

# **O USO DE DOBRADURAS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: HISTÓRIA, TEOREMAS E PROBLEMAS**

**Daniel Brandão Menezes**

**Universidade Christus (Professor) / brandaomenezes@hotmail.com**

**Maria José Costa dos Santos**

**Universidade Federal do Ceará (Professora) / mazeautomatic@gmail.com**

**RESUMO:** O ensino e a aprendizagem sofrem constantes modificações e os detentores do conhecimento necessitam acompanhar tais mudanças surgindo a preocupação com o desempenho do professor do ensino básico mediante a nova realidade da Educação Matemática. Diante disso, este trabalho objetivou elaborar um estudo da geometria plana por meio da manipulação das dobras de papel para construção de conceitos e teoremas. A metodologia utilizada foi o levantamento bibliográfico de obras científicas relacionadas com os resultados necessários ao aprendizado do tema de geometria por meio de dobras adaptando conceitos matemáticos às dobraduras de papel. Os resultados contemplam a criação de um texto sobre a história das dobras, aplicação de teoremas e problemas envolvendo a geometria. Modelos de trabalhos podem ser discutidos como: utilização do *software* geogebra aplicando dobras, controle das atividades com dobras em sala de aula, gravação de vídeos e criação de um livro texto sobre as dobras para os alunos.

**Palavras-Chave:** Geometria Plana. Ensino de Matemática. Origami.

## 1 – Introdução

A formação dos professores do Ensino Básico tem sido motivo de discussões no cenário educacional brasileiro uma vez que os índices de qualificação escolar não apresentam resultados positivos, seja na aprovação anual para atingir a nova série, na tentativa de concursos ou vestibulares ou, até mesmo, no mercado de trabalho.

Essa realidade se torna mais alarmante quando se trata da disciplina de Matemática, quando os jovens por motivos diversos encontram dificuldades em seu aprendizado de acordo com Versa e Sousa (?, p.2).

Assim, muitas tentativas de sanar tais deficiências são propostas como realizar uma formação continuada com o docente a fim de que esteja sempre aprimorando as ferramentas de ensino utilizadas em sala de aula. Quando se trata de ensinar uma disciplina no ensino básico, muitos questionamentos devem ser feitos previamente e tais dúvidas não envolvem somente os alunos como também o docente e, portanto, exigirá um desempenho mais qualificado desse profissional.

“A situação ensinar/aprender é norteada pela satisfação que o indivíduo sente em usar a ciência para seu ajustamento ao meio, para suavizar suas lutas, para resolvendo problemas dar-lhe maior condição de cidadão. É nessa direção que se providencia a formação de hábitos, atitudes e desenvolvimento de habilidades que lhe possibilitarão ultrapassar barreiras e desfrutar das oportunidades férteis que a vida moderna lhe apresenta.” (BRITTO, 1984, p. 150)

Essa é uma situação preocupante para a disciplina de matemática, já que os professores não tiveram, quando estudavam ainda no ensino básico, um modelo educacional voltado para uma nova visão de ensino. Desse modo, nos deparamos com um dos maiores desafios na formação de formadores: formá-los com os novos moldes que a educação exige e, concomitantemente, torná-los aptos a aplicar o conhecimento com novas possibilidades em sua sala de aula.

Esses comentários revelam consoantes ao o que preconizados nos Parâmetros Curriculares Nacionais/PCNM (BRASIL, 1997), pois o desenvolvimento da educação

trouxe consigo a necessidade de que os estudantes tenham a capacidade de resolver um problema, uma postura diferenciada na tomada de decisões e interpretação das mais variadas situações, bem como, aperfeiçoar os valores sociais e de trabalho em equipe.

De acordo com os PCNM (BRASIL, 1997), a comunicação por meio de códigos e a interpretação e modelagem de uma realidade são percebidas por meio da matemática, ou seja, é nessa disciplina que os alunos poderão criar muitos elos com a realidade e ajudá-los em seu aprendizado que, a partir deste momento, não será mais pontual e sim interdisciplinar voltado para o cotidiano como, por exemplo, a leitura e compreensão do espaço e das figuras na geometria.

Segundo D'Ambrósio (1997), a matemática em sala de aula atua como

“[...] uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural.” (D'Ambrosio, 1997, p.7)

A resolução de problemas, além de ser trabalhada pela parte algébrica da matemática, possui atuação na geometria a partir do momento em que exige a capacidade de visualização de figuras planas ou espaciais e suas propriedades geométricas dos corpos encontrados usualmente. Essa é uma das áreas mais antigas e que se tem revelado uma aliada no ensino da matemática, pois inúmeros estudos são realizados com a geometria e material concreto, ou seja, o uso de material didático manipulável tem sido muito utilizado nos estudos do conteúdo de geometria.

## **2 – A história das Dobras**

As técnicas de dobragem mostradas neste trabalho são realizadas em linhas retas, apesar de serem conhecidas também modelos que trabalham com linhas curvas. Segundo Liliane (2008, p. 08) foi em meados da década de 70 que as dobragens em origami foram objeto de estudos em que eram enumeradas suas possíveis combinações.

Neste cenário destacou-se Humiaki Huzita, um matemático japonês-italiano (nasceu no Japão, porém viveu a maior parte de sua vida na Itália) que ficou conhecido por formular no final da década de 70 os primeiros seis axiomas, chamados inicialmente de operações básicas, para definir uma única dobra que pode alinhar várias combinações de pontos e retas já pré-existentes, ou seja, descrevia a matemática de dobrar o papel com o intuito de resolver problemas de construção geométrica. Ramirez e Lopez (2013,

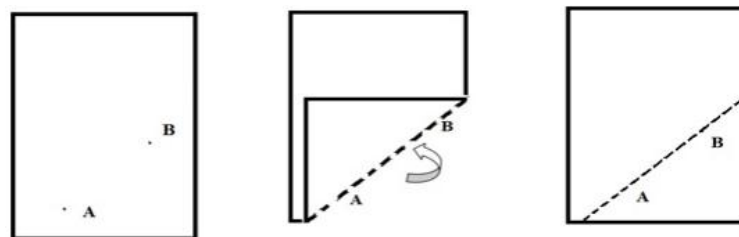
p.03) afirmam que estes axiomas também são relacionados, não somente com os conceitos da geometria euclidiana, como também, com problemas de cálculo diferencial e geometria analítica. Anos mais tarde, em 1989, Jacques Justin ao publicar um artigo sugeriu que as combinações possíveis com uma única dobragem eram sete e não mais seis como os estudos de Huzita revelavam. Ainda de acordo com as pesquisas de Liliane (2008, p. 08), foi em 2002 que foi formalizado o sétimo axioma, ao apresentar uma dobragem que não era descrita nos estudos já realizados sobre o assunto e, então, os sete axiomas ficaram conhecidos como os Axiomas de Huzita-Hatori que mesmo em períodos diferentes trouxeram à tona a completude da lista. Alguns autores ainda ratificaram tais axiomas, como o físico americano Robert Lang que publicou em 2003 um estudo que demonstra a existência de apenas sete axiomas. Esses sete axiomas definem tudo que é possível de construir com uma única dobragem correlacionando retas e pontos.

### 3 – As Dobras

O desenvolvimento da pesquisa seguiu a discussão sobre a Descrição Axiomática, Conceitos Geométricos Utilizando Dobras e Teoremas e o Uso de Dobras para a resolução de Teoremas e Problemas. Inicialmente, o professor na Descrição Axiomática, encontrará sedimentado o conteúdo teórico necessário para as aplicações que serão realizadas nos próximos tópicos por meio das dobras.

Dando sequência ao trabalho, delineamos, em seguida, os Conceitos Geométricos utilizando dobras, os primeiros passos para a construção da geometria euclidiana em sala de aula, pois são as definições primitivas dos conceitos geométricos mais trabalhados, tal como mostrado na figura 01.

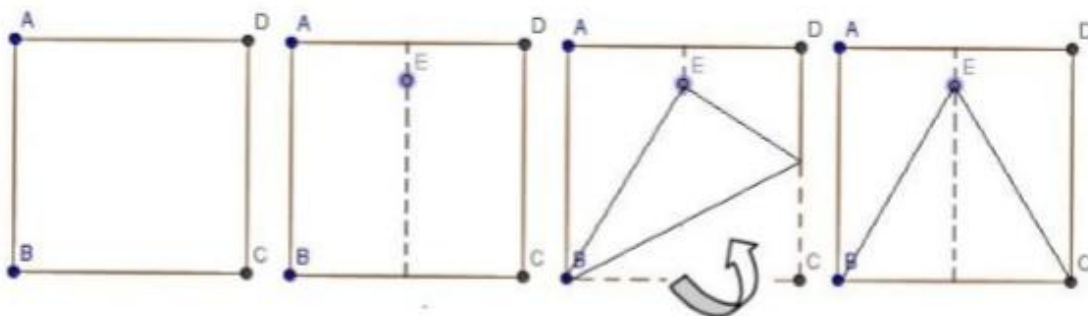
**Figura 01:** Construção de uma reta por meio de uma dobra



Fonte: Pesquisa Direta

Na figura 02, um triângulo equilátero é construído a partir de um quadrado ABCD, e por ser de simples visualização, será mostrado: será dobrado o lado AB sobre o lado DC, o vértice representado pelo ponto C será levado ao encontro da dobra feita e será fixado um ponto E. De maneira análoga será feito com o vértice representado pelo ponto B. O triângulo BEC formado pelas três dobras é equilátero, uma vez que  $BE = BC$  e  $EC = BC$ .

**Figura 02:** Construção de um triângulo equilátero

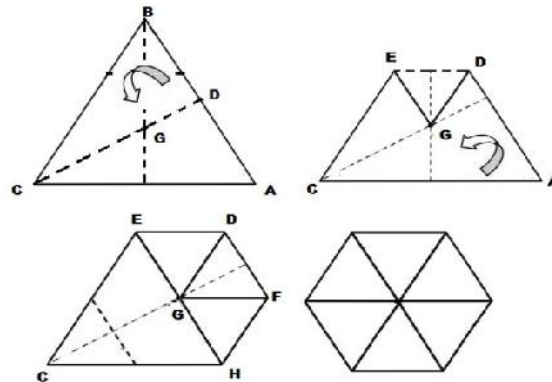


Fonte: Pesquisa Direta

Nesta etapa o professor dará os passos iniciais para que os alunos sejam conduzidos ao aprendizado mais amplo da geometria e fundamentará conceitos importantes para a resolução dos problemas propostos.

Assim, foram realizadas as construções das figuras geométricas usuais: triângulo, quadrado, pentágono regular e hexágono regular e algumas de suas propriedades conforme visto na figura 03, a seguir. O hexágono regular foi construído a partir do triângulo equilátero ABC. O segmento CD, é a altura, bissetriz e mediana em relação ao lado AB se o ponto D for ponto médio. Da mesma maneira ocorre com os segmentos que passam por AC e BC, daí resulta um ponto G, que é definido como ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro do triângulo ABC. A realizarmos uma dobra levando o vértice B ao encontro do ponto G, o vértice A ao ponto G e também o C ao G, obtém-se um hexágono regular. A justificativa é simples para a construção de um hexágono regular, pois os triângulos formados são equiláteros. Sabe-se que a dobra ED é paralela à base AC do triângulo, assim como as outras dobras também são paralelas às outras bases, daí os triângulos EGD e FGH são congruentes pelo caso ALA, e portanto o ângulo G é  $60^\circ$ , concluindo que os 6 triângulos construídos são equiláteros e portanto forma um hexágono regular.

**Figura 03:** Construção do hexágono regular por meio de dobras.



**Fonte:** Pesquisa Direta

Seguindo esse raciocínio, no Uso de Dobraduras para a resolução de Teoremas e Problemas, encontra-se o momento mais importante desse trabalho, pois proporciona o aprimoramento do professor de matemática, por meio do estudo sobre a Geometria Euclidiana, discutindo dois Teoremas importantes: Teorema de Pitágoras e Teorema de Haga, bem como problemas que atravessaram séculos para a sua resolução. Desse modo, esse é o momento em que o docente pode aplicar o que foi fundamentando nos tópicos anteriores, por meio dos estudos e das atividades com as dobras, de acordo com o Teorema de Huzita- Hatori e os conceitos geométricos.

#### **4 – Resultados**

Esse trabalho traz uma contribuição literária que aborda história, problemas e Teoremas da Geometria para que os professores do ensino básico possam utilizar como apoio teórico com a finalidade de repassarem o conteúdo geométrico, transmitindo os problemas e Teoremas aqui abordados de uma forma lúdica, mas que proporcione a construção dos conceitos da geometria plana.

Dessa forma, essa proposta pode e deve ser testada amplamente, necessitando apenas de um bom planejamento, para a utilização adequada de materiais manipuláveis.

Os aprendizados obtidos com o ensino da geometria por meio de dobras vão além dos resultados visíveis na escola, como também, o desenvolvimento de habilidades como memória, concentração, criatividade e principalmente, interação com outras

realidades dentro de sua própria sala. Tudo isso pode acontecer, através do empenho do professor e de suas peculiaridades como educador, uma vez que somente ele pode determinar o momento certo e o como trabalhar com tais experimentos práticos, já que conhece o nível e grau de interesse da turma.

As atividades foram voltadas para o discente, com uma linguagem bem simples e menos técnica para que eles pudessem acompanhar as atividades, sem dificuldades. Além disso, é preciso acompanhamento, não só na sala de aula, mas também em casa.

Este trabalho também revela caminhos para o uso de tecnologias mais avançadas como a utilização do *software* Geogebra e também de gravações de vídeo com o passo a passo das manipulações das dobras, proporcionando maior enriqueça e qualidade de recursos que podem ser disponibilizados para o aprendizado dos alunos.

## **5 – Conclusão**

Uma constante dificuldade em aplicar algo novo na sala de aula encontra-se na rejeição de alguns professores em saírem de uma zona de conforto na qual já estão acostumados a vivenciar e partirem para novos rumos e formas de ensino. O ensino tradicional pautado em aulas expositivas em que somente o professor é o detentor do saber faz com que o discente seja o polo passivo do conhecimento, em que somente recebe o conteúdo e em nenhum momento participa de sua construção, ou seja, procurar um meio (lúdico e inovador) de reduzir a resistência de determinadas matérias que muitos alunos apresentam, em especial, em determinados conteúdos matemático é, de longe, uma máxima seguida por parte de uma parcela de professores.

Assim, o trabalho desenvolvido mostra evidências de possuir elementos que podem contribuir para um real aprimoramento do professor em sala, demonstrando com isso, sua eficácia na aprendizagem da geometria plana uma vez que deve ser bem aceito pela classe docente como um instrumento de pesquisas e trabalhos futuros. É deixado bem claro, que as dobras por si nada representariam se não houvesse um arcabouço teórico que complementasse toda a metodologia a ser implantada: prática e teoria.

## 5 – Referências

BARRETO, Carlos Alberto A Geometria do Origami como ferramenta para o ensino da Geometria Euclidiana na Educação Básica. 2013. 86 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal de Sergipe. 2013.

BORLIN, H. Resolução do problema da duplicação do volume do cubo utilizando o origami. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/96619?show=full>>. Acesso em: 2 dez. 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.. Brasília: MEC/SEF, 1998. 146 p.

BRAZ, Lúcia Helena Costa Uma abordagem didática da geometria dos pontos notáveis de triângulos utilizando origami.. 2013. 72 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal de Lavras. Faculdade de Matemática. 2013.

BRITTO, Neyde Carneiro de Didática especial. São Paulo: Editora do Brasil, 1984.

CARVALHO, Llian Milena Ramos. ROCHA, Jackeline Aparecida Aguiar Da. O Origami na Disciplina de Matemática como Recurso Didático para o Ensino de Geometria Plana e Espacial.Bahia. Anais do XIV Encontro Baiano de Educação Matemática. 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996. Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005

D'Ambrósio, Ubiratan Elo entre as tradições e a Modernidade.. São Paulo: Ática 2001.

EDUARDO, CAVACAMI e YOLANDA, KIOKO SAITO FURUYA Explorando Geometria Euclidiana com Origami.. Oficina apresentada na IV Bienal da SBM, em Maringá - PR, 2008.

FERREIRA, Fabrício Eduardo Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via a teoria de Van Hiele com origami. 2013. 94 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista. 2013.

IMENES, L. M. Geometria das dobraduras.. 5. ed. São Paulo: Scipione, 1994. 64 p. (Coleção Vivendo a Matemática).

LANK, R. J. Huzita-Justin axioms.. Disponível em:<<http://www.langorigami.com/science/math/hja/hja.php>>. Acesso em: 1 nov.2013. LUCAS, E.S.C. Uma abordagem didática para a construção dos poliedros regulares e prismas utilizando origamis.. 2013. 81 f. Dissertação (Pós-graduação Profissional em Matemática) -Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Lavras, Minas Gerais, 2013.

LUCAS, Eliane dos Santos Corsini Uma Abordagem Didática para a construção dos poliedros regulares e prismas utilizando origamis.2013. 81 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal de Lavras. Faculdade de Matemática. 2013.



LUCERO, Jorge C. O problema Deliano. Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, <http://www.mat.unb.br/lucero/orig.html>, Brasil.2006

LUCERO, Jorge C. A trissecção de um ângulo. Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, <http://www.mat.unb.br/lucero/orig.html>, Brasil. 2006

MATOS, Francisco Roberto Pinto. YOKOYAMA, Leo Akio. Construções Geométricas por Dobraduras Origami.2004.Pernambuco.Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática Editora do Brasil.2004.

MATTOS, F.R.P. Números Construtíveis por Dobraduras de Papel ou Reflexões.Dissertação(Mestrado em Matemática Aplicada), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Novembro 2001, 295p.

MONTEIRO, Liliana Cristina Nogueira Origami: História de uma Geometria Axiomática.2008. 111 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade de Lisboa.Faculdade de Ciências. 2008.

RAMIREZ, Z.M.S.; LÓPEZ, C.M.J. Producción de conocimiento geométrico através de la visualización de construcciones con doblado de papel.. In: I Congresso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, 1, 2013, Santo Domingo, Anais...Santo Domingo: 2013. Disponível em: <<http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/216-400-1-DR-C.pdf>>. Acesso em: 15 fev.2014.