ensino. E, de acordo com Tezani (2011, p.03),

ISBN: 978-85-61702-77-9

> A educação escolar atualmente se vê diante da possibilidade de construção de uma nova organização curricular e didático pedagógica, enriquecida pela diversidade de modelos e conteúdos, pois a informação, hoje, disponibilizada pela tecnologia digital, possibilitou o acesso de todos aos fatos, acontecimentos e conteúdos. (TEZANI, 2011, p.03)

A autora ainda relata que existe a possibilidade de repensar o currículo e a organização curricular de modo mais abrangente, se adicionarmos a utilização das TDIC no processo de ensino e aprendizagem, pois dessa forma será possível que o aluno participe ativamente na construção do próprio conhecimento.

Uma das diversas possibilidades para associar o conteúdo ministrado em sala de aula com o uso das TDIC é na utilização dos Objetos de Aprendizagem (OA), que segundo Tarouco (2003), são recursos que podem ser usados para apoiar a aprendizagem. "O termo objeto educacional (learning object) geralmente aplica-se a materiais educacionais projetados e construídos em pequenos conjuntos com vistas a maximizar as situações de aprendizagem onde o recurso pode ser utilizado" (Tarouco, 2003, p. 02). Os objetos de aprendizagens podem armazenar em sua estrutura diferentes recursos e formatos, como imagens, sons, vídeos, jogos, gráficos, entre outros.

Considerando o forte potencial desses recursos na educação, Kenski (2007, p.45), diz que o uso das tecnologias:

> Abre oportunidades que permitem enriquecer o ambiente de aprendizagem e apresenta-se como um meio de pensar e ver o mundo, utilizando-se de uma nova sensibilidade, através da imagem eletrônica, que envolve um pensar dinâmico, onde tempo, velocidade e movimento passam a ser os novos aliados no processo de aprendizagem, permitindo a educadores e educandos desenvolver seu pensamento, de forma lógica e critica, sua criatividade por intermédio do despertar da curiosidade, sua capacidade de observação, seu relacionamento com grupos de trabalho na elaboração de projetos, seu senso de responsabilidade e coparticipação. (KENSKI, 2007, p.45)

A convicção que as tecnologias são fortes recursos na educação é amplamente disseminado por diversos pesquisadores como Tedesco (2004), Borba e Penteado (2010), Valente (1999) e Ponte (2008). Outros pesquisadores encontrados durante nossa pesquisa como Divieso (2017), Felcher (2016), Lima (2019), Rocha

ISBN: 978-85-61702-77-9

(2008), Satiro (2019) e Silva (2019), evidenciam que existe uma grande expectativa no uso das tecnologias e que elas são bem recebidas pelos alunos.

Compreendemos que as contribuições no uso dos recursos tecnológicos trazem para o processo de ensino aprendizagem muitos benefícios, como maior interação e engajamento dos alunos. Ainda podemos destacar a mudança significativa da função do educando, que ganha autonomia e, a partir disso, torna-se sujeito ativo do processo.

PERCURSO METODOLÓGICO E DESCRIÇÃO DOS DADOS

Nossa pesquisa segue uma abordagem qualitativa, uma vez que essa é essencialmente interpretativa na busca de compreender e interpretar dados, adotando uma visão holística dos fenômenos sociais (CRESWELL, 2007). É caracterizada do tipo bibliográfica, especificamente como um estado do conhecimento. A pesquisa bibliográfica é uma abordagem que engloba um levantamento abrangente dos principais trabalhos já realizados, conferindo-lhes importância por sua capacidade de fornecer dados atualizados e relevantes relacionados ao tema em questão (MARCONI e LAKATOS, 2003).

De acordo com Morosini e Fernandes (2014, p. 102) o Estado do Conhecimento se refere a "identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo". Segundo André (2009), esses estudos "têm sido muito úteis ao revelar temáticas e metodologias priorizadas pelos pesquisadores, fornecendo importantes elementos para aperfeiçoar a pesquisa num determinado campo do saber" (ANDRÉ, 2009, p.43). Dessa forma, "são fundamentais para acompanhar o processo de constituição de uma área do conhecimento, porque revelam temas que permanecem ao longo do tempo, assim como os que esmaecem, os que despontam promissores e os que ficam totalmente esquecidos" (ANDRÉ, 2009, p.43).

O objeto de estudo caracteriza-se por trabalhos acadêmicos das pós-graduações. Para isso foi necessário definir alguns recortes a partir da data da coleta de dados que foi realizada dia 06 de abril de 2022:

- A coleta foi realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD. A escolha do Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, assim como a Biblioteca

ISBN: 978-85-61702-77-9

Digital Brasileira de Teses e Dissertações se justificam pelo nível e qualidade das produções acadêmicas, além da concentração de acervo nacional das pós-graduações.

- A linha temporal foi definida de 2008, onde encontramos a primeira produção, até as publicadas em 2021, uma vez que as produções totais de 2022 não estão concluídas ou estão em fase de publicação.
- Consideramos a presença do termo "Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática" nos títulos das produções (entre aspas para que a plataforma não procurasse por palavras soltas). A atenção inicialmente dada aos títulos se justifica pelo motivo destes, em geral, anunciarem "a informação principal do trabalho ou indicam elementos que caracterizam o seu conteúdo" (FERREIRA, 2002, p. 261).

Seguindo os recortes iniciais, encontramos 12 (doze) trabalhos no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e 7 (sete) trabalhos na BDTD. Desses, 5 (cinco) estavam presentes nas duas plataformas, dessa forma, ficamos com um total de 14 (quatorze) produções iniciais. O **Quadro 1** abaixo, exibe as 14 produções selecionadas destacando, o título, autoria, ano de publicação, Instituição e Estado e o Programa de Pós Graduação.

Quadro 1 – Tabela síntese.

TÍTULO	AUTOR(A)	ANO	INSTITUIÇÃO/ ESTADO	PROGRAMA
Tecnologias digitais e ensino de matemática: compreender para realizar.	Elizabeth Matos Rocha	2008	Universidade Federal do Ceará/CE	Programa De Pós- Graduação Em Educação
Tecnologias digitais e ensino de matemática: o uso de facebook no processo de ensino dos números racionais.	Carla Denize Ott Felcher	2016	Universidade Federal de Pelotas/RS	Programa De Pós- Graduação Em Ensino De Ciências E Matemática
Mapeamento de dissertações e teses sobre uso de tecnologias digitais no ensino de matemática no rio grande do sul.	Catia Cargnin	2016	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria/RS	Mestrado Profissionalizante Em Ensino De Física E De Matemática

ISBN: 978-85-61702-77-9

TÍTULO	AUTOR(A)	ANO	INSTITUIÇÃO/ ESTADO	PROGRAMA
Formação em serviço de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para utilização de tecnologias digitais no ensino da matemática.	Luiz Henrique Ingnes Divieso	2017	Universidade Estadual Paulista/SP	Programa De Pós- Graduação Em Educação
Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando software geogebra.	Rubervan da Silva Leite	2017	Pontifícia Universidade Católica/SP	Programa De Pós- Graduação Em Educação Matemática
A colaboração entre professores de sala de aula e de laboratório de informática para a produção de planos de aulas com integração de tecnologias digitais no ensino de matemática.	Rodrigo Rodrigues Melo de Lima	2019	Universidade Federal do Rio Grande do Norte/RN	Programa De Pós- Graduação Em Inovação Em Tecnologias Educacionais
Mapeamento do uso de tecnologias digitais no ensino de matemática nas escolas municipais de juiz de fora - mg e três rios – RJ.	Ilza dos Santos Satiro	2019	Universidade Federal de Juiz de Fora/MG	Programa De Mestrado Profissional Em Educação Matemática
Modelagem matemática e tecnologias digitais para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.	Aniele Domingas Pimentel Silva	2019	Universidade Federal do Oeste do Pará/PA	Programa De Pós- Graduação Em Educação
Tecnologias digitais no ensino de matemática: um olhar para escolas do programa ensino integral.	Fabio Ferreira Da Silva	2020	Universidade Estadual Paulista/SP	Programa De Pós- Graduação Em Educação Matemática
Aspectos histórico- epistemológicos das tecnologias digitais no encontro nacional de educação matemática.	Victor Hugo Ricco Bone Antunes	2020	Universidade Estadual do Oeste do Paraná/ PR	Programa De Pós-Graduação Em Educação Em Ciências E Educação Matemática – Ppgecem
A matemática dos trajetos urbanos: atividades com uma geometria não euclidiana usando o ***google maps***.	Janilson Ananias de Amarante	2020	Universidade Federal do Rio Grande do Norte/RN	Programa De Pós-Graduação Em Ensino De Ciências Naturais E Matemática
Tecnologias digitais no ensino de matemática: uma abordagem do uso do ***software geogebra*** para o ensino de função quadrática.	Manoel Marcondes Germano Júnior	2021	Universidade Estadual do Ceará/CE	Mestrado Profissional Em Matemática Em Rede Nacional

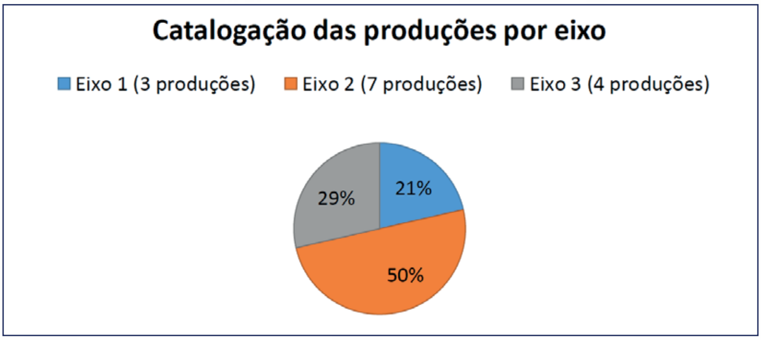
ISBN: 978-85-61702-77-9

TÍTULO	AUTOR(A)	ANO	INSTITUIÇÃO/ ESTADO	PROGRAMA
Realidade aumentada no ensino de tópicos de derivadas parciais: uma abordagem com aplicativo móvel.	Willyan Alves da Silva	2021	Universidade do Estado de Mato Grosso/MT	Mestrado Em Ensino De Ciências E Matemática - Ppgecm
Visões e manifestações de tecnologia que permeiam objetos digitais de aprendizagem para o ensino de matemática em dissertações brasileiras.	Weslaine Granella Oenning	2021	Universidade do Estado de Mato Grosso/MT	Programa De Pós- Graduação Em Ensino De Ciências E Matemática – Ppgecm

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados (2022).

Após o levantamento quantitativo das teses e dissertações disponíveis nos catálogos supracitados, passamos para a segunda etapa da pesquisa: organização e seleção das produções encontradas. Dentre as 14 (quatorze) produções encontradas, realizamos uma divisão em eixos para melhor analise dos trabalhos: Eixo 1 – Produções que tratavam das tecnologias digitais no ensino de matemática através de revisões sistemáticas de literatura; Eixo 2 – Produções que tratavam das tecnologias digitais no ensino de matemática na educação básica; Eixo 3 – Produções que tratavam das tecnologias digitais no ensino de matemática no ensino superior. Essa divisão foi feita após a leitura do resumo, introdução e metodologia das pesquisas. O **Gráfico 1**, a seguir, exibe essa a porcentagem de produções em cada eixo após a catalogação.

Gráfico 1 – Catalogação das produções por eixo.



Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados da pesquisa (2022).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Como nosso trabalho é focado na educação básica, realizamos um recorte e descartamos as pesquisas dos Eixos 1 e 3. Dentre as 14 (quatorze) produções, 7 (sete) trabalhavam com a educação básica. Dessas, temos 1 (uma) tese e 6 (seis) dissertações.

Iniciamos então o fichamento das produções selecionadas. As informações foram organizadas em uma tabela utilizando os recursos do *Microsoft Word 2007*. A tabela foi organizada em nove colunas definidas da seguinte forma: na primeira e segunda coluna, respectivamente, adicionamos o nome do autor e o ano de publicação; na terceira coluna informamos o título da tese ou dissertação; na quarta e quinta respectivamente, adicionamos o problema da pesquisa e os objetivos; na sexta e sétima colunas, adicionamos os dados referentes às teorias de interesse e as metodologias utilizadas pelos pesquisadores, respectivamente; na oitava e nona coluna, adicionamos os dados referentes aos resultados e conclusões, respectivamente.

DISCUSSÃO E ANÁLISES DOS DADOS

Após a organização e catalogação dos dados, iniciamos a fase de análise para tentar compreender as questões mencionadas na introdução desse trabalho. Inicialmente buscamos entender qual era a origem dos trabalhos publicados sobre a temática. Para isso, organizamos o **Quadro 2** onde é possível visualizar a quantidade de produções por região do Brasil.

Quadro 2 – Quantidade de produções por região do Brasil.

Região	Teses	Dissertações	Total de Produções
Norte	0	1	1
Nordeste	1	1	2
Centro-Oeste	0	0	0
Sudeste	0	3	3
Sul	0	1	1
TOTAL	**1**	**6**	**7**

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados da pesquisa (2022).

Com base nas informações apresentadas no quadro acima, é possível afirmar que a região sudeste tem se destacado em pesquisas sobre as tecnologias digitais

ISBN: 978-85-61702-77-9

no ensino de matemática. Buscamos compreender também quais instituições têm se destacado em pesquisas sobre a temática. A Universidade Estadual Paulista (USP) foi a que mais se destacou, pois desenvolveu duas pesquisas. As demais instituições desenvolveram uma pesquisa cada, são elas: Universidade Federal De Juiz De Fora (UFJF), Universidade Federal do Ceará (UFC), Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Universidade Federal de Pelotas (UFPel) e Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Partindo dessas informações, percebemos que as instituições federais tem se destacado na pesquisa em tecnologias digitais no ensino de matemática.

Ainda nos propomos a verificar as palavras-chave indicadas após os resumos das dissertações e tese analisadas. As palavras-chave que aparecem com mais frequência são: "Tecnologias Digitais", "Ensino de Matemática" e "Educação Matemática". É necessário destacar que algumas delas representa várias outras, porque há uma diversidade muito grande de termos empregados. Isso mostra que falta, nesse campo do uso de tecnologias digitais, um "dicionário" de palavras-chave que possam ser empregadas nos trabalhos, para facilitar a busca das produções em bancos como o de teses da CAPES e da BDTD. A norma 6028 da Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (2003) estabelece palavra-chave como a que é "representativa do conteúdo documento, escolhida, preferentemente, em vocabulário controlado" (ABNT, 2013, p. 1). Cury (2013) destaca que é essencial que as palavras-chave sejam bem escolhidas, porque representam a produção e é através delas a grande ou pequena divulgação de uma produção.

Passamos a analisar quais referenciais teóricos os pesquisadores teriam se apoiado para fundamentar as suas pesquisas. No que diz respeito a Educação e Tecnologias, a autora Vani Kenski (2003, 2007, 2012, 2013) é citada em 86% dos referenciais teóricos e obras como "Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação" surgem como principal fonte de embasamento das pesquisas. Já Pierre Lévy (1996, 1999) é citado em 57% das produções e obras como "Cibercultura" aparecem como fonte de pesquisa. No que diz respeito as Tecnologias Digitais e Ensino de Matemática, Marcelo Borba e Miriam Godoy Penteado () são citados em 57% das produções e obras como "Informática e Educação Matemática" é a que mais é utilizada como fonte de referência. Marcelo Borba aparece em outras 29% dos trabalhos com pesquisas como "Tecnologias Digitais e Educação Matemática" em colaboração com outros autores.

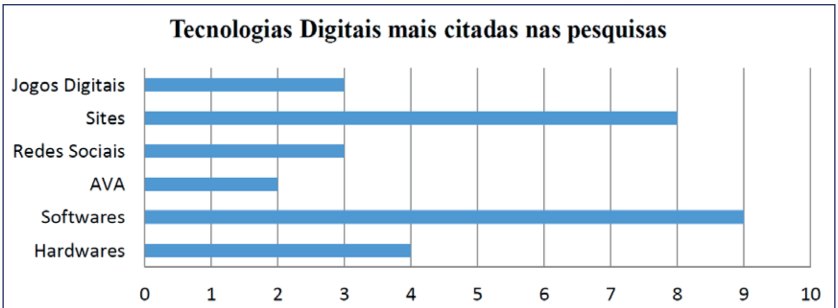
ISBN: 978-85-61702-77-9

Outros autores surgem no diálogo sobre formação de professores como: Nóvoa (2001), Prado e Valente (2003), Romanowsky (2007), Fiorentini (2001), Passos e Souza (2015). Já em relação às tecnologias digitais na educação, autores surgem como referencial teórico, como: Almeida e Silva (2011), Maia e Filho (2017), Lara (2003), Grando (2004), Gardner (1998) e Almeida (2004).

Ao analisar as metodologias utilizadas nas pesquisas, percebemos que todas utilizaram abordagens qualitativas, entre elas, pesquisa-ação, pesquisa participante, descritivo-exploratória e pesquisa colaborativa. Todas tiveram a educação básica como ***lócus*** de pesquisa. Os autores mais utilizados para embasamento teórico no que diz respeito a metodologia da pesquisa qualitativa são Thiollent (2011), Gil (2012), Bogdan e Biklen (1994), Chizzotti (2003), Moresi (2003), Stake (2016), Yin (2016) e Goldenberg (2004).

Ainda buscamos mapear as Tecnologias Digitais que mais foram aplicadas e/ou citadas nas pesquisas como fortes aparatos para o processo de ensino e aprendizagem em matemática na educação básica desde o referencial teórico ao desenvolvimento das pesquisas. A partir desse levantamento, foram encontradas aproximadamente 29 menções de diferentes tipos de softwares e mídias digitais utilizadas. Para uma melhor compreensão, optou-se por destacar, no **Gráfico 2**, as que surgiram com maior frequência dentre as produções analisadas.

Gráfico 2 – Tecnologias Digitais mais citadas nas pesquisas.



	Hardwares	Softwares	AVA	Redes Sociais	Sites	Jogos Digitais
Quantidade	4	9	2	3	8	3

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados da pesquisa (2022).

Para melhor descrição e compreensão dos dados, dividimos as tecnologias digitais citadas em categorias: ***Hardwares***; ***Softwares***; Ambiente Virtual de

ISBN: 978-85-61702-77-9

Aprendizagem (AVA); Redes Sociais; ***Sites***; e Jogos Digitais. Na categoria "***Hardwares***" foram citados o computador, o notebook, o celular e a lousa digital. A categoria que mais se destacou foi a "***Softwares***", sendo citados nas pesquisas: o ***Geogebra***, o ***Word***, o ***Excell***, o ***Power Point***, o ***CmapTools***, o SuperLogo, o ***Scratch***, o ***GCompris*** e o ***Phet interactive Simulations***. Em relação aos "Ambientes Virtuais de Aprendizagem" (AVA), o Moodle e o ***Khan Academy*** foram as utilizadas nas pesquisas estudadas. Já na categoria de "Redes Sociais", aparecem o ***WhatsApp***, ***Facebook***, o ***Instagram*** e o ***Skype***. Quando se trata da categoria "***Sites***", ***blogs***, ***Youtube***, Geoplano Online, Tangram Online, Objetos de Aprendizagem para Matemática – OBAMA, ***Google Docs***, ***Google Drive***, ***Google Maps***, se destacam. Por fim, na categoria de "Jogos Digitais" aparecem ferramentas como o Jogo Enigma das frações, Jogo da Adição e Jogo da Subtração.

Após leitura das pesquisas de forma mais completa, buscamos então saber quais resultados foram encontrados. Os resultados encontrados por Rocha (2008) evidenciaram que as estratégias de ensino com o uso do computador, proposto na pesquisa dependeram de um conjunto de ações diretas que agiram, principalmente, no componente humano, exigindo mudanças significativas na organização da escola. Dessa forma,

> Ficou evidente que o componente curricular e a formação do professor para o ensino com o uso do computador tornam-se elementos decisivos para a obtenção de resultados satisfatórios, de forma que tendem ao fracasso propostas de ensino que desconsiderem a formação prévia do docente, seja qual for a empreitada didática pretendida. (ROCHA, 2008, p.128)

A pesquisa de Divieso (2017) corrobora com Rocha (2008) quando diz que "é preciso formar os professores para que a escola contemporânea se atualize e que os recursos tecnológicos atuais sejam integrados e utilizados de forma significativa por nossos alunos" (DIVIESO, 2017).

Ainda sobre a formação de professores no que diz respeito ao uso de tecnologias digitais no ensino de matemática, Lima (2019) consegue identificar as dificuldades e habilidades de cada professor que participou da sua pesquisa em relação ao ensino da Matemática e o uso de TDIC no ensino e cita que a plataforma OBAMA e os Objetos de Aprendizagem (OA) integrados aos planos de aula feitos de forma colaborativa resultam em mais engajamento.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Silva (2019) traz considerações sobre a participação dos alunos, segundo o autor, "do ponto de vista tecnológico, houve um grau de interesse significativo, quando os discentes realizaram as primeiras manipulações e desenvolvimento dos projetos temáticos" (SILVA, 2019). Felcher (2016) relata que as tecnologias digitais oportunizaram o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de maneira diferenciada e afirma que a pesquisa foi positiva considerando o objetivo que se propôs, pois "possibilitou aos alunos aprender mais sobre os números racionais e desenvolver o pensar por meio de múltiplas possibilidades oportunizadas através desse espaço virtual" (FELCHER, 2016).

Em relação às possibilidades do uso das tecnologias digitais no ensino de matemática, Silva (2020) diz que:

> [...] giram em torno principalmente da existência do conjunto projetores-netbooks-internet nas salas de aula, permitindo a exploração de vídeos, sites, jogos, e softwares de maneira instantânea, além de otimizar o tempo de aula ao diminuir substancialmente o que geralmente é consumido ao se escrever na lousa. (SILVA, 2020, p.8)

Já Satiro (2019) evidencia que "ainda há muito trabalho a ser feito, até que os recursos tecnológicos sejam utilizados de forma que haja melhoria no ensino e aprendizagem" (SATIRO, 2019). O autor relata que encontrou diversos obstáculos no uso das tecnologias durante as aulas de matemática, dentre eles: infraestrutura inadequada; falta de suporte técnico; e formação para o uso desses recursos. Mesmo rodeado por desafios, Satiro (2019) relata que "é possível fazer uso dos recursos tecnológicos e despertar nos alunos o interesse e a motivação para aprender Matemática, desde que haja empenho e disposição dos sujeitos envolvidos com a educação" (SATIRO, 2019).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estado do conhecimento elaborado nos ajuda a compreender o contexto histórico, social e educacional em que as tecnologias digitais têm sido utilizadas no ensino de matemática na educação básica. Isso ajuda a situar o problema de pesquisa dentro do cenário atual e a identificar lacunas ou desafios existentes.

Essa pesquisa é uma rica fonte de consultas, visto que estão indicados os principais autores que foram citados nas pesquisas sobre a temática até o

ISBN: 978-85-61702-77-9

momento, além dos dados organizados e de fácil compreensão. O referencial teórico elaborado tem potencial para colaborar com outros pesquisadores, fornecendo um quadro conceitual para compreender as descobertas e suas implicações dentro da área de pesquisa. Ainda pode ajudar na discussão dos resultados em relação às teorias existentes e contribuir para o avanço do conhecimento na área.

A síntese sobre as metodologias utilizadas nesse tipo de pesquisa pode fornecer orientações sobre os diferentes métodos de pesquisa que podem ser aplicados ao estudo das tecnologias digitais no ensino de matemática. Isso inclui abordagens qualitativas, quantitativas ou mistas, bem como métodos específicos de coleta e análise de dados. Outros pesquisadores podem se beneficiar dessas orientações para planejar e conduzir suas pesquisas de forma adequada.

De forma geral, percebemos que mesmo com muitas dificuldades no uso e na implementação das tecnologias na sala de aula, além das fragilidades na formação inicial e continuada dos professores de matemática sobre o uso de tecnologias digitais educacionais, essas têm contribuído de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem de matemática da educação básica.

Consideramos que essa pesquisa ainda não está concluída, pois existe a possibilidade de ampliação, visto que esse mapeamento de dados é um processo contínuo, pois a produção sempre é renovada nos repositórios da área. O compartilhamento de ideias e a síntese dos trabalhos encontrados, bem como a análise dos dados, foram de extrema importância para o enriquecimento do conhecimento e para futuras investigações na área do Ensino de Matemática, em geral, e de uso de tecnologias digitais, em particular, a serem realizadas pelos autores ou por outros pesquisadores.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. **A produção acadêmica sobre formação de professores:** um estudo comparativo das dissertações e teses defendidas nos anos 1990 e 2000. Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação Docente, Belo Horizonte, v. 01, n. 01, p. 41-56, ago./dez. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6028: Informação e documentação – Resumo- Apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

ISBN: 978-85-61702-77-9

BARROS, D. M. V. **Guia didático sobre as tecnologias da comunicação e informação:** material para o trabalho educativo na formação docente. Rio de Janeiro: Vieira &Lent, 2009.

BASTOS, João Augusto de Souza L A. **Educação tecnológica:** conceitos, características e perspectivas. Revista tecnologia e interação Curitiba: CEFET-PR, 1998.

BERBEL, N.A.N. **As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes.** Semina: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan-jun. 2011.

CRESWELL, J. W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007.

CURY, H. N. **Um mapeamento de pesquisas que envolvem análise da produção escrita de alunos ou professores de Matemática.** Revista Educação Matemática em Foco, v. 2, n. 2, p.151-175, 2013b.

DIVIESO, Luiz Henrique Inignes. **Formação em serviço de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para utilização de tecnologias digitais no ensino da matemática**. 2017. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente/SP, 2017.

FELCHER, Carla Denize Ott. **Tecnologias digitais e ensino de matemática:** o uso de Facebook no processo de ensino dos números racionais. 2016. 142 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Faculdade de Educação. Universidade Federal de Pelotas, 2016.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias:** o novo ritmo da informação. Campinas, SP: Papirus, 2007.

LIMA, Rodrigo Rodrigues Melo de. **A colaboração entre professores de sala de aula e de laboratório de informática para a produção de planos de aulas**

ISBN: 978-85-61702-77-9

com integração de tecnologias digitais no ensino da matemática. 2019. 120f. Dissertação (Mestrado Profissional em Inovação em Tecnologias Educacionais) - Instituto Metrópole Digital, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5ª ed., Editora Atlas. 2003.

MOROSINI, Marília Costa; FERNANDES, Cleoni. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. Educação Por Escrito, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 154-164, jul.- dez. 2014.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. **As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação.** Diálogo Educacional, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, dez. 2006.

ROCHA, Elizabeth Matos. **Tecnologias digitais e ensino de matemática:** compreender para realizar. 2008. 200f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza-CE, 2008.

SATIRO, Ilza dos Santos. **Mapeamento do uso de tecnologias digitais no ensino de matemática nas escolas municipais de Juiz de Fora - MG e Três Rios - RJ.** 2019. 112f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora/MG, 2019.

SILVA, Aniele Domingas Pimentel. **Modelagem matemática e tecnologias digitais para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.** Orientador: José Ricardo e Souza Mafra. 2019. 119 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019.

SILVA, Fábio Ferreira da. **Tecnologias digitais no ensino de Matemática: um olhar para escolas do Programa Ensino Integral.** 2020. 126 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação

ISBN: 978-85-61702-77-9

Matemática, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2020.

TAROUCO, L.M.R.; FABRE, M.J.M.; TAMUSIUNAS, F.R. **Reusabilidade de objetos educacionais. In: RENOTE – Revista Novas Tecnologias para a Educação.** Porto Alegre: Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED – UFRGS), v. 1, n.1, 2003. Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/12975. Acesso em: 23 ago. 2016.

TEZANI, T. C. R. **Considerações sobre as tecnologias da informação e da comunicação na educação básica e as práticas pedagógicas curriculares.** In: ZANATA, E. M; CALDEIRA, A. M. A; LEPRE, R. M. (Orgs.). Cadernos de Docência na Educação Básica. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012, p. 150-162.

TOMAZI, Débora Regina. **A plataforma Khan Academy para o ensino de matemática do 4º ano do ensino fundamental:** ASPECTOS TEÓRICOS E PRÁTICOS. 2016. 122 f. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2016.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.033

PONTOS DE CONVERGÊNCIA ENTRE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E OUTRAS INVESTIGAÇÕES

FLÁVIA APARECIDA BEZERRA DA SILVA
Doutoranda pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, flaaviabezerra@gmail.com.

RESUMO

Lembrar que ações diversas que compõem o processo de investigação em si já nos acompanham desde muito cedo na vida, seja em algumas de nossas ações realizadas cotidianamente, seja nos livros, filmes etc. com os quais nos entretemos, faz-nos diminuir o receio sentido perante o momento de iniciação nas investigações em Educação Matemática. Além disso, muitas das dúvidas quanto à sistematização referente às exigências acadêmicas para pesquisas, algumas destas bastante comuns quando se trata de investigações educacionais, podem ser esclarecidas a partir de referências e orientações da própria área da Educação Matemática, sendo possível também encontrarmos muitos direcionamentos, indicações e reflexões em outros escritos na literatura em geral que abordam, de certo modo, outros tipos de investigações. Nesse sentido, meu objetivo com este estudo é que a partir de uma investigação de caráter bibliográfico, possa buscar por pontos de convergência entre ações na investigação em Educação Matemática e em outras investigações, para então refletir de modo a esclarecer pontos sobre o processo que envolve o pesquisar em Educação Matemática. Tal estudo, trouxe a oportunidade de compreender o processo de realizar pesquisa como sendo parte de um todo muito mais amplo, passível de receber contribuições de investigações em outras áreas. Desse modo, espero estar contribuindo para as discussões acerca do tema.

Palavras-chave: Investigação, Literatura, Investigação em Educação Matemática.

INTRODUÇÃO

A área da Educação Matemática tem sido campo fértil para o desenvolvimento de pesquisas, tanto no que se refere à compreensão do espaço vivo que é a sala de aula de Matemática, quanto no que se refere a contribuições acadêmicas que podem ser direcionadas ao melhoramento da realidade escolar.

Há algum tempo pesquisando e orientando investigações na área da Educação Matemática, tenho percebido receios e dúvidas bem semelhantes vindos de diferentes estudantes, especialmente no momento quando vão iniciar a pesquisa que determinará seu Trabalho de Conclusão de Concurso.

É comum, iniciantes em pesquisas acadêmicas temerem o processo de investigar como se se tratasse de um processo completamente novo, como se nunca tivessem se deparado com algo semelhante antes, sem perceber que o ato de investigar permeia nossas práticas enquanto pessoas no mundo desde muito cedo, sendo entendível apenas o aparente receio quanto à sistematização na busca de respostas, soluções e compreensões válidas a determinados questionamentos exigida pelo mundo acadêmico.

Desde muito cedo na vida, aprendemos a buscar por respostas a determinados questionamentos, vejamos alguém que deseja realizar uma receita de bolo, essa pessoa busca por algumas receitas, encontra uma que lhe agrade, mas sem recheio e cobertura, então liga para alguém que sabe sobre isso e se informa como proceder até chegar a seu objetivo. Em outro momento, pode investigar sobre lugares para passar suas férias, pesquisando na internet, perguntando a colegas que já visitaram certos lugares etc. Na literatura, filmes, novelas não é diferente, há sempre alguém investigando algo e nós, ao lermos ou assistirmos, observamos como a investigação vai se fazendo de modo a quase nos sentirmos parte do processo investigativo na descoberta. No ramo educacional, esse processo investigativo continua, sendo agora mais sistematizado, por exemplo, quando o estagiário na área da educação vai ministrar suas primeiras aulas na escola campo de estágio, antes é autorizado com uma série de documentações e a partir daí é permitido em campo realizar uma investigação acerca da comunidade que envolve a escola, acerca das características estruturais e pedagógicas da escola, observa um dos professores nessa escola, conversa com ele, procura organizar o conteúdo que vai ensinar e procura abordagens metodológicas que sejam efetivas, para então alcançar seu objetivo de ministrar na sala de aula.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Há muitos pontos de convergência entre investigar que segundo o Dicionário seria uma busca ou inquérito detalhado para averiguar algo ou alguém ou certa apuração do tipo investigação policial, e investigar em Educação Matemática que de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), em linhas bem gerais, procura investigar acerca do ensino e a aprendizagem da matemática. Cabe ao investigador iniciante em Educação Matemática se utilizar da experiência de vida que já detém para mergulhar, sem receios, no desenvolvimento de sua pesquisa, buscando estar em acordo com a sistematização que o mundo acadêmico exige.

Para refletir sobre isso, decidi através de uma pesquisa bibliográfica, revisitar alguns textos da literatura geral e educacional, de modo a alcançar o meu objetivo de refletir sobre o tema que envolve pesquisa em Educação Matemática, trazendo orientações dos autores, reflexões e apontamentos de modo a contribuir para o esclarecimento de dúvidas recorrentes em pesquisadores iniciantes em Educação Matemática, podendo auxiliar nas escolhas de quais caminhos tomar rumo a desenvolver uma pesquisa nessa área, percebendo pontos de convergência entre investigações e investigação em Educação Matemática.

METODOLOGIA

Utilizando-me de uma pesquisa bibliográfica, decidi revisitar alguns textos, tanto da literatura geral, quanto da literatura educacional, alguns mais antigos, outros mais recentes, de modo a encontrar pontos de convergência acerca de investigações e investigação em Educação Matemática.

Nesse sentido, nosso estudo pode ser caracterizado, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), como sendo

> É aquela que se faz preferencialmente sobre documentação escrita. O campo pode ser caracterizado pelas bibliotecas, pelos museus, pelos arquivos e pelos centros de memória. Nesse tipo de pesquisa, a coleta de informações é feita a partir de fichamento das leituras. A ficha de anotações ajuda a organizar de maneira sistemática os registros relativos às informações. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 102).

É comum que esse tipo de pesquisa seja também chamado de estudo documental e que os documentos para tal estudo "apresentam-se estáveis no tempo e ricos como fonte de informação, pois incluem: filmes, fotografias, livros," etc. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 102-103).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Na literatura geral os textos visitados foram: a obra As aventuras de Sherlock Holmes de Arthur Conan Doyle, a obra Os crimes ABC de Agatha Christie e a obra clássica Dom Quixote de Miguel de Cervantes.

Na literatura em educação visitamos a obra Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos de R. Bogdan e S. Biklen (1994); J. W. Creswell (2014) no texto Investigação qualitativa e projeto de pesquisa; Ensaios sobre o ensino em geral e o de Matemática em particular de Sylvestre-François Lacroix (1765-1843), na tradução de 2013. E mais especificamente a obra Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos de Dario Fiorentini e Sergio Lorenzato (2009).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como mencionado, a área da Educação Matemática tem se apresentado como campo fértil para investigação. E é muito comum, especialmente em curso de Licenciatura Plena em Matemática, ao iniciar rumo às investigações que envolvem, em alguma medida, o tema Matemática, o licenciando questionar sobre qual o campo de pesquisa se enquadra sua investigação, sendo essa uma das primeiras dúvidas que vêm comumente de estudantes prestes a iniciar ou iniciados em pesquisa, e para esclarecê-la, tenho apontado com frequência a diferenciação apresentada em Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 4)

> Acrescenta-se a essas diferenças o fato de a matemática ser uma ciência milenar, sendo estruturada em bases lógicas bem definidas, enquanto a educação matemática (EM) é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente configurada. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 4).

Além disso, a matemática e a EM possuem também objetos distintos de estudo, de acordo com nossos autores Fiorentini e Lorenzato (2009) "por ora, é possível dizer que a EM é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática" (p. 5). E "embora o objeto de estudo da EM ainda se encontre em processo de construção, poderíamos, de modo geral, dizer que ele envolve as múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático em um contexto sociocultural específico" (p. 9).

ISBN: 978-85-61702-77-9

> Quanto aos objetivos da investigação em EM, estes são múltiplos e difíceis de serem categorizados, pois variam de acordo com cada problema ou questão de investigação. Poderíamos, entretanto, afirmar que, por um espectro amplo e não imediato, existiriam dois objetivos básicos: [...] um, de natureza pragmática, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática [...] Outro, de cunho científico, que tem em vista o desenvolvimento da EM como campo de investigação e de produção de conhecimentos." (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 10).

Fiorentini e Lorenzato (2009) fazem referência à EM como sendo uma área, tanto "da pesquisa teórica quanto uma área de atuação prática, além de ser, ao mesmo tempo, ciência, arte e prática social." (p. 12). Nessa perspectiva, posso acreditar que ao escolher os objetivos a serem alcançados por uma pesquisa, devem ser levados em consideração tanto os aspectos a contribuir para o desenvolvimento da própria ciência; sua produção de modo artístico, estruturando e representando as ideias acerca de determinado tema; sem esquecer que se caracteriza também como uma prática social realizada por um sujeito que inserido em uma determinada época e cultura, escreve mais do mundo que o cerca do que de si mesmo. O que, de certo modo, pode apontar as justificativas para a realização de uma pesquisa.

Tendo escolhido a área de atuação, a dúvida comum que vem na sequência é: Por onde começar? Sempre que ouço esse questionamento, em minha resposta vão dois outros questionamentos: Por qual assunto se interessa? O que o preocupa com relação a esse assunto? Tema e questão norteadora da pesquisa começarão a ganhar existência a partir das respostas a esses questionamentos.

O interesse por um assunto fará você buscar com esforço e explorar o mundo com graça a ponto de encontrar detalhes que a outras pessoas passaria despercebido, sobre isso Bogdan e Biklen (1994), mencionam o fato de, por exemplo, arqueólogos chamarem dados ao que outras pessoas poderiam considerar lixo, isso, certamente, porque não se interessam. Em outro exemplo, Bogdan e Biklen (1994) mencionam que se uma pessoa vê um pássaro amarelo a retirar uma amora de um arbusto, mas vai a outro arbusto, deixa cair a primeira amora e apanha uma segunda, e há dois observadores um investigador educacional e um ornitologista. Este segundo será o que por analisar e estudar os hábitos alimentares das aves, tomará nota dos detalhes e o investigador educacional, por sua vez, provavelmente deixará passar despercebido, mas em contrapartida se interessará, por exemplo, por memorandos de uma escola, desde que possam se constituir um dado valioso,

ISBN: 978-85-61702-77-9

especialmente se como "investigador o considerar como tal ou se compreender o seu potencial" (p. 149). Desse modo, é possível compreendermos que acontecimentos que, por vezes, são tidos como comuns tornam-se dados valiosos quando vistos do ponto de vista particular do investigador (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Em um de seus diálogos com uma cliente, Sherlock Holmes, o conhecido detetive de Arthur Conan Doyle (1859-1930), quando questionado acerca do porquê de saber de certos detalhes, menciona: "é parte da minha arte saber das coisas. Talvez eu esteja treinando para ver coisas que os outros não veem" (DOYLE, 2016, p. 114).

Já o investigador Hercule Poirot, detetive nas obras de Agatha Christie (1890-1976), durante uma de suas investigações menciona que "um erro imperdoável em uma investigação seria ignorar o óbvio" (CHRISTIE, 2016, p. 14). Ao receber uma carta com aviso sobre a cidade que aconteceria um crime, considerada como sem importância pela polícia, quando questionado sobre a importância que deu à carta, Hercule Poirot argumenta que o que o fez problematizar esta carta foi sua experiência (CHRISTIE, 2016, p. 16).

Nessa perspectiva, o investigador sabendo já pelo que se interessa, cabe agora refletir sobre o que lhe preocupa diante do cenário que se apresenta, desse modo, entender o que gostaria de compreender, em que gostaria de contribuir, o que considera não estar indo tão bem como deveria nesse campo, o que sua experiência de vida, assim como Poirot, aponta que merece atenção ou que pode ser melhorado. É preciso, problematizar de modo a perceber o que pode ser resolvido ou compreendido, perceber o equívoco naquilo que já se passa no cotidiano despercebido por ter se tornado comum. Sherlock Holmes se refere que "quanto mais bizarra é uma coisa, menos misteriosa é. Os crimes comuns é que são verdadeiramente difíceis, da mesma forma que um rosto comum é o mais difícil de identificar" (DOYLE, 2016, p. 85), o que nos leva a pensar que, às vezes, por falta de problematização na realidade comum, melhorias deixam de acontecer, porque equívocos passam despercebidos de tão comum que se tornam.

Uma terceira pergunta comum é como investigar de modo a aprofundar no que se interessa e resolver o que lhe preocupa. Para trazer esclarecimentos a esse ponto, observo como o verbo investigar nos faz entonar pelo caminho do verbo questionar, que, por sua vez, é imediato à problematização que fazemos na busca de compreender o mundo ou as partes que o compõem. Rumo a essa compreensão, surge aos nossos planos a necessidade de um método, uma vez que, investigar não

ISBN: 978-85-61702-77-9

é apenas sobre fazer perguntas aleatórias em quantidade, mas qualitativamente saber quais perguntas, quando, a quem e como fazê-las.

Inicialmente, vale lembrarmos que os dois métodos mais comuns para descobertas e ao mesmo tempo imediatamente inversos são análise e síntese, este junta as partes de modo a compor um todo por indução, aquele separa do todo as partes que o compõem por dedução (LACROIX, 2013). Lacroix (2013) chama de síntese a rapidez com a qual se exerce a capacidade de comparar as ideias e de intuir seus resultados, chegando a afirmações pelas quais se demonstra a verdade, o exemplo mais comum dessa utilização em matemática é a obra Os Elementos de Euclides. Já a análise é equivalente às diversas abstrações feitas para simplificação de um tema, para esse método o exemplo de utilização mais antigo encontramos em Platão, especialmente no diálogo Timeu, quando o filósofo trata dos sólidos geométricos e sua composição, dentre outros temas.

Um investigador pode procurar através de uma vasta pesquisa bibliográfica encontrar as influências de Iluministas franceses em documentos oficiais de reformas educacionais na área da Matemática no Brasil. Desse modo, estará buscando do todo observado e analisado, tecer esclarecimentos acerca das partes.

Outro investigador, através de uma pesquisa experimental, quase experimental ou de laboratório que podem ser caracterizadas segundo Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 71) "pela realização de "experimentos" que visam verificar a validade de determinadas hipóteses em relação a um fenômeno ou problema", tendo como hipótese que um jogo pode auxiliar no desenvolvimento do raciocínio lógico, para verificar a validade dessa hipótese, experimenta em uma partida do jogo confirmá-la. Inicialmente apresenta o jogo a grupo experimental em um tipo de situação, depois com auxílio de um questionário procura capturar percepções dos participantes. Em outra situação, convidando outras pessoas para um novo experimento, escolhendo-os como grupo de controle, na tentativa de reproduzir o "fenômeno para observá-lo sob controle" (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.104), podendo observar o desenvolvimento, para então descrevê-lo e validar a hipótese inicial, podendo chegar a induzir que se vale para um caso, para dois casos, pode valer para mais casos.

Na literatura encontramos os dois métodos utilizados em investigações pelos destacados detetives Hercule Poirot e Sherlock Holmes. No romance policial Os Crimes ABC de Agatha Christie, Poirot faz uso da indução para chegar a suas conclusões, conseguindo antecipar os crimes que se sucederiam (CHRISTIE, 2016). Sherlock Holmes, por sua vez, personagem dos escritos de Sir Arthur Conan Doyle,

ISBN: 978-85-61702-77-9

é um investigador analítico que chega a suas descobertas por dedução lógica. Sherlock Holmes é descrito em suas aventuras como a máquina mais perfeita de raciocínio e observação (DOYLE, 2016), que ao ver um objeto ou situação é capaz de tecer suas deduções analisando cada uma das partes, assim se refere o próprio Sherlock Holmes: “é uma antiga premissa minha que as pequenas coisas são mais importantes” (p. 120), “os detalhes que para um observador contêm a essência da questão” (DOYLE, 2016, p. 110).

O comum aos dois personagens é a estratégia, é o plano escrito na mente, traçado no papel, ou na parede em algumas investigações, sobre o que fazer, o porquê fazer, como fazer e quando fazer, passos que nos remetem a uma quarta dúvida ao iniciar em investigações educacionais que se refere ao planejamento, à estruturação do projetos de pesquisas que se deseja realizar. Para Sherlock Holmes: “Quando tenho alguma indicação do rumo dos acontecimentos, posso guiar-me pelos milhares de outros casos semelhantes que me vêm à memória” (DOYLE, 2016, p. 67).

Em Fiorentini e Lorenzato (2009), temos desccritas as etapas de um projeto que nortearão o pesquisador: Tema, Justificativa, Revisão bibliográfica, Problema juntamente com objetivos da pesquisa, Procedimentos metodológicos, Resultados esperados e um cronograma.

O ato de planejar nos leva a estruturar um projeto pelo qual o caminho que nos leva a responder nossos questionamentos é delineado, caminho que pode ser percorrido em algumas vezes de modo linear, em outras tantas em espiral, abrindo, revisitando e aprofundando pontos a se investigar. Tudo isso dentro de um cronograma que tornará possível dentro de um espaço de tempo a realização de toda a pesquisa.

Isso nos leva a uma quinta dúvida bastante comum, trata-se de qual das etapas realizar primeiro, vale destacar que o resumo do trabalho que ficará geralmente nas primeiras páginas, é geralmente o último a ser escrito, então como mencionado, as fases nem sempre são lineares e contínuas, às vezes são cíclicas e às vezes descontínuas com pausas. Sherlock Holmes durante sua investigação acerca de um escândalo na Boêmia, diz: “Achei seguro esperar. A precipitação poderia prejudicar tudo.” (DOYLE, 2016, p. 53).

A partir disso, é preciso lembrar que nem sempre o projeto se efetiva tal como foi planejado, é comum que no percurso da investigação, descaminhos e imprevistos surjam e o projeto inicial deva ser repensado em alguns pontos. Alterações em

ISBN: 978-85-61702-77-9

projetos no que se refere a datas, campo, população investigada, ferramentas de coleta de dados etc. são comuns.

Não é nada atípico também, e é até interessante, que ao se buscar resposta para um problema em específico, sejam encontradas soluções para outros problemas ou mesmo novas perguntas a serem investigadas. Assim é nos projetos de investigação na literatura geral, assim é no mundo real, e em particular na pesquisa em Educação Matemática.

Uma forma de evitar muitas surpresas é possibilitar que primeiro o investigador revise a bibliografia já escrita sobre o tema, para que possa se situar sobre quem, quando e onde tem falado acerca do assunto e até que ponto o tema foi investigado. Perceber a história, como disse Dom Quixote[1] (CERVANTES, 2012), como êmula do tempo, depósito das ações, tanto testemunha do passado, quanto exemplo e aviso do presente e advertência do futuro e entender como fundamentar-se de modo a esclarecer, contribuir e não tropeçar. Em umas das descrições sobre Sherlock Holmes realizadas por seu amigo Watson, temos: "ele se tornava terrível quando, durante dias, ficava sentado em sua poltrona, afundado em suas improvisações e edições famosas de livros" (DOYLE, 2016, p. 90).

Lembre-se o quanto são importantes fontes os textos escritos pelos sujeitos, documentos pessoais: diários íntimos, autobiografias, cartas pessoais, documentos oficiais internos (memorando, atas), comunicação externa (boletins, comunicados à imprensa), registros sobre os estudantes e ficheiros pessoais: frequência, notas, comentários ocasionais dos professores, fotografias (pelos sujeitos ou por terceiros), e explore a literatura existente (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

> Quais são os aspectos mais relevantes da bibliografia? Que resultados já encontrados por outros investigadores têm pertinência para o estudo? Em que medida a sua perspectiva difere da apresentada pelos autores que está a ler? Em que medida se aproxima? Que aspectos foram negligenciados na literatura? (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 215).

Bogdan e Biklen (1994) nos orientam que as leituras realizadas "devem estimular ideias e não impedir que pense por si próprio", para os autores "na maioria das investigações a rigidez de pensamento constitui uma praga" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 215). A pesquisa foi realizada por você, há percepções que só você obteve,

1 Obra clássica de Miguel de Cervantes

ISBN: 978-85-61702-77-9

às vezes, é um tema que já foi visitado por diversos autores no passado, mas tenha ganhado novos apontamentos realizados por você que deve se permitir aparecer nela a partir do modo como você percebe e investiga o mundo.

Algumas pesquisas responderão sua questão norteadora com a análise de bibliografia já publicada, outras necessitarão de mais do que isso, o investigador deverá se questionar acerca de como coletar os dados necessários a seu tipo de pesquisa. Para isso, o investigador deve saber em que tipo de pesquisa se enquadra sua investigação. Uma sexta dúvida comum é exatamente a que se refere às caracteristicas da pesquisa qualitativa que podem ser descritas de acordo com Creswell (2014).

> A pesquisa qualitativa começa com pressupostos e o uso de estruturas interpretativas/teóricas que informam o estudo dos problemas da pesquisa, abordando os significados que os indivíduos ou grupos atribuem a um problema social ou humano. Para estudar esse problema, os pesquisadores qualitativos usam uma abordagem qualitativa da investigação, a coleta de dados em um contexto natural sensível às pessoas e aos lugares em estudo e a análise dos dados que é tanto indutiva quanto dedutiva e estabelece padrões ou temas. O relatório final ou a apresentação incluem as vozes dos participantes, a reflexão do pesquisador, uma descrição complexa e interpretação do problema e a sua contribuição para a literatura ou um chamado à mudança. (CRESWELL, 2014, p. 49-50).

Ainda no que se refere às características encontradas na pesquisa qualitativa, Creswell (2014, p. 50) diz acreditar "que as características se desenvolveram ao longo do tempo e elas certamente não apresentam um conjunto definitivo de elementos", mas comparando com um estudo que realizou quase uma década antes "a pesquisa qualitativa hoje envolve maior atenção à natureza interpretativa da investigação, situando o estudo dentro do contexto político, social e cultural dos pesquisadores e a reflexão ou "presença" dos pesquisadores nos relatos que eles apresentam" (p. 50).

Nesse tipo de pesquisa há uma busca sistemática pelo que serão chamados dados qualitativos. Sobre isso Bogdan e Biklen (1994) nos orientam que na investigação qualitativa há certas técnicas que melhor auxiliam na coleta de dados, entre as quais: o trabalho de campo, diário de campo, entrevistas, história de vida e técnicas de observação.

ISBN: 978-85-61702-77-9

> O termo dados refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise. Os dados incluem materiais que os investigadores registram ativamente, tais como transcrições de entrevistas e notas de campo referentes a observações participantes. Os dados também incluem aquilo que os outros criaram e que o investigador encontra, tal como diários, fotografias, documentos oficiais e artigos de jornais. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 149).

É interessante que haverá vezes em que os dados já nos trarão respostas, em outras nos apontarão uma direção para encontrá-las, nessa perspectiva, para Bogdan e Biklen (1994, p. 149), "os dados são simultaneamente as provas e as pistas". O detetive Poirot ao analisar a arma do crime em uma de suas investigações, questiona se esta poderia ser utilizada por um senhor de 70 anos de idade, o marido e suspeito do crime (CHRISTIE, 2016, p. 29), respondendo esse questionamento poderia ser que a arma do crime trouxesse uma informação muito importante que poderia ser prova ou uma pista de que direção seguir.

E sejam de um ou de outro modo, os dados devem sempre ser dignos de nota, afinal, em muito, o que garante o resultado bem sucedido de um estudo qualitativo são "notas de campo detalhadas, precisas e extensivas" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150). Tais notas se referem ao "relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (p. 150).

Para Bogdan e Biklen (1994), depois de cada momento de investigação, é típico que o investigador escreva o que aconteceu, talvez, antes mesmo de conversar com outras pessoas, para que seja o mais descritivo possível, descrevendo pessoas, objetos, lugares, atividades, conversas etc. Nesse momento, diria Sherlock Holmes: "está na hora de observar, não de falar" (DOYLE, 2016, p. 88). Depois de descrever os fatos tais como eles se sucederam, poderá conversar, inclusive à luz de seu referencial teórico, adicionar de modo agora reflexivo as ideias, estratégias, reflexões, palpites, padrões percebidos etc.

> Como a nossa definição sugere, as notas de campo consistem em dois tipos de materiais. O primeiro é descritivo, em que a preocupação é a de captar uma imagem por palavras do local, pessoas, ações e conversas observadas. O outro é reflexivo - a parte que apreende mais o ponto de vista do observador, as suas ideias e preocupações. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 152).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ao observarmos a realidade, perceberemos que não podemos capturá-la por completo, sempre será um recorte. No entanto, o investigador qualitativo em educação procura ser preciso dentro destes limites, a delimitação é sempre necessária, mas é preciso tentar ser o mais descritivo possível àquilo que observa, apresentando em detalhes. Quando o amigo de investigação de Sherlock Holmes, Watson, enfatiza que parece que Sherlock "viu nela muita coisa que é inexistente para mim", Sherlock prontamente responde: "inexistente, não. Você não observou bem, Watson. Não sabia onde procurar, e assim perdeu tudo que era importante" (DOYLE, 2016, p. 126).

> As notas de campo podem originar em cada estudo um diário pessoal que ajuda o investigador a acompanhar o desenvolvimento do projecto, a visualizar como é que o plano de investigação foi afectado pelos dados recolhidos, e a tomar-se consciente de como ele ou ela foram influenciados pelos dados. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150-151).

Cabe destacar que ao observarmos realidades, precisaremos nos desvestir do etnocentrismo que podemos carregar, do julgamento do que consideramos melhor ou pior em dada realidade, por exemplo, o que seria uma boa educação? Um investigador deve trazer consigo sempre mais dúvidas que certezas, no texto de Brandão (1982) quando trata acerca do tema O que é educação, "não há uma forma única nem um único modelo de educação" (BRANDÃO, 1982, p. 4). É desse modo também quando um investigador em Educação Matemática procura saber se determinados estudantes sabem Matemática ou não, a pergunta que deve fazer a si mesmo, de modo reflexivo, é: Qual das muitas Matemáticas que existem? Para isso, o investigador deverá estar apto para ler, ler livros em uma pesquisa bibliográfica, ler o mundo em uma pesquisa de campo, ler a si mesmo para compreender como está lendo todo o resto... para então investigar e escrever...

Quando indagado acerca do que significava uma misteriosa correspondência, Sherlock Holmes responde: "Ainda não tenho os fatos concretos. É um erro grave formular teorias antes de conhecer os fatos. Sem querer começamos a mudar os fatos para que se adaptem às teorias, em vez de formular teorias que se ajustem aos fatos." (DOYLE, 2016, p. 23).

Entrevistar é uma das formas pelas quais podemos capturar dados que nos auxiliem a ler o mundo e as situações investigadas (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para entrevistar é preciso saber exatamente o que você quer saber e então como vai

ISBN: 978-85-61702-77-9

perguntar de modo a obter os dados que objetiva, vemos isso comumente em documentários e programas de entretenimento e entrevistas.

Outra forma de coletar informações que deseja, trata-se dos questionários, definidos por Fiorentini e Lorenzato (2009) como sendo "um dos instrumentos mais tradicionais de coleta de informações e consiste numa série de perguntas" (p. 116), dentre os tipos de perguntas podemos escolher entre as fechadas que é "quando apresentam alternativas para respostas. Neste caso, o pesquisador pressupõe quais são as respostas possíveis que o sujeito irá dar, não havendo, portanto, possibilidade de obter alguma resposta fora desse conjunto", as do tipo abertas, "quando não apresentam alternativas para respostas, podendo o pesquisador captar alguma informação não prevista por ele ou pela literatura" (p. 116), e mistas quando caracterizadas pela combinação de perguntas fechadas e abertas. Nessa perspectiva, fundamentados ainda em Fiorentini e Lorenzato (2009), "os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações" (p. 117). A diferença de utilizar questionários em relação às entrevistas "é que o questionário pode ser aplicado a um grande número de sujeitos sem que haja necessidade de contato direto do pesquisador com o sujeito pesquisado" (p. 117).

> Ainda que possa utilizar os sujeitos como uma fonte de informação, é importante que não confie neles completamente. Eles tendem a ver as coisas de uma foma muito própria, podendo enviesar as suas capacidades para ajudar a clarificar e a analisar uma situação (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 213).

Para isso, vale sempre ampliar sua forma de coleta de dados, algumas vezes o que é dito em uma entrevista verbalmente não é dito por escrito e vice-versa, então as formas de capturar as informações podem se complementar em busca da verdade.

Por fim, é importante lembrar que sua pesquisa talvez não salve o mundo, mas talvez ela seja parte de algo maior, um movimento que você nem perceba que pode estar surgindo e movimentará e levará a transformações no mundo em grande medida. Vale destacarmos que a própria consolidação da comunidade científica em Educação Matemática é resultado de projetos e pesquisas, como podemos perceber nas fases de constituição da Educação Matemática apresentadas por Fiorentini e Lorenzato (2009). Os poucos estudos relativos ao ensino aprendizagem da matemática, realizados que antecedem 1950, foi o que preparou terreno para o que viria a ser a Educação Matemática brasileira (FIORENTINI E LORENZATO, 2009).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Sem a elaboração de projetos e suas consequentes pesquisas, talvez não houvesse essas fases, nem diversas linhas de pesquisa, nem tantos grupos de pesquisa, nem mesmo a constituição da Educação Matemática enquanto um campo de investigação e área de conhecimento, muito menos a Educação Básica se beneficiaria tanto de tantas dessas pesquisas para o melhoramento do ensino e aprendizagem de matemática.

Assim, é nítida a importância da elaboração de pesquisas, realizações e resultados que em muito são pensados diretamente a práticas pedagógicas que permeiam a sala de aula comum de matemática na Educação Básica.

Defendemos veementemente a ideia de que as elaborações de projetos de pesquisa devem ser estruturados visando quanto mais for útil às práticas e reflexões da educação, não à quantidade, mas à qualidade. Um professor leitor pode colocar em prática em sala de aula o que aprendeu em uma pesquisa e modificar sua prática profissional para melhor, sujeitos podem ver a necessidade de formulação de leis, novas políticas públicas a partir de um número de pesquisas que investigam um tema por diversos ângulos. Abrir mais à sociedade, estabelecer com mais firmeza a ponte que liga escola e universidade, talvez esse seja um bom caminho para pensarmos a investigação em Educação Matemática.

É interessante ainda refletirmos que, nesse sentido, investigar em Educação Matemática, raramente é uma pesquisa que encontra uma resposta final ou uma solução para determinados pontos em aberto na educação. Na maioria das vezes o ato de questionar e encontrar suas possíveis resoluções nos faz refletir sobre tantas outras questões que daí surgem... A pesquisa em Educação Matemática pensada assim nunca tem ponto final, sempre reticências.

Imaginemos, caro leitor, uma pesquisa que investiga sobre como a turma de 1º Ano do Ensino Médio de uma escola x tem suas concepções acerca do que é matemática, com o próprio participar da pesquisa pode ser que as concepções dos participantes, e até mesmo do investigador, mudem e a investigação signifique uma fotografia, um instante desse belo vídeo que é a vida.

A elaboração do projeto de pesquisa é planejar como queremos essa fotografia que é uma obra de arte. Descobrir algo que possa ser verdadeiramente digno de registro é delimitar e saber que em uma fotografia não cabe tudo. Falar ao mesmo tempo de tudo é acabar por nada dizer. Justificar o porquê de estar olhando para essa direção e querer o registro nesse ângulo e não em outros tantos existentes, é pensar quais os motivos de ter chegado a esse questionamento e esclarecê-lo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Orientar-se por outras fotografias (pesquisas), revisar quem já se interessou por olhar nessa direção ou em direção próxima, quando e como, quais fontes serão consultadas, perceber no que há escrito contribuições para o hoje. Perceber a história, como disse Dom Quixote (CERVANTES, 2012), como quem testemunha o passado, é exemplo e aviso para o presente, além de trazer advertências para o futuro e então entender como podemos nos fundamentar de modo a esclarecer, contribuir e não tropeçar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É comum certo receio ao se deparar com o momento de iniciação à pesquisa acadêmica de modo geral e, em específico, em Educação Matemática. No entanto, lembrar que algumas das ações cotidianas que realizamos se caracterizam como investigativas, bem como livros e filmes com os quais nos entretemos desde muito cedo na vida, ajuda-nos a entramos no processo investigativo de modo mais tranquilo, compreendendo que, em muito, algumas práticas investigativas já nos são conhecidas, bastando apenas compreendermos o rigor da sistematização que o mundo acadêmico exige.

De início, na investigação em Educação Matemática, algumas dúvidas vindas de diferentes estudantes aparecem com certa frequência, dentre essas dúvidas, algumas das que tenho percebido mais recorrentes, puderam ser esclarecidas a partir desse estudo bibliográfico que encontrou pontos de convergência entre investigação na área da Educação Matemática e outras investigações.

Investigar é algo inerente ao ser humano que está sempre por buscar descobrir algo. Desde os tempos mais remotos quando a busca era por alimentos, até os tempos mais atuais que a busca é muito além.

Busquei apontar alguns pontos de convergência entre investigação em Educação Matemática e outras investigações, observando especialmente três obras da literatura bastante clássicas e conhecidas pelos leitores. A ênfase dada em investigadores como Sherlock Holmes de Arthur Conan Doyle, Hercule Poirot de Agatha Christie e Dom Quixote de Miguel de Cervantes foram escolhidos por gosto pessoal e por desde algum tempo ter percebido orientações investigativas vindas desses personagens que ao mesmo tempo que nos entretêm também nos ensinam como investigar.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Assim como nessas e outras obras de investigação, quero salientar que a investigação não encerra por aqui, sempre há algo mais que podemos investigar...

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRANDÃO, Carlos. R. **O que é educação**. 5. Ed. São Paulo: Brasiliense, 1982.

CERVANTES, Miguel de (1547-1616). **Dom Quixote**. Tradução Ernani Ssó. 1ª ed. São Paulo: Penguin Classics Companhia das Letras, 2012.

CHRISTIE, Agatha. **Os crimes ABC**. Tradução de Cássia Zanon. São Paulo: Arqueiro; Porto Alegre, RS: L&PM, 2016.

CRESWELL, John W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa [recurso eletrônico]: escolhendo entre cinco abordagens**; tradução: Sandra Mallmann da Rosa; revisão técnica: Dirceu da Silva. – 3. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Penso, 2014

DOYLE, Arthur Conan (1859-1930). **As aventuras de Sherlock Holmes**. Tradução de Thiago Sagardoy. São Paulo: Hunter Books, 2016.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. Ed. Ver. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. – (Coleção formação de professores).

INVESTIGAÇÃO. In: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2023. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/investigacao/>. Acesso em: 19/06/2023.

LACROIX, Sylvestre-François, 1765-1843. **Ensaios sobre o ensino em geral e o de Matemática em particular.** Tradução Karina Rodrigues.1.ed. São Paulo: Editora Unesp, 2013.

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.034

PROTAGONISTAS NA CONSTRUÇÃO DO PROJETO DE VIDA ATRAVÉS DA PROPULSÃO

MARIA SURAVIA SOARES DINIZ CARNEIRO
Doutoranda em Ciências da Educação, professora da rede estadual da Paraíba, suraviadiniz@gmail.com;

DANIELLE ALVES DANTAS
Mestre em Zootecnia, professora da rede estadual da Paraíba, danielli1alves@gmail.com.

RESUMO

A Escola Cidadã Integral Estadual Obdúlia Dantas busca a formação de cidadãos críticos capazes de atuarem na transformação da sociedade, elaboração e desenvolvimento de metas de acordo com os planos, programas, projetos e atividades educacionais, culturais, desportivas, recreativas e culturais a serem promovidas pela Escola. Foram propostas atividades que os alunos se sintam estimulados a participarem, além de promover no aprendiz uma autoavaliação do seu desempenho. Proporcionar através do projeto "Protagonistas na construção do projeto de vida através da propulsão", a inclusão dos alunos nas aulas, visando a aprendizagem e o desenvolvimento dos educandos na disciplina de matemática, e demais disciplina através do seu desenvolvimento das atividades planejadas através do Plano de Propulsão, aplicando as sequências didáticas, de forma a estigar a participação o questionando a leitura e interpretação. Exemplificando a importância da Matemática no cotidiano e sua aplicabilidade no desenvolvimento do aluno o senso comum e cientifico, por meio de vídeos e atividades práticas, jogos, experimentos, pesquisas e a colaboração da equipe escolar. As ações que foram trabalhadas durante esse projeto foram pensadas no desenvolvimento de forma lúdica dos estudantes, contribuindo positivamente na formação para a vida, pois quando fazemos nosso trabalho com compromisso e responsabilidade o resultado vai aparecendo.

Palavras-chave: Atividades Educacionais, Escola, Matemática.

INTRODUÇÃO

Uma das ciências mais antigas utilizadas pela humanidade, tem sido a matemática. Com os avanços econômicos políticos e sociais, a matemática ganhou novas perspectivas demonstrando visíveis sinais de decadência e procura de várias formas de encontrar caminhos que levem a existência humana ao equilíbrio. Moreira e David (2003) tratando da matemática escolar e a matemática científica, nos ajudam a compreender esses avanços, e, também nos auxiliam na compreensão de como se tem visto e aplicado à matemática nas escolas formando verdadeiros cidadãos, um dos pontos cruciais para essa formação é a Educação.

Com isso, a Escola Cidadã Integral Estadual Obdúlia Dantas busca a formação de cidadãos críticos capazes de atuarem na transformação da sociedade, elaboração e desenvolvimento de metas de acordo com os planos, programas, projetos e atividades educacionais, culturais, desportivas, recreativas e culturais a serem promovidas pela Escola.

Salientando que, conta com o desenvolvimento de dois cursos técnicos, Marketing e Segurança do Trabalho no modelo de Ensino Integral. Esse modelo apresenta um conteúdo pedagógico voltado para a formação educacional de excelência, de acordo com a regulamentação da base Nacional Curricular, e a profissionalização do estudante em conformidade com método didático e administrativo próprios, oferecendo os fundamentos de uma escola inclusiva, com o intuito de formar o cidadão para os desafios do século XXI. No entanto, tem possibilitado uma variedade de informações, formação e treinamentos que serviram para criar condições de ampliação de situações de aprendizagem e de conquistas.

Os reflexos da pandemia de Covid -19 já podem ser vistos nas primeiras avaliações diagnósticas de desempenho dos estudantes, pois os números mostram que é provável que tal evento tenha impactado diretamente na aprendizagem dos educandos. Diante do quadro que a referida escola se encontra, com estudantes desnivelados e baixo desempenho, a equipe tem traçado metas a se alcançar em busca de transformações através do plano de nivelamento, plano de ação "Metodologias ativas como uma intervenção para o despertar o protagonismo e superar dificuldades", buscando resgatar o gosto pelo estudo, mostrando aos estudantes que só a educação é capaz de transformar a vida das famílias e ajudar a conquistar o seu projeto de vida.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Dessa forma, trabalhar o Projeto de Vida de cada aluno é o caminho que a escola encontra para que cada educando posso se encontrar na escola e buscar aprender e desenvolver seu protagonismo, visando sempre o crescimento educacional intelectual e profissional. Por isso o Plano de Propulsão, proposto pela SEECT/PB, foi elaborado com várias estratégias, como sequências didáticas, videoaula, as eletivas, e a interdisciplinaridade com a Língua Portuguesa e as demais disciplinas da BNCC, tem se dividido nessa busca pela melhoria das habilidades de matemática, fazendo com que contribua para o crescimento do intelecto do alunado e das outras maneiras de ensino.

Como a exemplo a didática do professor, mas vem a acrescentar para alcançar um desempenho melhor diante as avaliações propostas, Escola Cidadã Integral Técnica Obdúlia Dantas, vislumbrando o e, assim, tendo relevância para a continuidade e avanço nos estudos, mesmo sabendo que, o Plano de Propulsão não substitui como IDEBPB, ALE-PB e ENEM. Ressaltando, o Projeto de Intervenção Pedagógica (PIP) 2022.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC

Ao longo desse projeto serão trabalhados algumas competências e habilidades da Base Comum Curricular (BNCC) que, de acordo com a disciplina de matemática e série estudada. Esse projeto "Protagonistas na Construção do Projeto de Vida Através da Propulsão", foi pensado no intuito de oportunizar o desenvolvimento do protagonismo estudantil em relação à aprendizagem, importante para o desenvolvimento integral, ou seja, uma educação que o possibilite adquirir tanto habilidades cognitivas quanto socioemocionais.

Dessa forma, serão utilizadas estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos do cotidiano do estudante, tanto econômico e tecnológico, diversificando com recortes de reportagens e noticiários divulgados por diferentes meios de comunicação, aproveitando pra fazer a ligação com Língua Portuguesa, buscando assim recuperar defasagem dos mesmos de modo a consolidar uma formação interdisciplinar, ao longo do projeto.

> É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação

ISBN: 978-85-61702-77-9

contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta (D'Ambrosio, 2009, p. 31).

É preciso fazer essa ligação entre as aulas de matemática e a sua importância dando sentido para que o aluno, e através dela possa desenvolver suas competências e habilidades, para que seja um cidadão atuante na sociedade. As competências e habilidades citadas a serem trabalhadas na seguinte proposta seguem na tabela 3.

Tabela 3: Habilidades que serão trabalhadas durante o projeto

Componentes curriculares da Base Nacional Comum Curricular				
Língua Portuguesa	EM13LP11	EM13LP20	EM13LP22	
Matemática	EM13MAT101	EM13MAT104	EM13MAT102	EM13MAT203
	EM13MAT303	EM13MAT315	EM13MAT405	
Biologia	EM13CNT207			

HABILIDADES DE LÍNGUA PORTUGUESA

- **(EM13LP11)** Fazer curadoria de informação, tendo em vista diferentes propósitos e projetos discursivos.
- **(EM13LP20)** Compartilhar gostos, interesses, práticas culturais, temas/problemas/questões que despertam maior interesse ou preocupação, respeitando e valorizando d iferenças, como forma de identificar afinidades e interesses comuns, como também de organizar e/ou participar de grupos, clubes, oficinas e afins.
- **(EM13LP22)** Construir e/ou atualizar, de forma colaborativa, registros dinâmicos (mapas, wiki etc.) de profissões e ocupações de seu interesse (áreas de atuação, dados sobre formação, fazeres, produções, depoimentos de profissionais etc.) que possibilitem vislumbrar trajetórias pessoais e profissionais.

ISBN: 978-85-61702-77-9

HABILIDADES DE MATEMÁTICA

- **(EM13MAT101)** Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- **(EM13MAT102)** Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
- **(EM13MAT104)** Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- **(EM13MAT203)** Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
- **(EM13MAT303**) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
- **(EM13MAT315)** Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
- **(EM13MAT404)** Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

ISBN: 978-85-61702-77-9

HABILIDADES DE BIOLOGIA

- **(EM13CNT207)** Identificar e analisar vulnerabilidades vinculadas aos desafios contemporâneos aos quais as juventudes estão expostas, considerando as dimensões física, psicoemocional e social, a fim de desenvolver e divulgar ações de prevenção e de promoção da saúde e bem estar.

METODOLOGIA

Foram propostas atividades que os alunos se sintam estimulados a participarem, além de promover no aprendiz uma autoavaliação do seu desempenho (MOREIRA, 2000). No entanto é natural, que a princípio haja resistência por parte de alguns alunos em se adequar a novos desafios. Segundo Maldaner (2006, p. 239) tudo o que foge do tradicional é questionado por eles (alunos) e se não estiverem disponíveis para uma nova experiência todo o esforço do professor será inútil.

Proporcionar através do projeto "Protagonistas na construção do projeto de vida através da propulsão", a inclusão dos alunos nas aulas, visando a aprendizagem e o desenvolvimento dos educandos na disciplina de matemática, e demais disciplina através do seu desenvolvimento das atividades planejadas através do Plano de Propulsão, aplicando as sequências didáticas, de forma a estigar a participação o questionando a leitura e interpretação. Exemplificando a importância da Matemática no cotidiano e sua aplicabilidade no desenvolvimento do aluno o senso comum e cientifico, por meio de vídeos e atividades práticas, jogos, experimentos, pesquisas e a colaboração da equipe escolar.

A escola tem buscado estratégias que possa transformar a realidade na vivida pelos estudantes da rede pública, melhorando a qualidade e das aulas, que através do planejamento possamos trabalhar com os alunos de maneira a transformar a vida de cada um deles, no tocante de acordo com o seu projeto de vida, e através dos resultados das avaliações encontrar uma saída que assim os estudantes consigam recuperar sua autoestima.

E através dessas práticas almeja-se recuperar um pouco da confiança, vencendo um pouco das dificuldades e alcançar melhores resultados. Enquanto isso sabemos que é de suma importância trabalhar o nivelamento nas turmas, para que

ISBN: 978-85-61702-77-9

em um futuro próximo possamos conseguir reverter esse quadro de dificuldades dos nossos estudantes.

Mendes (2006) garante que "as atividades devem ser configuradas como uma sequência de ensino que preserve a continuidade na aprendizagem dos estudantes". Por isso a necessidade de planejamento para que seja possível esperar resultados a partir das didáticas propostas para o ensino, além disso, é fundamental que ao expor determinadas atividades seja garantido ao aluno os objetivos esperados, bem como os materiais que se pode usar para alcançar tais fins.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

INCENTIVAR A VALORIZAÇÃO DA MATEMÁTICA EM SITUAÇÕES DO COTIDIANO DOS ALUNOS

A disciplina de matemática está muito presente na vida dos seres humanos, desde o início da colonização. A valorização do conhecimento cada dia é mais cobrado em questões contextualizadas nos diversos conteúdos estudados durante toda vida escolar e no seu dia-a-dia. A cada dia mais precisamos dar sentido aos conteúdos associando a situações que nos deparamos em nosso cotidiano.

Foi realização da atividade teórica e prática onde os estudantes podem entender como calcular a medida da circunferência estudados na trigonometria na circunferência, conhecer o a circunferência, as partes e assim tiveram a oportunidade de trabalhar perímetro, diâmetro, raio, corda como encontrar o valor de π. Enquanto estava sendo feito o cálculo da circunferência o estudante pode realizar as medidas e provar o que se pedia na questão, assim foi estudado conteúdos voltados a propulsão.

Através desse tipo de atividade práticas associadas ao cotidiano utilizando matérias que rodeiam os alunos, com podem perceber que as aulas contribuíram para o entendimento do problema, deduzir como se chegou à fórmula, e assim melhorou o entendimento.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1- **Os estudantes realizando atividade prática no estudo da trigonometria**

PROPOR A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO ATRAVÉS DA CRIATIVIDADE DO DESAFIO

A escola de tempo integral, busca possibilidades que desenvolva os alunos de forma plena para que eles possam estar preparados para enfrentar os desafios impostos por uma sociedade cada dia mais tecnológica. É necessário que o corpo docente busque maneiras de desenvolver no educando pensamento crítico e a criatividade e estes possam dar execução dos seus projetos de vida fora da escola.

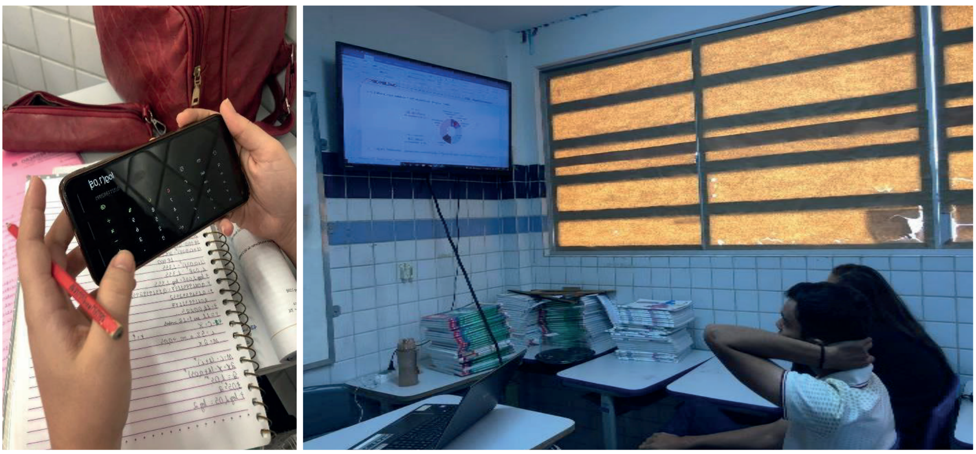
Foram realizadas atividades em que foram feito uso de algumas ferramentas que pode contribuir com aprendizado, assim os alunos usaram aparelhos para desenvolver pesquisas, utilizar calculadora científica, revisar conteúdos através das atividad es conhecendo as funções, mostrar a importância o quanto são

ISBN: 978-85-61702-77-9

fundamentais para que eles possam contribuir com o aprendizado usando esses aparatos tecnológico.

Segundo algumas pesquisas acredita que o as TICs contribuem para interação professor e aluno, e dessa forma quando o professor trabalhar atividades em que os alunos precisam de alguma ferramenta digital, eles acabam descobrindo algo novo como foi o caso de usar a calculadora científica que trouxe funções que os estudantes não conhecia e assim ao se envolver acabou percebendo a necessidade do uso dessa ferramenta para agilizar os resultados o qual levaria um bom tempo ou até mesmo não chegaria ao resultado. Com isso os estudantes poderem confrontar e adquirir ainda mais conhecimentos para que assim saibam a importância que as ferramentas podem contribuir para o estudo da matemática.

Figura 2- Atividade trabalhada usando as ferramentas midiática



APLICABILIDADE DA MATEMÁTICA COM AS PROFISSÕES EM DESTAQUE NO MERCADO DE TRABALHO

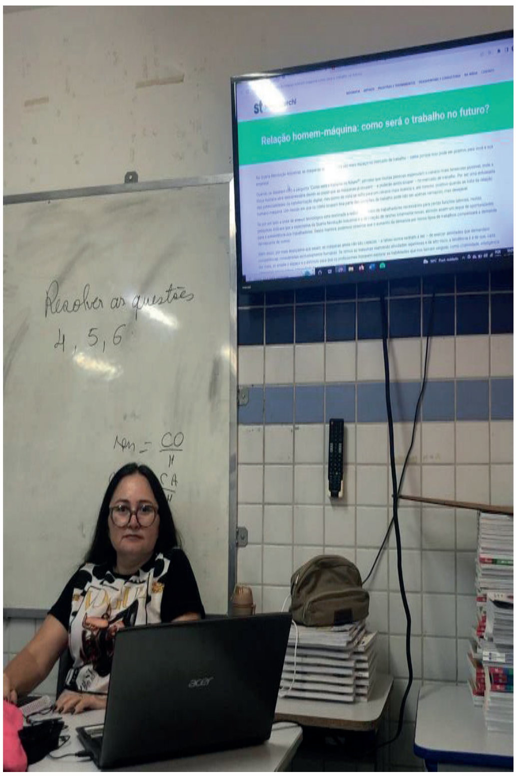
Como sabemos o mundo está cada vez mais matemático, sem dúvidas aqueles que não domina conhecimentos básicos cálculos simples, os percentuais, os juros cobrados numa conta e até mesmo em um financiamento, e aqueles que não tem domínio dessas operações. Não saber resolver equações simples, interpretar gráficos e tabela, saber fazer planilhas tudo isso vai ser necessário para esse mundo globalizado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

E nossos estudantes tem mostrado muito interesse no ramo digital, a busca de novas profissões digitais, consultoria digital, marketing, tem mostrado como tem crescido e o curso de Marketing técnico na nossa escola, pois fazer análise de gestor das redes sociais precisa ser bom na matemática, engenharia da computação, computação, ciências da computação, arquiteto de dados, cientistas de dados, então são profissões atuais que são carregadas de matemática.

Então foi trabalhado a importância da valorização da disciplina de matemática de adquirir as competências e habilidades que o mercado de trabalho tem buscado nos novos profissionais que serão inseridos, e que muitas vezes não se encontra esse profissional capacitado para assumir determinado serviço, que muitas vezes precisa vir de grandes centros. Para melhorar o esclarecimento foi trabalhado com a turma a relação homem máquina e o mercado de trabalho, apresentando a relação com as profissões que mais se destacam nos dias atuais. Trabalhamos também o filme Tempos modernos, e feito relatório para comparar a importância da tecnologia para as nossas vidas.

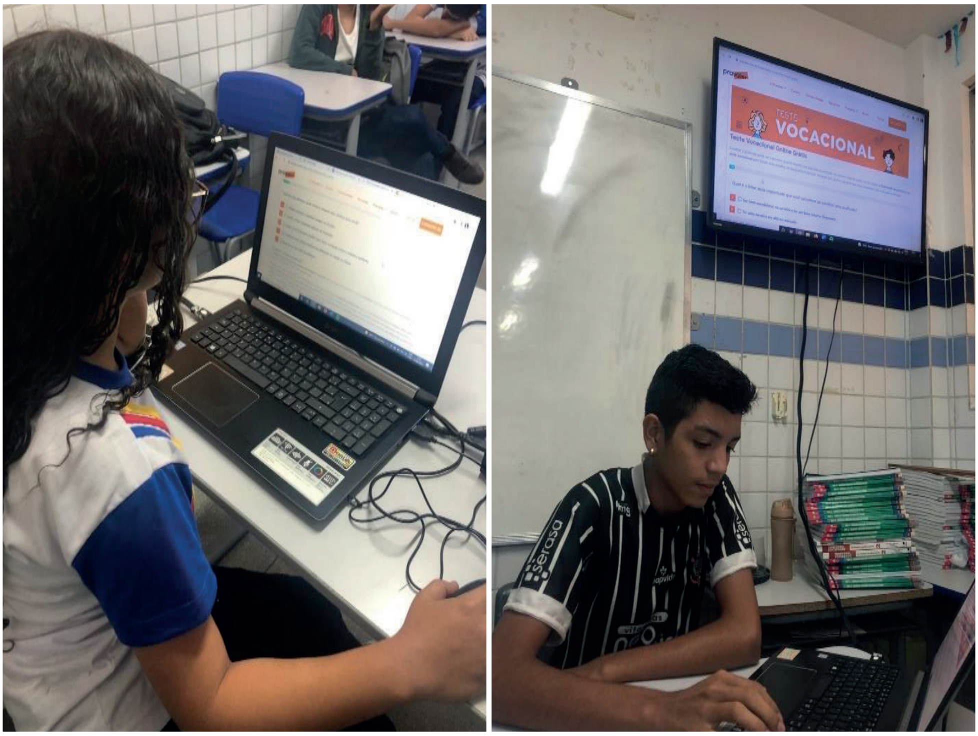
Figura 3: **Traz o tema trabalhado, a Relação homem-máquina: como será o trabalho no futuro?**



ISBN: 978-85-61702-77-9

E para que nossos estudantes compreendessem essa importância, do tecnologia e do mundo do trabalho foi aplicado testes vocacionais para que eles pudessem perceber se realmente o que eles gostam de fazer e o que eles buscam para o projeto de vida, se está inserido na área de conhecimento. Foram trabalhadas as profissões que deixaram de existir e as profissões do futuro, e com isso mostrado que as profissões mais buscadas não foram diferentes, a matemática está sempre presente.

Figura 4- **Atividades voltada as profissões realizando teste vocacional**



APLICAR AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS DA PROPULSÃO NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA, DE FORMA DINÂMICA COM VÍDEOS DE YOUTUBE PARA ENRIQUECER O APRENDIZADO DOS ESTUDANTES

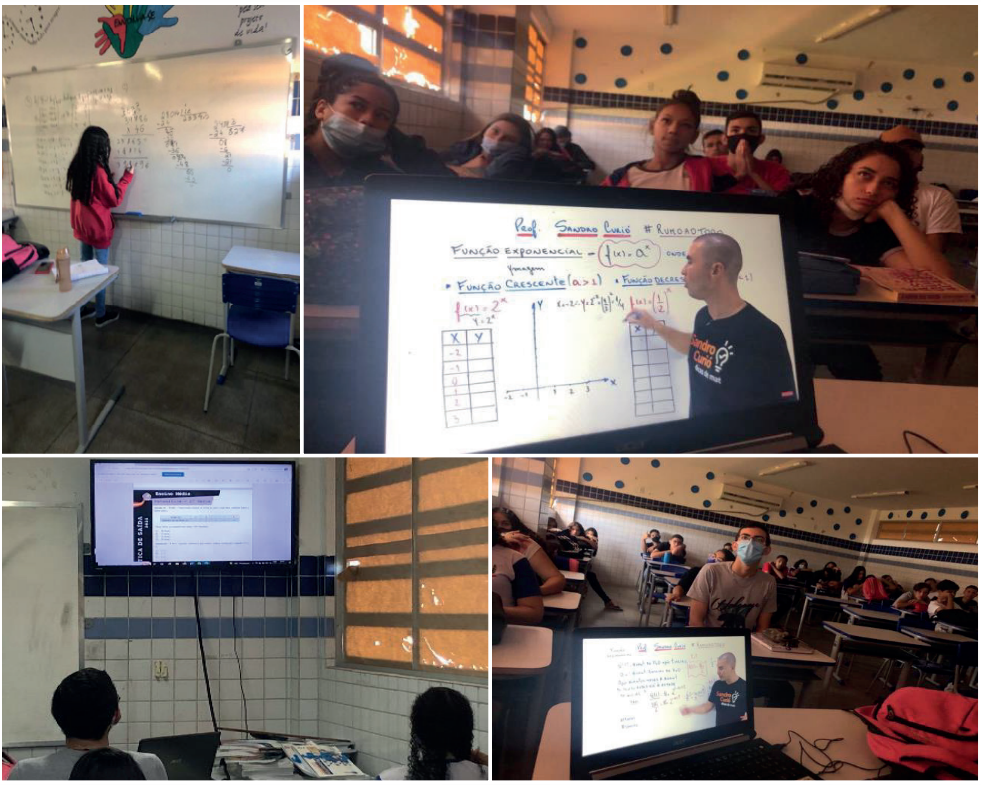
No início do ano em curso, foi realizada a Avaliação Diagnóstica de Entrada, e com os resultados foram detectados baixo desempenho em algumas habilidades, e mesmo diante do trabalho de conscientização sobre a importância dessa avaliação,

ISBN: 978-85-61702-77-9

ainda persiste a falta de comprometimento dos alunos em sua maioria. No entanto, é cabível pensar também na conscientização para a resoluções dessas avaliações, pois sem plena responsabilização não há resultados satisfatórios para a instituição de ensino.

Diante da necessidade que nossos alunos se encontram de nivelamento as ações que foram planejadas para esse trabalho de conscientização, revisões de banco de questões, aplicação de sequencias didáticas acompanhada de vídeo aula foi de grande luta para nossos estudantes ao longo das aulas tenham participado para o seu desenvolvimento das habilidades que precisavam ser melhoradas. Com todo esse trabalho percebe que os alunos já ficam à vontade para exercer o protagonismo juvenil, mostrando assim a participação e contribuição nas aulas de propulsão que os conteúdos que ajudaram para o nivelamento.

Figura 5- Estudo das aulas de propulsão através de aplicação de sequencias didáticas, participação dos estudantes e vídeo aulas, resolução de banco de questões.



ISBN: 978-85-61702-77-9

DESTACAR A INTERDISCIPLINARIDADE COM O PLANO DE PROPULSÃO COM O NIVELAMENTO DE MATEMÁTICA

O problema na aprendizagem dos estudantes com a disciplina de matemática tem sido um momento de grande discursão nas escolas, nos estados e municípios, até mesmo nos discursos dos políticos que tem se preocupado com o nível que os estudantes saem do ensino médio, e ainda mais ainda com o período pós pandêmico agravou. E dentro das escolas, temos percebido é a falta de interesse e motivação dos alunos em aprender matemática entre outras disciplinas do currículo, por isso tem se tornado um desafio para os professores de matemática que esses alunos desenvolvam as habilidades. De acordo com a avaliação diagnostica que tem sido feita na escola em busca de traçar metas para ser alcançad as foi planejado um plano de nivelamento, onde ações têm sido realizadas ao longo de cada bimestre para serem alcançadas.

Inserir a matemática através da interdicisplinaridade com as disciplinas da física, química e biologia e algumas disciplina da área técnica como a informática, com as práticas experimentais e nas eletivas. Assim as disciplinas contribuíram com o ensino da matemática que tem ajudado no desenvolvimento e nas habilidades que os estudantes precisam para a vida. As atividades que foram desenvolvidas com estudantes ao longo das parcerias com as disciplinas foram jogos de palavras, criação de gráficos dos resultados apresentados nas eletivas, e destacar a importância nos profissões que mais tem crescido no mercado com o uso das tecnologias, a matemática tem tido grande importância no raciocínio, na criação e no desenvolvimento desse mercado, como criação de sites, jogos, áreas tecnológicas. E com a parceria da área técnica mostrando assim a quanto teve crescimento, com isso destacar a importância da matemática na criação planilhas, tabelas e pesquisas, que assim estão inseridas nas aulas. Todas essas atividades vêm contribuindo para o desenvolvimento das habilidades e o aprendizado dos nossos estudantes como mostra as imagens.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 6- Aulas interdisciplinares de matemática e demais disciplinas da parte diversificada.

EXEMPLIFICAR A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO E SUA APLICABILIDADE NO DESENVOLVIMENTO NO PLANO DE PROPULSÃO DESENVOLVENDONO ALUNO O SENSO COMUM E CIENTÍFICO, POR MEIO DE VÍDEOS E ATIVIDADES PRÁTICAS

A matemática faz parte do nosso cotidiano, podemos destacar que ela contribui para o raciocínio lógico e pensamento crítico e científico, estando presente das atividades simples as mais complexas das nossas vidas e precisamos saber a o quanto ela contribui nas nossas ações, pensamentos e curiosidades. Com um bom entendimento podemos assim administrar melhor nossa renda e saber lidar melhor com as financias.

Foram propostos aos alunos aula de matemática financeira e com isso foi estudado tanto nas habilidades do nivelamento de interpretação taxas e índices de natureza sócio econômicas como taxas de inflação, desenvolvimento humano, entre outros quando sendo estudado em nosso cotidiano, dando destaque na administração financeira. Precisamos estar atento nas formas de pagamento nos descontos, acréscimos que podem estão embutidos nos parcelamentos.

Foi discutido nas aulas a inflação que o Brasil a crise mundial que estamos vivendo neste momento pós pandêmico, e que hoje o Brasil já segue três meses seguido em queda. Saber a importância, de pesquisar na hora de fazer as compras, ficar atento aos preços dos produtos e descontos. Conhecer como funciona a questões de juros e sua aplicabilidade, fazer levantamento se realmente é vantajoso fazer empréstimos, como funciona as taxas, conhecer as taxas para se fazer empréstimo a juros composto, o que pode se tornarão longo prazo uma bola de

ISBN: 978-85-61702-77-9

neve, que só tende a aumentar o valor. Juros de cartões de crédito, que muitas pessoas acabam endividados por falta de informações, fazendo compras supérfluas e saber se realmente a compra naquele momento é necessária, que devemos usar o cartão quando realmente for preciso.

Figura 7- Aulas com interdisciplinar a matemática questões do cotidiano aplicando

APRESENTAR OS RESULTADOS AOS ALUNOS, PARA VERIFICAR A DEFASAGEM E, ASSIM, CRIAR ESTRATÉGIAS JUNTO AOS PROFESSORES DE COMO MELHORAR AS HABILIDADES QUE NÃO FORAM ALCANÇADAS PARA ASSIM MELHORAR O RESULTADO NA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA FINAL (ALE-PB)

Como sabemos, vivemos em um mundo Pós-Moderno, o nosso aluno não estar preocupado com o amanhã, se está aprendendo ou não, não muda muita coisa quando fala desse resultado que a escola alcançou com essas avaliações diagnosticas (ALE-PB), entre outras avaliações, vivemos em uma modernidade líquida, muitos jovens não estão preocupados com o seu futuro, em como sobrevirá, em que vai trabalhar.

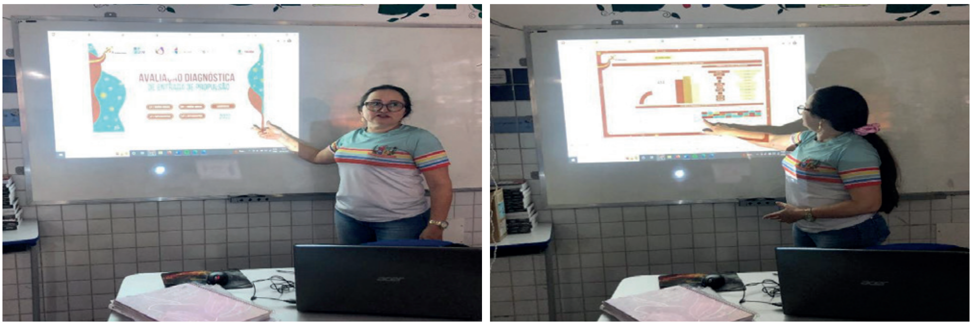
Então o professor hoje precisa matar um leão em cada dia, para mostrar a importância da educação, que só ela é capaz de transformar a vida, que os jovens são o futuro do amanhã, mas mesmo com tantos discursões, é nítido que nem todos os alunos têm se preocupado com seu projeto de vida, com o caminho que precisa percorrer para chegar em uma universidade. s São muitos questionamentos

ISBN: 978-85-61702-77-9

que tenho feito nas minhas aulas, para que possa tocar o valor da educação, e da matemática em especial, sua importância e o valor para a vida de cada pessoa.

Depois do trabalho de conscientização, foram trabalhados, as sequencias, exercícios de revisão entre a interdicisplinaridade das eletivas, e com destaque na eletiva Meu Futuro exatamente que fez uma ligação do trabalho, e a valorização da matemática nesse novo mundo tecnológico.

Figura 8-Apresentação dos resultados da avaliação diagnostica de entrada



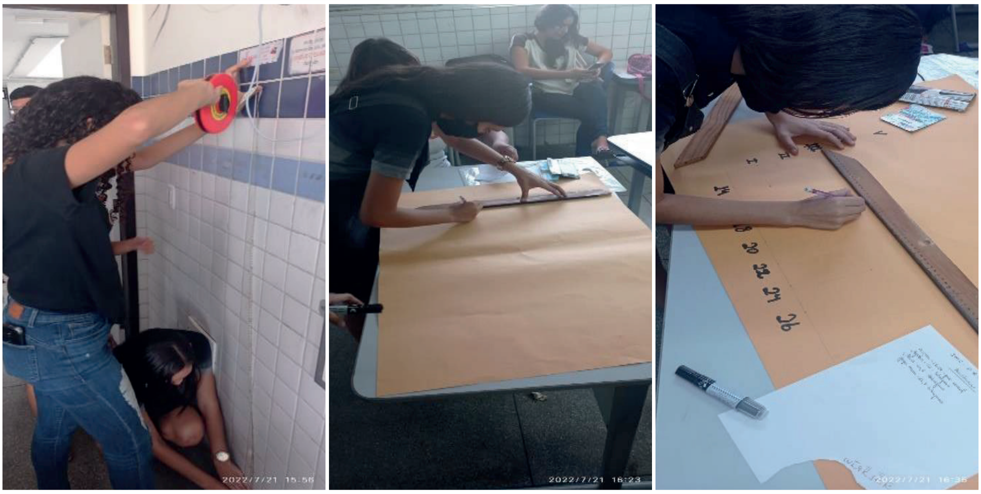
TRABALHAR INTERDISCIPLINARIDADE COM AS PRÁTICAS EXPERIMENTAIS

A interdisciplinaridade tem sendo discutida desde meados do século XX na educação, um tema que está sempre em pauta principalmente quando se trabalha a disciplina de propulsão. Língua Portuguesa ela está presente em todas as demais áreas pois é nossa língua falada, então não se estuda nenhuma disciplina isolada que precisamos sempre ler interpretar questões que não estuda isoladamente. E com a aplicação de metodologias ativas teve suma importância nas aulas dadas talvez de discursões e explanação de habilidades que os educandos desenvolveram ao longo das aulas ministradas na disciplina de propulsão proporcionando a igualdade entre esses alunos que tem dificuldades em algumas habilidades a desenvolver devido a inúmeros fatores que poderia citar.

Dessa forma o que tornou a Matemática prazerosa e significativa, quando demonstrada para o aluno a importância dessa disciplina no contexto cognitivo das demais disciplinas curriculares. Dando ênfase para a resolução de problemas em diferentes situações do cotidiano do aluno foi uma estratégia fundamental para tornar as aulas significativas. E junto com a disciplina de biologia foram realiza-das atividades práticas, que dessa forma os estudantes pode identificar e analisar vulnerabilidades vinculadas aos desafios contemporâneos aos quais as juventudes estão expostas, considerando as dimensões física, psicoemocional e social, a fim de desenvolver e divulgar ações de prevenção e de promoção da saúde e bem estar.

Realizamos práticas experimentais juntamente com a disciplina de biologia matemática que pode realizar atividades que trabalhou a saúde e bem estar. Foi feito as medições de todos em seguido o peso depois foi feito assim o cálculo do IMC (Índice de massa corporal). Com isso os estudantes podem diagnosticar se eles estão em uma faixa de peso normal, sobrepeso ou obesidade. Em corpos em fase de crescimento, o cálculo leva em conta a idade e varia também para meninos e meninas. Com isso foram trabalhados em matemática a media, moda e mediana das alturas, se de acordo com os dados eles se encontravam normal ou sobre-peso. Para fazer a análise consultamos tabela de acordo com a idade disponível em https://www.saudenaosepesa.com.br/tratamento.html . E por último foi construído o gráfico para demostrar os dados obtidos.

Figura 9-Práticas experimentais interdisciplinares de matemática e biologia



CONSIDERAÇÕES FINAIS

As ações que foram trabalhadas durante esse projeto foram pensadas no desenvolvimento de forma lúdica dos estudantes, contribuindo positivamente na formação para a vida, pois quando fazemos nosso trabalho com compromisso e responsabilidade o resultado vai aparecendo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para todo trabalho coletivo, também existe uma certa resistência por parte de alguns alunos que não gostam de participar, o que é normal pois sempre têm aqueles que não se identificam com a disciplina ou são mais tímidos, e criam um bloqueio. Quanto a isso, as atividades executadas facilitaram a participação e o desenvolvimento da aprendizagem.

A cada atividade que os alunos aprenderam de forma prazerosa, eles refletiram sobre como a matemática pode contribuir para o projeto de vida e, assim, tomando gosto pelo trabalho coletivo, bem como entender que ele deve ser o protagonista da sua vida, para que, assim, possa se tornar um profissional preparado para atuar em sociedade.

Na sociedade pós-moderna, as pessoas estão preocupadas apenas com o seu eu, com o presente, e muitas vezes deixam de aproveitar o que possa contribuir para o futuro. Como educadora, tenho me preocupado com essa geração que vive o presente sem pensar nas consequências. Diante dessa modernidade líquida, os jovens são frágeis, influenciáveis, com isso muitos acabam se envolvendo no mundo das drogas, dos vícios, da busca do que não é real. As pessoas não estão preocupadas com o amanhã desses jovens, e como professora tenho tentado a cada dia mostrar a importância que a educação pode fazer na vida de cada estudante.

REFERÊNCIAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 14724**: Informação e documentação. Trabalhos Acadêmicos - Apresentação**.** Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2016. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf >. Acesso em: 5 fev. 2021.

CONCEIÇÃO, F. H. G.; ALMEIDA, M. J. de M. Dificuldades de Alunos da EJA em Relação a Conteúdos Matemáticos. Faculdade Amadeus. 2012

CONCEIÇÃO et al. A IMPORTÂNCIA DA APLICABILIDADE DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO: Perspectiva do aluno Jovem e Adulto. **II Encontro Científico Multidisciplinar.** 2016.

ISBN: 978-85-61702-77-9

COSTA, A. C. G. da. Educação: uma perspectiva para o século XXI. São Paulo: Canção Nova, 2008

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: Da teoria à prática. São Paulo: Papirus, 2009

MALDANER, O. A. A formação inicial e continuada de professores de química: professores/pesquisadores, 3º ed., Ijuí: Ed. Unijui, 2006.

MENDES, Iran Abreu, FOSSA, Jhon A. [et al.]. A história como um agente de cognição na educação matemática. Porto Alegre: Sulina, 2006.

SANTOS, J. C. F. dos. Aprendizagem Significativa: modalidades de aprendizagem e o papel do professor. Porto Alegre: Mediação, 2008.

NOGUEIRA, C. M. I. **Tendências em educação matemática escolar:** das relações aluno-professor e o saber matemático. In: ANDRADE, D.; NOGUEIRA, C. M. I. org. Educação Matemática e as operações fundamentais. Maringá: EDUEM, 2005.

SANTOS et. al. O Ensino de Matemática Baseado na Problematização Como Recurso Metodológico. **Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão. v. 4, n. 1.2012.**

TEODORO, R. B. et al. Estratégias de Ensino-Aprendizagem: Estudo Comparativo no Ensino Superior nas Áreas de Educação e Ciências Contábeis. João Pessoa, 2017.

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e Linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VOLKMANN. T. O. D. Sala de recursos: uma opção para a superação das dificuldades de aprendizagem. 46 f. Monografia (Curso de especialização em Educação Especial) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, campus de Marechal Cândido Rondon, 1999.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.035

SIGNIFICADOS ATRIBUÍDOS AO SINAL DE IGUALDADE NA RESOLUÇÃO DE SENTENÇAS DE ADIÇÃO

MARIA EDUARDA NUNES DE OLIVEIRA
Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, eduarda.ufrpe20@gmail.com;

ELISÂNGELA BASTOS DE MELO ESPÍNDOLA
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, elisangela.melo@ufrpe.br.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar os significados atribuídos ao sinal de igualdade em sentenças de adição por estudantes do 6º ano do ensino fundamental[1]. Para tanto, tomamos como referência teórico-metodológica estudos que discutem os significados do sinal de igualdade em uma perspectiva operacional e relacional. A construção e análise de dados foi realizada a partir de um teste contendo cinco questões com sentenças de adição, envolvendo a determinação do termo desconhecido e a noção de equivalência entre o primeiro membro e o segundo membro da igualdade. Esse teste foi aplicado em duas turmas do 6º ano do ensino fundamental de duas escolas da rede privada, uma localizada em Olinda - PE e outra em Recife - PE. Participaram da pesquisa 19 estudantes. Os resultados do teste apontam que a maioria dos estudantes, que errou a resolução das sentenças, apresentou a noção do sinal de igualdade operacional, por entenderem que o sinal de igual é uma indicação direta do resultado de uma operação, isto é, “operação = resultado”. Para os que atribuíram o significado, em uma perspectiva relacional, identificamos que a maior parte deles utilizou procedimentos aritméticos tanto para determinar o valor do termo desconhecido, como para determinar se a sentença seria verdadeira ou falsa, demonstrando dependência no uso de operações aritméticas para resolução das sentenças de adição. O que revela a necessidade da

1 Esta pesquisa é financiada pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco - FACEPE. Trata-se de uma continuidade de Trabalho de Conclusão de Curso, desenvolvido na Licenciatura em Matemática da UFRPE.

ampliação de estudos sobre a passagem da aritmética para álgebra, no 6º ano, haja vista este ano ser um ano de transição dos anos iniciais para os finais.

Palavras-chave: Sentenças de adição, Sinal de igualdade, Significado relacional, Significado operacional, Ensino fundamental.

INTRODUÇÃO

Segundo Pernambuco (2019, p.56), “o processo de transição da fase dos anos iniciais para a fase dos anos finais, da etapa do ensino fundamental, requer uma atenção cuidadosa para a sua especificidade, pois esta última deverá consolidar o caminho alicerçado na fase anterior”. Consideramos que no 6º ano do ensino fundamental ocorre a “elevação do quantitativo de conteúdos, o acréscimo de componentes curriculares - com decorrente aumento no número de professores, bem como a redução do tempo de convivência entre estes e os estudantes” (Pernambuco, 2019, p.58). Desta forma, este ano nos revela vários aspectos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Em particular, nosso interesse de pesquisa é voltado para os aspectos relativos às continuidades e rupturas entre os domínios da Álgebra e da Aritmética. De acordo com Teles (2004, p.1), na perspectiva de continuidade, “pelo menos parcialmente, as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino fundamental, na resolução de equações são herdadas de uma compreensão insuficiente das operações inversas com números inteiros”. No que diz respeito à ruptura, esta se refere à “questões de “sintaxe” relacionadas aos diferentes usos das letras e as diferentes funções do sinal de igual (=) na aritmética e na álgebra” (idem).

Pelo exposto, tomamos como objetivo deste trabalho analisar os significados atribuídos ao sinal de igualdade em sentenças de adição por estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, expomos algumas considerações sobre os significados do sinal de igual (relacional e operacional) e os procedimentos metodológicos que adotamos para a identificação desses significados nas respostas dos estudantes.

OS SIGNIFICADOS DO SINAL DE IGUALDADE

Segundo Ciani et al. (2017, p.1) o símbolo da igualdade “talvez seja um dos símbolos mais utilizados na Matemática, desde os anos iniciais até o ensino superior. Quase sempre não lhe é dada a devida importância e atenção à sua utilização e nem lhe é atribuída a “culpa” por erros graves na resolução de questões matemáticas”. Na literatura encontramos estudos que discutem, essencialmente, duas noções diferentes do sinal de igualdade. Uma noção ‘operacional’ e outra relacional envolvendo a ideia de “equivalência”.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A NOÇÃO OPERACIONAL DO SINAL DE IGUALDADE

Para Cavalcanti e Câmara dos Santos (2013, p. 1) "comumente, o primeiro contato dos alunos com o símbolo '=' acontece por meio de atividades envolvendo igualdades 'aritméticas', e, durante um bom tempo, as operações aritméticas são, particularmente, as situações que caracterizam sentido para o sinal de igualdade". Neste contexto, o sinal de igualdade costuma ter um sentido operacional. Ou seja: "antes do sinal de igualdade vem sempre uma operação, e, depois do sinal de igualdade aparece uma resposta, que, geralmente é um número" (Cavalcanti; Câmara dos Santos, 2013, p. 3). Por exemplo: "3+ 2 = 5" ou "5 = 3+2" - no primeiro caso, têm-se a sequência 'operação = resultado', no segundo, temos a sequência 'número = operação' (uma decomposição de um número em uma operação).

O símbolo "=" em operações como "7 + 9 =" apresenta um aspecto assimétrico. Um dos lados é dado e o outro deve ser completado. Estas operações comumente são interpretadas como tarefas a serem executadas ou como perguntas. Por exemplo, "quanto é 1 + 8?" e, "quanto é 15 + 2?" sugerem as tarefas: "some 1 a 8" e "some 15 a 2". A entonação interrogativa insinua ideias como: após a tarefa: a execução, após a pergunta: a resposta. (Cavalcanti; Câmara dos Santos, 2013).

Ciani ***et al.*** (2017, p.3) destacam que a concepção operacional de igualdade é, de maneira geral, apresentada para representar uma igualdade de expressões. "Nas séries iniciais os alunos encontram o símbolo '=' essencialmente em atividades envolvendo operações aritméticas, nas quais, normalmente um lado é dado, e as operações surgem à esquerda do sinal "=", e o outro precisa ser preenchido indicando o resultado". Essas autoras acrescentam:

> A concepção operacional é geralmente tratada na aritmética por meio de atividades, que envolvem o sinal de igualdade tão somente, indicando a obtenção de um resultado, como por exemplo, "Maria tem duas rosas e ganhou de presente mais cinco violetas, quantas flores ela tem ao todo?" Ao resolver esta situação, o aluno resolverá somando 2 + 5 = 7. Neste exemplo, percebemos claramente que o sinal de igualdade está posto somente como um operador que transforme as duas quantidades em um resultado final, resolvendo assim o que é solicitado (CIANI ET AL., 2017, p. 2).

McNeil e Alibali (2005) citado por Bandarra (2011, p. 3) afirmam que:

> A forma limitada como os alunos encaram a utilização do sinal de igual deve-se sobretudo às experiências matemáticas que vivenciam no ensino básico. Segundo estes investigadores, as situações de aprendizagem mais utilizadas resumem-se sobretudo ao cálculo para obter uma resposta numérica (BANDARRA, 2011, p. 3).

Ciani ***et al.*** (2017, p.3) chamam a atenção que para a aprendizagem da aritmética e da álgebra se faz importante "reconhecer as diferentes concepções do sinal de igualdade e utilizá-lo de forma correta para expressar relações". Haja vista, quando os alunos não compreendem o sinal de igualdade na sua totalidade, restringindo apenas a sua noção operacional, limitam-se a memorizar apenas um conjunto de regras.

A NOÇÃO RELACIONAL DE EQUIVALÊNCIA DO SINAL DE IGUALDADE

A noção relacional de equivalência do sinal de igualdade, de acordo com Cavalcanti e Câmara dos Santos (2013a, p. 4) "envolve a compreensão do símbolo '=' como uma relação estática numa igualdade aritmética ou algébrica. Uma igualdade aritmética ou algébrica deve, assim, apresentar as propriedades de equivalência (simétrica, reflexividade e transitividade)". Ressaltamos sobre o raciocínio algébrico que este é "caracterizado por:

> Uma maneira de pensar sobre quantidades e padrões em matemática, e uma maneira de justificar os tipos de manipulações que são esperadas realizadas nos símbolos. O pensamento relacional, que é central para o pensamento algébrico, é possível mesmo nas séries iniciais, quando as crianças são convidadas a pensar sobre números de propriedades e como podem tornar seus cálculos possíveis. Isso prepara as crianças para justificar conceitualmente a manipulação de símbolos em álgebra (OSANA; ADRIEN, 2012, p. 52-53).

A noção de equivalência do sinal de igualdade costuma ser realçada com exemplos do equilíbrio da balança. Nesse sentido, Santos, Luvison e Moreira (2018, p. 77) descrevem o tipo de tarefa: "Qual número que pode ser colocado no espaço vazio da igualdade "18 + 12 = 20 + ___?" - como aquela "em que os alunos precisam identificar as relações que existem nos membros de uma igualdade sem utilizar procedimentos algorítmicos".

Segundo Grillo (2018, p.287), na expressão 11 + 16 = 12 − ☐, espera-se que os alunos usem o raciocínio de compensação. E, como respostas, que “os alunos estabeleçam relações entre os números, comparando as expressões que se apresentam em ambos os lados do sinal de igual. Conforme Ciani et al. (2017):

> A concepção relacional é constatada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões. Segue um exemplo que envolve essa concepção: “Maria possui 5 rosas e Joana 7, considerando que as duas deram 3 flores cada a suas mães, quantas flores Maria precisa para ter o mesmo tanto de Joana?”. [...] Sendo aqui, mostrado a noção de equivalência, em que para resolver o aluno chegará na seguinte expressão, ☐ + 5 - 3 = 7 - 3, na qual ele terá que encontrar resultados iguais nos dois membros (CIANI ET AL., 2017, p. 3-4).

Santos de Souza e Souza (2018, p. 57) trazem o seguinte exemplo: “Analisando a expressão (6 + 5) + 7 = 6 + (n + 7), que número n representa? Explique o que você fez para determiná-lo”. Nesse caso, têm-se como resposta esperada: Os alunos poderiam resolver o problema somando os três números do primeiro membro, 6 + 5 + 7 = 18, e depois os dois do segundo membro, 6 + 7 = 13, o valor de n seria o que resta para 13 chegar a 18, ou seja, 5. Além disso, fazem a seguinte análise: Se assim os alunos procedessem, demonstrariam total dependência da realização das operações contidas na expressão para a resolução da questão. A aritmética generalizada seria evidente se alunos explorassem o aspecto mais geral da estrutura matemática da situação, e relevante para a resolução da questão, neste caso, a propriedade associativa da adição, pois para quaisquer a, b e c reais, (a + b) + c = a + (b + c) (Santos de Souza; Souza, 2018, p. 57). Sobre esse aspecto, afirma Canavarro (2009, p. 89) apud Santos de Souza e Souza (2018, p. 49):

> É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que 33 + 8 = 8 + 33 não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente).

Com base no que expomos, buscamos delinear a metodologia da presente pesquisa, da seguinte forma.

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

Esta pesquisa que tem por objetivo analisar os significados atribuídos por alunos do 6º ano do ensino fundamental sobre o sinal de igualdade na resolução de sentenças de adição se insere em uma abordagem qualitativa, uma vez que, as investigações qualitativas são aquelas que estão interessadas em analisar fenômenos em seu ambiente natural. Sendo assim, os pesquisadores são os principais responsáveis pela geração de dados, focando mais no processo do que no produto desta (Kripka; Scheller; Bonotto, 2015).

A pesquisa ocorreu com dezenove estudantes de turmas do 6° ano do ensino fundamental em duas escolas da rede privada. Sendo uma escola localizada em Olinda - PE e outra em Recife - PE. Os estudantes identificados com a numeração de 1 ao 13 são da escola de Olinda e aqueles de 14 ao 19, são da escola de Recife.

No período da pesquisa, entramos em contato com as professoras das duas escolas e elas afirmaram que os estudantes já haviam estudado os conteúdos de adição e subtração com números naturais. As professoras disponibilizaram duas aulas para a aplicação das questões aos estudantes. Essas questões foram norteadas pelos estudos desenvolvidos por Osana e Adrien (2012).

Quadro 1 - Questões propostas aos estudantes do 6° ano

1. Vocês conseguem "de cabeça" responder se esta sentença é verdadeira ou falsa? 57 + 38 = 56 + 39
2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira? 345 + 576 = 342 + 574 + ☐
3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira? 8 + 4 = ☐ + 5
4. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira? 3 + 1 + 1 = 3 + ☐
5. Qual o número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira? 7 + 4 + 169 = 7 + c + 169

Fonte: Adaptado de Osana e Adrien (2012).

No processo de elaboração das questões (Quadro 1) supomos que os estudantes poderiam apresentar alguns procedimentos em suas respostas que serviram para a análise e discussão dos resultados, à luz dos significados atribuídos ao sinal de igual: relacional ou operacional.

a) Respostas e justificativas sobre ser verdadeira ou falsa a sentença: 57 + 38 = 56 + 39.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Para “57 + 38 = 56 + 39”, é possível calcular as somas de cada membro e comparar os resultados, verificando-se que a sentença é verdadeira ou pode-se perceber que do lado direito do sinal de igual foi subtraído 1 unidade (houve mudança de 57 para 56) e foi adicionada 1 unidade (houve mudança de 38 para 39), o que mantém a sentença verdadeira.

b) Respostas e justificativas sobre o valor do □ na sentença: 345 + 576 = 342 + 574 + □.

Pode-se perceber que do lado direito do sinal de igual houve a subtração de 3 unidades (houve mudança de 345 para 342) e foram subtraídas 2 unidades (houve mudança de 576 para 574); sendo assim, o valor do □ para que a sentença seja verdadeira é 5, isto é, 3+2 =5. Contudo, é provável que calculando separadamente 345 + 576 e depois 342 + 574, perceba-se que a diferença entre a soma do lado direito e do lado esquerdo é 5 e conclua que este é o valor do □.

c) Respostas e justificativas sobre o valor do □ na sentença: 8 + 4 = □ + 5.

Ao realizar a operação 8 + 4 = 12 e observar a diferença entre a soma do lado esquerdo e a do lado direito, verifica-se o □ = 7, ou seja, quanto é preciso adicionar ao 5 para ter o valor da sentença do lado direito igual a 12 e assim, concluir que este é o valor do □. De outra forma, pode-se perceber que do lado direito foi somado “1 (um) ao 4” e por isso deve se subtrair “1 (um) ao 8”; portanto, o valor do □ para que a igualdade seja verdadeira é 7, isto é, 8 - 1 = 7.

d) Respostas e justificativas sobre o valor do □ na sentença: 3 + 1 + 1 = 3 + □.

Ao somar 3 + 1 + 1, o resultado é 5, sendo assim, é preciso identificar quanto deve ser adicionado ao 3 para ter o valor do segundo membro igual a 5. Sendo “2” o resultado. De outra forma, do lado direito, temos a repetição do número 3, ao somarmos os valores restantes do lado esquerdo, o valor do □ para que a igualdade seja verdadeira é 2, isto é, 1 + 1 = 2.

e) Respostas e justificativas sobre o valor do “c” na sentença: 7 + 4 + 169 = 7 + c + 169.

Somando 7 + 4 + 169 e depois 7 + 169, pode-se observar que a diferença entre os resultados dos dois membros é 4, concluindo-se que este é o valor do □.

ISBN: 978-85-61702-77-9

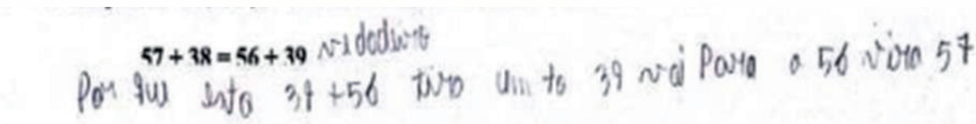
De outra forma, pode-se identificar que do lado esquerdo temos a soma de 7 + 4 + 169 e do lado direito temos a soma de 7 + 169; então, o único valor que "falta" é 4. Portanto, o valor do ☐ para que a igualdade seja verdadeira é 4.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

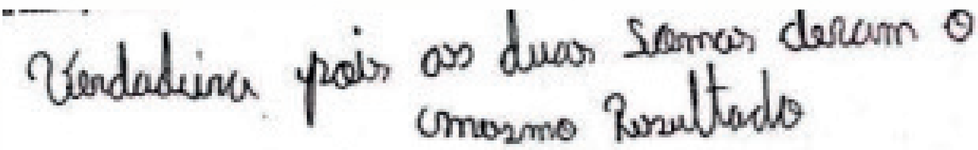
Sobre a ***primeira questão***, 10 (dez) dentre 19 (dezenove) estudantes responderam que a sentença "**57 + 38 = 56 + 39"** é verdadeira**.** Das justificativas apresentadas, constatamos que apenas um desses estudantes indicou utilizar a comparação entre os números que foram subtraídos e adicionados em ambos os termos da igualdade: ***Estudante 1** - "Porque* está *38 + 56, tira 1 do 38 vai para o 56 vira 57"* (Figura 1). Nesse caso, o estudante faz uso do raciocínio da compensação (GRILLO, 2018) e utiliza a noção de equivalência do sinal de "=". Enquanto, os demais buscaram somar os números do primeiro membro (57 +38) e do segundo membro (56 + 39) para constatar a igualdade entre eles. Tal procedimento demonstra que esses estudantes entendem o sinal de igual como uma equivalência, no entanto, têm dependência da realização das operações contidas na sentença para a resolução da questão.

Figura 1 – Justificativa sobre a sentença "**57 + 38 = 56 + 39"** ser verdadeira

Estudante 1:



Estudante 18:



Fonte: Protocolo da pesquisa.

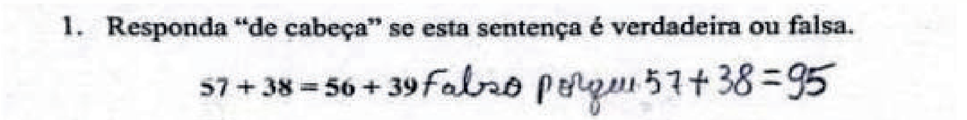
Ainda sobre a primeira questão, um estudante não soube responder e 8 (oito) responderam que a sentença "57 + 38 = 56 + 39" é falsa. Dentre esses 8 (oito) estudantes, 5 (cinco) justificaram suas respostas, como exemplificamos, a seguir, na

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 2. Das justificativas apresentadas pelos estudantes, podemos constatar a falta de compreensão da equivalência entre os membros da esquerda e da direita do sinal de igual. Nesta situação eles apresentaram a concepção errada de que a resposta da adição de dois números vem logo depois do sinal de igual, isto é, "operação = resultado" (CAVALCANTI; CÂMARA DOS SANTOS, 2013), assim, eles somaram 57 + 38 e indicaram o resultado "95", o que nos remete a um significado operacional do sinal de igual.

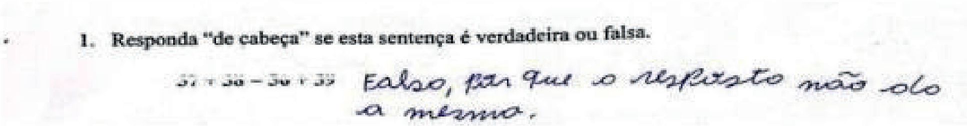
Figura 2 – Justificativas sobre a sentença "**57 + 38 = 56 + 39**" ser falsa

Estudante 2:


1. Responda "de cabeça" se esta sentença é verdadeira ou falsa.

57 + 38 = 56 + 39 Falso porque 57+38=95

Estudante 4:


1. Responda "de cabeça" se esta sentença é verdadeira ou falsa.

57 + 38 = 56 + 39 Falso, por que o resposta não são a mesma.

Fonte: Protocolo da pesquisa.

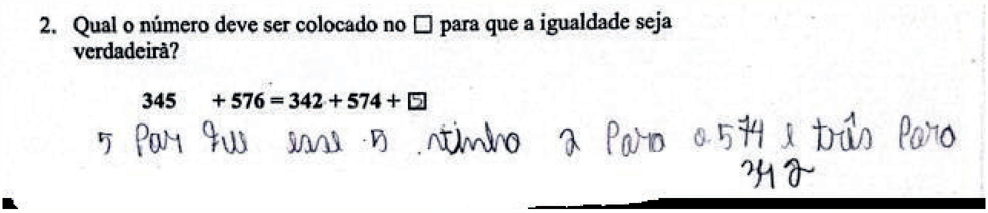
De outra forma, supomos que alguns estudantes consideram que o resultado de 57 + 38 é diferente de 56 + 39, por apresentarem números diferentes e assim, chegam a esta conclusão sem realizarem a soma de ambos os lados da igualdade para comprovar a resposta. Os demais estudantes não apresentaram justificativa para suas respostas.

No caso da ***segunda questão***, de 19 (dezenove) estudantes, 8 (oito) responderam corretamente o valor do ☐ igual a 5 na sentença: **345 + 576 = 342 + 574 + ☐** (Figura 3). Os estudantes que responderam corretamente, compreenderam o sinal de "=" como uma equivalência, no entanto, constatamos que 7 (sete) desses estudantes usaram o algoritmo da adição para obter o resultado das somas dos números presentes em cada lado do sinal de igual, para depois calcular a diferença entre os resultados, indicando assim o valor do ☐.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 3 - Justificativas das respostas corretas para sentença: **345 + 576 = 342 + 574 + ☐**

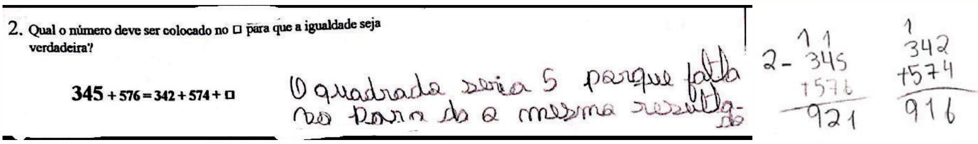
Estudante 1:


2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeirà?

345 + 576 = 342 + 574 + 5

5 Por que ele tirando 2 para o 574 e três para 342

Estudante 17:


2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

345 + 576 = 342 + 574 + ☐

O quadrado seria 5 porque falta no para da o mesmo resultado

2- 345 + 576 = 921

342 + 574 = 916

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Assim como na primeira questão, os estudantes tiveram que realizar as operações contidas na expressão, isto é, operaram com os números concretos e não com o desconhecido, o que representa uma prática aritmética (GOMES, 2020). Apenas o Estudante 1 apresentou a justificativa que do lado direito foi subtraído o valor 3 (de 345) e o valor 2 (de 576), estabelecendo uma relação entre o que foi subtraído e o que precisava ser adicionado no ☐ para tornar a sentença verdadeira (raciocínio de compensação).

As respostas apresentadas de forma errada (Figura 4) para o valor do ☐ na sentença: "**345 + 576 = 342 + 574 + ☐**" revelam que os estudantes utilizaram a concepção operacional do sinal de igual, seja:

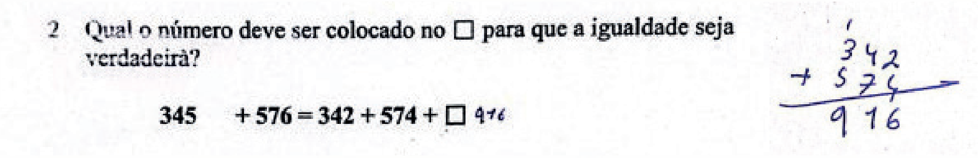
- adicionando os números do membro da direita do sinal de igual (342 + 574 = 916), indicando o ☐ igual a 916;
- adicionando todos os números da esquerda e da direita do sinal de igual (345 + 576 + 342 + 574 = 1. 837), indicando o ☐ igual a 1.837;

Para as estratégias supramencionadas identificamos que alguns estudantes que as utilizaram apresentaram erros nas somas das parcelas. Em todos os casos, os estudantes entenderam que o sinal de igual antecede o resultado (Gomes; Noronha, 2022).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4 - Respostas erradas para sentença: **345 + 576 = 342 + 574 + ☐**

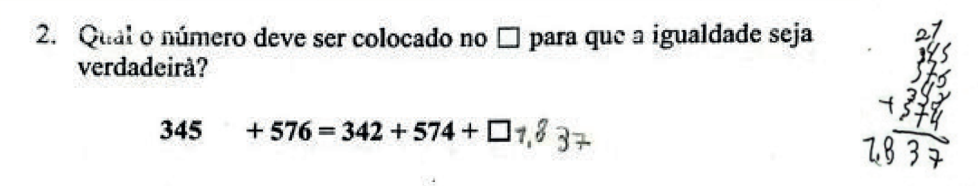
Estudante 3:


2 Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeirà?

345 + 576 = 342 + 574 + ☐ 916

342
+ 574
916

Estudante 7:


2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeirà?

345 + 576 = 342 + 574 + ☐ 7,8 37

345
576
342
+ 574
7,8 37

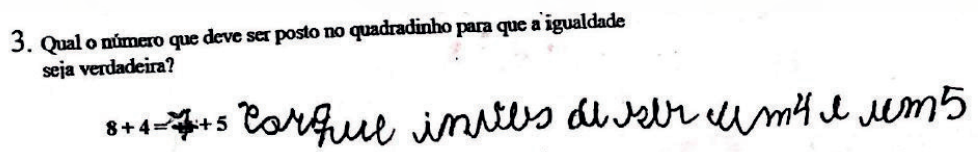
Fonte: Protocolo da pesquisa.

Quanto à ***terceira questão***, dentre 19 (dezenove) estudantes, 9 (nove) deles acertaram a indicação do valor do ☐ igual a 7 na sentença: **8 + 4 = ☐ + 5.** Na Figura 5, temos exemplos de como neste caso os estudantes compreenderam a igualdade como uma equivalência com justificativas que revelam:

- Raciocínio de compensação: percepção que do lado direito foi adicionado o valor 1 (de 4), assim deve ser subtraído o valor 1 (de 8), estabelecendo uma relação entre o que foi subtraído e o que precisava ser adicionado no ☐, isto é, 8 - 1 = 7, revelando o resultado - (ex.: Estudante 16).
- Tentativa e erro: o aluno busca sucessivamente números para obter a igualdade na sentença matemática (ex.: Estudante 17).
- Utilização de práticas essencialmente aritméticas (Gomes, 2020): ênfase nas operações inversas de adição e subtração - (ex.: Estudante 18).

Figura 5 - Justificativas para respostas corretas para sentença: **8 + 4 = ☐ + 5**

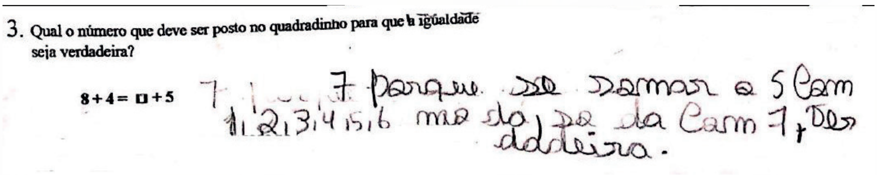
Estudante 16:


3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira?

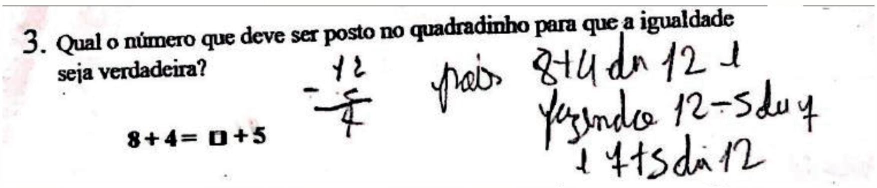
8 + 4 = 7 + 5 Porque invés de ser um 4 e um 5

ISBN: 978-85-61702-77-9

Estudante 17:



Estudante 18:

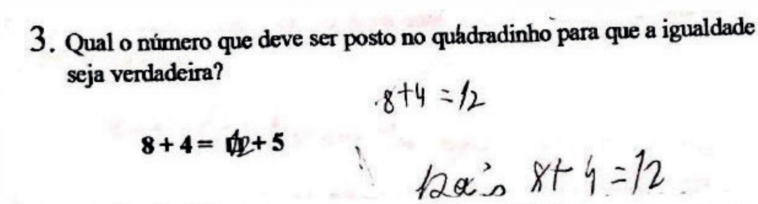


Fonte: Protocolo da pesquisa.

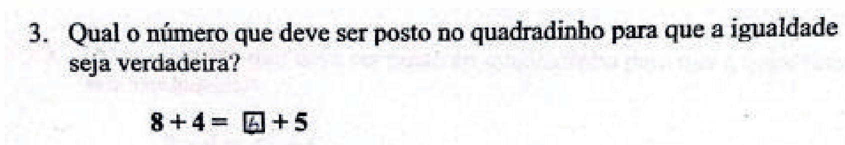
Na Figura 6, podemos perceber como dentre as respostas erradas dos 10 (dez) estudantes para ***terceira questão***, 5 (cinco) utilizaram a estratégia de somar 8 + 4 = 12, substituindo então o 12 no valor do **□.** Outros 5 (cinco) indicaram erros ao somarem os números e não apresentaram justificativas. Tal fato, para Gomes e Noronha (2022, p. 21), revela que os estudantes utilizaram a "noção do símbolo de igualdade em uma perspectiva unidirecional, como indicação direta do resultado de uma operação".

Figura 6 - Respostas erradas para sentença: **8 + 4 = □ + 5**

Estudante 14:



Estudante 6:



Fonte: Protocolo da pesquisa.

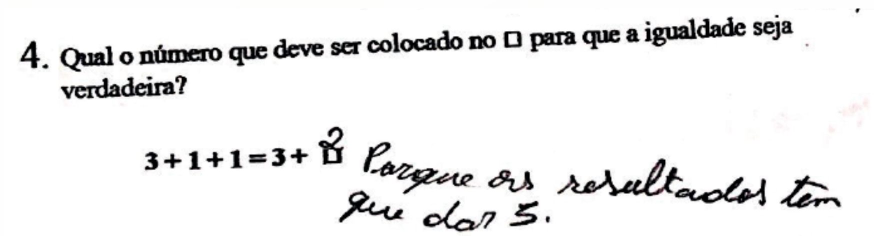
ISBN: 978-85-61702-77-9

No que concerne à ***quarta questão***, dentre 19 (dezenove) estudantes, 10 (dez) deles acertaram a indicação do valor do ☐ igual a 2 na sentença: **3 + 1 + 1 = 3 + ☐.** As justificativas (Figura 7) mostram que 3 (três) desses estudantes usaram o algoritmo da adição para obter o resultado da soma dos números presentes do lado esquerdo do sinal de igual, para depois calcular a diferença entre o resultado da soma e o número que havia do lado direito, indicando assim o valor do ☐, portanto, mesmo compreendendo o sinal de igualdade como uma equivalência, esses estudantes utilizaram procedimentos aritméticos.

Outros dois estudantes apresentaram a justificativa de que como o valor 3 se repete em ambos os lados e só há um ☐, eles devem somar os números restantes do lado esquerdo (1 + 1), estabelecendo uma relação entre o que "sobrou" do lado esquerdo e o que precisava ser adicionado no ☐ para tornar a sentença verdadeira, nesse caso, tem-se o raciocínio de compensação.

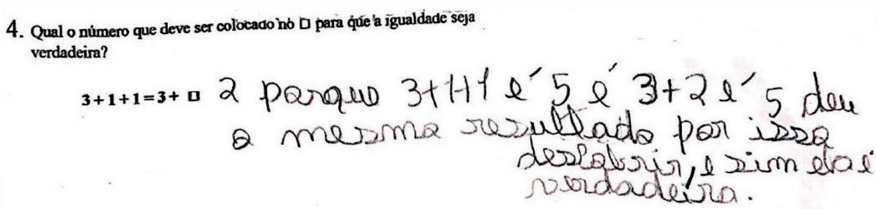
Figura 7 - Justificativas para as respostas corretas para sentença: **3 + 1 + 1 = 3 + ☐**.

Estudante 15


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

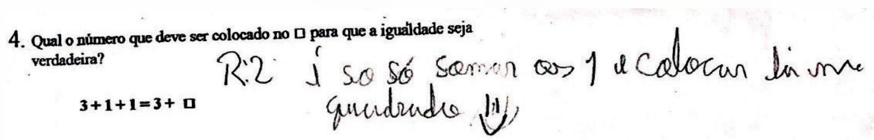
3+1+1=3+ 2 Porque os resultados tem que dar 5.

Estudante 17:


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3+1+1=3+ ☐ 2 porque 3+1+1 é 5 e 3+2 é 5 deu a mesma resultado por isso descobri, e sim ela é verdadeira.

Estudante 18:


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3+1+1=3+ ☐

R:2 i so só somar os 1 e colocar lá no quadrado.

Fonte: Protocolo da pesquisa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

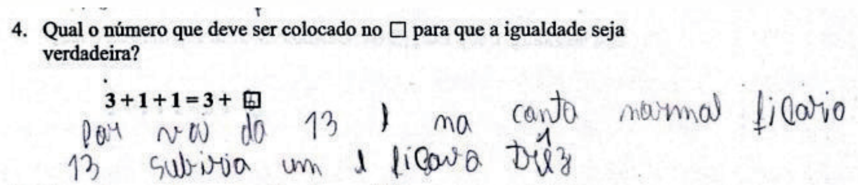
As respostas erradas dos estudantes para ***quarta questão*** revelam que eles utilizaram a concepção operacional do sinal de igual e seu aspecto assimétrico (Matos; Cavalcanti, 2010), seja:

- adicionando os números no membro da esquerda do sinal de igual (3 + 1 + 1 = 5), indicando o ☐ igual a 5;
- adicionando todos os números da esquerda e da direita do sinal de igual (3 + 1 + 1 + 3 = 8), indicando o ☐ igual a 8;

Na Figura 8, também observamos que, para as estratégias supramencionadas, alguns estudantes que as utilizaram apresentaram erros nas somas das parcelas.

Figura 8 - Respostas erradas para sentença: **3 + 1 + 1 = 3 + ☐**

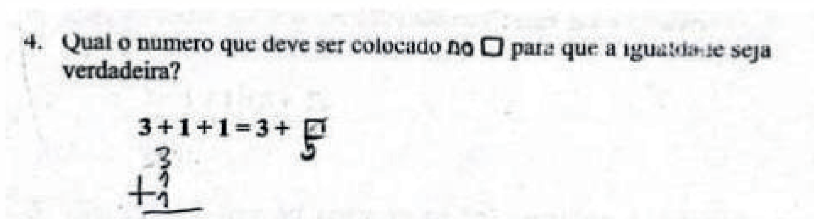
Estudante 1:


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3 + 1 + 1 = 3 + ☐

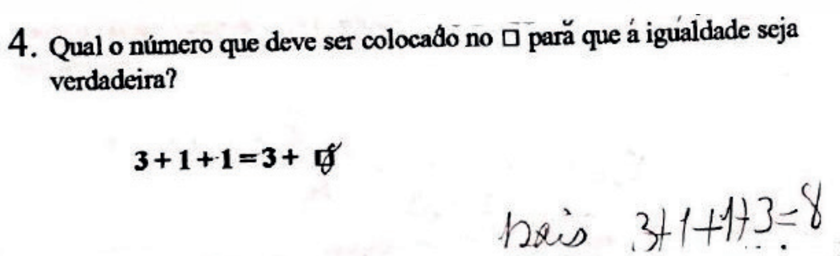
por no do 13 1 na canto normal ficario 13 subiria um 1 ficava Trez

Estudante 5:


4. Qual o numero que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3 + 1 + 1 = 3 + ☐ 5

Estudante 14:


4. Qual o número que deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira?

3 + 1 + 1 = 3 + ☐

pois 3+1+1+3=8

Fonte: Protocolo da pesquisa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

A propósito da ***quinta questão***, dentre 19 (dezenove) estudantes, 13 (treze) deles acertaram a indicação do valor do **c** igual a 4 na sentença: **7 + 4 + 169 = 7 + c + 169.** Identificamos que cinco (5) desses estudantes utilizaram o raciocínio de compensação (Figura 9), isto é, observaram que os números 7 e 169 se repetiam em ambos os lados da igualdade, no entanto, o número 4 aparece apenas do lado esquerdo, os levando a conclusão de que c = 4 por ser o número "que falta", estabelecendo uma relação entre o que "sobrou" do lado esquerdo e o que precisava ser adicionado no c para tornar a sentença verdadeira.

Figura 9 - Respostas corretas para sentença: **7 + 4 + 169 = 7 + c + 169**

Estudante 15:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7+4+169=7+\overset{4}{c}+169$

Porque nas dual tem o mesmo número mas a 2 esta faltando 4.

Estudante 16:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7+4+169=7+4+169$ Porque faltava 4

Estudante 17:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7+4+169=7+c+169$ É só acrescenta a 4 para que dê a mesmo resultado, é verdadeira.

Estudante 18:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7+4+169=7+c+169$ R4 pois é só repetir o número

ISBN: 978-85-61702-77-9

Estudante 19:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + \overset{4}{c} + 169$

PORQUE VAI DAR O MESMO NUMERO
4

Fonte: Protocolo da pesquisa.

As respostas erradas dos estudantes revelam o significado do sinal de igualdade como operador, seja:

- adicionando dois números do membro da esquerda do sinal de igual (7 + 4 = 11), indicando o **c** igual a 11;
- adicionando todos os números da esquerda do sinal de igual (7 + 4 + 169 = 180), indicando o **c** igual a 180.

Além desses, outros estudantes apresentaram outras respostas incorretas para o valor de c, mas não apresentaram justificativa.

Figura 10 - Respostas erradas para sentença: **7 + 4 + 169 = 7 + c + 169**

Estudante 1:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169 = 7 + c + 169.$

Estudante 5:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

9

ISBN: 978-85-61702-77-9

Estudante 8:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$ 7

Estudante 9:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

14

Estudante 10:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

11

Estudante 14:

5. Que número deve ser colocado no "c" para que a igualdade seja verdadeira?

$7 + 4 + 169 = 7 + c + 169$

$$\begin{array}{r} \overset{2}{169} \\ +\ \ 7 \\ 4 \\ \hline 180 \end{array}$$

pois 169 +7+4=180

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Os resultados do teste aplicado com os estudantes apontam que o maior número de acertos ocorreu na quinta questão, isto pode ser justificado pela repetição dos valores numéricos em ambos os lados da igualdade e a ordem em que esses números apareciam. O maior número de erros ocorreu na segunda e terceira questão. Relembrando-as:

ISBN: 978-85-61702-77-9

2. Qual o número deve ser colocado no ☐ para que a igualdade seja verdadeira? **345 + 576 = 342 + 574 + ☐.**

3. Qual o número que deve ser posto no quadradinho para que a igualdade seja verdadeira? **8 + 4 = ☐ + 5.**

No que diz respeito às estratégias, constatamos que, alguns estudantes, mesmo utilizando a concepção do sinal de igualdade como equivalência, utilizam procedimentos aritméticos para determinação dos termos desconhecidos. Dessa forma, consideramos que durante a introdução à Álgebra, a Aritmética desempenha um papel relevante na estruturação e desenvolvimento do pensamento algébrico. Quanto aos estudantes que responderam às questões de maneira incorreta, observamos que isso se deu por terem compreendido o sinal de "=" como um operador. Isto foi bastante presente na segunda e terceira questões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar os significados atribuídos por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sobre o sinal de igualdade na resolução de sentenças de adição. Como dissemos, escolhemos o 6º ano por ser uma turma de transição dos anos iniciais para os anos finais.

Os resultados da pesquisa apontam que os estudantes que utilizaram a noção do sinal de igualdade operacional erraram as questões por entenderem que o sinal de igual é uma indicação direta do resultado de uma operação, isto é, "operação = resultado". Para os que deram o significado relacional ao sinal de igualdade, observamos que embora tenham compreendido o sinal de igualdade como uma equivalência, a maior parte deles utilizaram procedimentos aritméticos tanto para determinar o termo desconhecido como para determinar se a sentença seria verdadeira ou falsa, o que demonstra dependência da realização das operações envolvidas nas sentenças.

Como limitações da pesquisa apontamos o número reduzido de estudantes que responderam às questões propostas. Convém explicar que os 19 (dezenove) estudantes que responderam às questões foram aqueles efetivamente matriculados e com frequência às aulas nas duas escolas particulares. Além disso, destacamos que não foi possível acompanhar as aulas de Matemática sobre o tema e nem

ISBN: 978-85-61702-77-9

acesso aos livros didáticos e recursos utilizados pelas professoras sobre o ensino do tema "propriedades de igualdade".

Diante dos erros apresentados pelos estudantes, compreendemos que a aplicação de uma entrevista nos ajudaria a melhor compreendê-las. Uma entrevista com as professoras também poderia ter sido realizada para aprofundarmos a compreensão do processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes sobre o tema. Resta-nos em aberto também reflexões sobre como os estudantes do 6º ano estudaram nos anos iniciais as propriedades de igualdade.

Como possibilidades de ampliar essa pesquisa, consideramos: 1. Uma análise sobre o tema relações de propriedades de igualdade nos livros didáticos aprovados na escola; 2. Um acompanhamento das aulas ministradas sobre o tema na intenção de observar como o símbolo de igualdade é apresentado e trabalhado nas diferentes situações com os estudantes e também entender qual a concepção dos professores quanto ao sinal de igualdade; 3. Um aprofundamento sobre aspectos teórico-metodológicos vindos de pesquisas sobre o tema. Ademais, esperamos que este trabalho possa contribuir para outras pesquisas sobre a temática do ensino e da aprendizagem das relações de igualdade no ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

BANDARRA L. O sinal de igual: um estudo vertical. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Póvoa do Varzim. **Anais [...].** Póvoa do Varzim, 2011. p. 305-322. Disponível em: https://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/documents/17.Bandarra.pdf. Acesso em: 31 mai. 2021.

CAVALCANTI, J.D.B. **Concepções de alunos do 3º ano do Ensino Médio sobre o significado do símbolo "=" em contextos aritméticos e algébricos**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

CAVALCANTI, J.D.B; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Um estudo sobre compreensões do sinal de igualdade: noção operacional e relacional de equivalência**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV., 2015, Tuxtla Gutiérrez. **Anais [...].** Tuxtla Gutiérrez, 2015, p. 1-11.

ISBN: 978-85-61702-77-9

CAVALCANTI, J.D.B.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Significado do símbolo "=" no contexto das funções e as concepções dos alunos do 3º ano do ensino médio. In: LIMA, A.P.A et al. **Pesquisas em fenômenos didáticos:** alguns cenários. Recife: UFRPE, 2010.

CIANI, A. B. *et al*. O sinal de igual e sua utilização em sentenças matemáticas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV., 2017, Cascavel. **Anais [...]**. Cascavel, 2017, p. 1-6. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/212 /138. Acesso em: 20 mar. 2021.

GOMES, L.P.S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação.** 2020. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal - RN.

GOMES, L.P.S.; NORONHA, C.A. **Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: orientações e práticas de ensino e aprendizagem.** Revista Educação e Infâncias, Natal, v. 1, n.1, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/educacaoinfancia/article/view/21048/15489. Acesso em: 22 mai. 2022.

GRILLO, C. L. O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. In: NACARATO, A.M.; CUSTÓDIO, I.A. (Orgs.).**O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (Ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf. Acesso em: 28 mar. 2022.

KRIPKA; R.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L. Pesquisa Documental: Considerações sobre conceitos e características na Pesquisa Qualitativa. Atas Congresso Ibero-americano - Investigação Qualitativa em Educação - CIAIQ2015., 2015. Disponível em: https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2015/article/view/252/248. Acesso em: 15 abr. 2022.

MATOS, E.S. P.; CAVALCANTI, D. Algumas considerações sobre os significados do símbolo "=" na perspectiva dos alunos do 7º ano do ensino fundamental. In: SEMANA

ISBN: 978-85-61702-77-9

DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, II., 2010, Vitória da Conquista-BA. **Anais [...]**. Vitória da Conquista: UESB, 2010. p.1-11. Disponível em: http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/co4.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

OSANA, H. P. ; ADRIEN, E. Le concept d'équivalence mathématique chez les enfants du primaire. **Bulletin AMQ**, Quebec, v. LII, no 3, p.51-60, 2012. Disponível em: https://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/oct12/AtelierOsanaAdrien.pdf **.** Acesso em: 27 mar. 2022.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Currículo de Pernambuco**. Ensino Fundamental. Área de Matemática. Recife: SE, 2019.

SANTOS, C. C. S.; LUVISON, C.C.; MOREIRA, K.G.A Construção do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental I: Possíveis trabalhos para a percepção de regularidades e de generalizações. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I.A. (Orgs.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (Ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf.Acesso em 22 nov. 2019.Acesso em: 16 mar. 2022.

SOUZA, J. S. S.; SOUZA, L. O. A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: 54 Práticas de Sala de Aula e de Formação de Professores. In: CARNEIRO, R. F.; SOUZA, A.C.; BERTINI, L.F. (Orgs.). **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** práticas de sala de aula e de formação de professores. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf.Acesso em 22 nov. 2019. Acesso em: 16 mar. 2022.

TELES, R. A.M. A relação entre a aritmética e a álgebra na matemática escolar: a influência da compreensão das propriedades da igualdade e o conceito de operações inversas na resolução de equações polinomiais do 1º grau. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA,VIII., 2004, Recife. **Anais [...]**. Recife: UFRPE, 2004. p.1-22.

ISBN: 978-85-61702-77-9

IX congresso nacional de educação

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.036

TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS ABORDAGENS PARA A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

ADRIANO ALVES DA SILVEIRA
Doutorando do curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), adriano.exatas@hotmail.com;

JAIR DIAS DE ABREU
Doutorando do curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), jairedmat@gmail.com;

CARLOS ALEX ALVES
Doutorando do curso de Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), carlos.alex@unesp.br;

TIÊGO DOS SANTOS FREITAS
Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ), tiego@servidor.uepb.edu.br;

RESUMO

A Educação Matemática como área de pesquisa surge em decorrência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática. No decorrer dos anos, observa-se na literatura de pesquisa em Educação Matemática que foram sendo sistematizadas algumas formas de trabalho em sala de aula, apoiadas nas mais diversas teorias, tendo como foco principal a melhoria no ensino-aprendizagem de Matemática. Desse modo, o presente estudo busca identificar abordagens referentes a algumas tendências em Educação Matemática, mais especificamente, a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais. Os fundamentos teórico-metodológicos vinculam-se à literatura específica da Educação Matemática e à pesquisa bibliográfica numa abordagem analítico-descritiva-qualitativa. Com isso, fazemos um levantamento das principais discussões que vêm movimentando cada uma das respectivas tendências, ressaltando diferentes abordagens e perspectivas que se consolidaram ao longo das

ISBN: 978-85-61702-77-9

investigações com foco no ensino-aprendizagem de Matemática. Dentre os resultados, argumentamos que as diferentes tendências discorridas aqui impactam uma sala de aula de matemática, na qual os alunos são o ponto de partida de uma atividade matemática, isto é, eles participam ativamente do seu próprio processo de aprendizagem. Para isso, é oportunizado aos mesmos um ambiente dinâmico, interativo e investigativo que leva em consideração os conhecimentos que eles conquistaram em atividades do seu cotidiano e no ambiente escolar. Concluímos chamando atenção para a necessidade das pesquisas em Educação Matemática alcançarem as salas de aula de matemática, especialmente, aquelas que trazem reflexões sobre experiências que focaram em diferentes formas de ensinar e aprender Matemática.
Palavras-chave: Educação Matemática, Tendências em Educação Matemática, Sala de Aula, Ensino-Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A Educação Matemática como área de pesquisa surge em decorrência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática, principalmente nos cursos de formação de professores. Sua necessidade e posterior consolidação como um campo de conhecimento se dá, principalmente, por movimentos que buscavam uma redução do formalismo presente no ensino de matemática, tornando-a uma disciplina de difícil compreensão.

Nessa asserção,

> A identificação da educação matemática como uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor em 1895, em seu livro ***Psicologia do número***, uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas. (Miguel; Garnica; Igliori; D'Ambrósio, 2004, p. 70, grifos dos autores).

Muitos foram os marcos históricos no cenário nacional e internacional que apontam a importância dessa área, bem como a sua contribuição para um processo que relaciona, sobretudo, questões referentes ao processo de ensino-aprendizagem da matemática em seus diferentes níveis. Acerca das mudanças no cenário mundial e a emergência da Educação Matemática, pesquisadores sublinham que "o pós-guerra representou uma efervescência da educação matemática em todo o mundo. Propostas de renovação curricular ganharam visibilidade em vários países da Europa e dos Estados Unidos. Floresce o desenvolvimento curricular" (Miguel; Garnica; Igliori; D'Ambrósio, 2004, p. 72).

Sobre essas mudanças curriculares no contexto nacional, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (Brasil, 1998, p. 21) apontam que "essas iniciativas ainda não atingiram o conjunto dos professores e por isto não chegam a alterar o quadro desfavorável que caracteriza o ensino de Matemática no Brasil". Assim, mesmo com a aprovação de novos documentos com caráter de lei, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), precisamos avançar no ensino de matemática, visando melhor o quadro de estagnação ou de baixo desempenho de nossos alunos em avaliações em larga escala, a exemplo do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Em um contexto geral, de acordo com Flemming, Luz e Mello (2005, p. 13), podemos considerar que a Educação Matemática é uma área de pesquisas e estudos que tem "sólidas bases na Educação e na Matemática, mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática".

Consideramos importante destacar que hoje a Educação Matemática se faz presente em quase todos os cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, tendo em vista que esses últimos profissionais serão professores que ensinam matemática. Ademais, a área supracitada vem se expandindo através de vários programas de Pós-graduação em nível de mestrado e doutorado, seja através dos programas em Ensino de Ciências ou Educação em Ciências e Matemática, programas próprios de Educação Matemática ou como linhas de pesquisas em programas diversos, principalmente nos cursos ***stricto sensu*** em Educação.

No decorrer dos anos, a partir desse movimento de expansão, observa-se na literatura de pesquisa em Educação Matemática que foram sendo sistematizadas algumas formas de trabalho em sala de aula, apoiadas nas mais diversas teorias, tendo como foco principal a melhoria no ensino-aprendizagem de Matemática. Essas formas de trabalho, como exposto por Flemming, Luz e Mello (2005, p. 12), são denominadas de Tendências, assim "quando falamos em Tendências da Educação Matemática, estamos tratando de formas de trabalho que sinalizam mudanças no contexto da Educação Matemática. Ademais, como exposto pelas referidas autoras, "ao se mostrarem eficientes em sala de aula e ao serem utilizadas por muitos professores, estas formas de trabalho passam a ser consideradas como alternativas interessantes na busca da inovação em sala de aula" (p. 12), sendo consideradas como inovações no contexto da Educação Matemática.

Deste modo, o presente estudo busca identificar abordagens referentes a algumas tendências em Educação Matemática, mais especificamente, a Resolução de Problemas e suas variações, a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais.

METODOLOGIA

Considerando os objetivos de pesquisa, os procedimentos técnicos adotados e abordagem de dados, nossa investigação está vinculada à pesquisa descritiva bibliográfica numa abordagem qualitativa (Coelho, 2018), demarcando como região

ISBN: 978-85-61702-77-9

de inquérito a Educação Matemática e objeto analítico-descritivo as tendências Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais.

À opção pelas tendências supracitadas justifica-se, principalmente, pelo envolvimento dos autores em atividades de pesquisa no âmbito de mestrado/doutorado e desenvolvimento de práticas escolares em suas instituições de ensino, seja trabalhando com Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e/ou Tecnologias Digitais.

Ainda assim, essas tendências também vêm demarcando sua relevância científica, formativa e didático-pedagógica na circulação de pesquisas, ações formativas e práticas pedagógicas no interior da comunidade de profissionais e pesquisadores em educação matemática, seja nos espaços de formação de professores, programas de pós-graduação, eventos científicos, grupos de pesquisa, periódicos especializados e espaços escolares.

Com isso, buscamos problematizar teorias e práticas constitutivas de cada uma das respectivas tendências, ressaltando diferentes concepções, perspectivas teóricas e abordagens metodológicas de implementação, tomando como foco principal os processos de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino da Educação Básica e/ou Educação Superior.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os problemas matemáticos ocuparam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, o mesmo não ocorreu com a resolução de problemas. Entretanto, nas últimas décadas, apareceram educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece uma atenção especial (Stanic; Kilpatrick, 1989; Andrade, 1998; Onuchic, 1999).

Nos anos 40, Polya surge como uma referência enfatizando a importância da descoberta e de levar o aluno a pensar por meio da resolução de problemas. Polya (1995) diz que uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. Para o autor, resolver problema era o tema mais importante para se fazer matemática, pois, ao resolver um problema, o aluno é levado a pensar.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Andrade (1998) destaca que, em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares tiveram início aproximadamente na década de 1970. De acordo com ele, grande parte da literatura que hoje se conhece sobre a resolução de problemas foi desenvolvida a partir dos anos de 1970. Esse autor também enfatiza a necessidade de reconhecer a relevância dos trabalhos de George Polya, que datam de 1944, os quais foram publicados no livro "*How to solve it*", cuja primeira edição data de 1945. Nessa obra, a resolução de problemas é tratada pela primeira vez como tema de interesse para professores e estudantes, nos níveis superiores de ensino de Matemática.

Durante a década de 1980, após o movimento da Matemática Moderna, aconteceram muitas mudanças curriculares no mundo todo. Nos Estados Unidos, o NCTM – "***National Council of Teachers of Mathematics"*** (Conselho Nacional de Professores de Matemática), no documento ***"An Agenda for Action - Recommendations for school mathematics of the 1980s"*** (Uma Agenda para Ação - Recomendações para a Matemática escolar dos anos 80"), apresentou uma série de recomendações para a matemática escolar para esta década, em que a primeira enfatizava que a "resolução de problemas devia ser o foco da Matemática escolar nos anos 80" (NCTM, 1980, p. 1).

No entanto, ao longo do tempo, foram identificadas diferentes concepções sobre a Resolução de Problemas. Schroeder e Lester (1989) apontam as seguintes concepções: ensinar ***sobre*** resolução de problemas; ensinar Matemática ***para*** resolver problemas e ensinar matemática ***através*** da resolução de problemas.

Ensinar **sobre** resolução de problemas – contempla o modelo de Polya (1945) em suas quatros fases para resolver problemas (1. compreensão do problema; 2. estabelecimento de um plano; 3. execução do plano; e 4. retrospecto) ou alguma variação dele; ensinar Matemática **para** resolver problemas – o professor enfoca na maneira como a matemática é ensinada e como aplicá-la na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros, sendo assim, o propósito para aprender Matemática é a capacidade de saber aplicá-la; e ensinar Matemática **através** da Resolução de Problemas – nessa concepção, a resolução de problemas é aceita como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de ensinar Matemática, ou seja, o problema passa a ser concebido como um agente que pode desencadear o processo de construção do conhecimento.

ISBN: 978-85-61702-77-9

"Embora na teoria essas três concepções de trabalhar resolução de problemas sejam separadas, na prática ela superpõem e acontecem em várias combinações e sequências" (Onuchic; Allevato, 2004, p. 216).

O debate atual do campo de Resolução de Problemas tem se concentrado em torno da última concepção enfatizada por Schroeder e Lester (1989), ao inferir que os problemas são importantes não somente como um meio de se aprender Matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. Em vista disso, o problema é concebido como o ponto de partida e orientação para aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos (Andrade, 1998, 2017; Onuchic, 1999; Onuchic, Allevato, 2004, 2011).

Onuchic e Allevato (2004) destacam boas razões para o professor se esforçar e trabalhar em sala com a metodologia de Resolução de Problemas,

> Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o "dar sentido". Ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre ideias que são inerentes e/ou estão ligadas ao problema;
>
> Resolução de problemas desenvolve nos alunos um "poder matemático". Os estudantes, ao resolverem problemas em sala de aula, se engajam em todos os cinco padrões de procedimentos descritos nos Standards 2000: Resolução de Problemas, raciocínio e prova; comunicação; conexões e representação, que são os processos de fazer Matemática, além de permitir ir bem além da compreensão do conteúdo que está sendo construído na sala de aula;
>
> Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas que espera pela solução, ele diz aos estudantes: Eu acredito que vocês podem fazer isso!" Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e autovalorização dos estudantes são desenvolvidas; Resolução de problemas prevê dados de avaliação contínua que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os alunos a terem sucesso e informar os pais;
>
> È gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltaram a ensinar do modo "ensinar dizendo". A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos, através de seu próprio raciocínio, vale todo o esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos;
>
> A formalização de toda teoria matemática pertinente a cada tópico construído, dentro do programa assumido, feita pelo professor no final da atividade, passa a fazer mais sentido para os alunos (Onuchic; Allevato, 2004, p. 223-224).

ISBN: 978-85-61702-77-9

Na literatura nacional, encontramos algumas abordagens metodológicas de Resolução de Problemas que tem impulsionado as pesquisas e práticas de sala de aula no Brasil. Onuchic e Allevato (2011, 2014) propõem a concepção "Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas".

Assim, uma aula de Matemática nesta perspectiva permite a discussão de elementos essenciais no ambiente escolar, isto é, a palavra composta "Ensino-Aprendizagem-Avalição" sinaliza que estes três elementos ocorrem simultaneamente. Assim, o professor ensina e o aluno, agindo como sujeito em ação, aprende. A avalição ocorre por ambas as partes, pois o aluno reflete sobre o seu fazer, levando-o a construção do conhecimento matemático, enquanto o professor avalia todo o processo, fazendo uma análise dos resultados obtidos, como também reorientando, caso for necessário (Onuchic; Allevato, 2014).

Onuchic e Allevato (2011) sugerem um roteiro destinado à orientação de professores para a condução de suas aulas de Matemática por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a saber: 1) Preparação do problema; 2) Leitura individual; 3) Leitura em conjunto; 4) Resolução do problema; 5) Observar e incentivar; 6) Registro das resoluções na lousa; 7) Plenária; 8) Busca do consenso; 9) Formalização do conteúdo; 10) Proposição e resolução de novos problemas.

Ademais, outra abordagem metodológica de Resolução de Problemas que tem recebido destaque no campo de pesquisa é o "Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução, Codificação e Descodificação de Problemas (EPRCDP)" (Andrade, 1998; 2017).

Andrade (2017) ressalta que as abordagens iniciais de resolução de problemas, principalmente as da década de 1980, limitavam-se apenas à busca da solução do problema. Portanto, o processo se limitava apenas à solução do problema, nunca ia além do problema inicialmente dado. A partir daí, o pesquisador apresenta uma proposta de Exploração de Problema, tendo como orientação teórica/prática não apenas a busca da resolução e solução do problema, mas a transposição dessa prática com a realização de um trabalho de exploração e proposição de problemas em perspectivas múltiplas.

> No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre

ISBN: 978-85-61702-77-9

> ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola... e por isso pode ir outra vez e mais outra vez ... (Andrade, 1998, p. 24).

Com foco nesta proposta metodológica de Resolução de Problemas, Silveira e Andrade (2022) analisaram como uma abordagem em sala de aula via Exploração, Proposição e Resolução de Problemas potencializou o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. Os autores destacam que os resultados da pesquisa evidenciaram que através da abordagem via Exploração, Proposição e Resolução de Problemas foi possível acompanhar o crescimento dos alunos, que lançaram suas próprias ideias para explorar e resolver os problemas propostos tanto pelo professor-pesquisador quanto por eles mesmos, encontraram múltiplas estratégias e processos de exploração e resolução desenvolvidas por eles mesmos no diálogo aluno(s)-aluno(s) e professor-aluno(s), justificaram suas explorações, resoluções, soluções, insights e processos, propuseram novas explorações e novos problemas, indo além do processo de resolução, participando, assim, efetivamente da construção do seu conhecimento em Análise Combinatória.

Observa-se que esta concepção de Resolução de Problemas está totalmente em consonância com o movimento atual das pesquisas de Resolução de Problemas, que sugerem a Proposição de Problemas como uma forma de continuar avançando nas práticas e pesquisas em Resolução de Problemas (Jurado, 2016; Cai, Hwang, 2020).

Com foco na Proposição de Problemas, Silveira e Andrade (2022) analisaram como uma abordagem em sala de aula via Proposição de Problemas pode potencializar o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. Os autores concluem que, na proposta de proposição de problemas, em que o aluno atuou como protagonista de sua aprendizagem, foram partilhadas as descobertas comuns, defendendo-se tomadas de decisão, e se chegou a um consenso sobre todo o trabalho realizado no debate, de modo a propiciar o aprofundamento dos principais conceitos de Análise Combinatória, como também o desenvolvimento do pensamento matemático.

Por fim, destacamos que a proposta de "Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução, Codificação e Descodificação de Problemas" é pensada numa perspectiva da Educação Matemática Crítica, compreendendo que os problemas matemáticos podem ser discutidos contemplando múltiplos aspectos, de modo a abordar processos e conceitos matemáticos (visão cognitiva/internalista) quanto a questões de nível social, político e cultural (visão externalista).

ISBN: 978-85-61702-77-9

MODELAGEM MATEMÁTICA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática (doravante MM) enquanto atividade é tão antiga quanto a própria Matemática, tendo suas manifestações presentes nas rotinas diárias das civilizações egípcias e gregas, e entre os renascentistas e cientistas dos séculos XVI a XX, que desenvolveram modelos em campos, como Arte Literária, Pintura, Matemática, Física e Astronomia, de forma a revolucionar investigações científicas e modos de dialogar com a realidade (Biembengut; Hein, 2013).

Atualmente, no cenário mundial e nacional, a MM perpassa os campos científicos de ensino e pesquisa dentro da Matemática Pura, da Matemática Aplicada e da Educação Matemática, sendo suas discussões e aplicações permeadas por três tendências ou correntes principais: (i) a corrente pragmática; (ii) a corrente científica; e (iii) a corrente sócio-crítica (Barbosa, 2001).

Em seu processo histórico de cristalização e consolidação como tendência da Educação Matemática no cenário nacional, a MM tem ganhado atenção de pesquisadores e educadores matemáticos em publicações de artigos, livros e trabalhos de mestrado e doutorado (Burak, 1987; 1992; Biembengut, 1999; Barbosa, 2001; entre outros). Estes e outros autores são amparados, principalmente, por pesquisadores, como Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi – pioneiros em estudos, discussões e trabalhos desenvolvidos em MM a partir da década de 80.

Sua produção científico-acadêmica a coloca sob diferentes concepções, perspectivas e abordagens teóricas-metodológicas-pedagógicas (Klüber; Burak, 2008; Alves, 2015; 2023). Em linhas gerais, ela é concebida, essencialmente, como a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (Bassanezi, 2011). Nesse sentido, exige conhecimento matemático, habilidades cognitivas variadas, conhecimento da realidade estudada e uma situação-problema-matemática como ponto de partida para educar, aprender, ensinar matemática e adentrar em contextos históricos, políticos, econômicos e socioculturais.

Biembengut e Hein (2013) discutem conceitos como Modelo (uma representação da realidade), Modelagem (processo que envolve a obtenção de um modelo) e Modelação Matemática (modelagem matemática no ensino). Os autores têm seus fundamentos teóricos oriundos da Matemática Aplicada, apontam que os problemas são explorados de acordo com os conteúdos matemáticos programáticos

ISBN: 978-85-61702-77-9

e sugerem que as atividades de modelagem sejam feitas na Educação Básica e na formação de professores. Metodologicamente, admitem algumas etapas para o processo de modelagem: (i) Interação (delimitação e familiarização da situação e tema); (ii) Matematização (formulação e resolução do problema) e (iii) Modelo Matemático (interpretação e validação do modelo obtido).

Por sua vez, Caldeira (2004; 2005) define MM como um sistema de aprendizagem, a partir da perspectiva da Educação Matemática Crítica. Aponta que os problemas determinam os conteúdos matemáticos abordados e sugere que as atividades de modelagem sejam trabalhadas na Educação Básica e na formação de professores. O autor não apresenta etapas para o processo de MM.

Burak (1987; 1992; 2004) define MM como um conjunto de procedimentos que busca estudar e explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões. Tem suas bases teóricas amparadas pela corrente cognitivista (construtivismo, sociointeracionista e aprendizagem significativa), aponta que os problemas determinam os conteúdos matemáticos abordados e sugere que as atividades de modelagem sejam desenvolvidas na Educação Básica e na formação de professores. Metodologicamente, o autor apresenta cinco etapas para uma atividade de MM: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica da(s) solução(es). Estas etapas são balizadas em dois princípios fundamentais: (i) o interesse do grupo e a (ii) obtenção de dados do ambiente em que se localiza o interesse do grupo, demarcando influências antropológicas nessa concepção/abordagem.

Barbosa (2001; 2004) situa a MM como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Aponta que os problemas determinam os conteúdos abordados e sugere que as atividades de modelagem sejam trabalhadas na Educação Básica e na formação de professores. Metodologicamente, o autor não apresenta etapas para o processo de modelagem, e sim três casos ou possibilidades de atividades de modelagem, orientadas em função dos objetivos de aprendizagem, tempo de duração e protagonismo partilhado pelo professor/alunos nas atividades desenvolvidas, conforme pode ser observado na figura 1.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1 – O professor e os alunos nos casos de modelagem.

ATIVIDADES/CASOS	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta dos dados	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Solução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Adaptado de Barbosa (2004, p. 73-80).

A partir desses e outros referenciais teóricos (Alves, 2023), a MM como metodologia alternativa para o ensino da Matemática objetiva trabalhar objetos de conhecimento matemático de forma dinâmica, desafiadora, contextualizada e/ou interdisciplinar e potencializar o educando para mobilizar a matemática na resolução de problemas de seu mundo vivido e participar de forma ativa, reflexiva e crítica dos cenários profissionais, políticos, econômicos e socioculturais.

Brasil (2006) também realça que a ideia de MM pressupõe contextualização, interdisciplinaridade e resolução de problemas ligados ao mundo real dos estudantes. Nessa direção, sua concepção pode ser ampliada para a pedagogia de projetos, tal como aponta Ribeiro (2008). Em linhas complementares, Brasil (2018) situa

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da **modelagem** podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018, p. 266, grifos nossos).

Assim sendo, a MM pode ser mobilizada no âmbito escolar e em espaços diversos de formação de professores visando os processos de ensino e aprendizagem da matemática das diferentes Unidades Temáticas (Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) e o desenvolvimento de competências e habilidades diversas, sejam elas vinculadas ao letramento matemático, ao pensamento computacional e/ou que contribuam para a leitura, análise

ISBN: 978-85-61702-77-9

crítica e intervenção da realidade e fortaleçam sua formação cidadã, ética e moral, buscando a construção de um mundo melhor e para todos.

A título de exemplo no âmbito da formação inicial de professores, o trabalho de Alves (2015) abordou duas atividades de MM com licenciandos em Matemática, sendo a primeira sobre "Entendendo o consumo de água na fatura doméstica" e a segunda "Conta de luz: evitar desperdícios e reduzir gastos". Tais atividades podem ser adaptadas e desenvolvidas pelos professores da Educação Básica e/ou Educação Superior nas aulas de matemática.

A título de exemplo no âmbito das práticas escolares, o trabalho de Alves (2018) elucida um projeto de modelagem matemática desenvolvido em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Rio Tinto-PB, a partir das etapas de modelagem propostas por Biembengut e Hein (2013), da assunção da MM como ambiente de aprendizagem (Barbosa, 2001) e do seguinte problema de modelagem: quanto custa turistar em Rio Tinto – PB?

O referido projeto teve duração de dois meses, proporcionou aprendizagens de conceitos e conteúdos matemáticos; elaboração de roteiros turísticos e modelos matemáticos; descobertas sobre a história, o patrimônio cultural e os pontos turísticos locais da cidade; questões de emprego e renda; fomentou o desenvolvimento de habilidades tecnológicas e profissionais, como o uso do ***Google Maps***, confecção de ***folders***, faixas e camisas com o uso do computador e ***softwares***. Um aprofundamento analítico dessa experiência pedagógica pode ser visto em Alves (2023).

TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Alguns pesquisadores que usam as tecnologias como principal meio de inquérito na Educação apresentam algumas definições para tecnologias. Kenski (2013, p. 24) define tecnologia como "o conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade." A autora evidencia que as tecnologias são tão antigas quanto a espécie humana, atribuindo a origem das mais diferenciadas tecnologias à engenhosidade humana. Enquanto isso, Almeida (2015, p. 227) considera a tecnologia "como sendo o conhecimento adquirido e sua aplicabilidade ao planejamento à construção e à utilização de um certo objeto para uma determinada ação, além do próprio objeto."

ISBN: 978-85-61702-77-9

Ao se apropriar do que alguns pesquisadores, de diferentes áreas, consideram ser tecnologia, nos interessa discutir como tudo isso tem influenciado a Educação Matemática. Nessa direção, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 17) destacam que "as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática". Os autores passam a refletir sobre a temática por meio de uma discussão cronológica, apresentando as Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.

A primeira fase é datada de meados de 1985 com a presença das calculadoras simples e científicas sendo discutidas no ensino de matemática. Neste momento, o uso dos computadores passa a fazer parte das propostas de ensino de matemática. O uso do software LOGO aliado ao ensino de matemática é visto como uma das principais características desta fase. As tecnologias que fortemente atuam no processo de ensino e aprendizagem são caracterizadas como Tecnologias Informáticas, adotando a abreviação TI. (Borba; Silva; Gadanidis, 2004).

Os primeiros anos da década de 1990 marcam a segunda fase, tendo como principal característica a popularização dos computadores. Identificou-se uma grande variedade de perspectivas sobre como estudantes, professores e pesquisadores viam o papel dos computadores em suas vidas pessoais e profissionais. Neste período, surgem os softwares educacionais, em que os professores passaram a encontrar, em cursos de formação continuada, suporte e alternativas pedagógicas para o uso das TI. Merecem destaquem os softwares educacionais voltados às múltiplas representações de funções, como o Winplot, o Fun e o Ghaphmatica. Na Geometria Dinâmica (GD), temos o Cabri Géomètre e o Geometricks. Ressaltamos o uso de sistemas de computação algébrica com o Maple. A principal característica desses softwares é a sua natureza dinâmica, visual e experimental (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Com o advento da Internet, em 1999, temos o início da terceira fase, passando a ser usada na Educação como fonte de informações e como meio de comunicações entre professores e estudantes. Com base nessas características, além do termo TI usado desde a primeira fase, surgem e se consolidam as expressões "tecnologias da informação" e "tecnologias da informação e comunicação" (TIC) (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Os investimentos voltados à Internet têm aprimorado a qualidade da conexão, a quantidade e os tipos de recursos com acesso à Internet, tornando-a mais

ISBN: 978-85-61702-77-9

rápida. Essa característica marca, em meados de 2004, o início da quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática. Durante esta fase, tornou-se comum o uso do termo “tecnologias digitais” (TD) (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Durante a quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática, ganham destaque: as tecnologias móveis ou portáteis; tabletes; telefones celulares; o Geogebra; os Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), entre outros. As principais características das tecnologias que dominam essa fase são a multimodalidade, a telepresença e a interatividade.

A internet se aproxima, cada vez mais, da realidade das salas de aulas. Os softwares apresentam novos designs e melhores condições de interatividade, com destaque para o Geogebra (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Borba, Silva e Gadanidis (2014) discutem o Geogebra a partir de sua capacidade de integrar GD e múltiplas representações de funções, além de um cenário inovador de investigação matemática. Ressaltam as seguintes potencialidades: gráficos, álgebra e tabelas estão interligadas e possuem características dinâmicas; interface amigável, com vários recursos sofisticados; ferramenta de produção de aplicativos em páginas WEB; disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo; software gratuito e de código aberto.

O Geogebra também desempenha a função de calculadora gráfica. Outros recursos dessa natureza vêm surgindo possibilitando novas experiências de ensino e aprendizagem da matemática. Entre eles, destacamos a calculadora gráfica Desmos (CGD). A sua criação data de 2011. Em Abreu (2018; 2021; 2023), Abreu e Andrade (2021), Abreu, Martins e Rodrigues (2023), temos resultados de pesquisas com o uso desse recurso didático tecnológico (RDT) na sala de aula de matemática, em que os alunos puderam explorar suas funcionalidades, com fácil domínio dos comandos matemáticos, possibilitando o desenvolvimento e a construção de ideias e conceitos matemáticos.

É importante que possamos conhecer novas ferramentas e ver como elas são capazes de potencializar a nossa prática pedagógica voltada ao ensino de matemática. Esses RDT são capazes de romper com a abstração presente em muitos objetos matemáticos. Ao mesmo tempo, capturam a atenção do aluno por meio de um recurso que já é tão presente no cotidiano deles. Acessar a CGD por meio do aplicativo no smartphone é uma característica importante ao contrário dos softwares em um computador, nos levando a enfatizar a sua mobilidade e interatividade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

É possível que consigamos realizar algumas atividades no Geogebra e na Desmos da mesma forma. Não estamos aqui discutindo qual o melhor, pois isso vai depender da intencionalidade da prática do professor. Essa discussão nos leva a apontar para a importância de investigar os recursos existentes voltados ao ensino e aprendizagem de matemática, levando-nos a identificar suas potencialidades e limitações, antes mesmos desses RDT adentrarem a sala de aula de matemática. Dessa forma, também estamos contribuindo para o aprimoramento destas ferramentas a partir do momento em que divulgamos nossas experiências e pesquisas.

Mesmo a mobilidade e a interatividade sendo características já destacadas por Borba, Silva e Gadanidis (2014), percebemos que elas têm se evidenciado entre as demais. Assim como a Internet já fazia parte da terceira fase e sua rapidez demarca uma nova fase, podemos observar que os smartphones, aplicativos e internet móvel vêm demarcando uma nova fase das TD em Educação Matemática. Nesse sentido, percebemos o quanto muitos softwares como o Geogebra têm se adaptado à forma de aplicativo para acompanhar as demandas da sociedade atual cada vez mais conectada via smartphones. Enquanto outros RDT, como a CGD, já surgem na forma de aplicativo.

No que diz respeito ao contexto vivenciado durante e após a pandemia da Covid-19, momento que ficou conhecido como Ensino remoto, podemos perceber que esse período marca uma etapa importante das discussões que envolvem as TD na Educação Matemática, sendo demarcado por Borba, Souto e Canedo Junior (2022) como a quinta fase das TD em Educação Matemática. Os autores, cronologicamente, associam essa fase à pandemia, tendo como elementos principais a intensificação do uso das tecnologias digitais, o poder de ação de atores não humanos e a hibridização da Educação Matemática.

Borba e Villarreal (2005) chamam atenção para um consenso que existe entre as questões discutidas pelos Educadores Matemáticos nas últimas décadas. Ao tratar das TD, afirmam que os computadores sozinhos não são capazes de trazer qualquer mudança. Apropriando-se desse consenso e voltando para as TD que estão mais presentes na sociedade hoje, podemos estender esse argumento para outros dispositivos, em especial os smartphones e seus aplicativos, fortalecendo ainda mais essa ideia. Com isso, destacamos a importância da mediação pedagógica do professor na condução dessa mudança e, consequentemente, o papel dos alunos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Um novo cenário se reconfigura na sala de aula de matemática desde o planejamento pedagógico. Não se pode pensar em introduzir as TD na prática pedagógica de forma fragmentada, ora professor, ora aluno, ora TD. Para efetivo alcance dos objetivos de aprendizagem, é necessário um fazer pedagógico capaz de pensar simultaneamente todos esses fatores. Borba e Villarreal (2005) enfatiza que as TD e os seres humanos não devem ser considerados como elementos separados. Para esses autores, o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias e não somente por seres humanos ou grupos destes. O fazer Matemática não está condicionado a assistências das TD, mas às mudanças que provocam na natureza da forma como o conhecimento é ensinado e aprendido. O ensino de matemática passa a ter melhores condições de representar seus objetos de estudo, por meio de processos investigativos que conduzem o grupo de humanos com mídias à construção do conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, buscamos identificar a partir da literatura de pesquisa em Educação Matemática, abordagens referentes a algumas tendências em Educação Matemática - a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais, que têm transformado as salas de aula de matemática.

De modo geral, o trabalho em sala de aula com foco na Resolução de Problemas proporciona autonomia aos alunos na compreensão de novos conceitos e conteúdos matemáticos; dá sentido à matemática que está sendo aprendida; tira a ideia da Matemática como ciência pronta e acabada, e proporciona aos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática; possibilita ao aluno pensar, desenvolvendo sua criatividade e capacidade de investigar e refletir sobre o que está fazendo; proporciona ao aluno o enfrentamento de situações novas e torna as aulas de Matemática bem mais interessantes e motivadoras. Ademais, os alunos aprendem Matemática não só resolvendo problemas, mas também explorando e propondo problemas.

As práticas de MM tomam como ponto de partida a realidade sociocultural dos alunos, seus interesses temáticos, seus conhecimentos prévios e comportam os processos de ensino e aprendizagem da matemática com um sistema aberto de experiências, partilha de saberes diversos e desenvolvimento de competências e habilidades voltadas para o século XXI. Não obstante, cabe sublinhar outras

ISBN: 978-85-61702-77-9

possibilidades de desencadear tais práticas, a exemplo de questões presentes em livros didáticos, avaliações externas, projetos maiores orquestrados pela escola e/ ou similares que já estejam presentes na dinâmica escolar.

No que tange às pesquisas em Educação Matemática voltadas para as Tecnologias Digitais, percebemos o quanto elas têm se preocupado em acompanhar os avanços tecnológicos da sociedade, por meio de uma discussão cronológica e investigações que precisam, cada vez mais, atingir a sala de aula de matemática. Com isso, destacamos a importância dessa tendência frente ao cenário atual da sala de aula de matemática e da pesquisa em Educação Matemática.

Com isso, dentre os resultados, argumentamos que as diferentes tendências discorridas aqui impactam uma sala de aula de matemática, na qual os alunos são o ponto de partida de uma atividade matemática, isto é, eles participam ativamente do seu próprio processo de aprendizagem. Para isso, é oportunizado aos mesmos um ambiente dinâmico, interativo e investigativo que leva em consideração os conhecimentos que eles conquistaram em atividades do seu cotidiano e no ambiente escolar.

Concluímos chamando atenção para a necessidade das pesquisas em Educação Matemática alcançarem as salas de aula de matemática, especialmente, aquelas que trazem reflexões sobre experiências que focaram em diferentes formas de ensinar e aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

ABREU, J. D. **A** e**xploração,** r**esolução e** p**roposição de** p**roblemas com o** D**esmos na formação inicial de professores de matemática**. *In*: XXV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 2021, Evento Online. Anais **do XXV EBRAPEM**, 2021.

ABREU, J. D. **Aprendizagem móvel:** explorando a matemática por meio de aplicativos educacionais em ***smartphones***. 2018. 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

ABREU, J. D. **O aplicativo Desmos e a função afim: explorações na sala de aula de matemática.** *In*: Ana Lucia Manrique; Claudia Lisete Oliveira Groenwald.. (Org.).

Anais do IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. 1ed.São Paulo: Editora Akademy, 2023, v. 1, p. 3522-3533.

ABREU, J. D.; ANDRADE, S. . **Desmos App in the mathematics classroom**: limitations and potentialities. *In*: 14th Internacional Congress on Mathematical Education, 2021, Shangai. **Anais do ICME** 14, 2021.

ABREU, J. D.; MARTINS, F. C.; RODRIGUES, U. F. **Possibilidades de uso das tecnologias digitais na** e**xploração,** p**roposição e** r**esolução de** p**roblemas:** o problema dos três marinheiros. *In*: Ana Lucia Manrique; Claudia Lisete Oliveira Groenwald. (Org.). **Anais do IX CIBEM** Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Akademy, 2023, v. 1, p. 3052-3063.

ALMEIDA, H. R. F. L. Das Tecnologias às tecnologias digitais e seu uso na educação matemática**. Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente, v. 26, n. 2, p. 224-240, maio/ago. 2015.

ALVES, C. A. Desvendando o potencial turístico na cidade de Rio Tinto-PB através da modelagem matemática. *In*: Congresso Nacional de Educação, 5, 2018, Recife. **Anais do V CONEDU.** Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/46948. Acesso em: 14 nov. 2023. p. 1-12.

ALVES, C. A. Modelagem na educação matemática: da formação docente à sala de aula. **INTERMATHS,** Vitória da Conquista, v. 4, n. 1, p. 135-145, 2023. DOI: 10.22481/intermaths.v4i1.11442. Disponível em: https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/11442. Acesso em: 14 nov. 2023.

ALVES, C. A. **Os saberes mobilizados por futuros professores em atividades de modelagem matemática envolvendo a função afim.** 2015. 158f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de**

aula. 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemático no cotidiano da sala de aula. *In*: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática.** Blumenau: Editora da FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: contexto, 2013.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. Fases das tecnologias digitais em **e**ducação **m**atemática: **sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO JUNIOR, N. R. **Vídeos na educação matemática:** Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2022.

BORBA, M. C.; VILARREAL, M. E. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: **information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005. v. 39.

ISBN: 978-85-61702-77-9

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB), Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006. v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. 197f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5ª série. 1987. 186f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. *In*: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004, Londrina. **Anais do I EPMEM.** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**. v. 102, 2020, p.1-8.

CALDEIRA, A. D. A modelagem matemática e suas relações com o currículo. *In*: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 4, 2005, Feira de Santana. **Anais do IV CNMEM.** Feira de Santana: UEFS, 2005. p. 1-9.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. *In*: Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 5, 2004, Curitiba. **Anais do V ANPED SUL.** Curitiba: UFPR, 2004. v. 1. p. 1-11.

COELHO, E. C. **Pesquisa em educação matemática.** Curitiba: InterSaberes, 2018.

ISBN: 978-85-61702-77-9

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em educação matemática**. 2. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

JURADO, U. M. Problem posing: an overview for further progress. *In*: LILJEDAHL, PETER et al. **Problem solving in mathematics education.** Hamburg, Germany, University of Hamburg, 2016a. p. 31-34.

KENSKI, V. Educação e tecnologias. **O novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus Editora, 2013.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa (EMP),** São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1642. Acesso em: 14 nov. 2023.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C.; D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-92, 2004.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **An agenda for action:** Recommendations for School Mathematics of the 1980's. Reston, VA: NCTM, 1980.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A.; BORBA, M. (Orgs.). **Educação Matemática – pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática,** Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ONUCHIC, L. R. et al, (Orgs). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas. Um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: interciência, 1995, 196p.

SHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. **Developing understanding in mathematics via problem solving.** *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New** directions for elementar school mathematics. Reston: NCTM, 1989. p. 31-32.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas no Ensino Médio. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. 1-21, 01 mai. 2020.

SILVEIRA, A. A; ANDRADE, S. Proposição de Problemas de Análise Combinatória como ponto de partida: episódios de sala de aula. **Revista de Educação Matemática,** São Paulo, v. 19, n. 01, p. 1-23, 2 jun. 2022.

STANIC, G.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *In*: R.I. CHARLES; E.A. SILVER (Eds). **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. USA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989. p. 1-22.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.037

TESSITURAS DAS APRENDIZAGENS DA DOCÊNCIA: NARRATIVAS DE SI ENQUANTO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA
Doutor em Educação pela Universidade Federal de Sergipe (PPGED/UFS), sistlin@uol.com.br.

RESUMO

O presente trabalho trata das reflexões de si que um professor de matemática tece ao enveredar pelas aprendizagens experienciais que tem construído ao habitar a profissão docente. Ancorado numa perspectiva metodológica de natureza qualitativa, o texto desenvolve-se a partir da tessitura da pesquisa narrativa, tendo como dispositivo a narrativa de si como elemento de sistematização e constituição de saberes e práticas da docência em matemática. A metodologia da pesquisa narrativa possibilitou evidenciar que a reflexividade de si engendra modos de compreensão de como a arte de ensinar matemática se aprende diuturnamente, habitando a profissão e produzindo experiências a partir das vivências formativas e profissionais do cotidiano da escola. A narratividade emergiu como elemento de produção da consciência de que a docência em matemática é tecida sob uma base formativa das vivências e trajetórias do cotidiano da profissão, em que a relação com os sujeitos, com as práticas e com a produção de saberes se interrelacionam e geram experiências do ser professor de matemática. O autor conclui explicitando que na docência se aventura experiencialmente uma atitude construtiva e colaborativa de produzir partilhas de saberes que se constroem na relação com os seus estudantes, e com aquilo que tem feito para ensinar matemática, e assim produzir saberes experienciais da profissão.

Palavras-chave: Reflexividade de si, Docência em matemática, Aprendizagem experiencial, Pesquisa narrativa.

INTRODUÇÃO

Este texto é um recorte de uma pesquisa doutoral em Educação desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGED pela Universidade Federal de Sergipe. Ancorado nas reflexividades narrativas de si, o texto desenvolve-se em primeira pessoa, fazendo fluir a compreensão que tenho desenvolvido ao narrar as minhas próprias experiências formativas e profissionais. Narro as experiências formativas que pude vivenciar durante a minha trajetória de formação e profissão como forma de estabelecer interligações entre os diversos acontecimentos de minha vida, com as subjetividades de minha pessoa, procurando compreender como as aprendizagens experienciais da docência em matemática emergem do cotidiano escolar. Ao fazer esse movimento, percebo que as relações que estabeleço com o mundo demarcam minha forma de pensar, agir e sentir à docência. Essas experiências formativas, expressas por meio das narrativas, seriam como alguma coisa pela qual devo associar um sentido conectado a mim mesmo.

Assim, durante a minha formação inicial, sempre se privilegiou uma concepção de que ser um bom professor significava conhecer a matemática e as formas mais notáveis de se resolver um problema, ou seja, enfatizava-se a necessidade e a importância do domínio do "saber conteudinal curricular" (ROLDÃO, 2007) como premissa única para se ensinar matemática. Essa ideologia produzia uma ótica de que quem fazia matemática precisava ser um especialista do raciocínio lógico e um conhecedor exímio da linguagem matemática. O que fazer com esse conhecimento, não interessava. Era preciso, portanto, aprender as definições e demonstrações em detrimento de se comprovar os teoremas e proposições relacionadas ao conteúdo determinado.

A partir dessa realidade, passei a compreender que o ato de ensinar se potencializava quando estava ensinando, ou seja, na prática, no dia a dia, sem buscar qualquer tipo de formação que pudesse me ajudar no desenvolvimento do componente ou que colaborasse com a relação entre o professor e o aluno. Dito isto, ratifico a razão pela qual o texto será narrado em primeira pessoa do singular, trazendo para a cena as minhas próprias experiências formativas ao longo da travessia de meu doutoramento com o objetivo de apresentar as aprendizagens experiencias do professor de matemática pelas trilhas da pesquisa narrativa.

De fato, aprendi muito na universidade, mas cheguei à escola ainda com a sensação de não saber o que fazer nela. Entendo que a minha aprendizagem

ISBN: 978-85-61702-77-9

docente inicial era fortemente influenciada pelo que chamamos de educação matemática tradicional em que o professor era o detentor de todo o conhecimento. Os conteúdos eram trazidos prontos, como "verdades absolutas" e assim eu tinha a possibilidade de aprender a ser professor na prática. Lembro-me de que essa tradição didático-pedagógica estava presente nas minhas aulas através do que chamamos de paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), ou seja, uma abordagem mais voltada para a matemática pura, de repetição, em que não se leva em consideração a reflexão para a resolução dos exercícios que, geralmente são a única forma de gerar a aprendizagem.

Após alguns anos de docência e algumas formações continuadas, passei a nutrir uma preocupação em desejar entender de que forma o outro aprende e de que maneira ele pode se relacionar com os conceitos ligados à matemática. Busquei elementos para uma prática docente na qual "o que?", "o como?" e "o por quê?", sobre o que deveria ensinar fossem esclarecidos.

Essa reflexão se acentuou quando tive a oportunidade de fazer o mestrado profissional em Educação de Jovens e Adultos – EJA. Deparei-me com um contexto bastante distinto daquilo que eu já havia vivenciado em outros espaços, cuja especificidade evidencia-se principalmente pela heterogeneidade dos perfis desses estudantes, suas histórias de vida, idades, suas realidades, necessidades e aspirações...

A matemática apresentada para esses jovens e adultos era uma matemática dura, que não levava em consideração seus conhecimentos prévios e tão pouco estava calcada no cotidiano desses estudantes. Priorizava-se atividades pouco desafiadoras em que a memorização estava associada às estratégias para o desenvolvimento de problemas propostos, direcionado a assuntos pouco significativos para os alunos, o que não favorecia o estabelecimento de conexões entre o saber matemático e o cotidiano deles.

Apesar dessas carências, alguns desses estudantes possuíam experiências de vida que lhes permitiam lutar e conseguir, em meio às adversidades, sobreviver, ou seja, constituíam a sua própria forma de aprender, individualizada, um saber próprio a partir de suas histórias de vida. Muitos desses jovens e adultos dominavam as noções da matemática informal ao fazerem contas "de cabeça", apresentarem noções de espaço e efetuarem cálculos de área e volume sem mesmo conhecerem fórmulas matemáticas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Partindo dessa realidade, passei a me questionar: Por que depois de entrar em contato com a matemática formal esses estudantes alegam não saber matemática? Quais os entraves que impedem que os alunos aprendam matemática? É partir dessa realidade que compreendo que o conhecimento prévio, trazido pelo estudante precisa ser respeitado e deveria se constituir no ponto inicial do conhecimento formal matemático, oportunizando cada um deles a expor os seus conhecimentos informais que representam suas necessidades cotidianas.

Sem dúvida a experiência vivida, durante o mestrado, marcou e me tocou, no sentido de perceber que a aprendizagem gerada para mim com essa pesquisa foi extremamente significativa, pois por meio dela consegui mobilizar modos de apreender os processos de ensino e de aprendizagem de matemática relacionadas com as experiências reais no cotidiano da sala de aula. Para isso, foi preciso considerar os contextos dos estudantes da EJA, sobretudo em suas condições de aprendizagem, dado as acontecências em que esse sujeito vive na escola.

Me lembro que, por diversas vezes, no início da minha docência, e principalmente nas aulas do noturno, cansado por ter ministrado aulas o dia inteiro, não me preocupava de que forma os estudantes estavam aprendendo. O que me interessava era transmitir o conteúdo de alguma maneira, procurando manter a ordem e a disciplina em sala. A matemática era ensinada na perspectiva de transmissão, em que os conteúdos desenvolvidos ao longo das aulas eram aqueles organizados no livro didático adotado e o método de ensino se limitava a aulas expositivas sobre os conceitos e a aplicação de exercícios de fixação todos com a mesma estrutura.

Hoje reconheço que essa prática educacional tem efeito direto na relação do aluno com a aprendizagem matemática, sobre a concepção dos conhecimentos matemáticos e na sua compreensão sobre as aulas. Com isso quero dizer que ensinar, de fato, não é transferir conhecimento, porque esse conhecimento é um saber que pode não estar operacionalizado na própria relação de ensino, pois, para considerar o aluno protagonista, o professor protagonista, alteridade de um e de outro, é necessário entender que essa relação se dá em acontecências que estão no polo da subjetividade. São as minhas aprendizagens experienciais que preciso levar em consideração a partir do cotidiano escolar, das histórias de vida dos estudantes e as acontecências da escola.

Esse movimento me faz acreditar que são essas mesmas práticas e saberes desenvolvidos experiencialmente em contextos de valorizar os saberes do educando, que me possibilitam enquanto professor também tornar-me protagonista

ISBN: 978-85-61702-77-9

do processo, gerando uma relação dialógica, que prima pelo reconhecimento dos sujeitos.

Ao entender a escola como um espaço formativo, procuro, enquanto professor de matemática, por práticas que possibilitem a transformação do estudante na construção do conhecimento no que tange ao desenvolvimento de sua criatividade, do espírito colaborativo e finalmente da autonomia enquanto sujeito de sua própria aprendizagem. Trata-se, portanto, de compreender que uma experiência não gera um saber acumulado pelo tempo de trabalho ou, ainda, por desenvolver uma prática muitas vezes. Mas por ser tocado pelas singularidades e tessituras da prática, que deslocam o sujeito para pensar outras possibilidades do seu fazer, gerando disposição para tornar sua ação educativa uma política de conhecimento para si, bem como para outros.

Assim, do ponto de vista teórico metodológico, o estudo ancora-se na pesquisa qualitativa e nos princípios da pesquisa narrativa (CLANDININ; CONNELLY, 2011) caracterizada por se tratar de um processo de investigação que considera a interação entre o pessoal e o social, a partir da continuidade entre o passado, presente e futuro combinados a uma determinada situação. É importante frisar que os estudos narrativos, segundo Clandinin e Connelly (2011, p. 85) "têm dimensões e abordam assuntos temporais; focam no pessoal e no social em um balanço adequado para a investigação; e ocorrem em lugares específicos ou sequências de lugares". Dessa forma, compreendo que a ideia de educação está enredada com o viver e com a perspectiva de recontar as nossas histórias de vida, me possibilitando enquanto professor refletir sobre a minha própria vida e também sobre as vidas dos meus próprios alunos com quem interajo, me oportunizando a possibilidade de mudança e crescimento.

A CONSTITUIÇÃO DE UM PESQUISADOR NARRATIVO

A narrativa é uma forma de linguagem, cujo foco de sua epistemologia fundamenta-se na pesquisa qualitativa, pois a linguagem seja ela oral ou escrita pode reconstruir minha experiência. O desenvolvimento deste estudo, pressupõe uma abertura para um movimento formativo e me desloca na compreensão de reconhecer-me como um sujeito pesquisador, com uma narrativa de vida que demarca minha singularidade de ser, fazer, viver, pensar e sentir como elementos que me ajudam a me constituir também, em um pesquisador narrativo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Tornar-se um pesquisador narrativo é me compreender enquanto um sujeito em (trans)formação sob influências dos fenômenos estudados. Evidencia-se uma potencialidade na pesquisa narrativa que desencadeia em mim, pesquisador, uma criticidade da condição de ser e existir como também uma análise crítica a respeito das produções acadêmicas e científicas, revendo modos de me compreender, o outro e a realidade de vida, necessitando (re)construções dessas mesmas produções e modos de compreensões para reinterpretar a vida através de uma narrativa, a minha própria narrativa de vida.

No movimento da pesquisa narrativa eu, pesquisador narrativo, embarco em um propósito que requer deslocamento em diversas dimensões de minha vida e mudanças em minhas concepções. Nesse movimento são colocados em xeque meus valores, princípios, concepções políticas, crenças e minhas perspectivas a respeito das diferenças que estão presentes no contexto da prática pedagógica dos professores.

Ao pensar a pesquisa narrativa e construir um plano ou um roteiro de pesquisa, tenho a possibilidade de elencar questionamentos que versem sobre como esse método se tornou um espaço fecundo e potente de minha formação como pesquisador narrativo.

De acordo com Clandinin e Connelly (2015) esse espaço surge para fazer uma referência a tudo que vivi em dimensões do tempo e do espaço, do pessoal e do social entre as minhas vivências e as vivências dos outros. Na verdade, vou me percebendo como sujeito narrativo que vive minhas próprias histórias e as histórias dos outros. E assim, estou envolvido em processos que possibilitam a produção de sentidos intersubjetivos a partir de momentos vivenciados nos mesmos espaços (a escola por exemplo), porém com experiências diferentes.

Neste caso, posso tomar a pesquisa narrativa como um espaço epistemológico de indagação, reflexão e descoberta. Além disso, de acordo com Hernandez (2017, p. 59) a narrativa pode ser tomada como espaço de investigação, pois "narrar não é apenas realizar a descrição de um acúmulo de experiências (...). O que pressupõe que o indivíduo se abra ao convite de descrever como os sentimentos, (...) a memória de nossa trajetória... influenciaram o autor do relato".

É com esse fazer pesquisa e tornar-se pesquisador narrativo, tomando a narrativa como espaço de investigação e indagação, que me percebo entre dilemas e situações delicadas de uma fragilidade como pesquisador, pois ao longo do tempo fui acreditando que fazer pesquisa e produzir ciência seria uma condição

ISBN: 978-85-61702-77-9

que separava o pessoal do profissional. Hoje essas concepções estão sendo modificadas. Tenho a possibilidade de, enquanto pesquisador narrativo, validar meus modos de ser e fazer pesquisa, apresentando meus contextos de vida e justificando minhas implicações a partir do meu lugar de fala. Isso me instigou a sair desse lugar de fragilidade e me motivou a contar sobre as minhas vivências. É esse recontar de histórias que possibilita o movimento que caracteriza o espaço tridimensional na pesquisa narrativa e me possibilita a situação de formar-me narrativamente no fazer da experiência.

A tridimensionalidade narrativa é um fator chave para a pesquisa narrativa, por tomar os aspectos pessoal e social, passado, presente e futuro e o lugar associados à condição da experiência e da temporalidade. Essa associação é elementar para desenvolver a pesquisa narrativa, pois ao realizar esse processo tenho a possibilidade de me envolver nas direções da investigação desta pesquisa buscando significar o percurso que posso vir a fazer, já vivenciar e posteriormente, construir experiências.

Na pesquisa narrativa tenho a oportunidade de experimentar e me autorizar a relatar os modos como vivencio as minhas experiências como pesquisador narrativo, revelando sentidos e significados que as narrativas imprimem. Todos os mecanismos que os narradores se utilizam para desenvolver suas narrativas carregam em si potencialidades de reflexão que o reposiciona como sujeito da experiência, apontando que o ato de narrar associa-se ao movimento de reflexividade formativa do sujeito.

A narrativa me proporciona entender a vida, o mundo na sua complexidade. Na medida em que narro, sou provocado a refletir criticamente sobre os fatos que experiencio e, por isso mesmo, estes se tornam acontecimentos, porque estão impregnados de significações. Clandinin e Connelly (2011) compreendem o comportamento dos sujeitos como expressões narrativas das histórias individuais que ocorrem num determinado contexto particular e num determinado espaço e tempo. Torna-se relevante observar alguns aspectos como o momento de vivência da história, quando foi contada, o local onde ela ocorreu, bem como seus personagens, tanto os que vivem quanto os que contam as histórias.

Enquanto professor acredito que quando narro aos outros sobre a minhas próprias experiências de forma reflexiva, estou aprendendo e ensinando. Acredito aprender porque tenho a possibilidade de organizar meus pensamentos, sistematizar minhas experiências, tornando-as significativas e, portanto, tenho a oportunidade

ISBN: 978-85-61702-77-9

de aprender novos conhecimentos a partir da produção de novos sentidos atribuídos a essas experiências. Ensino a outros que estão ligados a essa narrativa à medida que podem (re)significar seus saberes e experiências. Além disso, ao organizar meus pensamentos, reconstruo minha experiência por meio da autoanálise ganhando assim uma nova compreensão de minha própria prática.

Por fim, entendo que a minha constituição enquanto pesquisador narrativo me proporciona fazer imersões nesse movimento e possibilidades outras de compreensão dos fenômenos de pesquisa em educação, potencializando uma formação numa perspectiva que evidencia a narratividade.

APRENDIZAGENS EXPERIENCIAIS DA DOCÊNCIA: TRAVESSIAS REFLEXIVAS E NARRATIVAS DE SI

O início da escrita dessa seção retrata a importância que, enquanto docente, tenho que estar atento aos detalhes, aos imprevistos e ao inesperado que várias vezes se fazem presentes nas acontecências da escola e no sentimento que eu mesmo desenvolvo em detrimento da vivência que tenho com os estudantes, nas intenções que estavam presentes nessas relações, e o meu desejo de ajudá-los a aprender em seu tempo próprio.

Ao observar o cotidiano das instituições em que trabalhei e me envolver em seus contextos, sinto como se tivesse me tornado parte deles, tendo a oportunidade de transformá-los não como quem busca uma verdade, mas, como quem almeja construir experiências.

Larrosa (2018) me levou a refletir sobre a educação pelo viés da experiência e do sentido. Foi fascinante ler sua obra denominada ***Tremores*** que contribuiu diretamente com o que entendo por experiência hoje e me ajudou a compreender que muitas vezes os docentes são considerados profissionais que utilizam técnicas de ensino produzidas por cientistas (Tecnicismo). Desse modo, a ação do professor pode ser condicionada à aplicação de um método e, nesse sentido, a experiência passa a ser compreendida como a resposta dessa aplicação.

É importante frisar que a experiência produz um indivíduo que aprende e não um indivíduo que sabe. Entendo que há uma diferença entre as palavras, pois o saber está condicionado à uma reprodução quase que imediata de uma possível resposta verdadeira enquanto, o aprender, é característica própria de um pensamento independente, desprendido e inacabado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Foi imerso nas leituras sobre experiência que me lembrei do tempo em que fui professor da rede básica de ensino. Reconheço que para mim, os anos de atuação nesta rede se dividem em duas etapas. A primeira constituída pelo início da minha carreira enquanto docente e que de certa forma eu mesmo privava meus alunos de criarem a sua autonomia. Nada era decidido com eles, não valorizava os conhecimentos trazidos por cada um e suas realidades de vida. A avaliação era excludente e classificatória e o livro didático era o único caminho e verdade seguida por mim e comunicada a eles.

A segunda, depois de várias formações continuadas e leituras realizadas, passei a entender que esse ensino mecânico não favorecia uma aprendizagem significativa. As formações e discussões de que participei, me tocaram ao ponto de me fazer rever a minha prática, de valorizar o outro e de, com ele desenvolver saberes, que no meu caso, são os saberes da docência em matemática. Compreendi que não deveria pensar nos alunos e sim com eles, a fim de entender até que ponto os saberes por eles trazidos, a partir de suas vivências fora do espaço escolar, poderiam ser valorizados nos vários contextos de uma aula de matemática. Porém, encontrei muitas dificuldades pois percebi que, o que antes para mim passava desapercebido, daquele momento em diante me incomodava e dificultava a minha atuação em sala de aula. Por várias vezes eu dizia aos colegas que as atividades precisavam ser (re) pensadas de acordo com os alunos, visto que não podíamos simplesmente aplicar as mesmas estratégias, da mesma forma em todas as turmas.

Hoje tenho a impressão de que o ensino era colocado como um receituário, em que o professor seguia todos os passos, numa determinada ordem e independentemente dos alunos. Nesse sentido, me filio ao pensamento de Santos (2010), ao conceber que "em vez de determinismo, a imprevisibilidade; em vez do mecanicismo, a interpenetração, a espontaneidade e a auto-organização; em vez da ordem, a desordem; em vez da necessidade, a criatividade" (SANTOS, 2010, p. 49). Ao refletir sobre esse fragmento fui levando a concluir que todos os estudantes estariam incluídos no processo educacional formal e regular, se a educação, assumisse uma postura de inviabilizar a estruturação dos saberes humanos de forma lógica e linear.

Tomando como embasamento os pensamentos de Larrosa (2011), posso afirmar que me constituo como um sujeito da experiência por entendê-la como alguma coisa que não tenho controle, que direta ou indiretamente não estão a mim subordinado, porém, é em mim que ela (experiência) acontece a partir daquilo que me passa, toca e me transforma.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Enquanto sujeito da experiência, me reconheço como uma “superfície de sensibilidade”, ou seja, um corpo que padece, muda, pensa, faz, e se transforma a cada encontro com alguma coisa que exige isso. É importante frisar que um determinado fato pode não significar nada para uma pessoa enquanto para mim pode se constituir numa experiência, dependendo, é claro, da maneira como administro tal fato, como ele me toca e consequentemente me transforma.

Guattari (2012, p. 34) enfatiza que “a única finalidade aceitável das atividades humanas a produção de uma subjetividade que enriquece de modo contínuo sua relação com o mundo”. Dessa forma, ao pensar a educação pautada em um ensino para todos os alunos, é necessário, levar em consideração, a experiência (que não pode ser calculada, verificada e sistematizada) e a criação de sentidos que relacionam as subjetividades a todos os elementos envolvidos.

Ao ler a obra ***Saberes docentes e formação profissional***, pude perceber que Tardif (2010) considera o saber docente como plural, desenvolvido tanto na prática pedagógica, quanto no processo de formação desse professor. Segundo Tardif (2000) esses saberes, além de poder apresentar um caráter individual e coletivo, são validados pela própria experiência, quando isso permite que o professor saiba fazer e saiba ser. O autor acredita que o saber experiencial representa um conjunto de conhecimentos atualizados, adquiridos e necessários no âmbito da profissão docente, e não provém de instituições ou cursos de formação.

Trata-se, então, de um saber que não advém de uma teoria, que não é encontrado em livros e nem tão pouco é aprendido durante os cursos de formação. Pois, ele é prático e, por assim ser, é nela (na prática) que se constitui e é nela em que ele é validado. Isto é, no enfrentar de situações que não são previstas, no saber lidar com questões polêmicas, no conhecer dos acontecimentos resultantes de uma determinada ação.

Na concepção de Tardif (2010) os saberes experienciais propiciam certezas relativas que facilitam o processo de interação e, quando se trata do trabalho docente, estes são saberes necessários, partindo da premissa que o trabalho docente não é individual, é interativo e imerso em um contexto cheio de símbolos, crenças, valores, interpretações, decisões, dentre mais características.

Diferente de Larrosa (2002), Tardif (2010) considera possível a objetivação parcial do saber da experiência. Este justifica-se dizendo que os saberes produzidos na prática cotidiana e nos confrontos da profissão não é algo que fica na individualidade, mas que é comumente partilhado entre os pares, ou, pelo menos, pode ser

ISBN: 978-85-61702-77-9

partilhável. E é essa partilha que permite a objetivação dos saberes experienciais, tendo em vista as certezas subjetivas alcançadas e acumuladas com o decorrer da carreira docente, que ao serem sistematizadas para que ocorra a narração para os pares, têm a intenção de informar ou formar docentes a fim de prepará-los para enfrentar os seus problemas. Os saberes produzidos na prática pedagógica, ainda, adquirem certa objetividade à medida em que se relacionam com os outros saberes, inclusive os experienciais, como os: disciplinares, curriculares e de formação profissional.

Pergunto-me ainda hoje, por que, então, muitos professores não conseguem, ao longo dos anos, aprimorar significativamente suas práticas profissionais? Ou, então, por que professores com muitos anos de experiência na docência não conseguem produzir um trabalho pedagógico mais qualificado que outros com muito menos experiência? Não consigo conceber a experiência associada à prática. Tomando para este estudo a concepção de Larrosa (2002, p. 23) sobre experiência, percebo que na educação ela está cada vez mais rara. Pois, experiência exige tempo e "na escola o currículo se organiza em pacotes cada vez mais numerosos e cada vez mais curtos". Enquanto professor sou pressionado a lutar contra o tempo e a cumprir a ementa proposta, trabalhar com uma velocidade cada vez maior para vencer a quantidade enorme de conteúdos, o que segundo Larrosa (2002), impede que a experiência aconteça.

Me lembro das vezes que precisei acelerar o conteúdo a ser trabalhando em sala de aula, pois o fim do semestre/ano se aproximava e o programa da disciplina precisava ser encerrado. As coisas pareciam que eram feitas abruptamente, muitas vezes sem "refletir sobre as temporalidades e suas relações com as aprendizagens do sujeito" (VIEIRA, 2018, p. 73). Mesmo preocupado com o ritmo de cada aluno, não havia tempo para se desenvolver estratégias que potencializasse uma determinada aprendizagem.

Desde o mestrado quando me aproximei das discussões propostas por Pineau (2004) sobre a multiplicidade de tempos. Passei a entender que essa multiplicidade se singulariza em cada estudante, pois reconheço que cada um deles possui uma competência temporal específica, conjugada em primeira pessoa, "que dá ao sujeito a condição de desenvolver os processos de aprendizagem com autonomia" (VIEIRA, 2018, p. 73).

Ao refletir sobre o meu próprio trabalho, tenho a possibilidade de discernir sobre uma gama de elementos que, podem me ajudar na elaboração e execução de

ISBN: 978-85-61702-77-9

outras estratégias e novos comportamentos diante dos problemas. Com isso, ao deleitar-me com as leituras de Larrosa (2002) passei a entender que a experiência não pode ser utilizada como um classificador, ou seja, uma moeda de troca. Hoje, já consigo compreender que a experiência não tem nada a ver com o saber acumulado pelo trabalho, e que por mais tempo de serviço que eu tenha como professor, pode ser que eu não tenha a verdadeira experiência, pois, para ter experiência é necessário que algo me aconteça, me toque e não que as coisas simplesmente me passem e aconteçam, e isso requer: "interrupção, parar para pensar, olhar, sentir, suspender a opinião, o automatismo da ação, cultivar a delicadeza, a atenção [...] dar-se tempo e espaço" (LARROSA, 2002, p. 25). Portanto, ser um sujeito da experiência significa ser um sujeito exposto, aberto, sofredor, receptivo, submetido, padecente.

É a partir dessas experiências que são gerados os saberes experienciais, validados por ela (experiência) e desenvolvidos por mim enquanto professor baseado no meu fazer docente cotidiano e no conhecimento do meio de trabalho em que atuo. É a partir deste contexto que compreendo o cotidiano como aquilo que me é dado a cada dia, que se presentifica em um ineditismo e que se revela como um modo emancipatório pelo qual tenho de pensar as suas ações e ver nelas os elementos de singularidade que as tornam únicas, como únicas são as experiências, que, segundo Larrosa (2002), nunca se repetem.

Entendo que este saber que ocorre entre o conhecimento e a vida, diz respeito à minha própria reação, ao que me acontece ao longo da vida e que sentido esse acontecimento promove. Esse saber experiencial não pode beneficiar ninguém, pois, para Larrosa (2002) ninguém aprende com a experiência do outro, a menos que ela seja revivida e o sujeito tenha se apropriado dela.

Fiorentini e Castro (2003) destacam que, enquanto professor, a minha formação e os saberes experienciais que possuo não são constituídos unicamente na prática, mas manifestam-se a partir das relações que eu professor estabeleço entre o que tenho visto no cotidiano escolar e o que sei, estudo e aprendo na interação com a literatura especializada e com os demais atores e atrizes desse cenário educacional.

Tal concepção tem sido adotada enquanto um saber experiencial (SILVA; RIOS, 2018), um saber que emerge das singularidades dos processos de ensinar e de aprender que se efetivam no cotidiano escolar, determinado por acontecências e por insurgências. Acredito que, na verdade, constituem-se em apreensões que ocorrem nas situações inesperadas, vivenciadas por mim e os estudantes, que às

ISBN: 978-85-61702-77-9

vezes, colocam em xeque os modos de nos relacionarmos em sala de aula e de igual modo, as práticas educativas que desenvolvo, muitas vezes aprendidas nos cursos de formação.

Segundo Amaral, Pinto e Nóbrega-Therrien (2020, p. 241) "o 'ser professor' perpassa por uma complexa rede de sentidos e significados tomados em sua vertente profissional e pessoal que imbricados compõe esse sujeito. Quantas vezes situações como essas aconteceram comigo, e, que em alguns momentos, fiquei sem saber como lidar, sem saber como agir, pois, ao revistar o meu repertório de saberes logrados na formação, não encontrei ações efetivas que pudessem ser desenvolvidas naquele determinado momento (VIEIRA, 2022b). A sensação que sentia era de impotência, de fragilidade e de não visibilizar alternativas que não fossem a de sair de situações inesperadas. Mas é, exatamente, em momentos assim, que as aprendizagens experienciais se constituem e consolidam novos modos e práticas de ser e de atuar na profissão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É no inesperado, no incerto, na provocação de um estudante, entre outras situações, que construo saberes da docência, e logro, quase que imediatamente, novas aprendizagens e resultados sobre o ensino que executo. Em momentos como este, coloco em xeque a minha própria formação, percebendo que apesar de ser necessária e vital, não foi pela formação que a aprendizagem, para aquele momento, se efetivou. Concebo a ideia de que o que faz gerar uma aprendizagem experiencial são as acontecências do momento vivido, são as situações inesperadas, e que provocam em mim grande possibilidade de realizar reflexões e entendimentos sobre como devo e posso agir em certas situações a fim lograr êxito no processo de ensino que realizo.

É na aprendizagem experiencial que se desenvolve, no contexto da atividade docente, um "processo de construção de saberes sobre práticas educativas, que leva em consideração a "verdade" do sujeito, as práticas que regulam seu comportamento e as formas de subjetividade nas quais se constitui sua própria interioridade" (LARROSA, 2002, p. 40).

Tenho aprendido experiencialmente quando me aventuro numa atitude construtiva e colaborativa de produzir partilhas de saberes que se constroem na relação com os meus estudantes, e com aquilo que tenho feito para ensinar matemática,

ISBN: 978-85-61702-77-9

e assim produzir saberes experienciais da profissão. Essa condição me mobiliza a pensar os processos formativos que tenho vivenciado ao longo de minha atuação profissional, mobilizando-me a entender como os saberes emergem das acontecências do ensino, logo das situações que singularizam o saber matemático escolar visando as necessidades e as especificidades dos discentes. São também as experiências vivenciadas e os saberes que adquiri em vários campos da vida social, acadêmica e profissional que me constituo na pessoa que sou (NÓVOA, 1997; 2000) através de um processo ativo e dialógico de formação do meu eu, pessoa e professor.

Como Nóvoa (1997) também entendo que, enquanto professor, tenho a necessidade de que as minhas dimensões pessoais e profissionais interajam, e desta forma me possibilitem apropriar-me dos meus processos de formação, atribuindo a eles “um sentido no quadro de minhas histórias de vida” (NÓVOA, 1997, p. 26). Portanto a minha história de vida é o lugar onde este se desenvolve em todos seus aspectos.

É neste sentido que, a aprendizagem experiencial da docência emerge da compreensão de que eu, enquanto professor, em franco exercício da docência aprendo, apreendo e desenvolvo saberes da profissão docente no cotidiano escolar. Neste sentido posso afirmar que aprender experiencialmente significa uma relação de aprendizagem que se dá pela vivência e convivência entre os meus estudantes e eu, em que a ação de aprender não é unilateralizada, implicando, portanto, numa concepção de que a aprendizagem acontece na troca, na partilha, na abertura para perceber que ensinar não é mesmo, como nos diz Freire (2019, p. 32), “transferir conhecimento”.

Por fim, reconheço que as aprendizagens experienciais da docência em matemática tecem-se nas micro relações formativas que eu enquanto professor desenvolvo por habitar a profissão docente no cotidiano escolar, produzindo saberes e experiências do vivido. Ao considerar tal fato é importante destacar que a aprendizagem experiencial do professor de matemática se dá em algumas condições: disponibilidade reflexiva do docente esgarçar-se em suas próprias convicções, transitando do foco no conteúdo matemático para pensar nas várias dimensões em que a experiência da aprendizagem matemática está no que acontece com o sujeito, naquilo que o toca, que o transforma e que modifica sua prática; na abertura para o novo, para arvorar-se, também, na disponibilidade dialógica com os estudantes, numa perspectiva de acolhê-los em suas dificuldades e em suas necessidades

ISBN: 978-85-61702-77-9

formativas; na ideia de que a experiência e o saber são coisas distintas, mas que se relacionam na medida em que a produção do saber constrói-se na experiência com o outro, em que o ensino de matemática não pode passar a largo das histórias de vida dos estudantes (VIEIRA, 2022a).

REFERÊNCIAS

AMARAL, Bruna Lucas de Melo; PINTO, Cesar Augusto Sadalla; NÓBREGA-THERRIEN, Silvia Maria. Prática docente no ensino superior e os saberes da formação inicial: constituindo a identidade profissional. **Nuances: Estudos sobre Educação**, Presidente Prudente, v. 31, p. 238–255, 2020. https://doi.org/10.32930/nuances.v31i0.8325. Acesso em: 24 mar. 2023.

CLANDININ, D. Jean; CONNELLY, F. Michael. **Pesquisa narrativa**: experiências e história na pesquisa qualitativa. Trad.: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEL/UFU. Uberlândia: EDUFU, 2011.

CLANDININ, D. Jean; CONNELLY, F. Michael. **Pesquisa narrativa**: experiências e história na pesquisa qualitativa. 2. ed. ver. Trad.: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEL/UFU. Uberlândia: EDUFU, 2015.

FIORENTINI, Dario.; CASTRO, Franciana Carneiro de. Tornando-se professor de matemática: o caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. In: FIORENTINI, Dario. **Formação de professores de matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Editora Paz e Terra, 2019.

GUATTARI, Félix. Da produção da subjetividade. In: GUATTARI, Félix. **Caosmose**: um novo paradigma estético. Rio de Janeiro: Ed. 34, 2012.

HERNÁNDEZ, Fernando. Minha trajetória pela perspectiva narrativa da pesquisa em educação. In: MARTINS, Raimundo.; TOURINHO, Irene.; SOUZA, Elizeu Clementino de (org.). **Pesquisa narrativa**: interfaces entre histórias de vida, arte e educação. Santa Maria: Editora UFSM, 2017.

ISBN: 978-85-61702-77-9

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Rev. Bras. Educ.** [online]. 2002, n.19, pp.20-28. ISSN 1413-2478.

LARROSA, Jorge. Experiência e alteridade em educação. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v.19, n. 2, p. 4-27, jul/dez. 2011.

LARROSA, Jorge. **Tremores**: escritos sobre experiência. 1. ed. 3. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

NÓVOA, Antônio. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, Antônio (Org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1997.

NÓVOA, Antônio. Os professores e as histórias da sua vida. In: NÓVOA, Antônio (Org.). **Vidas de Professores**. Porto: Porto Editora, 2000.

PINEAU, Gaston. **Temporalidades na formação**. São Paulo: Triom, 2004.

ROLDÃO, Maria do Céu. Formar para a excelência profissional: Pressupostos e rupturas nos níveis iniciais da docência. **Educação e Linguagem**, ano 10, v. 1, n. 15, jan-jun. São Bernardo do Campo: UMESP, 2007.

SANTOS, Boaventura de Sousa. **Um discurso sobre as ciências.** 7. ed. – São Paulo: Cortez, 2010.

SILVA. Fabrício Oliveira da; RIOS, Jane Adriana Vasconcelos Pacheco. Aprendizagem experiencial da iniciação à docência no PIBID. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 13, n. 1, p. 202 - 218, jan./abr. 2018. https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.13i1.0012. Acesso em: 12 jan. 2023.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. 2000. **Bolema**, nº 14, p. 66 - 91, 2000.

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. Rio de Janeiro, **Revista Brasileira de Educação**, n. 13, Jan-Abr/2000.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 11 ª ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

VIEIRA, André Ricardo Lucas. **Mapas Conceituais como Estratégia de Aprendizagem Significativa em matemática na Educação Adultos**: Um Estudo com Polígonos. 2018. 168f. Dissertação (Mestrado em Educação de Jovens e Adultos) – Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Salvador.

VIEIRA, André Ricardo Lucas. **Do enredo à passarela da pesquisa**: os saberes experienciais na docência em matemática. 2022. 254f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão, 2022a.

VIEIRA, André Ricardo Lucas. The trajectory and professional trajectory of a researcher: teaching through insurgent narratives. **Revista Tempos e Espaços em Educação**, v. 15, n. 34, p. e17708, 2022b. https://doi.org/10.20952/revtee.v15i34.17708. Acesso em: 20 jan. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.038

UM RELATO DE EXPERIÊNCIA SOBRE O MÉTODO DA SALA DE AULA INVERTIDA NO ENSINO REMOTO DURANTE A PANDEMIA DO COVID 19

RODRIGO MARQUES FAUSTINO DA SILVA
Doutorando do Curso de Matemática do programa de doutorado associado da Universidade Federal de Campina Grande/ Universidade Federal da Paraíba – UFCG/UFPB, profx.rodrigomarques@gmail.com;

LUIZ ANTÔNIO DA SILVA MEDEIROS
Doutor em Matemática Aplicada da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, medeiros@mat.ufcg.edu.br.;

JULIÉRIKA VERAS FERNANDES
Especialista em Ensino da Matemática pelo Instituto Federal da Paraíba - IFPB, julierikaverasfernandes@gmail.com;

RESUMO

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, na aprendizagem o educador é direcionado a desenvolver, nos alunos, diversas competências e habilidades. Além disso, no novo ensino médio, o professor é convocado a propor itinerários formativos a fim de complementar a formação dos estudantes. Nesse contexto, o docente é convocado a atualizar-se em novas metodologias de ensino e a reconhecer que a sala de aula é um rico local de ensino-aprendizagem. Nessa perspectiva, a presente pesquisa traz um relato de experiência sobre a aplicação da metodologia da sala de aula invertida nas aulas de matemática durante a pandemia do COVID 19, em uma turma do 3º ano do Instituto Federal da Paraíba, campus Campina Grande. A aplicação dessa metodologia aconteceu durante um Estágio Supervisionado realizado pelo autor principal. Inicialmente, realizou-se uma pesquisa bibliográfica acerca da metodologia da “Sala de aula invertida”. Em seguida, foi elaborada uma estratégia de aplicação de tal forma que fosse eficaz e não prejudicasse a aprendizagem dos alunos. Após a aplicação da metodologia ativa, foi realizada uma avaliação qualitativa para os alunos com o objetivo de verificar a eficácia e aceitação da sala de aula invertida. Nesta pesquisa, foi constatado

que a alternativa didática é eficaz, bem aceita pela turma e muito conveniente mediante o contexto pandêmico de 2020.

Palavras-chave: Sala de aula invertida, Metodologia Ativa, Relato de experiência, Pandemia COVID-19.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, o professor é convocado, além de ministrar o conteúdo, a desenvolver nos alunos habilidades e competências. Para isso, há diversos fatores que influenciam na tomada de decisão referente à metodologia mais eficaz. Alguns desses fatores são: faixa etária, modalidade de ensino (se presencial ou remota), conhecimentos prévios, entre outros.

Em 2019, o mundo vivenciou um cenário pandêmico causado pelo vírus da **Síndrome Respiratória Aguda Grave de Coronavírus 2 (**SARS-COV-2 ou COVID-19), levando a população mundial a um isolamento familiar individual para conter o avanço e salvar o maior número de pessoas enquanto a vacina, como uma solução definitiva, estava sendo desenvolvida. Nesse contexto de isolamento, as sociedades procuraram se adaptar a esssa realidade procurando mitigar os impactos da doença. No Brasil, mais especificamente na educação, o ensino remoto foi adotado como alternativa ao ensino presencial em todas as escolas do país, fossem elas municipais, estaduais ou particulares.

O ensino remoto trouxe muitos desafios aos professores, uma vez que o distanciamento dos alunos e o uso de tecnologias demandavam novas formas de se ensinar. Em vistas dessa conjuntura, destacamos a metodologia da sala de aula invertida, que se utiliza de estudos presenciais e não presenciais para promover a aprendizagem. Apropriados da teoria que circunscreve a citada metodologia, buscamos adotá-la nas aulas práticas no decorrer do Estágio Supervisionado ao mesmo tempo que analisamos qualitativamente a aceitabilidade da nossa abordagem por parte dos alunos.

Neste artigo, é apresentado um relato de experiência sobre a aplicação da metodologia da sala de aula invertida no estágio supervisionado durante a pandemia do COVID-19. Está organizado, pois, em algumas seções, que discutem o contexto do relato de experiência juntamente com a fundamentação teórica, a apresentação dos resultados e as considerações finais. A primeira seção evidencia a importância do estágio supervisionado como um ambiente de pesquisa. A segunda, por sua vez, é voltada a uma descrição da conjuntura da pandemia da COVID-19 no Instituto Federal da Paraíba (IFPB), Campus de Campina Grande, onde foi realizado o Estágio Supervisionado. A terceira seção, portanto, é dedicada à apresentação da metodologia da Sala de Aula Invertida segundo os estudos de Aaron Sams e Jonathan Bergmann.

ISBN: 978-85-61702-77-9

O ESTÁGIO SUPERVISIONADO COMO MEIO DE PESQUISA

A Matemática é uma das ciências mais antigas na história da humanidade e, juntamente com a linguagem, o seu desenvolvimento sempre implicou em grandes avanços tecnológicos. No decorrer dos séculos, a quantidade de conceitos e técnicas foi aumentando e, com o advento da internet, esse crescimento se tornou vertiginoso. Um dos questionamentos mais presentes na atual educação matemática diz respeito aos métodos de ensino eficazes que transmitem esse acúmulo milenar de conhecimento aos jovens da educação básica.

Sendo assim, para os alunos dos cursos de licenciaturas, o estudo de tais metodologias e suas aplicações durante o estágio supervisionado torna-se essencial. Nessa visão, a sala de aula torna-se não apenas um ambiente de ensino-aprendizagem, mas também um espaço de pesquisa e desenvolvimento de ciência. Para Pimenta (2012), o estágio supervisionado é compreendido como um processo que cria, investiga, interpreta e intervém na realidade escolar, educacional e social, favorecendo ao estagiário conhecimentos necessários à formação e atuação docente. E neste espaço escolar podem vir a encontrar temáticas reflexivas que podem surgir como embasamento para o desenvolvimento de pesquisas que envolvem o seu fazer docente.

Portanto, os Estágios Supervisionados para alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática é uma exigência da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei Federal n° 9394/96. No Brasil, os estágios são regidos pela lei nº 11.788/2008. Esse componente curricular possibilita o aperfeiçoamento do licenciando em suas atividades em sala de aula e fora dela, já que propicia a oportunidade de aliar a teoria vista nas disciplinas pedagógicas e as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), à prática profissional do professor, corroborando o que afirma Texeira (2002):"[...] a formação do professor deve ser associada à sua prática docente, orientada para a pesquisa em sala de aula".

Além disso, o Estágio Supervisionado oportuniza ao licenciando construir histórias, relatos de experiências e sua identidade como professor, o que contribui fortemente na prática docente e na qualidade de ensino. O presente relato, portanto, é referente ao Trabalho de Conclusão de Curso, desenvolvido pelo professor Mestre Rodrigo Marques Faustino da Silva, que foi estudante do curso de Licenciatura em

ISBN: 978-85-61702-77-9

Matemática, durante a execução do Estágio Supervisionado III, componente curricular obrigatório para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

CONJUNTURA EDUCACIONAL DURANTE A PANDEMIA

O componente curricular Estágio Supervisionado III foi realizado pelo relator Rodrigo Marques Faustino da Silva durante o período de sete semanas, compreendendo o período de 05 de outubro a 17 de novembro de 2020. Em função da pandemia, as aulas foram ministradas remotamente. Na conjuntura da época, o objetivo na educação era apenas um: promover o conhecimento com "a menor perda" de aprendizagem possível. Essa preocupação estava clara, visto que nem todos os estudantes possuíam o mínimo de tecnologia para poder aprender remotamente via internet. Sendo assim, os pesquisadores perceberam que o uso de uma nova metodologia de ensino seria necessário, em detrimento à metodologia de ensino tradicional expositiva com apresentações em slides. A situação em questão permitiu o estudo e a aplicação parcial da teoria da sala de aula invertida (***flipped classroom***), uma vez que essa metodologia é um modelo pedagógico inovador que inverte a tradicional estrutura de ensino, favorecendo a aprendizagem autônoma com foco no desenvolvimento de habilidades como pensamento crítico, colaboração e resolução de problemas.

Ao inverter a ordem das aulas, os alunos têm a oportunidade de se familiarizar com o conteúdo antes da aula, o que lhes permite chegar à escola com uma compreensão mais profunda do assunto. Isso permite que o professor dedique mais tempo para atividades práticas, discussões em grupo e outras formas de aprendizado interativo.

Além disso, a metodologia de ensino da sala de aula invertida pode ajudar a promover a aprendizagem autônoma e a responsabilidade do aluno pelo próprio aprendizado. Os alunos recebem o material didático antes da aula, como vídeos, textos ou podcasts, e estudam por conta própria. Assim, podem utilizar o tempo em classe de forma mais interativa, ajudando-lhes a desenvolver habilidades importantes, como a capacidade de aprender de forma independente e a tomar decisões informadas sobre seu próprio processo de aprendizagem.

Por fim, a metodologia de ensino da sala de aula invertida pode ajudar a tornar o ensino mais acessível e inclusivo. Ao permitir que os alunos aprendam em seu próprio ritmo e em seu próprio tempo, há a possibilidade de atender às

ISBN: 978-85-61702-77-9

necessidades individuais dos alunos e a promover a igualdade de oportunidades de aprendizagem.

A METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA

Esse método consiste em uma inversão da sala de aula, a qual, segundo Sams e Bergmann (2018), é dada da seguinte forma:

> "O que é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizada em sala de aula". (BERGMANN; SAMS, 2018)

Ou seja, tradicionalmente, antes da aula, o professor dispõe aos alunos materiais e diretrizes, com todo o conteúdo da aula que será ministrada, a fim de que o discente tenha o primeiro contato com a teoria, primeiros exemplos e exercícios. Com a inversão do tempo de aprendizagem, o professor tem mais tempo para interagir individualmente com os alunos, sanar dúvidas, fornecer suporte personalizado e orientação.

O material deve ser disposto por meio de videoaulas acompanhado de material escrito. O aluno estuda esse material previamente seguindo as diretrizes do professor, anota os principais conceitos, as dúvidas e leva questões pertinentes para a sala de aula a fim de serem discutidas pelo professor. É importante destacar alguns cuidados acerca do material:

- Os vídeos devem ser de curta duração, com no máximo quinze minutos, e devem apresentar os conceitos fundamentais de um determinado conteúdo. Precisam, ainda, ser interativos e atraentes, de modo a estimular o interesse dos alunos;
- É fundamental disponibilizar material escrito para os alunos sobre o conteúdo proposto. Deve ficar claro o papel que desempenhará: realizar uma leitura prévia e registrar as dúvidas, que devem ser levadas à sala de aula;
- Durante a aula presencial, os alunos utilizam os conceitos apresentados para resolver situações-problema.

De acordo com os autores, na sala de aula invertida o tempo da aula é reestruturado: os primeiros minutos são dedicados à discussão a partir das indagações

ISBN: 978-85-61702-77-9

dos alunos referente ao conteúdo previamente estudado, enquanto que o tempo restante é destinado às atividades práticas, tais como a resolução de exercícios, trabalhos em equipe e atividades laboratoriais.

Vale ressaltar algumas características dessa metodologia, que, segundo Bergmann e Sams, são: otimização do tempo, adequação ao ritmo de cada aluno, oportunidade de revisão do conteúdo, aumento da interação aluno-professor e desenvolvimento a autonomia do aluno.

Quanto à otimização do tempo, os autores perceberam que a maioria dos questionamentos não ocorriam enquanto o conteúdo era discorrido, mas quando os alunos tentavam pôr o conhecimento em prática. Na Matemática, os alunos tendem a compreender bem a explicação do professor referente à teoria e aos exemplos, mas travam quando encaram os exercícios e problemas matemáticos. Portanto, a presença do professor faz-se mais necessária para compreender e orientar em relação às dificuldades dos alunos ao enfrentarem uma questão. Portanto, o tempo na sala de aula invertida é otimizado, visto que, na sala de aula tradicional, o professor está mais presente, mas, geralmente, os alunos acabam tendo mais dúvidas e precisam de mais suporte.

Quanto à adequação ao ritmo de cada aluno, é verdade que, na maioria das salas de aula, a aptidão para matemática é bastante heterogênea. Um dos desafios do professor é ministrar o conteúdo de tal forma que todos acompanhem. Durante a aplicação da sala de aula invertida, cada aluno seguirá o próprio ritmo. Os que têm mais aptidão poderão se desafiar com questões mais capciosas e aprofundar-se em tópicos mais avançados, enquanto os que têm menos aptidão poderão rever o vídeo e o material base tanto quanto for necessário. Sendo assim, o ritmo de aprendizagem é determinado pelo próprio aluno. Vale ressaltar que, ao cumprir o estudo individual, poderá se evitar a notória ida ao banheiro que fazer perder, em partes, a explicação do professor em uma sala de aula tradicional.

Outro ponto forte da metodologia é a ênfase no desenvolvimento de habilidades, e não apenas na transmissão de conteúdo. Com efeito, os alunos são convidados a desenvolverem a capacidade de aprender de forma independente e a tomarem decisões conforme seu próprio processo de aprendizagem, de trabalhar em equipe, resolver problemas e se comunicar efetivamente. Ademais, a utilização de recursos digitais, como vídeos e ferramentas interativas, facilita a interação entre aluno e professor durante as aulas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Em relação à criação de subsunçores, tão fundamental na aprendizagem significativa de Ausubel[1], o aluno poderá fazer associações sozinho e, durante a socialização com o professor e os demais alunos da turma, eles poderão retomar os conhecimentos aprendidos anteriormente e associá-los a novas formas de pensar o conteúdo.

Desse modo, é evidente que os direcionamentos e materiais ofertados pelo docente devem ser muito bem elaborados a fim de que facilitem o desenvolvimento da autonomia do aluno. Segundo Sams e Bergmann (2018), se a maioria dos alunos apresentar dúvidas semelhantes referente a um tópico do conteúdo abordado, fica claro, então, que a abordagem do tópico no material ofertado previamente foi realizada de maneira inadequada e precisa ser aperfeiçoado.

Na execução do Estágio Supervisionado III, o uso da tecnologia foi preponderante para a aplicação da sala de aula invertida. Segundo Freire (1968), que é considerado o patrono da educação brasileira,

> "[...]: as tecnologias fazem parte do desenvolvimento natural de todo e qualquer ser humano (FREIRE, 1968)."

Entretanto, o modelo educacional vigente não foi formulado para alunos munidos de celulares, computadores e tablets. Paulatinamente os professores estão deixando de ser os únicos elementos centrais no papel de ensinar e estão tornando os alunos participantes ativos do ensino. De acordo com Oliveira et.al (2016),

> "Esse retrato do ensino tradicional diverge do perfil dos alunos atuais, os quais, em sua maioria, estão constantemente conectados à internet, com acesso fácil à informação e habituados a ambientes interativos, sejam eles virtuais ou presenciais." (OLIVEIRA, et.al, 2016)

Em entrevista à revista Universia, Jonathan Bergmann, um dos primeiros estudiosos a discutir teoricamente sobre o tema, afirma que a sala de aula invertida é a forma mais fácil de passar de uma metodologia passiva de aprendizagem para uma metodologia ativa**.** A sala de aula invertida pode ser uma metodologia ativa, pois dá ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, se mostrando uma alternativa eficaz para o ensino e a aprendizagem.

1 Autor da Teoria da Aprendizagem Significativa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

METODOLOGIA

O Estágio supervisionado III foi realizado no Instituto Federal da Paraíba, campus Campina Grande, que está localizado R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671 - Dinamérica, Campina Grande/PB. Os Institutos Federais (IF´s) oferecem ensino médio integrado ao ensino tecnológico para cerca de 3.500 alunos distribuídos em ensino médio, técnico e superior. Toda a gestão é realizada com a participação da comunidade acadêmica.

Em relação à estrutura física, o IFPB, campus Campina Grande, conta com laboratórios, refeitório, quadra poliesportiva, campo de futebol, quadra de vôlei de areia, área de vivência, auditório, consultório médico e biblioteca. Ademais, há um bloco denominado central de aulas, onde ocorre a maioria das aulas teóricas, e há um bloco destinado apenas aos professores, no qual cada sala é reservada para dois professores. Nessas salas, os docentes podem preparar as suas aulas e realizar atendimentos individualizados com os alunos. Porém, no ano de 2020, em virtude da pandemia COVID-19, o Instituto se integrou ao ensino remoto e, para que todos os alunos tivessem acesso às aulas, foi lançado um edital de auxílio de inclusão digital.

Em geral, os professores atuaram utilizando o Google Sala de Aula ou a plataforma Moodle. As aulas foram classificadas em síncronas e assíncronas. Foi direcionado que, para cada disciplina, o professor necessitava ministrar pelo menos uma hora de aula síncrona quinzenalmente. Ainda mais, para cada hora de aula síncrona, foi dedicado quatro horas de preparação.

Tabela 4. Distribuição da carga horária no Estágio Supervisionado III.

Atividades desenvolvidas	Tempo gasto
/isita à escola	6h
:laboração do plano de trabalho	2h
›reparação das aulas síncronas	52h
›reparação das aulas assíncronas	28h
\tendimento com o professor Orientador	10h
:ncontros com o professor supervisor	10h
)bservação de aula ministrada pelo professor supervisor	2h
\ulas Ministradas síncronas	14h
:laboração do relatório	20h
›reparação e Correção de atividades avaliativas	12h
;undamentação Teórica	40h
Total	**196h**

Fonte: O Autor.

ISBN: 978-85-61702-77-9

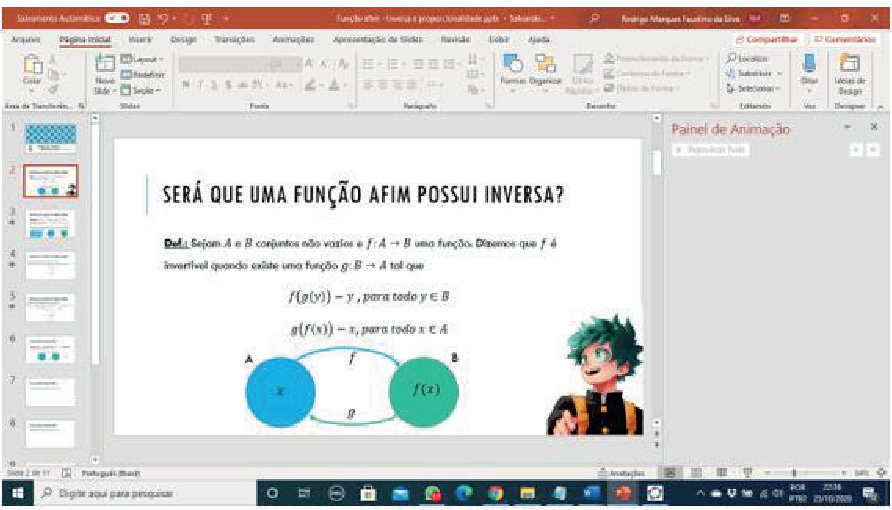
Quadro 3. Conteúdos ministrados no Estágio Supervisionado **III.**

Turma	Conteúdos Ministrados
1º ano	Gráfico de função afim, inversa de uma função afim e inequações do 1º grau
3º Ano	Princípio Fundamental da contagem, Arranjo e permutação simples, combinação simples, Binômio de Newton, Triângulo de Pascal, Introdução à probabilidade, Probabilidade condicional

Fonte: O Autor

O Estágio Supervisionado III foi realizado em três turmas do ensino médio: uma do terceiro ano e duas do primeiro ano do Instituto Federal da Paraíba - Campus Campina Grande, sempre sob a orientação e supervisão da professora da escola. O período de realização da intervenção do estágio foi de sete semanas, entre 05 de outubro e 17 de novembro de 2020. As aulas tiveram duração de cinquenta minutos, de modo remoto, com aulas síncronas e assíncronas. Para as aulas síncronas, utilizou-se a plataforma do Google Meeting. A tela do computador era compartilhada para a apresentação dos conteúdos na forma de slides ou para a realização de procedimentos numéricos.

Figura 3: Slides da aula sobre função afim



Fonte: Autor

Inicialmente, foi realizado um contrato didático com a turma, situação em que foi apresentada a metodologia de trabalho da sala de aula invertida, evidenciando os prós e as responsabilidades dos alunos, assim como determinando os objetivos a serem alcançados. Além disso, foi apresentado como seria o método avaliativo.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Todo o material era produzido previamente e encaminhado para a professora supervisora, que enviada ao Google Sala de Aula, com objetivo de que os alunos estudassem com antecedência os conteúdos a serem discutidos em sala. A aula era dividida da seguinte forma: recepção dos alunos; esclarecimento de alguma dúvida do conteúdo anterior; apresentação e discussão do tema da semana; conclusão com avisos e direcionamentos. No final de cada semana, os discentes enviavam, por e-mail, as atividades, que foram previamente discutidas em sala.

Esta metodologia foi escolhida ao perceber sua pertinência no período do ensino remoto, visto que os alunos deviam ter aulas síncronas e assíncronas. Dessa forma, o tempo gasto de explicação do material seria feito previamente pelos alunos, no horário em que lhes fosse conveniente, e, no momento da aula síncrona, o professor poderia aprofundar o conteúdo e auxiliá-los em possíveis dúvidas ou tópicos que ficara obscuro. A frequência de alunos era, em média, 17 de 30. As primeiras aulas foram gravadas e, se houvesse alguma dúvida e quisesse revisar algum passo, o discente poderia rever a aula dada, pausando-a e seguindo o próprio ritmo.

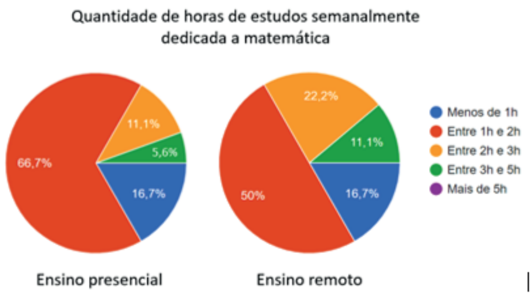
Uma aula que merece destaque é a aula sobre introdução à probabilidade, na qual foram discutidos os conceitos de Experimento Aleatório, Experimento Determinístico, Espaço Amostral (finito e infinito), Evento de um Espaço Amostral e Frequência Relativa. O estagiário iniciou a aula expondo apenas o nome de cada um dos tópicos, e os alunos traziam a definição juntamente com exemplos. Esses exemplos foram solicitados no material escrito e enviado previamente aos alunos. Os exemplos que surgiram foram bem diversificados e ficou evidente que houve uma excelente compreensão dos conceitos discutidos.

Entretanto, cabe destacar que nem todos os alunos conseguiram acessar o material previamente e fazer todos os estudos necessários. Assim, em geral, compareciam com muitas dúvidas sobre o conteúdo e era necessário debater tópico a tópico. Por outra via, esse debate ocorria de forma mais rápida e fluida do que em uma turma de sala de aula tradicional. Acredita-se que um dos motivos para isso é o tempo de adaptação de rotina, visto que os alunos, em todo o ensino básico, estavam habituados a estudar apenas depois da aula ministrada, e não antes. Portanto, cabe ao professor retomar o contrato didático e ressaltar a importância do cumprimento das responsabilidades individuais para que o método funcione eficientemente. Com o passar do tempo, os alunos vão se adaptando à nova rotina e os resultados da aprendizagem se consolidarão.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A fim de compreender a receptividade dos alunos em relação ao método da sala de aula invertida e os impactos em suas rotinas de estudos, o estagiário aplicou, ao final do estágio, um formulário qualitativo pelo Google Forms. De trinta alunos, dezoito responderam. Como observamos no Gráfico 3, a quantidade de horas dedicadas para estudar matemática aumentou no ensino remoto:

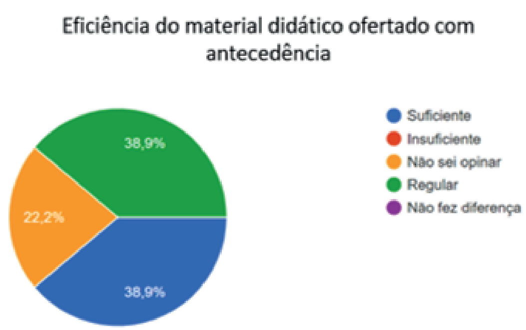
Gráfico 3. Quantidade de horas de estudos semanalmente dedicada a matemática.



Fonte: O Autor.

Assim, constata-se que a quantidade de horas de estudo aumentou, se tornando, pois, um fator positivo. Em relação ao material dado previamente, os alunos afirmaram que não foi insuficiente, como podemos ver no Gráfico 4:

Gráfico 4. Eficiência do material didático ofertado com antecedência.



Fonte: O Autor.

E, em relação à eficácia do estudo antecipado e do debate em sala de aula, os alunos afirmaram que a metodologia da sala de aula invertida é eficaz, como podemos ver no gráfico 5:

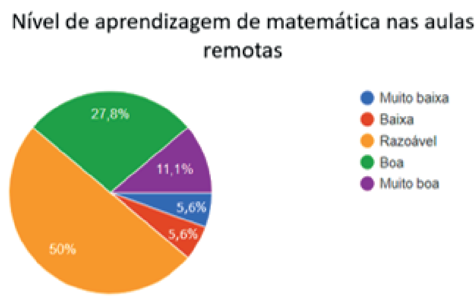
ISBN: 978-85-61702-77-9

Gráfico 5. Eficiência do estudo antecipado e da discussão dos exercícios nas aulas.

Fonte: O Autor.

O Gráfico 6 diz respeito a uma autoavaliação dos alunos em relação à aprendizagem de matemática durante o ensino remoto. Pode-se afirmar que foi razoável:

Gráfico 6. Nível de aprendizagem de matemática nas aulas remotas.



Fonte: O Autor.

Neste contexto, conclui-se que a metodologia da sala de aula invertida, apesar de não ter sido aplicada totalmente, mostrou-se eficaz para o ensino remoto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em 2019, o cenário pandêmico causado pelo vírus da **Síndrome Respiratória Aguda Grave De Coronavírus 2** (SARS-COV-2 ou COVID-19) trouxe diversos desafios para toda a humanidade. Preservar a vida e continuar a trabalhar eram disposições constantes e, muitas vezes, conflitantes. Em relação ao ensino, os professores tiveram de se reinventar a fim de transmitir o conhecimento com os recursos, muitas vezes precários, que era disposto.

Como alguns resultados desses grandes esforços, muitas áreas de trabalho tiveram que se adaptar aos recursos tecnológicos, como foi apresentado

ISBN: 978-85-61702-77-9

neste relato de experiência. Vale ressaltar dois tópicos positivos: O uso do Estágio Supervisionado como ambiente de pesquisa educacional e a aplicação parcial do Método da Sala de Aula Invertida.

Foi bastante proveitoso todo o tempo de dedicação, pesquisa e debate sobre as metodologias de ensino realizado durante o estágio supervisionado. Assim, o componente curricular se mostrou como um ambiente para a prática docente e para a pesquisa educacional. Como fruto disso, a aplicação parcial da Sala de Aula Invertida se mostrou bem aceita pelos alunos, os quais, segundo a pesquisa, aumentaram o seu tempo de estudo e puderam melhorar a compreensão.

Vale ressaltar que essa metodologia não substitui o papel do professor como mediador do conhecimento. Por mais que utilize de meios digitais como videoaulas, o acompanhamento da turma realizado pelo professor é de suma importância a fim de constatar a aprendizagem e redirecionar o planejamento, caso seja necessário.

Mesmo que durante a aplicação dessa metodologia tenha ocorrido uma resistência no momento da transição da postura passiva do aluno para a ativa, viu-se que é válido o esforço de aplicar tal método, tendo em vista que a aprendizagem de fato ocorre quando o aluno se torna o protagonista do próprio processo de aprendizagem.

Além disso, incentivamos a pesquisa acerca da metodologia da sala de aula invertida a fim de que essa metodologia possa ser testada em outras áreas das ciências além da Matemática. Como também desenvolver métodos e processos para que a transição da postura do aluno de passiva para ativa seja feita de maneira gradual e eficiente.

Outro questionamento que é válido levantar é sobre a eficiência na aprendizagem dos estudantes em relação ao número de aulas. Será que aumentar a quantidade de aulas em que os alunos permanecem de forma passiva é mais eficiente do que promover horas de estudo individualizado e utilizar a aula como um meio compreensão? Vimos que, por meio dessa metodologia, estudantes, cada um em seu ritmo, de fato aprendem quando estão em contato com o material diretivo provido pelo professor e usam o tempo de sala de aula para socializar o que foi aprendido e, assim, o tempo de exposição de conteúdo em sala de aula é otimizado.

Por fim, é importante ressaltar e evidenciar como o Estágio Supervisionado é um momento riquíssimo para todo estudante de licenciatura pois, nele, é possível alinhar a prática à teoria aprendida nas disciplinas e, assim, utilizar a sala também como um meio de pesquisa, ensino e aprendizagem.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERÊNCIAS

AUSEBEL, D. P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro: **Interamericana Ltda.**, 1980

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica#-competencias-especificas-de-matematica-para-o-ensino-fundamental>. Acesso em: 02 dez. 2019

BERGMANN, J.; SAMS, A.. Sala de aula invertida: **uma metodologia ativa de aprendizagem.** Rio de Janeiro: **LTC**, 2018.

BAPTISTA, C. R. *et al*. Inclusão e escolarização: múltiplas perspectivas. 2 ed. Porto Alegre: **Mediação**, 2015.

MOREIRA, M.; Teorias de Aprendizagem. São Paulo: **Pedagógica e Universitária LTDA.**, 1999.

FRANTZ, L.; Estágio Curricular Supervisionado. Ijuí-RS:**Unijuí**, 2010.

FREIRE, P.; Pedagogia do oprimido. 56. ed. Rio de Janeiro: **Paz e Terra**, 1968.

TEXEIRA, M.; A formação do professor de Matemática e a pesquisa em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, *[S.I.]*, p. 40-45, junho de 2002.

PIMENTA, S. (org.). Pedagogia e Pedagogos: **caminhos e perspectivas**. 3ª ed. São Paulo: **Cortez**, 2011.

BRASIL. Conselho Nacional da Educação. Câmera de Educação Básica. Resolução nº 2, de 11 de setembro de 2001. **Diretrizes Nacionais para Educação Especial na Educação Básica**. Diário Oficial da União, Brasília, 14 de setembro de 2001. Seção IE, p. 39-40. Disponível em:

ISBN: 978-85-61702-77-9

http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf>. Acesso em: 06 fev. 2020.
OLIVEIRA, T.; et al; Sala de aula invertida (flipped classroom): **Inovando as aula de física.** Física na escola. São Paulo. Vol. 14, n. 2 (out. 2016), p. 4-13

ISBN: 978-85-61702-77-9

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.039

UMA PROPOSTA DE PRODUTO EDUCACIONAL FUNDAMENTADO NA ALIANÇA ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS POR MEIO DO OCTANTE REFLEXIVO DE JOHN HADLEY

ANNA BEATRIZ DE ANDRADE GOMES
Mestranda do Programa de Pós-graduação do Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, gomesbeatriz.anna@gmail.com;

GISELLE COSTA DE SOUSA
Doutora pelo Curso de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte-UFRN, giselle.sousa@ufrn.br (Professora orientadora: Doutorado, UFRN).

RESUMO

Considerando as transformações vivenciadas em diferentes setores da sociedade e, em destaque, no campo educacional, ponderando a possibilidade coletiva de produção de conhecimento oriunda dessas mudanças, pontuamos ser pertinente o desenvolvimento de projetos educacionais que ressaltem o uso da História da Matemática (HM) e das Tecnologias Digitais (TD) na Educação Matemática. Assim, evidenciando as contribuições de referenciais da Ciência, como orientadores para diversos setores de processos formativos, o presente resumo é fruto de pesquisa de mestrado, em andamento, que se fundamenta na Aliança entre tendências em Educação Matemática, HM e TD, em prol do ensino. Portanto, tem como objeto o conteúdo do documento ***The description of a new instrument for taking angles (A descrição de um novo instrumento para tomar ângulos - tradução em português)*** produzido pelo inglês John Hadley (1682-1744), dando tratamento histórico e didático. Logo, o objetivo do estudo consiste em exibir resultados da análise do documento histórico supracitado discutindo possíveis potencialidades didáticas, de modo ainda a culminar na apresentação de um protótipo de Produto Educacional baseado na Aliança entre HM e TD, ressignificando nossa perspectiva de futuro à luz das possibilidades de compreensão do ensino de Matemática.

Para tanto, se sustenta em abordagem qualitativa de pesquisa com procedimentos bibliográfico e documental, de modo que temos reunido materiais como livros e artigos que apresentem informações sobre Hadley, sua produção e contexto, e usamos tais subsídios na análise do documento. Em um estudo preliminar do material, observamos que consiste na descrição de um instrumento matemático, octante reflexivo, que fazia o uso de espelhos móveis fixados em uma estrutura de madeira para calcular distâncias durante expedições marítimas. Avançando na análise deste documento, usamos os dados coletados e selecionamos situações/problemas inerentes a elaboração e manipulação do octante reflexivo e usamos a TD do Objeto de Aprendizagem (OA) para elaborar sequência didática.

Palavras-chave: História da Matemática e Tecnologias Digitais, Ensino da Matemática, Produto Educacional, Sequência didática, Atividades-históricas-com-tecnologia.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

A Educação Matemática é um campo de pesquisa que apresenta uma diversa possibilidade de avanços e inovações a partir do que já foi feito. Considerando a gama de estudos baseados nas tendências da Educação Matemática, o presente trabalho é vinculado ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, e fundamenta-se na aliança entre História da Matemática (HM) e Tecnologias Digitais (TD) em conjunto com o uso de instrumentos matemáticos em sala de aula. Nesta ótica, o nosso objetivo é apresentar os resultados obtidos de uma pesquisa de mestrado em andamento que visa elaborar e aplicar um produto educacional (PE) que trabalhe os conhecimentos geométricos mobilizados no uso do instrumento do Octante Reflexivo de John Hadley (1682-1744) com apoio de tecnologias. Neste capítulo, o objetivo consiste em exibir a proposta de produto desenvolvida até então, fruto da pesquisa dissertativa supracitada.

O presente anseio se respalda nos argumentos favoráveis ao usar da aliança entre HM e TD para o ensino, bem como nas contribuições de trabalhos na direção do uso de instrumentos matemáticos para educação, de modo a justificar o desenvolvimento de uma proposta de aliança particular, que conecte HM e TD via instrumentos. Para tanto, adotamos uma abordagem de pesquisa qualitativa, com detalhamento expresso adiante, e cujos procedimentos culminam em resultados apresentados ao longo do presente texto que é composto por quatro seções.

Assim, na estruturação deste capítulo, temos: a presente introdução, que resume em linhas gerais o objetivo e a justificativa deste trabalho; o percurso metodológico, apresentando os métodos e instrumentos utilizados para a realização da pesquisa; os resultados e discussões, expondo as implicações obtidas até agora a partir do percurso metodológico trilhado; e as considerações finais, completando o trabalho e discutindo os futuros passos que iremos trilhar. Seguindo a estrutura proposta, adiante, iremos apresentar o percurso metodológico utilizado.

PERCURSO METODOLÓGICO

Para esta pesquisa, utilizamos uma abordagem qualitativa com procedimentos bibliográficos e documentais. Segundo Oliveira (2007), a pesquisa qualitativa pode ser caracterizada como:

ISBN: 978-85-61702-77-9

> [...] um estudo detalhado de um determinado fato, objeto, grupo de pessoas ou ator social e fenômenos da realidade. Esse procedimento visa buscar informações fidedignas para se explicar em profundidade o significado e as características de cada contexto em que encontra o objeto de pesquisa. Os dados podem ser obtidos através de uma pesquisa bibliográfica, entrevistas, questionários, planilhas e todo instrumento (técnica) que se faz para obtenção de informações (OLIVEIRA, 2007, p. 60)

Desse modo, a proposta do trabalho é, inicialmente, fazer uma apreciação do documento ***The description of a new instrument for taking angles,*** que refere-se a um artigo escrito em 1731 pelo inglês John Hadley (1682-1744) e que faz a descrição de um instrumento matemático utilizado no século XVII e XVIII para calcular altitudes durante viagens marítimas. Para isso, fizemos, inicialmente, uma pesquisa bibliográfica que nos ajudassem a entender o uso do Octante Reflexivo em seu contexto.

Em uma pesquisa bibliográfica, o pesquisador faz um apanhado de referências (bibliografias) sobre determinado assunto com o objetivo de entendê-lo, tendo cuidado ao selecionar e analisar essas fontes, evitando comprometer a qualidade da pesquisa (FONSECA, 2002). Nesta etapa da presente pesquisa, fizemos um levantamento de referências que apresentassem dados e informações sobre o Octante Reflexivo, o autor do artigo que trata do instrumento e o período histórico em torno do uso do Octante. Dentre essas referências, nós temos livros, artigos, ***páginas da internet*** e vídeos publicados ***online***.

A nossa referência inicial, na qual consideramos o ponto de partida para encontrarmos as seguintes foi o site ***Mactutor: History of Math*** (2005), que apresenta uma página com um resumo da biografia do John Hadley. O próprio ***Mactutor*** apresenta uma aba com as referências que ele usou para a produção do resumo, porém, não foi dele que tiramos todo o acervo bibliográfico de nossa pesquisa, contudo, este site nos forneceu as primeiras e, dessas, encontramos as outras referências apresentadas a seguir.

Durante este levantamento, separamos as bibliografias em 2 categorias. A primeira categoria contém as referências que apresentam informações sobre John Hadley e a segunda categoria são as referências que apresentam informações sobre o Octante Reflexivo. Para melhor organização, segue o Quadro 1.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Quadro 1: Referências bibliográficas organizadas por categorias

CATEGORIAS	NOME	ANO DE PUBLICAÇÃO
Referências sobre o John Hadley	Biographical account of John Hadley, Esq. V.P.R.S., the inventor of the quadrant, and of his brothers George and Henry	1835
	History of the Telescope	1955
Referências sobre o Octante Reflexivo	New and Complete Epitome of Practical Naviga-tion	1828
	Animate It - Octant	2015
	The influence of the Royal Observatory at Green-wich upon the design of 17th and 18th century angle- measuring instruments at sea	1976

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Nas informações apresentadas no Quadro 1, diferenciadas entre as duas categorias citadas anteriormente, temos as principais referências utilizadas (que apresentaram as mesmas ou mais informações, em comparação com as outras) sobre a história de John Hadley, para fins de contextualização histórica e justificativas acerca do instrumento e, além disso, também temos outras referências sobre o Octante Reflexivo. Durante a leitura do artigo escrito por John Hadley, que será mais detalhado na seção de resultados e discussões a seguir, sentimos a necessidade de ter mais fontes secundárias em torno do instrumento, visto que a presença de outras fontes, além da principal trabalhada nesta pesquisa, faz com que nossas interpretações em torno do documento sejam ainda mais fidedignas.

Depois do estudo das referências bibliográficas utilizadas para apoio desta pesquisa, partimos para a preciação do documento por meio da pesquisa documental. De acordo com Helder (2006), a técnica documental vale-se de documentos originais, que ainda não receberam tratamento analítico (HELDER, 2006, p. 1). Ou seja, documentos que não passaram por nenhum tipo de análise ou os que passaram, porém, sem o mesmo viés da presente pesquisa.

Posto isso, como já mencionado, o documento utilizado nesta pesquisa é o artigo ***The description of a new instrument for taking angles,*** escrito em 1731 pelo inglês John Hadley. O documento consiste em um artigo publicado pela *The Royal*

ISBN: 978-85-61702-77-9

Society[1], na revista ***Philosophical Transactions,*** volume 37, número 420, que faz a descrição de um instrumento (Octante) para tomar ângulos afim de encontrar a altitude do sol e de outros astros celestes.

Na procura dos documentos, encontramos a primeira versão, do referido artigo, no site da ***The Royal Society***, com 12 páginas. Porém, durante a apreciação inicial do documento, notou-se a falta de alguns anexos, citados pelo autor no corpo do texto, então foi preciso procurar outra versão. A segunda versão do documento/artigo foi encontrada no site ***Journal Storage*** (JSTOR), com todos os anexos citados na descrição do instrumento, feita pelo autor.

Durante a apreciação do documento, buscamos entender o funcionamento do Octante a partir da descrição de John Hadley. Diante disso, procuramos extrair informações que pudessem auxiliar no entendimento de como o instrumento era utilizado para calcular altitudes e como o mesmo poderia ajudar durante uma viagem marítima. Em alguns momentos, a leitura do documento se torna difícil considerando o período em que foi escrito e o contexto de sua utilização, visto que não é como fazer a leitura de um artigo produzido mais recentemente. Por este motivo, precisamos recorrer as referências citadas anteriormente (pesquisa bibliográfica) para que possamos extrair o máximo de informações possíveis e da melhor maneira (confrontando diferentes fontes e buscando ver o texto em seu contexto).

Tendo realizada as duas fases supracitadas da pesquisa, extraímos elementos de natureza matemática e histórica em torno do Octante de modo a elaborar uma intenção de produto educacional que exibimos neste capítulo. Diante desses elementos decidimos que o produto educacional seria uma sequência de atividades do tipo atividade-histórica-com-tecnologia[2], como preconiza a aliança de Sousa (2023). Além disso, definimos que a exploração dos problemas históricos em torno do uso do Octante seria a partir de uma versão digital do Octante feita no ***GeoGebra*** como um simulador. Detalhes destes pontos serão tratados na seção seguinte.

1 Segundo o site da própria Royal Society, a ***The Royal Society*** é uma sociedade de Londres responsável pela divulgação e produção científica desde o século XVII. A sociedade ainda funciona até os dias de hoje com divulgação online, por meio tanto do site como revistas científicas.

2 Sousa e Gomes (2020) e Sousa (2020) apontam atividades-históricas-com-tecnologia como sendo atividades que exploram problemas históricos, que envolvem conhecimentos matemáticos, e utilizam das tecnologias digitais para auxiliar nas investigações de tais problemas. Para tanto, tais atividades são compostas por elementos que serão detalhados adiante.

ISBN: 978-85-61702-77-9

RESULTADOS E DISCUSSÕES

No percursso dessa pesquisa, como dito anteriormente, utilizamos dois procedimentos de pesquisa, o bibliográfico e o documental. Então, para melhor apresentação dos resultados obtidos até agora, separamos a presente seção em duas subseções, intituladas: Um breve resumo sobre o John Hadley, o Octante Reflexivo e seu contexto, que aborda as informações obtidas por meio da pesquisa bibliográfica realizada; Produto Educacional, que exponhe as informações obtidas por meio da apreciação do documento ***The description os a new instrument for taking angles (1731)***, fazendo o confronto das evidências com a bibliografia catalogada de modo a apresentar a proposta de produto, como almejado por este capítulo.

UM BREVE RESUMO SOBRE JOHN HADLEY, O OCTANTE REFLEXIVO E SEU CONTEXTO

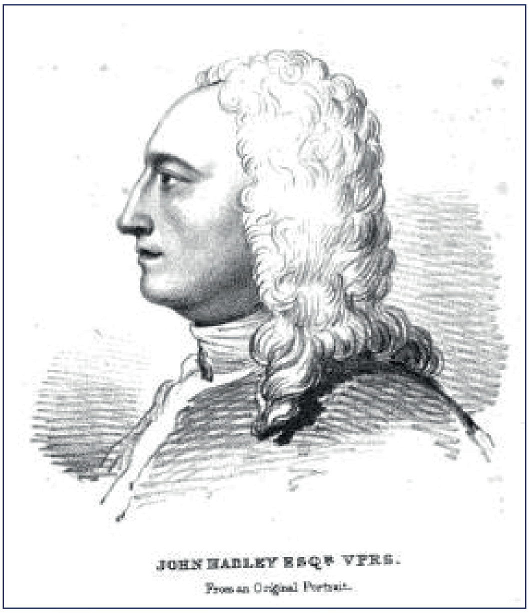
Para introduzir as definições e propriedades do Octante Reflexivo, achamos necessário fazer uma breve retomada sobre uma das pessoas responsáveis pela criação e descrição do instrumento e o período histórico em que ele foi pensado. John Hadley nasceu no dia 16 de abril de 1682, em Londres. Irmão de Henry Hadley (1697-1771) e George Hadley (1685-1798), que, além de também divulgadores e desenvolvedores científicos da época, se mostram, mais a frente, importantes para o processo de entendimento do uso do Octante Reflexivo.

Segundo Rigaud (1835), não há registros que mostrem que John Hadley possuia a formação em alguma área, porém cita que ele fez participações em produções acadêmicas da época de alguns estudiosos. Em 1717, entrou para a ***The Royal Society*** e em 1728, se tornou vice-presidente da mesma. Durante seu período na referida sociedade científica, o mesmo apresentou e publicou trabalhos com conhecimentos indentificados hoje como da área da física, astronomia e engenharia, em que muitos também utilizavam conhecimentos de natureza matemáticos. Além de, também, apresentar outros instrumentos como os telescópios newtonianos e gregorianos[3].

3 Segundo Rigaud (1835), os dois tipos de telescópios com a mesma intenção, porém, com modelos diferentes, pensados por Isaac Newton (1643-1727) e James Gregory (1638-1675), nesta ordem.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1: Desenho de John Hadley



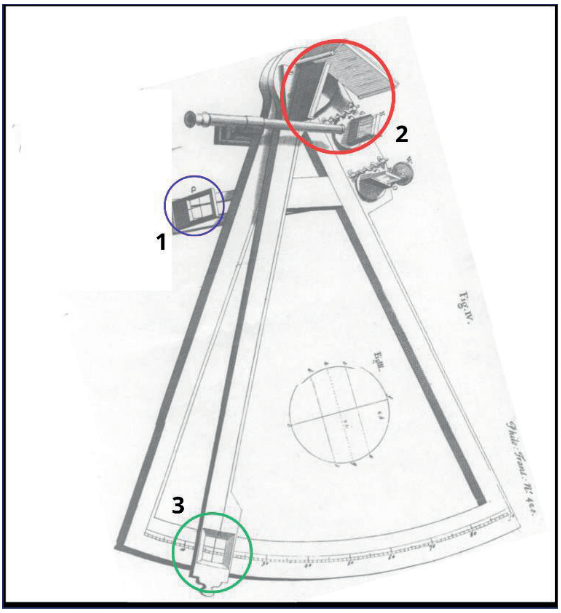
Fonte: Rigaud (1835)

No período em que esteve no cargo de vice-presidente da ***Royal Society***, John Hadley produziu o primeiro artigo sobre o Octante Reflexivo, em 1731, publicado no volume 37, número 420 da revista ***Philosophical Transcritions***, associada a própria instituição na qual Hadley era membro. O artigo está situado entre as páginas 147 até a 157, sendo que antes da página 147, temos 3 páginas sem enumeração referentes aos anexos. O documento apresenta 14 páginas, sendo 11 delas o corpo do texto e 3 páginas com anexos de figuras que são referenciadas ao longo do texto.

No decorrer do texto, J. Hadley (1731) apresenta, incialmente, informações iniciais referentes ao instrumento e, depois disso, explica as propriedades que consideramos como conhecimentos variados, tanto da área da matemática quanto da física. Conforme já mencionado, o instrumento citado é intitulado como Octante Reflexivo, no qual o nome em si só aparece pela primeira vez no texto na página 150, onde o autor se refere a Fig, II.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 2: O Octante Reflexivo por John Hadley



Fonte: Adaptado de Hadley (1731)

A Figura 3 é uma representação do Octante Reflexivo feita por John Hadley. Esta imagem vem em anexo no documento, intitulada de Fig. IV pelo autor. Para melhor identificar, colocamos 3 circunferências em cima da imagem para entender alguns elementos presentes na estrutura do Octante. A circunferência em azul, a número 1, representa o pino visualizador, onde o observador, ao tomar o ângulo, deve mirar este pino ao horizonte a frente. Já a circunferência dois, em vermelho, representa os dois espelhos, onde acontece a reflexão dos feixes de luz vindo do astro e, além disso, também apresenta um vidro escuro para proteger o olho dos raios fortes. Por fim, temos a circunferência 3, em verde, que indica o ângulo tomado pelo observador.

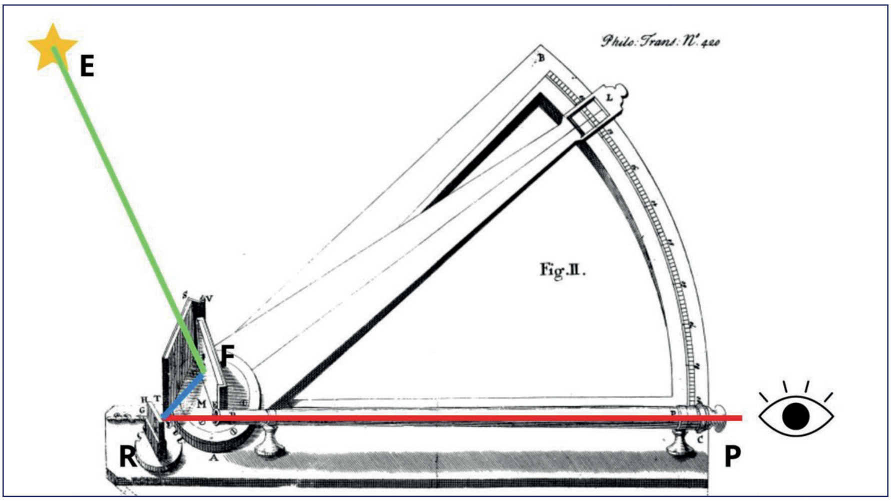
Norie (1828) apresenta o Octante, também como Quadrante de Hadley (***Hadley's Quadrant***). De fato, durante as leituras de algumas referências como Rigaud (1835) e Stimson (1973), é possível perceber que eles também utilizam do termo quadrante para se referir ao Octante Reflexivo. Isso se dá pelo fato de que, com a dupla reflexão dos espelhos, o arco do instrumento, que é graduado de 45º, como posto por J. Hadley (1731) quando diz:

ISBN: 978-85-61702-77-9

> O Instrumento consiste em um Octante A B C, tendo em seu Membro B C um Arco de 45 Graus, dividido em 90 Partes ou meios Graus; cada um dos quais responde a um Grau inteiro na Observação. (HADLEY, 1731, p. 150, TRADUÇÃO NOSSA)[4]

Durante a apreciação do documento, podemos perceber que o John Hadley (1731) apresenta duas opções de instrumentos identificados como Octante Reflexivo. Os dois possuem as mesmas propriedades, entretanto, os elementos estruturais que o compõem estão posicionados de maneiras diferentes. A seguir, nas Figura 3 e Figura 4, mostramos os anexos feitos por J. Hadley (1731), identificando-os no documento como Fig. II e Fig. IV[5] e, além disso, também apresentamos um esquema na própria figura sobre como funciona a tomada de ângulos em cada uma das estruturas.

Figura 3: Esquema de observação do Octante usando a Fig. II



Fonte: Adaptado de Hadley (1731, s.p.)

O esquema evidenciado na Figura 3 faz referência a utilização de uma das estruturas do Octante propostas por J. Hadley (1731). Considerando a observação

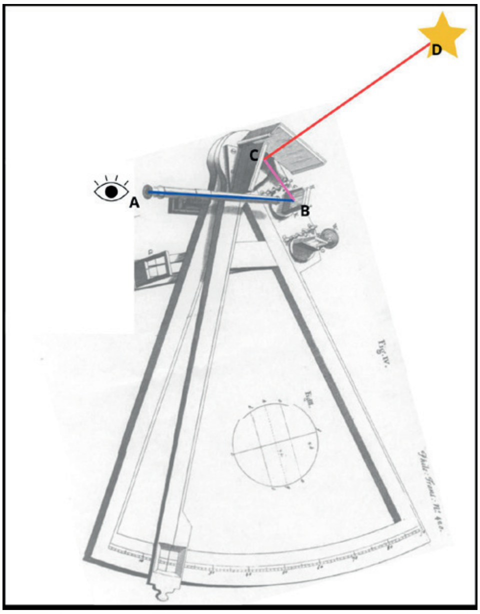
4 The Instrument consists of an Octant A B C, having on its Limb B C an Arch of 45 Degrees, divided into 90 Parts or half Degrees; each of which answers to a whole Degree in the Observation.

5 Na identificação dos documentos, iremos utilizar os números romanos para se referir aos anexos presentes no artigo ***The description of a new instrument for taking angles*** e números decimais para nos referir as figuras no presente trabalho/capítulo.

do corpo celeste iniciando a partir do momento em que os espelhos se alinham para observar o mesmo, temos um feixe de luz, representado em verde pelo segmento de reta $\overline{EF}$, que vai de encontro ao primeiro espelho, nomeado de espelho 1, do Octante. Depois disso, temos o pequeno segmento de reta $\overline{FR}$, representado pela cor azul, que consiste no reflexo da luz do astro indo do espelho 1 para o segundo espelho, intitulado de espelho 2 e, por fim, temos o segmento $\overline{RP}$, na cor vermelha, que é o segmento que vai do espelho 2 até a visão do observador.

Neste tipo de representação, o Octante tem seu arco graduado voltado para o observador e uma luneta para posicionar o olho, em um dos segmentos laterais do arco que formam o setor circular. Já a Fig. IV é representada por J. Hadley (1731) em duas páginas de anexo, por isto, fez-se necessário juntar para completar a figura, como fizemos na Figura 4 adiante.

Figura 4: Esquema de observação do Octante usando a Fig. IV



Fonte: Adaptado de Hadley (1731, s.p.)

A Figura 4 apresenta um posicionamento diferente, tanto na orientação do Octante, quanto na organização dos seus espelhos e luneta. Nela, podemos perceber que o arco graduado está voltado para baixo. No esquema mostrado na Figura 4, temos que o segmento de reta $\overline{DC}$, em vermelho, representando o feixe de luz

ISBN: 978-85-61702-77-9

emitido do astro celeste até o espelho que recebe a primeira imagem do objeto. Depois disso, temos o segmento de reta $\overline{CB}$, em rosa, que representa o feixe de luz refletido do primeiro espelho para o segundo. Finalmente, temos o segmento $\overline{BA}$ que representa a flexão do feixe vindo do astro, agora refletido pelo segundo espelho ao olho do observador.

Ao comparar as duas figuras, as únicas diferenças possíveis de notas são: a orientação do Octante e que, na Figura 4, a estrutura do instrumento apresenta mais elementos para a observação. Porém, os dois partem do mesmo princípio de dupla reflexão utilizando dois espelhos fixados ao suporte do Octante e a movimentação do indicador no comprimento do arco de 45º.

Dessa forma, considerando a contextualização sobre John Hadley e o Octante reflexivo, partimos agora para a subsessão que aborda os elementos históricos-matemáticos mobilizados pelo Octante Reflexivo, bem como a proposta do nosso produto educacional elaborada a partir de tais elementos.

ELEMENTOS HISTÓRICO-MATEMÁTICOS EM TORNO DO OCTANTE

Para a produção do produto educacional, levando a consideração a fundamentação desta pesquisa na aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais, a proposta é fazer uma atividade-histórica-com-tecnologia. Uma atividade-histórica-com-tecnologia é definida por Sousa e Gomes (2020) como sendo atividades que aliam a HM e TD e permitem que o aluno contextualize a problemática histórica com o apoio da tecnologia (SOUSA; GOMES, 2020, p. 12).

Além disso, uma atividade-histórica-com-tecnologia ainda apresenta uma estruturação com elementos recomendados por Sousa e Gomes (2020). A estrutura consiste em **elementos pré-textuais**, **informações básicas**, **desenvolvimento da atividade** e **avaliação**. Os elementos pré-textuais são a estruturação geral de identificação da sequência didática, como a capa com título, sumário e a apresentação da atividade. As informações básicas são os dados que identificam as características da atividade, como título, objetivos, conhecimentos prévios, cronograma, recursos a serem utilizados e as recomendações do professor. O desenvolvimento da atividade são os procedimentos que envolvem questionamentos/reflexões feitos durante a atividade com apoio de tecnologias, tendo ainda textos exploratórios e perguntas investigativas com elementos histórico-matemáticos. Por fim, tem a avaliação, que

ISBN: 978-85-61702-77-9

são as atividades/tarefas finais para avaliar o processo, desempenho dos alunos, socializando resultados, justificando e validando, entre outros aspectos.

Ressalta-se que Sousa e Gomes (2021) comentam em seu trabalho que a estruturação das atividades-históricas-com-tecnologia não é, necessariamente, uma regra a ser seguida rigorosamente. Os elementos destacados pelas autoras foram definidos a partir de um levantamento de trabalhos dissertativos que apresentassem um produto educacional com as características de uma atividade-histórica-com-tecnologia e, após esse levantamento, foi feita uma análise afim de saber e destacar os que eles tinham em comum em termos de estruturação.

Nesta ótica, nosso produto educacional será caracterizado como uma **atividade-histórica-com-tecnologia, mais precisamente uma sequência didática**, onde o contexto histórico será a utilização do Octante Reflexivo, elaborado de modo a acionar conhecimentos geométricos por ele mobilizados numa versão digital (simulador do Octante no *GeoGebra*). Para este produto educacional, a proposta é dividir a sequência em 3 atividades, comentadas na sequência.

Para a **parte inicial da sequência, em relação a sua estruturação**, teremos uma capa que identifica o título do produto (no momento, um provisório Utilizando o Octante Reflexivo para o estudo de conhecimentos geométricos por meio das atividades-históricas-com-tecnologias) e as pesquisadoras responsáveis, bem como a instituição e programa no qual a pesquisa é vinculada. Depois disso, teremos algumas **informações gerais básicas** sobre o objetivo do produto educacional, os conhecimentos prévios necessários, recomendações para os professores que decidirem aplicar esta atividade e o cronograma, indicando o que será feito em cada encontro sendo previstos um total de 3, com 1 hora e 30 minutos, aproximadamente, totalizando 4 horas e 30 minutos.,

A primeira **atividade, de caráter introdutório**, tem intenção de trazer uma contextualização histórica sobre o período em que viveu Hadley, a influência da *The Royal Society* na Europa entre os séculos XVII e XVIII, o Octante Reflexivo incluindo entendimento de sua elaboração e motivo de uso, além de almejar que os participantes da aplicação entendam um pouco mais sobre o desenvolvimento de instrumentos matemáticos. Para isto, são previstos alguns textos pequenos de contextualização e exploratórios (frutos da pesquisa bibliográfica e documental).

Além dos textos, investigações pretendem ser orientadas por questionamentos feitos em relação ao o que eles acham que são alguns elementos importantes na história do Octante, como quem foi John Hadley e qual era o seu papel durante

ISBN: 978-85-61702-77-9

o período na ***The Royal Society***, bem como a influência da comunidade científica na época para o desenvolvimento de instrumentos, o que seria um Octante e/ou instrumentos utilizados na navegação e como/porque eram importantes durante as viagens marítimas. Para responder a estas perguntas norteadoras, os participantes poderão lançar mão de tecnologias para pesquisar em sites de busca ***online,*** bem como sites, livros ***online***, Google Acadêmico e bibliotecas virtuais. Nesta etapa, os alunos utilizarão também Tecnologias Digitais como celular e computadores com acesso à internet, entretanto, apenas esses recursos de pesquisa ainda não serão considerados a Tecnologia Digital principal, que de fato será utilizada para a aplicação e que trata da aliança entre HM e TD.

Após a inserção do contexto em que se insere o desenvolvimento do Octante, agora partimos para **segunda atividade**, que tem intenção de consistir no **entendimento sobre o funcionamento do Octante** em relação a tomada de ângulos para determinação da altitude de astros celestes. No processo de cálculo da altitude, o estudo histórico-matemático revela que o presente instrumento utiliza de conhecimentos de natureza matemáticos e físicos. Como o produto educacional é voltado para o ensino de matemática, então iremos focar mais nos conhecimentos matemáticos mobilizados, entretanto, quando necessário, iremos evidenciar os conhecimentos físicos que também são acionados durante o uso.

Para entender o uso do Octante, iremos realizar a **construção do mesmo a partir do *software GeoGebra* (simulador).** Porém, antes dessa etapa, iremos explorar um pouco mais do instrumento e suas características, pois para o funcionamento do Octante, é necessário saber todos os elementos que o compõem. Neste momento, iremos explorar mais a **estrutura do instrumento como os espelhos, a graduação do arco, o indicador móvel e como eles estão posicionados a partir de uma imagem dele no artigo de John Hadley (1731)**.

Depois do momento de entender o funcionamento da estrutura e posicionamentos das peças, os participantes irão **assistir a um vídeo** do *Youtube* intitulado *Animate it – Octant*[6], produzido pelo canal *History of Science Museum*[7]. No vídeo, o apresentador James Cook tem em mãos o Octante Reflexivo em formato físico e explica melhor, com demonstrações, como posicionar o instrumento. Consideramos que o vídeo é importante para que os participantes que estejam na aplicação do

6 O vídeo ***Animate It – Octante*** pode ser acessado pelo link: https://www.youtube.com/watch?v=iiCY94LMBVg

7 Link do canal ***History of Science Museum:*** https://www.youtube.com/@HistoryofScienceMuseum

ISBN: 978-85-61702-77-9

produto educacional entendam a maneira que o observador deve posicional e manter o Octante, além de entender o funcionamento da movimentação do braço que vai de uma ponta do arco a outra, uma vez que não possuímos a versão física do instrumento.

Vale retomar que, no documento onde J. Hadley (1731) descreve o instrumento, ele apresenta duas formas de construção do Octante, identificando os anexos no artigo como Fig. II e Fig. IV. Para esta aplicação, iremos utilizar a Fig. IV (Figura 4 deste capítulo) como referência para construção e uso do Octante. O motivo desta escolha é que, de acordo com as leituras e referências bibliográficas utilizadas, este posicionamento dos elementos do Octante é a maneira mais atualizada de usar na época do que a da Figura 3 e, além disso, ele também apresenta mais elementos, ajudando ainda mais na melhoria quanto a tomada de ângulos ao calcular a altitude de astros celestes.

Depois de identificar a função dos elementos presentes no Octante, agora iremos para a **parte do funcionamento** (ainda na segunda atividade). Na observação para a tomada de ângulos, o Octante utiliza de conhecimentos de natureza matemática, a exemplo de: segmentos de retas, triângulos, ângulos internos e externos, ângulos complementares e suplementares, e entre outros. Assim, a partir de orientações presentes na segunda atividade, os participantes irão **construir o instrumento**, utilizando estes conceitos, para mostrar como ocorre a dupla reflexão dos feixes de luz emitidos pelo astro no qual está se calculando a altitude. Durante essa construção, orientações serão postas na atividade e também iremos intercalar algumas perguntas investigativas que os ajudem a irem criando suas conjecturas e explorando ainda mais as funções dos elementos do Octante, incluindo elementos matemáticos que estão envoltos em seu funcionamento.

Depois de montado, chegamos à **terceira atividade** da sequência do produto. Nela, **o simulador (versão digital no GeoGebra do Octante) será usado para investigações históricas** como, por exemplo, definir a distância angular entre uma estrela e o horizonte durante uma viagem marítima, de maneira virtual, e, a partir da observação e da contextualização sobre as tomadas de altitude em épocas anteriores, entender que tipo de informação este ângulo tomado dava. Serão criadas problemáticas a partir de um contexto, onde poderão ser alteradas a altitude do astro, a localização de onde está sendo tomado o ângulo e assim, o participante irá explorar essas problemáticas a partir do uso do instrumento simulado no *GeoGebra*.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Dessa forma, o produto educacional fica estruturado de acordo com o Quadro 2, apresentado a seguir.

Quando 2: Organização geral da sequência de atividades/proposta de produto

ATIVIDADE-HISTÓRICA-COM-TECNOLOGIA		
ATIVIDADE	**CARÁTER**	**RESUMO GERAL**
Atividade 1	Histórico	Atividade pensada para contextualizar os participantes da aplicação sobre o período emque John Hadley desenvolveu a ideia do Octante Reflexivo, suas motivações, além do seu uso e importância para a época.
Atividade 2	Matemático	Atividade com caráter matemático, buscando evidenciar os conhecimentos matemáticos mobilizados durante a construção da versão digital do Octante Reflexivo pelo ***GeoGebra.***
Atividade 3	Histórico-matemático	Na última atividade, iremos fazer a junção das informações que foram vistas na primeira e na segunda atividade, buscando aliar as problemáticas históricas, juntamente com a tecnologia digital, utilizando o ***software GeoGebra***, e fazendo com que os participantes consigam investigar problemáticas com apoio de tecnologias à luz da história.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

O conjunto dessas três atividades e o simulador comporão assim nossa proposta de produto que se fundamenta na aliança entre HM e TD a partir do Octante de J. Hadley. Depois da realização das atividades, planejamos aplicar, também, um questionário afim de validar/refinar o produto educacional. Este questionário passará pelo Comitê de Ética e Pesquisa da universidade a qual a pesquisa está vinculada.

Após a apresentação e discussão dos resultados da pesquisa, partimos para as considerações finais deste capítulo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta de produto educacional apresentada durante este capítulo tem a intenção de abordar conhecimentos matemáticos mobilizados pelo Octante Reflexivo por meio da aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais na formação de professores. É possível notar, a partir de estudo histórico-matemático em torno do Octatne, que, no decorrer da construção e manipulação do referido instrumento, são utilizados conceitos de ângulos, distância angular, segmentos

ISBN: 978-85-61702-77-9

de retas, arcos e setores circulares, bem como as propriedades em torno desses conhecimentos, além de outros que serão mais explorados durante o avanço da produção do PE.

Vale salientar novamente que o presente trabalho não está finalizado, o que apresentamos são os resultados da pesquisa bibliográfica e documental até agora, bem como a proposta de produto. Deste modo, podem haver mudanças quanto a estruturação do produto educacional, tal como a seleção do que será utilizado nele e a sua forma de aplicação.

Na intenção de trazer ainda mais evidências para a pesquisa, encontramos no decorrer da produção do presente capítulo mais dois documentos (que tratam do instrumento) que estão complementando o estudo histórico-matemático em torno do Octante e seu uso e serão tratados na dissertação, de modo a complementar e ampliar possiblidades de composição do produto educacional. Um dos pontos a serem evidenciados a partir dos novos achados consiste no fato de que, além de John Hadley, seus irmãos e outros estudiosos estiveram envolvidos com tal instrumento, de modo que um dos novos documentos é de autoria de seu irmão, George Hadley.

O segundo documento encontrado, considerando que o primeiro foi apresentando durante este capítulo, consiste em outra escrita de John Hadley, um artigo publicado em 1732, onde o mesmo discorre sobre uma viagem marítima realizada por ele e seus irmãos, juntamente com alguns companheiros, membros da ***Royal Society***. Já o terceiro documento trata-se de um livro escrito pelo irmão do John Hadley, o George Hadley, em 1734, que apresenta um pouco mais da descrição do Octante Reflexivo, porém, diferente do primeiro documento, este trata mais das vantagens do uso do Octante durante as viagens e ajustes que precisam ser feitos para a sua manipulação.

Ao fazermos a apreciação e o levantamento das informações desses dois novos documentos, consideramos que esses dados possam auxiliar na construção do simulador do Octante Reflexivo, bem como na montagem da sequência didática, encaminhando melhor os problemas que serão criados para a utilização do instrumento. Para que, dessa forma, possamos concluir a elaboração do produto educacional, aplicarmos e validarmos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERÊNCIAS

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

HADLEY, John. The Description of a new instrument for taking angles. **The Royal Society**. Disponível em: https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rstl.1731.0025 . 1731. Acesso em: 10 de ago. de 2021.

History of Science Museum. Animate It – Octant. Youtube, 8 de janeiro de 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=iiCY94LMBVg. Acessado dia: 01 de agosto de 2023. JOHN HADLEY. Mactutor: History of Math, 2005. Disponível em: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hadley/. Acesso em: 10/11/2023 KING, H. C. **History of the Telescope**. London: Griffin, 1955.

NORIE, John William. Description and Use of Hadley's Quadrant – Adjustments of the Quadrant – Use of the Quadrant. Londres: 1828.

RIGAUD, S.P. **Biographical account of John Hadley, Esq. V.P.R.S., the inventor of the quadrant, and of his brothers George and Henry**, Nautical Magazine 4. 1835.

SOUSA, Giselle Costa de. História da Matemática em alianças com Tecnologias Digitais. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 18, p. 1-17, 2023.

SOUSA, Giselle Costa de**. Aliança entre História da Matemática e Tecnologias via Investigação Matemática**. São Paulo: Livraria Física, 2020.

SOUSA, Giselle Costa De; GOMES, Anna Beatriz De Andrade. Aporte para a promoção de atividades-históricas-com-tecnologia. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 5, p. 1689–1699, 2020.

STIMSON, A.. **The influence of the Royal Observatory at Greenwich upon the design of 17th and 18th century angle-measuring instruments at sea**, *Vistas Astronom.* v. 20. p. 123-130 (1976).

ISBN: 978-85-61702-77-9