NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO E PROVAS E DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS PRODUZIDAS POR UM TRIO DE ALUNOS VIA GEOGEBRA

Marcella Luanna da Silva Lima; Abigail Fregni Lins

Universidade Estadual da Paraíba, marcellaluanna@hotmail.com; Universidade Estadual da Paraíba, bibilins@gmail.com

Resumo: O ambiente de Geometria Dinâmica pode encorajar os alunos a descobrirem novas representações e a refletirem mais de perto como um matemático, inicialmente, visualiza e analisa um problema, fazendo conjecturas antes de realizar provas e demonstrações. Provas e demonstrações matemáticas são características essenciais da Matemática e elas possibilitam que o aluno produza ligações conceituais e novos métodos para resolver determinados problemas. Com isso, neste Pôster apresentamos um breve relato sobre uma das atividades discutidas em nossa pesquisa de mestrado vinculada ao Projeto OBEDUC em rede UFMS/UEPB/UFAL Núcleo UEPB. A pesquisa teve cunho qualitativo via estudo de caso e a atividade discutida teve como objetivo investigar que nível de pensamento geométrico e que tipo de prova é produzida por um trio de alunos no ambiente GeoGebra. Utilizamos como referenciais teóricos Parzysz (2006) para os níveis do pensamento geométrico, e Balacheff (2000) e Nasser e Tinoco (2003) para as provas e demonstrações matemáticas, e optamos pela técnica de triangulação para a análise dos dados, uma vez que utilizamos como instrumentos de coleta dos dados a observação, as notas de campo, gravações em áudio e a Proposta Didática. Concluímos que esses alunos se encontram nos níveis iniciais do pensamento geométrico (Geometria concreta, G0, e Geometria Spatio-Graphique, G1), como também utilizam casos particulares (Empirismo Ingênuo, Justificativa Gráfica e Justificativa Pragmática) para comprovar uma afirmação. Portanto, esses alunos não são incentivados a resolverem atividades que os motivem a refletir, justificar, argumentar, provar e demonstrar afirmações matemáticas.

Palavras-chave: Observatório da Educação; Educação Matemática; Pensamento Geométrico; Provas e Demonstrações Matemáticas; GeoGebra.

Introdução

O presente Pôster refere-se a um relato de uma das atividades realizadas na pesquisa *Sobre Pensamento Geométrico, Provas e Demonstrações Matemáticas de Alunos do 2º ano do Ensino Médio nos ambientes lápis e papel e GeoGebra*, desenvolvida como dissertação de mestrado, no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração Educação Matemática, realizada na Universidade Estadual da Paraíba e concluída no ano de 2015.

Nossa pesquisa de mestrado foi fruto de um Projeto intitulado *Trabalho colaborativo com professores que ensinam Matemática na Educação Básica em escolas públicas das regiões Nordeste e Centro-Oeste*, que faz parte do Programa Observatório da Educação

OBEDUC/CAPES. Esse Projeto foi realizado em rede, ou seja, três instituições (UFMS, UEPB e UFAL) trabalharam a distância nos seus respectivos núcleos buscando executar suas atividades. Além disso, houve o trabalho colaborativo desenvolvido por cada núcleo e que se encadeou por todo o Projeto em rede, buscando melhorias para a Educação Matemática.

A pesquisa foi realizada com um trio de alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Carlota Barreira, situada na cidade de Areia-PB. Na atividade escolhida para ser discutida, buscamos investigar o nível do pensamento geométrico e os tipos de provas que esse trio de alunos poderia produzir no ambiente GeoGebra.

Referenciais Teóricos

Consideramos a prova em um significado mais amplo, entendendo a mesma como um discurso que estabelece a validade de uma afirmação, a qual pode não ser aceita na comunidade dos matemáticos. Já a *demonstração* ou *prova formal* foi considerada como um tipo de prova que é aceita pela comunidade dos matemáticos, uma vez que é baseada em um conjunto de axiomas e de outras propriedades já demonstradas, obedecendo a um processo hipotético-dedutivo.

Quanto aos tipos de provas, tomamos como referenciais Balacheff e Nasser e Tinoco. Balacheff (2000) distinguiu quatro tipos principais de provas: *empirismo ingênuo, experiência crucial, exemplo genérico e experiência mental*. O *empirismo ingênuo* consiste em afirmar a validade de uma conjectura após a observação de um pequeno número de casos. A *experiência crucial* consiste em afirmar a validade de uma afirmação após a verificação para um caso especial, geralmente não familiar. O *exemplo genérico* consiste na busca por uma generalização baseada em exemplos, mas o aluno procura justificá-la com a teoria relacionada a esta proposição. A *experiência mental* consiste em afirmar a verdade de uma proposição de forma genérica, porém baseada no estudo de alguns casos específicos. Nasser e Tinoco (2003) também apresentam outros quatro tipos de prova. A *justificativa pragmática* atesta a veracidade de uma afirmação com base em alguns casos particulares; a *recorrência a uma autoridade*, o aluno afirma que o resultado é verdadeiro porque o professor falou ou porque está no livro; o *exemplo crucial*, o aluno desenvolve através de um exemplo o raciocínio que poderia ter feito no caso geral; e a *justificativa gráfica*, o aluno mostra em uma figura por que o resultado é verdadeiro.

Quanto ao pensamento geométrico, Parzysz (2006) buscou desenvolver um quadro teórico para estudar o raciocínio geométrico dos sujeitos, tentando estabelecer uma articulação entre a percepção e a dedução. Dessa forma, o autor considera dois tipos de Geometria: não-axiomática e axiomática. Segundo Dias (2009), na *Geometria não-*

axiomática, o estudo é voltado para uma situação concreta, os objetos são modelos da realidade ou a uma representação deles por meio de maquetes ou desenhos. A validação é feita por meio da percepção. Já na *Geometria axiomática*, os objetos são teóricos e podem se referir ao real. A validação é feita por meio de teoremas e axiomas.

De acordo com Dias (2009), as geometrias não-axiomáticas estão subdivididas em duas outras: a *Geometria concreta (G0)* e a *Geometria spatio-graphique (G1)*. Em G0, os objetos são físicos e suas características físicas influenciam nas observações e constatações. Em G1, os objetos ganham representação gráfica, que pode ser um esboço ou um desenho construído por processos geométricos. Segundo Dias (2009), as geometrias axiomáticas se subdividem em *Proto-axiomática (G2)* e *axiomática (G3)*. Em G2, o aluno ainda pode recorrer a objetos físicos, tais como representações feitas por processos geométricos, mas a sua existência é garantida pelas definições, axiomas e propriedades entre figuras. Em G3, os objetos são teóricos e a tentativa de representá-los pode incorrer em deformações do objeto representado.

Metodologia

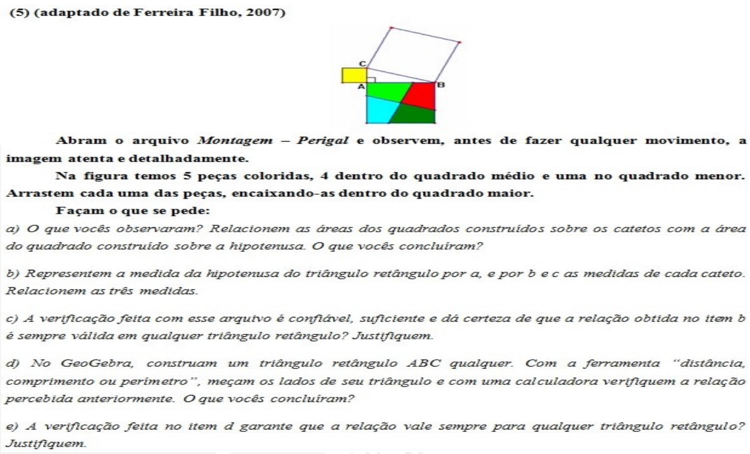
Para o desenvolvimento de nossa pesquisa, optamos por uma abordagem *qualitativa* que segundo Stake (2011) nessa pesquisa o raciocínio se baseia principalmente na percepção e na compreensão humana, ou seja, o próprio pesquisador é um instrumento ao observar ações e contextos e ao desempenhar uma função subjetiva no estudo, uma vez que se utiliza da sua experiência pessoal em fazer interpretações. Nossa pesquisa qualitativa se mostra como *estudo de caso*, que segundo Bogdan e Biklen (2003, p. 89) "consiste na observação detalhada de um contexto, ou um indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico".

A coleta dos dados foi realizada em uma escola estadual, localizada na cidade de Areia-PB, com um trio de alunos do 2º ano do Ensino Médio, turno tarde. Os instrumentos utilizados para fazer a pesquisa foram redação sobre Provas e Demonstrações Matemáticas, observação participante, notas de campo, imagens e gravações em áudio e uma Proposta Didática, a qual contém 18 atividades, sendo estas divididas em quatro partes. Aqui discutiremos a Atividade 5 da Parte IV, uma vez que foi realizada com o auxílio do aplicativo GeoGebra.

Para análise e organização dos dados, optamos pela técnica de *triangulação*, uma vez que a triangulação significa olhar para o mesmo fenômeno, ou questão de pesquisa, a partir de mais de uma fonte de dados, nas quais contêm informações advindas de diferentes ângulos que podem ser utilizadas para corroborar, elaborar ou iluminar o problema de pesquisa (LINS, 2003).

Resultados e Discussão

A Atividade 5, presente na Parte IV da Proposta Didática, diz respeito ao Teorema de Pitágoras e com ela, buscamos analisar o nível de pensamento geométrico, segundo Parzysz (2006), dos alunos e o tipo de prova, segundo Balacheff (2000) e Nasser e Tinoco (2003), que os alunos utilizam:



(5) (adaptado de Ferreira Filho, 2007)

Abram o arquivo *Montagem – Perigal* e observem, antes de fazer qualquer movimento, a imagem atenta e detalhadamente.

Na figura temos 5 peças coloridas, 4 dentro do quadrado médio e uma no quadrado menor. Arrastem cada uma das peças, encaixando-as dentro do quadrado maior.

Façam o que se pede:

a) O que vocês observaram? Relacionem as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos com a área do quadrado construído sobre a hipotenusa. O que vocês concluíram?

b) Representem a medida da hipotenusa do triângulo retângulo por a, e por b e c as medidas de cada cateto. Relacionem as três medidas.

c) A verificação feita com esse arquivo é confiável, suficiente e dá certeza de que a relação obtida no item b é sempre válida em qualquer triângulo retângulo? Justifiquem.

d) No GeoGebra, construam um triângulo retângulo ABC qualquer. Com a ferramenta "distância, comprimento ou perímetro", meçam os lados de seu triângulo e com uma calculadora verifiquem a relação percebida anteriormente. O que vocês concluíram?

e) A verificação feita no item d garante que a relação vale sempre para qualquer triângulo retângulo? Justifiquem.

Figura 1 – Atividade 5 (Parte IV) resolvida pelo trio de alunos

Nessa atividade, esperávamos que o trio de alunos conseguisse perceber a relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos com a área do quadrado construído sobre a hipotenusa. Para responder essa atividade foi disponibilizado o "material-689765", o qual denominamos de "Montagem-Perigal", ao trio de alunos. Esse material encontra-se disponível link <http://ggbtu.be/m689765>, do TubeGeoGebra:

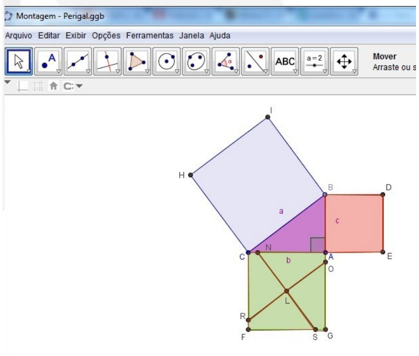


Figura 2 – Material-689765 (Tube GeoGebra)

No item *a*, o trio de alunos observou que a forma do quadrado médio, juntamente com o quadrado menor é igual ao do quadrado maior. O trio de alunos movimentou corretamente as cinco peças para o quadrado maior, porém não respondeu nem conseguiu visualizar que as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos com a área do quadrado construído sobre a hipotenusa. No item *b*, os alunos responderam que a relação está na junção do quadrilátero maior com a soma das três medidas. Nesse item, o trio de alunos não conseguiu responder corretamente, pois não sabia a diferença entre hipotenusa e cateto e tentamos sanar essa dúvida, definindo o que é hipotenusa e cateto, porém eles não conseguiram perceber a relação presente na atividade.

No item *c*, os alunos responderam que a verificação não é confiável, porque nem sempre os elementos vão vir do mesmo tamanho. O que não está correto, uma vez que eles não conseguiram perceber o Teorema de Pitágoras presente na atividade. Já no item *d*, foi pedido que o trio de alunos construísse um triângulo retângulo qualquer e verificasse a relação encontrada no item anterior.

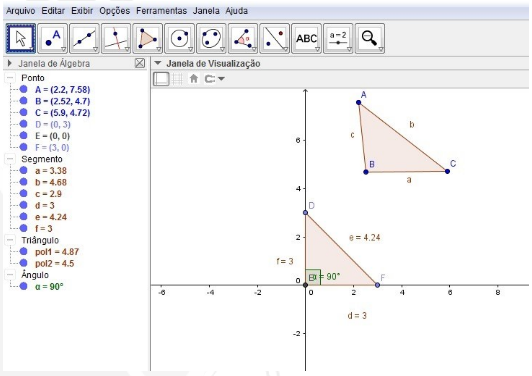


Figura 3 – Construção do triângulo no GeoGebra pelo trio de alunos

Durante a realização desse item, o trio de alunos não sabia construir um triângulo no aplicativo GeoGebra e, então, construíram dois triângulos. Observando o triângulo retângulo construído com o auxílio dos eixos X e Y, os alunos concluíram que a soma dos três lados 4,30. Além de perceberem a relação errada, fizeram a soma dos três lados erroneamente. Esse trio de alunos não foi além do que estava sendo percebido no material e não conseguiu perceber os conceitos geométricos presentes nesse material.

Por fim, no item *e*, o trio de alunos afirmou que a verificação feita no item *d* garante sim a validade para qualquer triângulo retângulo, pois eles acharam um último valor sempre quando se somam os três lados. Como eles perceberam a relação errada, a sua resposta é válida para a relação proposta por eles. Portanto, o objetivo pretendido com a Atividade 5 não foi alcançado, uma vez que eles não conseguiram perceber o Teorema de Pitágoras, como também não observaram conceitos geométricos presentes na verificação.

Com relação ao pensamento geométrico desses alunos, percebemos que os mesmos se encontram nos dois níveis da Geometria não-axiomática, de acordo com Parzysz (2006): a Geometria Concreta (G0) e a Geometria Spatio-Graphique (G1), uma vez que esses alunos se utilizaram de desenhos para justificar suas afirmações, nos quais utilizaram suas observações e constatações para justificar as características físicas da figura. Dessa forma, a validação utilizada nesses níveis e por estes alunos foi baseada somente na percepção.

No que diz respeito aos tipos de provas utilizados pelo trio de alunos, mesmo tendo compreendido a relação errada, os mesmos utilizam, segundo Nasser e Tinoco (2003), a Justificativa Gráfica, na construção do triângulo retângulo no aplicativo GeoGebra, e a Justificativa Pragmática, na elaboração da conclusão da relação encontrada nesse caso particular. Já com relação às ideias de Balacheff (2000), o trio de alunos utilizou o Empirismo Ingênuo, uma vez que esses alunos atestam a validade da relação por meio de observações de um caso particular.

Conclusão

Por meio dos resultados, percebemos que esse trio de alunos não está familiarizado com o aplicativo nem trabalhou ou ouviu falar do mesmo, uma vez que não sabiam como construir um triângulo retângulo no GeoGebra. Além disso, concluímos que o trio de alunos possui um conhecimento superficial do Teorema de Pitágoras, como também esse conhecimento encontra-se de forma fragmentada e mecânica, o que dificulta a exploração desse conteúdo para resolver atividades fora do contexto da sala de aula. Dessa forma, esses alunos estão limitados a usar uma única representação dos conceitos presentes nessa atividade e, por isso, falharam em resolver atividades que os instigassem a refletir, justificar, argumentar, provar e demonstrar.

Portanto, percebemos que os conhecimentos geométricos desse trio de alunos estão bem abaixo do esperado para alunos que se encontram no 2º ano do Ensino Médio. Além disso, percebemos que esses alunos são motivados a decorar as fórmulas para atividades mecânicas e quando encontram atividades que o motivem a refletir, justificar e provar as suas ideias, esses alunos não conseguem aplicar às fórmulas ou conceitos aprendidos, pois não condiz com as atividades que eles estão acostumados a responder.

Referências

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução a teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BALACHEFF, N**. Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas**. Bogotá: Universidad de los Andes, 2000.

DIAS, M. S. S. **Um Estudo da Demonstração no Contexto da Licenciatura em Matemática**: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico. 2009. 214f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

LINS, A.F. **Towards an Anti-Essentialist View of Technology in Mathematics Education**. Tese (Doutorado PhD), Inglaterra, University of Bristol, 2003.

NASSER, L.; TINOCO, L. A. A. **Argumentação e provas no ensino de Matemática**. 2ª Ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundão, 2003.

PARZYSZ, B. La géometrie dans l´enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s´agit-il ? In: **Quaderni di Ricerca in Didattica**. n. 17. 2006. Italia: Universidade de Palermo.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa**: estudando como as coisas funcionam. Porto Alegre: Penso, 2011.