

AS PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DE PIERRE DE FERMAT PARA O ESTUDO DE TEORIA DOS NÚMEROS

José Josimário da Silva Basto (1); Amanda Raphaela Pachêco de Melo (1);
Jobson de Farias Lima (2); Thiago Jefferson de Araújo (4)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, *campus* SC (1)
josimariobasto@gmail.com

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, *campus* SC (1)
Amanda_raphaela1995@hotmail.com

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, *campus* SC (2)
jobsondefariaslima@yahoo.com.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, *campus* SC (4)
thiago.araujo@ifrn.edu.br

RESUMO

O seguinte trabalho constituiu-se a partir de um levantamento bibliográfico realizado por discentes do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – *Campus* Santa Cruz (IFRN - SC). Esse artigo foi desenvolvido a partir de uma atividade proposta pelo professor da disciplina Teoria dos Números e foi utilizado como um dos critérios de avaliação. O estudo teve como objetivo geral abordar bibliograficamente as principais contribuições do renomado matemático Pierre de Fermat para a Teoria dos Números. Partindo desse pressuposto, elaboramos a biografia de Fermat dentro de um contexto histórico-social, destacando sua vida acadêmica, profissional e pública. Além disso, objetiva-se compreender os resultados atribuídos a esse cientista dando ênfase a dois grandes resultados, O Pequeno Teorema de Fermat e o Último Teorema de Fermat. Para este trabalho a pesquisa foi sistematizada em tópicos. O primeiro trata-se dos dados biográficos de Pierre de Fermat, em seguida abordamos dois dos seus grandes teoremas enunciados e elencamos outros teoremas elaborados por ele. Por fim, trazemos as considerações finais e as referências bibliográficas. Nessa abordagem histórica, procuramos mostrar a importância desses teoremas e a forma com que eles impulsionaram a pesquisa matemática durante séculos, levando diversos estudiosos a desenvolverem trabalhos com o objetivo de consolidar as conjecturas de Fermat. Consideramos assim, que a busca por essas demonstrações influenciaram positivamente para o avanço da matemática. Desse modo, com base no artigo aqui apresentado, esperamos que esse trabalho possa fomentar pesquisas acerca do extraordinário matemático Pierre de Fermat, como também estimular o estudo da Teoria dos Números.

Palavras-chave: Pierre de Fermat, levantamento bibliográfico, teoria dos números, o último teorema de Fermat.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho, intitulado As principais contribuições de Pierre de Fermat para o estudo de Teoria dos Números, é resultado de uma pesquisa teórica desenvolvida no curso de

Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – Campus Santa Cruz, na disciplina Introdução à Teoria dos Números.

Diante disso, temos como objetivo geral abordar bibliograficamente as principais contribuições do renomado matemático Pierre de Fermat para Teoria dos Números. Desse modo, nos propomos a elaborar a biografia de Fermat dentro de um contexto histórico-social, destacando sua vida acadêmica, profissional e pública.

Esse estudo bibliográfico tem ainda, e de acordo com a meta principal do projeto, compreender os resultados atribuídos a esse cientista dando ênfase a dois grandes resultados, O Pequeno Teorema de Fermat e o Último Teorema de Fermat. Esses estudos que contribuíram para torná-lo conhecido como o maior matemático francês do século XVII.

Para este trabalho sistematizamos o texto em tópicos, além dessa introdução. O primeiro trata-se dos dados biográficos de Pierre de Fermat, em seguida abordamos dois dos seus grandes teoremas enunciados e elencamos outros teoremas elaborados por ele. Por fim, trazemos as considerações finais e as referências bibliográficas.

BIOGRAFIA DE PIERRE DE FERMAT



Figura 01: Pierre de Fermat
Fonte: <http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/TCCSALVAD/OR01.10.2014VERSAOFINAL.pdf>

De acordo com um registro, considerado válido por diversos escritores, Pierre de Fermat nasceu em 17 de agosto de 1601 em Beaumont de Lomagne, comunidade próxima a Toulouse, sudoeste da França. Sua família era bem sucedida, a mãe chamava-se Claire de Long e o pai Dominique Fermat, rico comerciante de peles e cônsul de Beaumont por vários

mandatos, além disso, seu avô materno era um jurista parlamentar, cargo de grande relevância na corte francesa.

Fermat recebeu uma educação privilegiada, seus primeiros passos acadêmicos foram em casa, regidos por professores capacitados que incentivaram e despertaram a curiosidade do garoto, em seguida, passou sua juventude estudando no Monastério Franciscano de Grandselve. Apesar de ter demonstrado grande interesse pela matemática, Fermat optou por seguir a carreira de advogado, devido à formação de sua família, e em 1623 matriculou-se na Universidade de Orleans, obtendo seu bacharelado em direito civil em 1626.

Pierre de Fermat constituiu família, casou-se em 1631 com uma prima de sua mãe chamada Louise de Long, eles tiveram três filhos e duas filhas, o mais velho chamado de Clement Samuel. Influenciado pela sua família, Fermat ingressou e seguiu carreira no serviço público, inicialmente trabalhando como consultor jurídico da corte francesa e posteriormente foi sendo nomeado conselheiro do parlamento de Toulouse, tornando-se conselheiro do rei.

Advogado talentoso exercia um trabalho público eficiente pautado pelo cumprimento do dever, qualquer cidadão que necessitasse realizar um requerimento diretamente ao rei, a princípio deveria passar pelo crivo de Fermat e de outros importantes conselheiros.

Apesar de sua profissão ocupar grande parte do seu tempo, Fermat reservava momentos para se dedicar às suas investigações científicas, estudou Literatura Clássica, a Física e principalmente a Matemática, essa, que passou a ser o seu melhor lazer. Ou seja, Fermat não dedicava totalmente seu tempo ao estudo da Matemática, como faziam os matemáticos profissionais da sua época, mas isso não o impediu de realizar grandes descobertas para essa área do conhecimento.

Uma de suas primeiras ocupações com a pesquisa matemática estava atrelada ao cálculo infinitesimal, matemática nova que estava sendo destrinchada naquela época. Contudo, sua maior contribuição se deu no campo da Teoria dos Números, de tal modo que é considerado o fundador das bases da Teoria dos Números, o que lhe atribui maior reconhecimento como matemático. Além disso, suas relevantes contribuições o tornaram o maior matemático francês do século XVII.

No início da década 1650, uma grave doença atingiu a Europa, causando várias mortes entre população, a praga desconhecida naquela época, é a doença que conhecemos hoje por tuberculose. Fermat chegou a contraí-la e ficou bastante enfermo, tanto que até a sua morte

chegou a ser anunciada, mas a divulgação foi incorreta. Seu falecimento aconteceu no dia 12 de janeiro de 1665, na cidade de Castres, também na França.

O PEQUENO TEOREMA DE FERMAT

Uma dos resultados de Pierre de Fermat para a teoria dos números ficou conhecido como Pequeno Teorema de Fermat. Este teorema foi enunciado por tal matemático em 1640, por meio de uma carta destinada a Bernhard Frénicle de Bessy. Entretanto, sua demonstração só tornou-se conhecida em 1736, quando o matemático Euler a publicou.

Teorema (Pequeno Teorema de Fermat) Se p é um número primo e a é um inteiro arbitrário não divisível por p , então p divide $a^{p-1} - 1$.

Segundo Serpa (2012, p.17), “Este teorema pode ser demonstrado recorrendo a várias técnicas matemáticas e de várias áreas da matemática. Sendo um resultado de teoria de números, a prova mais natural é a que surge da manipulação da divisibilidade de números.”.

Demonstração: Pelo teorema binomial temos

$$(a + 1)^p \equiv a^p + 1 \pmod{p}$$

de fato,

$$\binom{p}{k} \equiv 0 \pmod{p}$$

Para $0 < k < p$. Subtraindo $(a + 1)$ de ambos os membros da primeira congruência

$$(a + 1)^p - (a + 1) \equiv a^p - a \pmod{p}.$$

Por indução, verifica-se inicialmente, que $p | 1^p - 1$.

Suponha-se que $p | a^p - a$. Como,

$$(a + 1)^p - (a + 1) \equiv a^p - a \pmod{p},$$

daí,

$$p | ((a + 1)^p - (a + 1))$$

provamos por indução que

$$a^p \equiv a \pmod{p}.$$

Logo, ao multiplicarmos esta última congruência pelo inverso multiplicativo de $a \pmod{p}$, obtemos portanto que

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}, \text{ ou seja, } p | a^{p-1} - 1,$$

onde o $\text{mdc}(a, p) = 1$.

■

O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

Embora considerado um matemático amador, Pierre de Fermat tornou-se bastante conhecido no campo da teoria dos números, de modo a ser considerado o seu fundador. Fermat gostava muito de dedicar seu tempo livre ao estudo da matemática e foi em um desses, que ele se deparou com o teorema de Pitágoras,

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Ao analisar, percebeu que se substituísse o expoente 2 por 3 ou por 4, não existiria valores a , b e c pertencentes aos inteiros positivos que satisfizesse a equação, ou seja, $a^3 + b^3 \neq c^3$ para a , b e c pertencentes aos inteiros positivos. Indo mais além, afirmou que não há solução inteira para a equação

$$x^n + y^n = z^n$$

com $n > 2$ e x, y e z pertencente ao conjunto dos números inteiros positivos. Criando assim o famoso Teorema de Fermat, mais conhecido como “o último teorema de Fermat”.

Matemático de poucas publicações, Fermat trocava orientações e descobertas com outros estudiosos da época através de correspondências, isso irritava os matemáticos profissionais, pois eles as encaravam como um deboche ou desafio. De acordo com Bruno (2014, p. 14) “Fermat se comunicava com outros matemáticos unicamente para apresentar suas mais recentes descobertas, através de teoremas, sem fornecer a demonstração, e

desafiava seus correspondentes a apresentar uma demonstração para os resultados apresentados.”.

Graças ao seu filho mais velho Clement Samuel, o mundo passou a conhecer o teorema aqui discutido, tal estudo encontrado nas margens do livro a *Aritmética de Diofanto*, espaço que Fermat utilizava para fazer suas anotações foi publicado por Samuel em 1670.

Com tudo, Pierre não havia demonstrado esse teorema culpando justamente a limitação das margens do livro, “... e eu seguramente encontrei uma prova admirável desse fato, mas a margem é demasiado estreita para contê-la”. Por mais de três séculos renomados matemáticos tentaram demonstrar que esse teorema não era válido, procurando empiricamente uma solução que satisfizesse a equação.

O próprio Fermat por volta de 1650 já havia provado a validade do teorema para $n=4$, Euler (1707-1783) pensou no problema e mostrou para $n=3$, Dirichlet (1805-1859) para $n=5$ e $n=14$, Ernst Kummer (1810-1893) demonstrou para todos os valores de n sendo $2 < n < 101$ com exceção dos expoentes 37, 59 e 67. Com o avanço da tecnologia foi aumentado o campo de testes sem sucesso sobre a solução, provando assim intrinsecamente que Pierre de Fermat estava certo da sua afirmação, porém faltava uma demonstração que comprovasse para todos os valores de n .

O último teorema de Fermat tornou-se famoso entre os matemáticos e pesquisadores da área devido à complexidade de sua demonstração e ganhou visibilidade quando um importante matemático e empresário alemão Paul Wolfskehl resolveu oferecer uma recompensa de 100.000 marcos (equivalente a cerca de 1.000.000 dólares) à Academia de Ciências de Göttingen a quem conseguisse realizar a demonstração completa do teorema. De acordo com Eves:

O resultado foi uma avalanche de supostas provas motivadas pela glória e pelo dinheiro [...]. O último “teorema” de Fermat ganhou a distinção de ser o problema matemático com maior número de demonstrações incorretas publicadas. (2011, p.392).

Em 1993, o matemático Andrew Wilis, professor da Universidade de Princeton anunciou em uma Conferência no *Sir Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences* em Cambridge ter finalmente realizado a demonstração do último teorema de Fermat. O estudioso revelou que durante sete anos se dedicou em segredo à busca pela comprovação do teorema, entretanto, sua demonstração apresentava falhas.

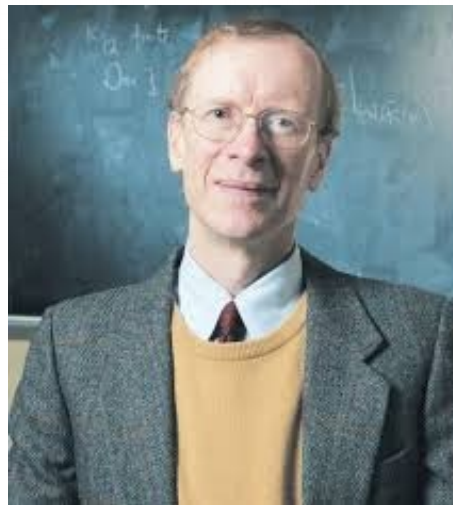


Figura 02: Andrew Wiles.

Fonte: <http://p4r.com.br/popups/0140/0140.htm>

Dessa forma, Wiles procurou reformular sua demonstração a fim de corrigir as lacunas apontadas. Em 1995, ele definitivamente chegou ao fim de sua demonstração, desvendando enfim o teorema que foi anunciado por Fermat há 358 anos. A demonstração do professor Andrews continha cerca de 200 páginas, sua estrutura apresenta uma linguagem matemática avançada, de modo que dificulta sua compreensão.

OUTROS TEOREMAS DE FERMAT

Ao longo de suas investigações científicas, Pierre de Fermat desenvolveu diversos estudos que contribuíram no campo da Teoria dos Números, sendo relevante citá-los em nosso trabalho, em nível de conhecimento. São teoremas que seriam esquecidos ou nunca vistos pela comunidade científica e foram publicados pelo seu filho Clement Samuel em uma nova edição do Livro *Aritmética* de Diofanto.

- 1) *Todo primo ímpar pode se expresso como a diferença de dois quadrados de uma, e uma só, maneira;*
- 2) *Um primo da forma $4n + 1$ pode ser representado como a soma de dois quadrados;*
- 3) *Um número primo de forma $4n + 1$ é apenas uma vez a hipotenusa de um triângulo retângulo de lados inteiros; seu quadrado é duas vezes; seu cubo é três vezes; e assim por diante;*
- 4) *Todo inteiro não negativo pode ser representado como soma de no máximo quatro quadrados;*
- 5) *A área de um triângulo retângulo de lados inteiros não pode ser um quadrado perfeito inteiro;*

- 6) Há uma única solução inteira de $x^2 + 2 = y^3$ e apenas duas de $x^2 + 4 = y^3$;
7) Não existem inteiros positivos x, y e z tais que $x^4 + y^4 = z^2$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na pesquisa bibliográfica realizada procuramos adentrar nas principais contribuições de Pierre de Fermat para a Teoria dos Números, destacando dois dos seus resultados mais conhecidos e instigantes que contribuíram de maneira significativa para o desenvolvimento desse campo da Matemática.

Procuramos mostrar a importância desses teoremas e a forma com que eles impulsionaram a pesquisa matemática durante séculos, levando diversos estudiosos a desenvolverem trabalhos com o objetivo de consolidar as conjecturas de Fermat. Consideramos assim, que a busca por essas demonstrações influenciaram positivamente para o avanço da matemática.

Portanto, com base no artigo aqui apresentado, esperamos que esse trabalho possa fomentar pesquisas acerca do extraordinário matemático Pierre de Fermat, como também estimular o estudo da Teoria dos Números.

REFERÊNCIAS

BRUNO, S. S. **O último teorema de Fermat para $n = 3$** . 2014. 86 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - PROFMAT, UNIRIO, Rio de Janeiro. 2014.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: editora da Unicamp, 2001.

SERPA, C. Do pequeno teorema de Fermat às famílias gerais de congruências. **Gazeta de Matemática**, Lisboa, n. 0167, jul.2012. Disponível em: <http://gazeta.spm.pt/get?gid=167>. Acesso em: 21 mar. 2016.