

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: ANÁLISE DA ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA NO LIVRO DIDÁTICO

Luciana Silva dos Santos Souza (1); Andreza Andrade do Prado (2); Rayssa de Moraes da Silva (3) Elisângela Bastos de Melo Espíndola (4)

(1) *Universidade Federal Rural de Pernambuco*, lucianasantos08@gmail.com (2) UFRPE, ddzinha.prado@hotmail.com (3) UFRPE, rayssasmoraes@hotmail.com (4) UFRPE, ebmespindola@gmail.com

Resumo: Neste artigo, apresentamos o trabalho de conclusão da disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática, realizado pelas licenciandas do 6º período do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRPE, sob a orientação da professora regente. O texto traz uma análise da organização matemática (tipos de tarefas e técnicas) fomentadas pelos autores dos livros didáticos de matemática acerca da aprendizagem das relações métricas no triângulo retângulo. A referida análise está pautada na identificação e descrição da praxeologia matemática utilizando os fundamentos da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1996). Para tanto, tomamos como referência os exercícios e problemas apresentados nas propostas pedagógicas dos livros didáticos de matemática (9º ano do ensino fundamental), mais precisamente em 4 das 11 (36%) coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - 2017. Os resultados indicam que para realização da tarefa T (Calcular a medida de um ou mais segmentos do triângulo retângulo) são propostas nos LD de matemática quatro subtipos de tarefas t (calcular a medida da altura relativa à hipotenusa; calcular a medida do cateto; calcular a medida da projeção; calcular a medida da hipotenusa) e, na execução destas, são sugeridas sete técnicas (que indicam as relações métricas no triângulo retângulo). As análises mostram que as tarefas incidem predominantemente no cálculo das medidas dos segmentos de reta correspondentes aos lados do triângulo retângulo (Calcular a medida dos catetos e/ou da hipotenusa). E, entre as técnicas que possibilitam alcançar os resultados esperados nas mesmas tarefas, a mais incentivada pelos autores dos livros didáticos analisados é o teorema de Pitágoras.

Palavras-chave: Relações métricas no triângulo retângulo. Livro didático. Organização Matemática. Teoria Antropológica do Didático.

Introdução

A elaboração deste artigo configura-se como uma atividade sugerida no 2º semestre/2016 na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática (6º período do Curso de Licenciatura da Universidade Federal Rural de Pernambuco). Entre as atividades acadêmicas, realizadas ao longo do semestre na disciplina supracitada, realizamos uma série de leituras acerca dos documentos oficiais que regem a educação básica no Brasil e no Estado de Pernambuco. Nestas ocasiões, buscávamos identificar as tendências atuais relativas ao ensino e a aprendizagem, no âmbito da matemática. Em outros momentos nos foi oportunizado o conhecimento acerca das correntes teóricas da didática da matemática, que favorecem o estudo dos processos mencionados.

Dentre estas teorizações nos debruçamos sobre a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1992), a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1991), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1993), a Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico (VAN HIELE, 1952) e a Teoria Antropológica do Didático-TAD (CHEVALLARD, 1992). Posteriormente, nós pudemos analisar a coerência das propostas pedagógicas de coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2017), frente aos princípios metodológicos da educação matemática, preconizados nestas orientações curriculares (PCN, 1998; Parâmetros Curriculares da Educação Básica de Pernambuco, 2012).

No exercício de verificação e comparação das diferentes proposições dos livros didáticos para o ensino da matemática (6º ao 9º do Ensino Fundamental), nos foi proposta a realização de uma análise mais pontual das atividades sugeridas em um dos capítulos, considerando apenas um dos volumes de uma das coleções, subsidiadas por uma das teorias supracitadas. Desse modo, optamos por analisar as atividades relativas ao capítulo *relações métricas no triângulo retângulo* do volume do 9º ano do ensino fundamental, utilizando como suporte teórico elementos da TAD (CHEVALLARD, 1992). Mas, precisamente no que diz respeito à análise das organizações matemáticas oportunizadas nos livros didáticos.

A nossa escolha encontra-se justificada sobre dois aspectos essenciais, primeiro porque as atividades deste capítulo oportunizam as imbricações entre o eixo geometria, números e operações e, grandezas e medidas. O segundo argumento, que justifica a nossa opção, incide sobre o fato dos conteúdos (inerentes às relações métricas no triângulo retângulo), propiciarem a contextualização, por meio de contextos extramatemáticos (SADOVSKY, 2007) de caráter realístico (situações cotidianas, das práticas sociais, socioambientais, por exemplo). Isto é importante pois, na atividade matemática há algumas situações, em que os contextos externos à matemática auxiliam no estabelecimento de relações entre os conceitos intramatemáticos (SADOVSKY, 2007), que se pretende ensinar.

Por outro lado, estes cenários realísticos ou de semi-realidade também poderão favorecer a reflexão sobre problemáticas relevantes à formação cidadã e, principalmente para a construção de sentido à aprendizagem, por meio da resolução de problemas. Neste caso, portanto, os nossos objetivos consistiram na *identificação das tarefas e das técnicas fomentadas nas propostas dos autores* para o ensino dos conceitos abordados no referido capítulo. Mas, também, na *identificação das imbricações entre os eixos da matemática* e na identificação das características predominantes no hall das tarefas integram as sequências didáticas dos livros didáticos analisados.

A Teoria Antropológica do Didático, elaborada pelo professor francês Yves Chevallard (1992), é complementar aos estudos sobre a transposição didática do objeto matemático e se constitui como uma ferramenta que possibilita a análise das transformações que são realizadas nos objetos de saberes a ensinar, no cerne das instituições. A TAD oferece as ferramentas que possibilitam desvelar as organizações matemáticas e didáticas usuais nestas instituições no trabalho com os objetos de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o conjunto composto por essas organizações (matemáticas e didáticas) é um patrimônio da instituição escola, da instituição livro didático de matemática, da instituição professor, por exemplo. Araújo (2009, p. 20) afirma que a TAD “permite descrever e estudar as condições de existência dos objetos dos saberes nas instituições de ensino”.

A noção de praxeologia é instituída com base nos tipos de tarefas (T) a serem realizadas por meio da técnica (τ), que, por sua vez, é explicada e legitimada por elementos tecnológicos (θ), justificados e esclarecidos por uma teoria (Θ). A praxeologia [T, τ , θ , Θ] formada por esses quatro componentes articula um bloco prático-técnico [T, τ], designando o *saber-fazer*, que consiste da associação entre certo tipo de tarefa e uma determinada técnica, e um bloco *tecnológico-teórico* [θ , Θ], designando o saber, resultado da articulação entre a tecnologia e a teoria. (ARAÚJO, 2009)

Ao propor uma análise sobre as organizações didáticas, concernentes às relações métricas no triângulo retângulo, no livro didático de matemática, procuramos identificar outras publicações desta mesma natureza para subsidiar a discussão. Entretanto, não logramos êxito na revisão em quatro periódicos (BOLEMA, por exemplo.), em anais de eventos (XI ENEM, por exemplo), em teses e dissertações defendidas no Brasil. Assim sendo, este artigo, encontra-se respaldado nas discussões teórico-metodológicas, presentes nas publicações de Araújo (2009), Menezes (2011) e Ramalho (2016), que utilizaram a TAD como pressupostos para a análise de equações (1º e 2º graus) e das razões trigonométricas.

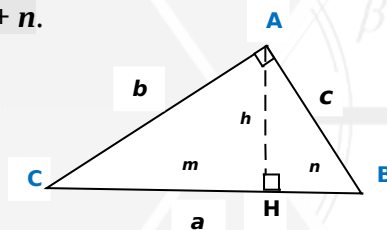
Para nós, portanto, os exercícios e situações-problemas propostas no capítulo sobre relações métricas no triângulo retângulo das coleções analisadas trazem em seus enunciados uma, ou mais tarefas [T] (observar, deduzir, resolver, calcular, determinar, etc.), a serem realizadas pelos alunos com (ou sem a mediação didática do professor). E, por outro lado, estas mesmas proposições dos autores das coleções, fomentam o processo de resolução (dos exercícios e situações problemas), por meio da utilização das relações métricas previamente demonstradas.

Com base na TAD, as relações métricas, as quais nos referimos, configurariam as técnicas [τ] identificáveis neste estudo. Assim sendo, ressaltamos que as análises ace(83)18322.3222 contato@epbem.com.br

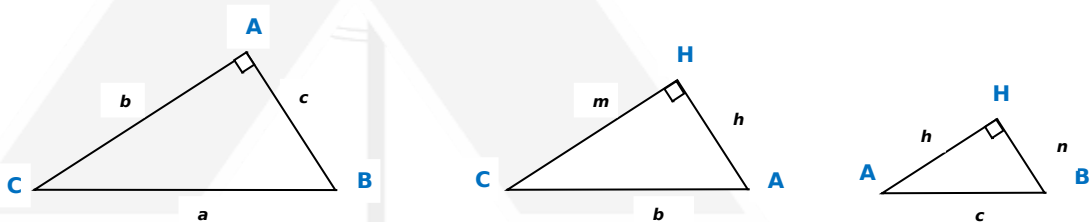
atividades relativas às relações métricas no triângulo retângulo nos livros didáticos de matemática, que apresentamos neste artigo é um fragmento de uma análise mais elaborada da organização praxeológica destes manuais. Neste caso, trazemos apenas a discussão acerca do bloco prático-técnico [T, τ] proposto na TAD.

2. As relações métricas no triângulo retângulo

Neste artigo em particular nos debruçaremos sobre os tipos de tarefa e técnicas propostas pelos autores dos livros didáticos para o ensino e o estudo das relações métricas no triângulo retângulo. Para tanto, definimos este conjunto de relações aos quais nos referimos. Considerando o triângulo retângulo ABC em que os segmentos BC, AC e AB correspondem às medidas dos lados a , b e c , podemos dizer que o segmento AH representa a altura relativa (h) à hipotenusa BC. Por outro lado, (m) corresponde a medida da projeção do cateto AC sobre a hipotenusa BC. Enquanto, (n) equivale a medida da projeção do cateto AB sobre a hipotenusa BC. Assim sendo, a primeira relação métrica consiste na equivalência entre a medida da hipotenusa e a soma das medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa, portanto temos: **i) $a = m + n$.**



Desse modo, os triângulos retângulo AHC e AHB são semelhantes ao ABC.



Isto posto, podemos definir as relações métricas, em função das seguintes razões de semelhança:

$$ii) \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{m} = \frac{c}{h} \leftrightarrow b \cdot b = a \cdot m \leftrightarrow b^2 = a \cdot m$$

$$iii) \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{n} \leftrightarrow c \cdot c = a \cdot n \leftrightarrow c^2 = a \cdot n$$

$$iv) \quad \frac{m}{h} = \frac{h}{n} = \frac{b}{c} \leftrightarrow h \cdot h = m \cdot n \leftrightarrow h^2 = m \cdot n$$

$$v) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{h} \leftrightarrow b \cdot c = a \cdot h$$

$$vi) \quad \frac{c}{h} = \frac{b}{m} \leftrightarrow c \cdot m = b \cdot h$$











E, com base nas relações (ii) e (iii), é possível afirmar que em qualquer triângulo retângulo o quadrado da medida dos catetos é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da projeção desse cateto sobre a hipotenusa. Bem como, a relação (iv) supracitadas indica que em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa. Enquanto, a relação (v) representa a equivalência entre os produtos dos catetos e o produto da hipotenusa pela medida da altura relativa à hipotenusa. Ao associarmos as primeiras relações, mencionadas anteriormente, também podemos demonstrar que a soma dos quadrados dos catetos corresponde ao quadrado da hipotenusa (relação de Pitágoras). Ou seja: **vii) $b^2 + c^2 = a^2$**

$$\therefore b^2 + c^2 = (a \cdot n) + (a \cdot m) = a \cdot (n + m) = a \cdot a = a^2$$

3. Metodologia

Este estudo foi norteado por etapas, no primeiro momento traçamos critérios para a escolha das coleções com as quais serviriam como objeto de análise. Entre os critérios citamos: (a) Todas as coleções contemplam o conteúdo relações métricas no triângulo retângulo, no volume do 9º ano do ensino fundamental. Ou seja, a proposta pedagógica está alinhada com as recomendações dos parâmetros curriculares da educação básica do Estado de Pernambuco. (b) Os conteúdos, do bloco GEOMETRIA, são mais priorizados no volume do 9º ano conforme ilustra a distribuição apresentada na Quadro 1. (c) Apesar de haver 11 coleções aprovadas no PNLD 2017, nós tivemos dificuldade de acesso, uma vez que não havia disponibilidade das mesmas nem nas escolas públicas que visitamos nem nas secretarias de educação (Recife, Cabo de Santo Agostinho e do Estado). Por isso, as análises estão pautadas no volume do 9º ano de 4 das 11 coleções (36%).

Quadro 1 - Distribuição dos conteúdos no 9º ano do ensino fundamental

COLEÇÕES – PNLD 2017	REFERÊNCIA	DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS
DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	LD 1	9º ANO 
MATEMÁTICA NOS DIAS DE HOJE - NA MEDIDA CERTA	LD 2	9º ANO 
PROJETO TELÁRIS – MATEMÁTICA	LD 3	9º ANO 
VONTADE DE SABER – MATEMÁTICA	LD 4	9º ANO 
<p>Lenda:  da:  Álgebra  Números e operações  Grandezas e medidas  Geometria  Estatística e probabilidade</p>		

Fonte: Guia do Livro didático, PNLD 2017.

Na segunda etapa desta pesquisa, procedemos a identificação, descrição e a análise dos tipos de tarefas e técnicas, sugeridas pelos autores dos livros didáticos analisados, nos exercícios e situações-problema que versam sobre as relações métricas no triângulo retângulo. Os resultados desta análise serão apresentados na Tabela 2, no tópico subsequente. A terceira e última etapa deste estudo consistiu na escolha da tarefa “calcular a medida de um segmento do triângulo retângulo por meio das relações métricas” ocorreu em virtude de ser aquela com maior incidência nos livros didáticos. Assim também como procuramos identificar em cada livro didático foi levantada a quantidade e a frequência dos tipos de subtipos de tarefas e posteriormente das técnicas.

Vale salientar que, na perspectiva apresentada por Câmara e Lima (2010, p.9), denominamos como exercícios os problemas fechados (ou seja, atividades que suscitam apenas uma forma de resolução, com a aplicação de conhecimentos supostamente já aprendidos pelos alunos e, cujo contexto, é puramente matemático) e, por problemas abertos, as situações que possibilitam a articulação entre as diferentes relações métricas, favorecem os processos de formulação de hipóteses, o teste de diferentes modos de resolução e a validação das respostas. Nesse sentido, destacamos que em nossas análises, consideramos todos os itens que integram as atividades. Ou seja, os itens que compõem os exercícios e os problemas.

4. Resultados e Discussão

4.1 Proposta pedagógica do capítulo

No capítulo que trata das relações métricas no triângulo retângulo, os dados apresentados no Quadro 2 revelam que o autor do livro *Descobrimo e aplicando a matemática* (LD 1) sugere 66 atividades, sendo 1 problema e 65 exercícios. A tarefa mais frequente nesta coleção foi “t2 – calcular a medida do cateto c ou b do triângulo retângulo”.

Nesta mesma direção, no volume do 9º ano do livro *Matemática nos dias de hoje - na medida certa* (LD 2), os autores também propõem 66 atividades, entretanto apenas 3 delas configuram-se como problema. O tipo de tarefa mais frequente no LD 2 foi “t4 – calcular a medida da hipotenusa a ”. No livro didático da *Coleção Teláris* (LD 3), o autor propõe 92 atividades, sendo 9 problemas e 83 exercícios. No LD 3, semelhante ao que ocorreu no LD 1, a tarefa mais frequente foi “t2 – calcular a medida do cateto c ou b do triângulo retângulo”.

Enquanto, no volume da *Coleção Vontade de Saber* (LD 4), a sequência didática proposta pelos autores contém cerca de 46 atividades, sendo 43 exercícios e 3 problemas. No LD 4, a tarefa predominante foi a “t4 – calcular a medida da hipotenusa a ”. Fato idêntico ocorrido no LD 2.

Quadro 2 - Organização matemática do capítulo nos livros de matemática

TAREFA T	SUBTIPO DE TAREFA (T)		LIVRO DIDÁTICO PNLD 2017									
			LD 1		LD 2		LD 3		LD 4		Total	
			Q	F (%)	Q	F (%)	Q	F (%)	Q	F (%)	Q	F (%)
Calcular a medida de um segmento do triângulo retângulo por meio das relações métricas.	t1	Calcular a medida da altura relativa h à hipotenusa do triângulo retângulo.	10	15	08	12	10	11	06	12	34	12
	t2	Calcular a medida do cateto c ou b do triângulo retângulo.	25	38	19	29	34	37	14	27	92	33
	t3	Calcular a medida da projeção m ou n do cateto sobre a hipotenusa.	18	27	15	23	15	16	06	12	54	20
	t4	Calcular a medida da hipotenusa a .	13	20	24	36	33	36	25	49	95	35
	TOTAL DE ITENS		66	100	66	100	92	100	51	100	275	100

Fonte: Autoria própria

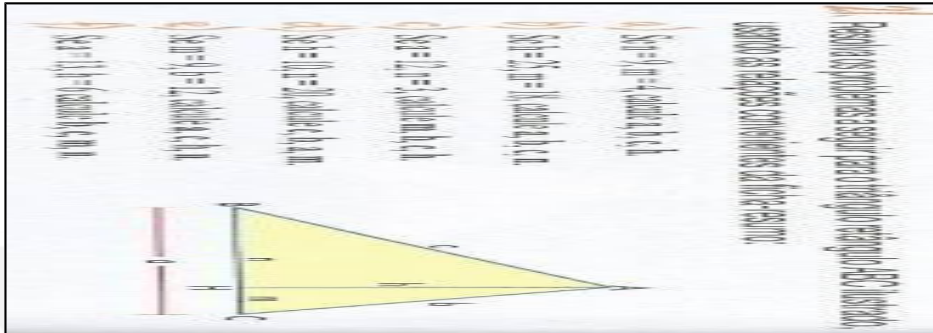
Desse modo, nos parece evidente que as proposições que constituem as sequências didáticas nos livros analisados, têm como objetivo a aplicação direta das relações métricas no triângulo retângulo. Considerando os contextos, em que o objeto em estudo (relações métricas no triângulo retângulo) aparece nos livros didáticos analisados, Sadovsky (2007, p.101) reforça que “o contexto interno à matemática mostra relações que o contextualizado no cotidiano não pode mostrar”.

Ainda com relação ao uso dos contextos, Câmara dos Santos e Lima (2010, p.8), nos lembram que “a contextualização não deve ser vista como a simples inserção de elementos das práticas sociais na formação matemática, mas como instrumento que permita ao estudante estabelecer relações entre os diferentes conhecimentos, construídos historicamente, com os quais ele entrará em contato”. Pois, segundo os autores, o propósito desta ferramenta didática consiste em favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas, pelos estudantes de modo que sejam capazes de solucionar problemas intra e extramuros da escola.

Entretanto, no que tange às relações métricas, as atividades mais recorrentes nos livros didáticos analisados, consiste em apresentar o triângulo retângulo em uma posição prototípica que solicita o cálculo da medida de um ou mais segmentos da figura geométrica, tal como ilustra a Figura 1. No exemplo a seguir, a Figura 1 exibe uma das atividades propostas no LD

1, neste caso os estudantes deveriam calcular através das relações métricas previamente relacionadas cada um dos segmentos do triângulo solicitados.

Figura 1 - Exercício extraído - LD 1



Fonte: MAZZIEIRO & MACHADO, 2015. p. 156

Porém, ressaltamos a existência de situações que demandam do estudante associações entre duas ou mais relações métricas, seja para resolver um problema ou para determinar a medida de um segmento solicitada em um dos exercícios. Esta última proposição pode ser salutar para a aprendizagem do objeto matemático em questão, uma vez que requer mais esforço cognitivo do estudante no estabelecimento de correlações necessárias à resolução ou execução da tarefa.

De modo geral, os problemas propostos pelos autores dos livros didáticos, trazem no enunciado ou na ilustração um contexto que tende às situações de semi-realidade. Nestas situações os autores procuram promover imbricações entre os blocos de conteúdos da matemática. Nos livros que analisamos, as articulações mais frequentes ocorrem entre o bloco geometria e o bloco das grandezas e medidas. Referimo-nos especificamente ao resgate dos conceitos de área e perímetro da região triangular, conforme ilustra a Figura 2.

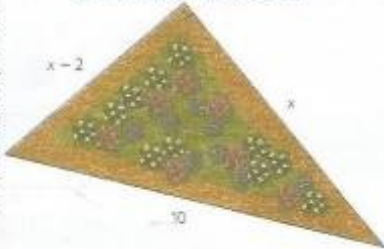
Figura 2 - Atividade extraída do LD 3

23. Use a relação de Pitágoras para determinar a área e o perímetro deste canteiro em forma de triângulo retângulo com as medidas indicadas em metros:

$$24 \text{ m}^2 \text{ e } 24 \text{ m} \Rightarrow x^2 + (x - 2)^2 = 10^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ ou } x = -6 \text{ (não serve)}$$

perímetro: 24 m; área: 24 m²



Fonte: DANTE, 2015, p. 182

Isto é usual nos LD, todavia há contextos fictícios em alguns enunciados que nos parecerem desnecessários por parecerem artificiais ou forçados. Câmara e Lima (2010, p. 7) afirmam que é preciso cuidado com contextualizações artificiais, em que as situações apresentadas são apenas pretexto para a obtenção de números a serem usados em operações. Afinal, é pouco plausível que este tipo de contexto contribua para uma reflexão sobre a temática que representa ou para a interdisciplinaridade entre componentes curriculares, por exemplo.

Referenciados em Sadovsky (2007) e Santos (2011) destacamos que as sequências didáticas apresentadas pelos autores do LD 1 e do LD 4 incidem mais efetivamente sobre contextos intramatemáticos na proposição de tarefas acerca das relações métricas no triângulo retângulo. Enquanto que no LD 2 e no LD 3 há uma gama maior de tarefas cujos contextos se aproximam de situações plausíveis no cotidiano dos estudantes e, que por outro lado, não incorre no equívoco fundamental de serem meramente pretextos para inserirem o objeto matemático ou o emprego das técnicas de resolução dos problemas.

Nesse sentido, Santos (2011, p.), nos alerta que “o contexto vai continuar fazendo parte da situação-problema proposta, mas a ineficiência do seu funcionamento pode comprometer a aprendizagem, não oferecendo ferramentas necessárias para a produção do conhecimento.” Segundo esta autora o contexto não pode ser meramente um pretexto para abordar o objeto matemático e, além disso o estudante precisa se desvincular destes artifícios para ampliar o seu repertório de conhecimento.

4.2 Organização matemática do capítulo – técnicas (τ)

Ao analisarmos todos livros didáticos, relacionados no Quadro 1, percebemos que contempla todos os subtipos de tarefas (t1, t2, t3 e t4) e todas as técnicas ($\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ e τ_7) listadas e descritas no Quadro 3. Ao adotarmos como exemplo a atividade proposta no LD 1, apresentada na Figura 1 (p.7), percebemos que para executar as tarefas (calcular a medida dos segmentos do triângulo correspondentes à hipotenusa e aos catetos b e c) sugeridas no item a) os estudantes deverão empregar as técnicas τ_2, τ_4, τ_5 e τ_6 para realizar estas tarefas. Nossos dados indicam que este tipo de atividade que impõe a

repetição exaustiva, por meio do emprego das técnicas para a execução das tarefas às quais identificamos e relacionamos no Quadro 4, é mais recorrente nas sequências didáticas propostas no LD 1 como nos LD 2 e LD 4.

No que tange ao emprego das técnicas na realização das tarefas, observamos no Gráfico 1 o predomínio de algumas em detrimento das outras, contrariando nossa hipótese inicial sobre o equilíbrio no entre a quantidade de tarefas e o emprego das técnicas nas propostas ofertadas nos LD.

Quadro 3 - Organização matemática do LD – conjunto das tarefas e técnicas propostas

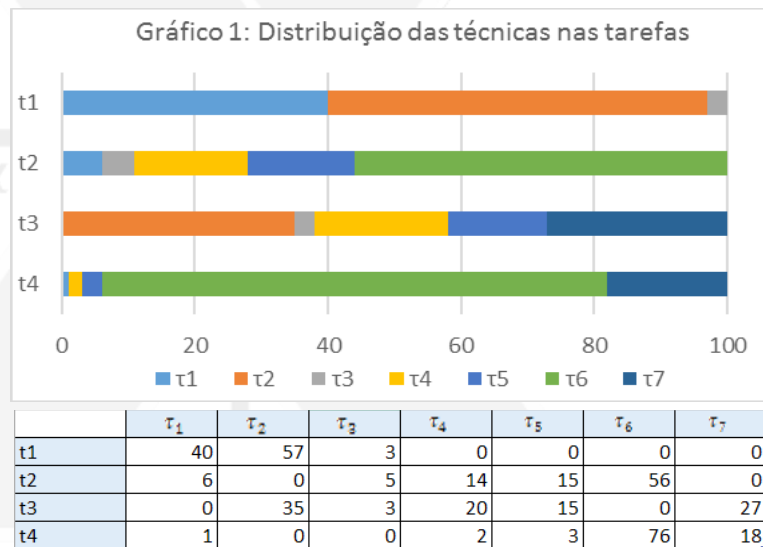
TAREFA T	SUBTIPO DE TAREFA (t)	TÉCNICAS (τ)	Descrição da técnica
Calcular a medida de um segmento do triângulo retângulo por meio das relações métricas	t1 Calcular a medida da altura relativa à hipotenusa (segmento AH) do triângulo retângulo	τ_1 $b \cdot c = a \cdot h$	Cálculo da medida da altura relativa à hipotenusa dadas as medidas dos catetos e da hipotenusa.
		τ_2 $h^2 = m \cdot n$	Cálculo da medida da altura relativa à hipotenusa dadas as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.
		τ_3 $c \cdot m = b \cdot h$	Cálculo da medida da altura relativa à hipotenusa dadas as medidas da projeção maior (m) e dos catetos c e b.
	t2 Calcular a medida do cateto do triângulo retângulo.	τ_1 $b \cdot c = a \cdot h$	Cálculo da medida de um dos catetos dadas as medidas da altura relativa, da hipotenusa e do outro cateto.
		τ_3 $c \cdot m = b \cdot h$	Cálculo da medida de um dos catetos dadas as medidas da altura relativa, da projeção maior do cateto sobre a hipotenusa e da medida do outro cateto.
		τ_4 $c^2 = a \cdot n$	Cálculo da medida do cateto c, dadas as medidas da hipotenusa e da projeção menor n sobre a hipotenusa.
		τ_5 $b^2 = a \cdot m$	Cálculo da medida do cateto b, dadas as medidas da hipotenusa e da projeção menor n sobre a hipotenusa.
		τ_6 $a^2 = b^2 + c^2$	Cálculo da medida de um dos catetos dadas as medidas da hipotenusa e do outro cateto.
		t3 Calcular a medida da projeção do cateto sobre a hipotenusa.	τ_4 $c^2 = a \cdot n$
	τ_5 $b^2 = a \cdot m$		Cálculo da medida da projeção maior m, dadas as medidas da hipotenusa e do cateto b.
	τ_3 $c \cdot m = b \cdot h$		Cálculo da medida da projeção maior (m) dadas as medidas dos catetos c e b, e da altura relativa à hipotenusa.
	τ_7 $a = m + n$		Cálculo de uma das medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa dadas as medidas da outra projeção e da hipotenusa.
	τ_2 $h^2 = m \cdot n$		Cálculo de uma das medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa dadas as medidas da outra projeção e da altura relativa à hipotenusa.
	t4 Calcular a medida da hipotenusa.	τ_1 $b \cdot c = a \cdot h$	Cálculo da medida da hipotenusa dadas as medidas dos catetos e da altura relativa à hipotenusa.
		τ_4 $c^2 = a \cdot n$	Cálculo da medida da hipotenusa dadas as medidas do cateto c e da projeção menor n sobre a hipotenusa.
		τ_1 $a = m + n$	Cálculo da medida da hipotenusa dadas as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.
τ_6 $a^2 = b^2 + c^2$		Cálculo da medida da hipotenusa dadas as medidas dos catetos.	

Fonte: Autoria própria

Para o subtipo de tarefa t1 – “Calcular a medida da altura relativa à hipotenusa (segmento AH) do triângulo retângulo”; o tipo de técnica mais frequente nos LD foi “ τ_2 ” $h^2 = m \cdot n$ – “Cálculo da medida da altura relativa à hipotenusa dadas as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa”. Em particular na *Coleção Teláris* (LD 3) esta foi a técnica mais empregada para este subtipo de tarefa. Quanto ao subtipo de tarefa t2 – “Calcular a

medida do cateto do triângulo retângulo”; a técnica predominantemente identificada, refere-se a “ τ_6 ” - $a^2 = b^2 + c^2$ - “Cálculo da medida de um dos catetos dadas as medidas da hipotenusa e do outro cateto”; sobretudo na *Coleção Teláris* (LD 3).

No caso do subtipo de tarefa t3 - “Calcular a medida da projeção do cateto sobre a hipotenusa”, identificamos como sendo a técnica mais abordada nos LD aquela “ τ_2 ” - $h^2 = m.n$ - “Cálculo de uma das medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa dadas as medidas da outra projeção e da altura relativa à hipotenusa”. Em maior medida, isto ocorreu na coleção *Descobrimo e aplicando a matemática* (LD 1). Sobre o subtipo de tarefa “t4 - Calcular a medida da hipotenusa”, a *Coleção Teláris* (LD 3) foi destaque no uso da técnica “ τ_6 ” - $a^2 = b^2 + c^2$ - “Cálculo da medida da hipotenusa dadas as medidas catetos”. Embora este tenha sido um fato também verificado nos demais LD. De modo geral, o uso do Teorema de Pitágoras (“ τ_6 ” - $a^2 = b^2 + c^2$) foi a técnica mais empregada no estudo das relações métricas no triângulo retângulo em todas as coleções analisadas.



Fonte: Autoria

própria

Considerações finais

O presente estudo de análise da organização matemática (tipos de tarefas e técnicas), fomentadas pelos autores dos livros didáticos de matemática acerca do ensino e da aprendizagem das relações métricas no triângulo retângulo revelou, que as propostas destes manuais divergem em certos momentos, principalmente quanto à predominância de uma tarefa ou técnica em detrimento de outra. Nós aprendemos também que a atuação docente, não deve se restringir a um determinado referencial didático. Assim sendo, é provável que o

professor tenha condições de promover a diversificação das situações didáticas e a construção de relações entre os conceitos matemáticos para atribuir sentido aos saberes que ensina.

Este ensaio, produzido na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, entre estudantes da licenciatura e formadores de professores (professora da disciplina e estagiária de docência no ensino superior) foi um trabalho desafiador. Enquanto estudantes de licenciatura, o estudo sobre as relações métricas no triângulo retângulo nos LD à luz da Teoria Antropológica do Didático, possibilitou-nos um olhar diferenciado sobre a nossa formação inicial e nossa futura prática docente. Dizemos isto, por ter sido uma primeira experiência de produção de um estudo mais elaborado usando a TAD, assim como de análise de LD.

Destacamos que a ampliação de nosso entendimento sobre os tipos de tarefas e de técnicas nas diferentes abordagens dos LD, passou a ser um elemento norteador de nossa futura prática docente, sobre nossos critérios de seleção e proposição de atividades sobre os conteúdos matemáticos. Por outro lado, na qualidade de formadores de professores o estudo desenvolvido na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, apresentou-se como uma experiência de enriquecimento mútuo (entre estudantes e professores), uma vez que as reflexões acerca do objeto de nosso estudo, se constituíram como aprimoramento da formação inicial dos licenciandos e de nossa formação continuada.

Referências

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático.** 2009, 290 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

_____, M.; LIMA, P. F. **Considerações sobre a matemática no ensino fundamental.** ANAIS DO I SEMINÁRIO NACIONAL: CURRÍCULO EM MOVIMENTO – Perspectivas Atuais. Belo Horizonte, novembro de 2010.

CENTURION, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática nos dias de hoje.** 9º Ano. São Paulo: Leya. p.98-121.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris – Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental.** São Paulo: Ática, 2015. p. 168-186.

MAZZIEIRO, A. S. **Descobrimo e aplicando a matemática.** 9º Ano. Belo Horizonte: Dimensão, 2015. 153-156.

MENEZES, M. B. **Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equação do segundo grau.** 2010, 178 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

RAMALHO, L. V. **Trigonometria em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental.** 2016, 88 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, 2016.

SADOVSKY, P. **O ensino de Matemática hoje.** Enfoques, sentidos e desafios. São Paulo: Editora Ática, 2007.

SANTOS, D. C. S. **O tema transversal meio ambiente na abordagem do bloco das grandezas e medidas: contexto ou pretexto nos livros didáticos de matemática?** 2011, 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de Saber**. Matemática 9º Ano. São Paulo: FTD, 2015. p. 170-179.

