



**A Geometria pela Ótica da Teoria de van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.**

**Educação Matemática no Ensino Superior – GT 12**

José Roberto Costa Júnior  
Universidade Estadual da Paraíba  
*mathemajr@yahoo.com.br*

João Batista Rodrigues da Silva  
Instituto Federal de Ensino, Ciência e Tecnologia da Bahia  
*rodriz38@hotmail.com*

**RESUMO**

O presente estudo tem como objetivo investigar o nível de pensamento geométrico de estudantes do curso de formação de professores da Universidade Estadual da Paraíba matriculados na disciplina Laboratório de Ensino de Matemática I. O estudo partiu da constatação relativa a dificuldades apresentadas por estes estudantes, quando da resolução de atividades que envolviam conceitos geométricos básicos. Para realizar a investigação foi aplicada uma atividade baseada nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, cujo modelo, permite identificar os objetos e os produtos de pensamento, definindo como o indivíduo opera em cada um desses níveis. Após realizadas as análises constatamos que os estudantes envolvidos no estudo apresentam elevado grau de dificuldade com relação aos conceitos geométricos básicos.

Palavras-chave: geometria, pensamento, conceito.

**1 Introdução**

O ensino de geometria no Brasil tem sido alvo de estudos e pesquisas em todos os níveis de escolaridade. O que tem chamado a atenção dos pesquisadores para esta temática justifica-se pelos resultados insatisfatórios apresentados pelas avaliações em grande escala realizadas pelos órgãos governamentais, a exemplo da prova Brasil, Enem, entre outras.

Estes resultados implicam em questionarmos o porquê do ensino da geometria aparecer como um fator que contribui para o fracasso da aprendizagem escolar. Neste contexto, Lorezanto (1995) explica que existem duas causas significativas que justificam essa ausência do ensino da geometria. Primeiro, muitos professores não possuem conhecimentos suficientes sobre a geometria para poder introduzi-la em suas salas de aulas. Assim, eles

acabam ensinando de forma muito superficial ou não ensinam. A segunda, justifica-se pela grande ênfase dada ao uso do livro didático, pois muitos destes abordam poucos conteúdos geométricos, ou os reduzem a definições, propriedades e fórmulas, sem relacionar estes conteúdos a realidade, como também não interligam a outras áreas do conhecimento.

Esta problemática aqui no Brasil parece ter se ampliado com a promulgação da Lei 5692/71 que concedia liberdade às escolas escolherem acerca dos programas para suas disciplinas. No caso específico da matemática, alguns professores sentindo-se inseguros para ensinar geometria acabava por não fazê-lo e outros numa tentativa de não excluí-la do currículo programava-se para ensiná-la no final do ano, quando já tivessem cumprido com o programa reservado à álgebra e a aritmética; o que na maioria das vezes não acontecia, pois sequer conseguiam cumprir com o que tinha sido planejado, justificando falta de tempo para o tratamento de conteúdos geométricos.

O que se observa na atualidade é um quadro semelhante ao anterior, pois os alunos continuam com problemas com relação a resolução de problemas que envolvem conceitos matemáticos e os professores continuam a deixar para trabalhar tais conteúdos no fim do ano letivo, apesar de boa parte dos livros didáticos atuais procurarem inserir a geometria ao longo de todo o livro, alternando entre os conteúdos voltados para a álgebra e aritmética.

De acordo com Van Hiele (1973 Apud Villiers 2010, p. 1) [...] as deficiências em geometria são devidas ao fato de que o currículo geralmente é apresentado em um nível mais alto do que os dos alunos, eles não compreendem o professor e o professor, por sua vez, não compreendem o porquê deles não compreenderem.

Segundo Pavanelo (1993) o estudo da geometria vem sendo abandonado das salas de aula, esta autora ressalta, ainda, que tal carência pode prejudicar a formação dos alunos, pois a ausência de elementos geométricos impede o desenvolvimento integral dos processos de pensamento fundamentais à resolução de problemas matemáticos.

Ainda segundo a autora, há entre os matemáticos opiniões divergentes sobre o papel da geometria hoje, tanto no que se refere à educação quanto a pesquisa. Para alguns a geometria deve ceder espaço a outras áreas mais em evidência no campo da pesquisa matemática. Por outro lado, há os que defendem exatamente posição contrária, enfatizando que a geometria possui fortes relações com estas mesmas áreas, destacando que ao longo dos anos do processo de escolarização a geometria contribui de forma valiosa para a construção do conhecimento matemático.

Este abandono da geometria ou a sua delegação a segundo plano tem efeitos reais na educação até os dias de hoje, onde os alunos do ensino básico e até mesmo do ensino superior

apresentam sérias dificuldades na resolução de problemas que envolve conceitos geométricos básicos.

Ao lecionar a disciplina Laboratório de Ensino de Matemática do curso de licenciatura plena em matemática da Universidade Estadual da Paraíba temos percebido algumas dificuldades dos alunos com relação ao desenvolvimento de atividades envolvendo geometria. De maneira mais específica, ao trabalhar com o material manipulável tangram, percebemos que os estudantes apresentaram dúvidas para descreverem algumas propriedades dos polígonos que compõem este material.

A partir desta constatação resolvemos investigar de maneira mais sistemática e aprofundada esta problemática. Para isso, organizamos uma sequência de atividades relacionadas aos conceitos básicos da geometria, especificamente das propriedades de polígonos, cuja análise será realizada à luz da teoria de Van Hiele. Esta sequência de atividades será aplicada em uma turma de iniciantes da Licenciatura em Matemática, com o objetivo de identificar em que nível encontram-se os alunos com relação a teoria de Van Hiele.

Diante desta configuração partimos do seguinte questionamento de pesquisa? *Qual o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos iniciantes do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB/ Campus Campina Grande – PB?*

## **2 O modelo de van Hiele**

O modelo em questão foi elaborado pelo casal de professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof, ambos pesquisaram o desenvolvimento do pensamento geométrico, tendo seus primeiros resultados divulgados em 1959. Por motivo da morte de Dina, o desenvolvimento da teoria se deu por meio dos estudos do seu esposo Pierre van Hiele.

Por meio dessa teoria pode-se conhecer em que nível de desenvolvimento encontra-se o pensamento geométrico dos indivíduos. Segundo Kaleff (1994) o modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria.

A teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele é composto de cinco níveis de compreensão, denominados *visualização ou reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor* os quais descrevem as características dos processos de pensamento.

Kaleff (1994) explica que as atividades e problemas matemáticos apresentados aos alunos geralmente exigem linguagem apropriada, conceitos ou apropriação de propriedades que estão além do nível de pensamento deles. Segundo esta autora, os trabalhos de van Hiele relatam acerca da desarmonia com que o ensino e aprendizagem da matemática são tratados nas escolas. Não são levados em consideração os diferentes níveis de pensamento das crianças, as diferenças entre elas próprias, entre elas e professor, além do livro didático.

Neste sentido Freudenthal (1996 Apud Kaleff 1994, p. 24) explica que quando o ensino ocorre num nível acima ao do estudante, o conteúdo não é realmente compreendido e não fica “retido” por muito tempo na memória, o que compromete a aprendizagem dos conceitos matemáticos no geral e, especificamente geométricos. É importante ressaltar que o modelo não considera como fator determinante da aprendizagem da geometria, ou do desenvolvimento do pensamento geométrico, a idade cronológica, mas sim a forma pela qual o ensino é estruturado.

Segundo Lopes e Nasser (1997) o progresso de um nível está condicionado à passagem do aluno por cinco fases de aprendizagem, seguindo uma hierarquia onde o aluno só completa um determinado nível de raciocínio após ter atingido todos os níveis anteriores. Para estas autoras, alunos que apresentam um bom desempenho escolar podem ter dificuldades quando é dado foco em atividades de processos dedutivos, exigindo do aluno argumentos, demonstração ou provas. É muito complicado ter que desenvolver raciocínios de um determinado nível, sem que tenham existido experiências nos níveis anteriores.

Nacarato et. al (2008) explica que o modelo é composto por cinco níveis (0-4), iniciando pela visualização (nível 0), no qual as figuras são identificadas apenas pelo seu aspecto geral. O aluno observa a figura e a identifica, mas não consegue justificá-la. Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento nesse nível são as formas e “o que elas parecem”, sendo assim é a aparência da forma que define, de maneira que o aspecto das aparências acaba prevalecendo sobre as propriedades. Assim uma forma quadrada é um quadrado “porque se parece com um quadrado”. Para este autor os produtos de pensamento no nível 0 são classes ou agrupamentos de formas que são “parecidas”.

De acordo com a hierarquia estabelecida no modelo de van Hiele, o nível 1 corresponde à análise, por meio da qual esse aluno consegue perceber propriedades e elementos da figura, mas não faz relações. Dessa forma, Walle (2009, p. 441) explica que “nesse nível os objetos de pensamento são as classes de formas, mais do que as formas individuais”. No nível 1 os alunos começam a perceber que uma coleção de formas é

composta devido as propriedades das mesmas. E acrescenta que os produtos de pensamento neste nível são as propriedades das formas.

Para Walle (2009) o nível (2), da dedução informal, “os objetos de pensamento são as propriedades das formas”, nele o aluno consegue perceber quando uma propriedade é consequência de outra, estabelecendo as relações existentes entre as figuras e suas propriedades.

Dessa forma, cabe ressaltar:

Quando os alunos começam a ser capazes de pensar sobre as propriedades de objetos geométricos sem as restrições de um objeto particular, são capazes de desenvolver relações entre essas propriedades. “Se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo”. “Se isso é um quadrado, todos os ângulos são ângulos retos”. “Se isso é um quadrado, ele tem de ser um retângulo”. (WALLE, 2009, p. 442)

No nível da dedução informal – nível 2 – os produtos de pensamento são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos.

No 3 nível do modelo de van Hiele os objetos de pensamento são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos, definido por nível da dedução formal. Para Walle (2009) neste nível os alunos conseguem examinar mais do que apenas as propriedades das formas, ou seja, no nível anterior seu pensamento elaborou conjecturas envolvendo as relações entre as propriedades.

O estudante neste nível é capaz de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição. [...] pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam uma a outra, como um de pensamento de nível inferior também poderia. Entretanto, no nível 3, há uma apreciação da necessidade de provar isso a partir de uma série de argumento dedutivo. (WALLE, 2009, p. 443)

Os produtos de pensamento deste nível são sistemas axiomáticos dedutivos para a geometria.

Já o nível 04 refere-se ao rigor e está mais voltado aos matemáticos profissionais, nele os objetos de pensamento são sistemas axiomáticos dedutivos para a geometria. Para Walle (2009, p. 443) “os objetos de atenção são os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema.” Este autor explica que neste nível os produtos de pensamento são comparações e confrontos entre os diferentes sistemas axiomáticos da geometria.

Como podemos observar, o aluno deve ter como produto de pensamento em um nível o que para ele era objeto de pensamento do nível anterior, ou seja, cada aluno ao passar por

um nível, deve por meio de atividades bem estruturadas, construir o que lhe dará base para transpor ao nível seguinte, ou seja:

Os níveis não são dependentes da idade no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget. Um estudante na 3ª série do EF ou no EM podem estar no mesmo nível. Além disso, alguns estudantes e adultos permanecem no nível 0 e um número significativo de adultos nunca alcança o nível 2. Mas a idade está certamente relacionada à quantidade e aos tipos de experiências geométricas que eles tiveram (WALLE, 2009, p. 444).

Estudos apontam que o ensino dos conteúdos de geometria quando é realizado acima do nível de compreensão em que se encontram os alunos, não resulta em aprendizagem dos conceitos em questão. O livro didático, por sua vez, também pode contribuir com esta problemática, pois ao apresentar o conteúdo de maneira tradicional pode levar o aprendiz a memorização e conseqüentemente enfrentar dificuldades na aprendizagem, conforme afirma Lorenzato (1995).

Ainda com relação a apresentação dos conteúdos geométricos no livro didático, salientamos a importância de que estes contemplem o modelo de van Hiele, procurando estruturar o conteúdo de forma que atenda a hierarquia dos níveis, possibilitando com isso uma aprendizagem significativa da geometria e dessa forma confirmar o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51)

### **3 Aspectos metodológicos**

O presente estudo caracteriza-se como sendo de cunho qualitativo no sentido de obter segundo a análise dos dados o conhecimento que os estudantes ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática têm sobre alguns conceitos básicos da geometria.

Segundo Kauark et. al. (2010) a pesquisa qualitativa realiza a interpretação de determinados fenômenos, da atribuição de significados sem que necessariamente se utilize métodos e técnicas estatísticas. Porém esclarece que alguns dados podem ser quantificados, ou seja, traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. Neste modo de pesquisa o ambiente natural é a fonte direta para a coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave.

Nesse estudo concebemos a pesquisa no sentido atribuído por Gil (2007) a este termo, ou seja, “a pesquisa é uma atividade voltada para a solução de problemas, através do emprego de processos científicos”. Assumimos, também, a postura de perceber a pesquisa assim como sendo um conjunto de ações propostas para encontrar a solução para um problema que tem por base procedimentos racionais e sistemáticos.

Para a realização do estudo foram organizadas atividades dentro da abordagem teórica descrita anteriormente e aplicadas sob a coordenação do primeiro autor deste trabalho, a uma turma de dezessete alunos da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática I do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba.

Os passos iniciais para a realização da pesquisa ocorreram nas primeiras aulas, com as discussões teóricas sobre o ensino de geometria na escola básica. Posteriormente, foi elaborada uma sequência de atividades para serem respondidas por meio da manipulação do material didático tangram. Algumas questões apresentavam mais de uma alternativa. Para ser considerada correta era necessário que os alunos marcassem todas as alternativas corretas.

Realizadas as correções que foram apresentadas e discutidas em sala de aula, foi organizada uma atividade baseada nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e aplicada com tempo de duração de 2 horas-aula. Julgamos, inicialmente, que a referida atividade atenderá aos nossos objetivos de pesquisa, diante do que foi colocado como problema. As atividades contemplarão os três primeiros níveis (0, 1 e 2) do desenvolvimento de van Hiele.

#### **4 Análise e discussão dos resultados**

A atividade aplicada aos estudantes contém um número de 18 questões, sendo que as 5 primeiras, buscaram investigar um pouco da trajetória desses estudantes com relação ao estudo da geometria no ensino básico.

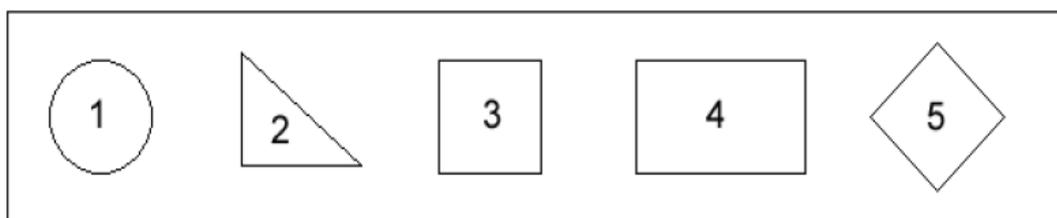
Quando questionados sobre o estudo da geometria no ensino básico, oito dos dezesseis alunos investigados disseram não lembrar do que estudou ou mesmo se chegou a estudar. Os demais afirmaram ter estudado e citaram conteúdos como: figuras geométricas planas, cálculo de área e perímetro e sólidos geométricos. Quando questionado sobre qual o ramo da matemática que mais se identificaram e tiveram menos de dificuldades em aprendizagem, os estudantes citaram a geometria, o que de certa forma é uma contradição perante os resultados encontrados nas atividades.

Neste trabalho apresentaremos apenas uma amostra das atividades que foram aplicadas relativamente aos níveis de van Hiele. Estas atividades foram selecionadas a partir do estudo realizado por (SANT'ANNA, 2009), as quais estão agrupadas segundo os níveis de van Hiele. Respostas dos alunos relativas ao nível 0 (Visualização)

As primeiras três questões referem-se ao nível de visualização do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Segundo Walle (2009) nesse nível o que caracteriza o pensamento geométrico são as formas e “o que elas parecem”, sendo que a aparência é o que define as formas.

Apresentamos a questão 1 seguida do número de acertos e erros dos alunos.

Questão 7: Assinale o (s) quadrado (s)

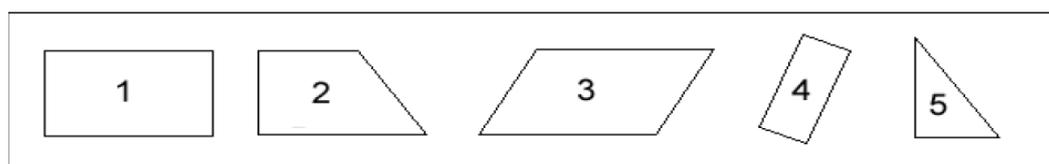


A tabela mostra o número de acertos e erros cometidos pelos alunos.

QUESTÃO 7	
Número de acertos	13
Números de erros	4

Nesta questão quatro alunos responderam de forma inadequada, sendo que dois deles assinalaram apenas a alternativa 3, o que nos leva a supor que eles somente consideram o quadrilátero como quadrado se este estiver com os lados paralelos ao papel. Já os outros dois alunos assinalaram as figuras 3 e 4, e daí podemos inferir que o aluno considerou o retângulo como um quadrado pelo fato de ter quatro lados e os ângulos retos, sem levar em consideração o fato das medidas dos seus lados.

Questão 8: Assinale o (s) retângulo (s)



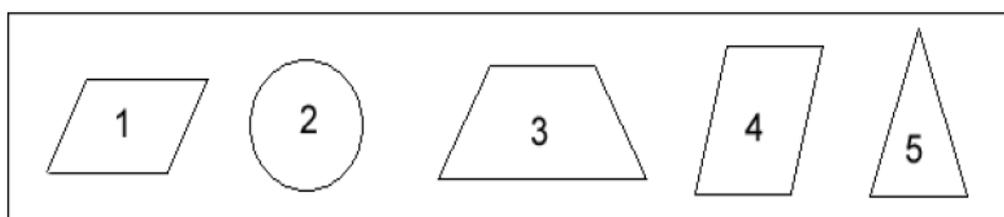
A tabela a seguir mostra os resultados da questão anterior:

QUESTÃO 8
-----------

Número de acertos	10
Números de erros	7

Nesta encontramos mais problemas, já o número de alunos que não respondeu de maneira adequada foi maior que a anterior. Aqui dois alunos assinalaram apenas a alternativa 1, daí inferimos que os alunos apenas consideram como retângulo a figura que tiver seus lados paralelos à folha de papel. Já cinco alunos que assinalaram as opções 1, 3 e 4, consideraram a figura 3 como um retângulo, não levando em consideração que os ângulos devem ser retos.

Questão 9: Assinale o (s) paralelogramo (s)



A tabela a seguir mostra os resultados da questão 9:

QUESTÃO 9	
Número de acertos	2
Números de erros	15

Nesta questão os alunos apresentaram grandes problemas, pois apenas 2 deles acertaram completamente a questão, assinalando as alternativas 1 e 4. Os 15 alunos que erram esta questão não consideraram os retângulos das figuras 1 e 4 como paralelogramos.

As duas próximas questões referem-se ao nível 1 (Análise)

Questão 11: Assinale a (s) alternativa (s) para todos os retângulos:

<p>a) Têm 4 ângulos retos.  b) Têm lados opostos paralelos.  c) Têm diagonais do mesmo comprimento.  d) Têm os quatro lados iguais.  e) Todas são verdadeiras.</p>	
--	--

A tabela abaixo mostra os resultados:

QUESTÃO 11	
Número de acertos	6

Números de erros	11
------------------	----

Para esta questão 6 alunos assinalaram as alternativas a, b e c, enquanto 11 alunos incluíram a alternativa d nas suas respostas, e em alguns casos deixaram de marcar uma das alternativas corretas, como as b e c.

Questão 12: Dê três propriedades do quadrado

1. _____	
2. _____	
3. _____	

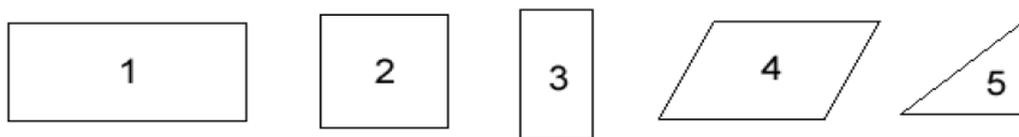
A tabela abaixo apresenta os resultados da questão 11:

QUESTÃO 11	
Número de acertos	7
Números de erros	10

Nesta questão em que foi solicitado dos alunos descrever propriedades do quadrado, percebemos que os alunos tiveram relativa dificuldade, a ponto de apenas 7 desses acertarem, atribuindo corretamente propriedades como: “os quatro lados iguais”, “quatro ângulos retos” e “lados oposto paralelos”. Dentre os que não responderam de maneira adequada, encontramos alunos que não conseguiram atribuir as três propriedades solicitadas, afirmando não lembrarem-se dessas propriedades.

As questões 16 e 18 referem-se ao nível 2 (Dedução informal)

Questão 16: Assinale a (s) figura (s) que pode (m) ser considerada (s) retângulo (s).



A próxima tabela mostra os resultados da questão anterior.

QUESTÃO 14	
Número de acertos	4
Números de erros	13

Nesta questão apenas 4 alunos responderam corretamente, assinalando as alternativas 1, 2 e 3. No entanto, 13 alunos responderam incluindo a alternativa 4 e alguns destes, também não incluíam a alternativa 2, ficando claro que os alunos não diferenciam os polígonos pelas suas propriedades, mas sim pela sua aparência, conforme explica Walle (2009).

Questão 18: Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

- a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
- b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
- d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

A próxima tabela apresenta os resultados acerca da questão anterior.

QUESTÃO 14	
Número de acertos	3
Números de erros	14

Para esta questão obtivemos apenas 3 respostas corretas, ou seja, três alunos assinalaram a alternativa c. Os demais que não conseguiram acertar esta questão, mais uma vez, revelam problemas de compreensão com relação as propriedades.

## 5 Considerações Finais

O presente estudo traz uma importância significativa no que se refere à investigação do conhecimento matemático que os estudantes têm sobre determinados ramos e/ou conteúdos matemáticos no início da formação docente. A par destes resultados o professor formador pode reorientar sua prática docente no sentido de sanar as dificuldades e fazer com que os estudantes possam melhorar o rendimento em disciplinas específicas da licenciatura, bem como estarem melhor preparados para atuar como docentes.

Os resultados obtidos com essa investigação revelaram dificuldades e deficiências de grau elevado no que se refere ao conhecimento de conceitos básicos da geometria, principalmente por se tratar de estudantes do primeiro ano da graduação, que acordo com os níveis de desenvolvimento do pensamento de van Hiele, estes estudantes deveriam encontrar-se pelo menos no nível 3.

Pelo que foi observado neste estudo os estudantes apresentam dificuldade de operar no nível 1. De acordo com Walle (2009) os alunos neste nível são capazes de listar todas as

propriedades de quadrados, retângulos e paralelogramos, porém não os compreendem como subclasses de outra classe, ou seja, que todos os quadrados são retângulos e todos os retângulos são paralelogramos. É o que mostra os resultados das primeiras questões resolvidas por estes estudantes. Ainda, segundo este autor, os produtos de pensamento no nível 1 são as propriedades das formas, porém os sujeitos aqui envolvidos apresentam deficiências para reconhecer tais propriedades.

Os resultados apresentados pelas questões referentes ao nível 2 de van Hiele também revelaram que os estudantes ainda não operam neste nível de forma adequada, pois em sua maioria, não responderam as questões corretamente. Segundo Walle (2009) o que caracteriza o nível de pensamento no nível 2 são as propriedades das formas, e o produto desse nível é justamente a capacidade que o indivíduo tem de estabelecer relações entre as propriedades dos objetos matemáticos. As duas últimas questões mostram que a maioria dos estudantes envolvidos no estudo não conseguem operar nesse nível, ou seja, não são capazes de pensar sobre as propriedades de objetos matemáticos sem fazer restrições a um objeto particular.

O estudo, conforme já foi mencionado, pode trazer contribuições significativas para a formação inicial docente, já que o professor formador por meio dos resultados pode redirecionar sua prática a fim de sanar tais problemas, bem como ir mais além e dar encaminhamento para que os outros docentes do curso, em outras disciplinas do currículo possam integrar medidas que venham a ocasionar uma melhor formação docente desses estudantes.

O estudo realizado não tem a pretensão de esgotar as possibilidades de investigação sobre o assunto, tendo em vista que a muito para se explorar no âmbito da formação inicial, e por esse motivo, vem ressaltar a importância de que estudos semelhantes possam ser desenvolvidos no âmbito dos cursos de formação de professores, para que a boa formação profissional docente reflita diretamente nas salas de aula.

## **Referências**

- BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/ Secretaria de Educação Fundamental, 1998.
- GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2007.
- KALEFF, A. M. et.al. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: o modelo de van Hiele**. Bolema, Rio Claro, n. 10, p. 21-30, 1994.
- KAUARK, F. S., MANHÃES, F. C., MEDEIROS, C. H., **METODOLOGIA DA PESQUISA: um guia prático**. Itabuna: Via Litterarum, 2010.
- LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.
- PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zetetiké, ano I, n. 1, p. 7-17, 1993.

NACARATO, A. M. et. al. “Grupo colaborativo em geometria: uma trajetória ... uma produção coletiva”. In: Nacarato et. al (orgs.). **Experiências com geometria na escola básica**: narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008, p.11-46.

NASSER, L. SANT’ANNA, N.F.P (coordenadoras). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundação. Rio de Janeiro, 1997.

SANTA’ANA, E. C. **Geometria segundo modelo de van Hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental**. 2009. Monografia f. Centro Universitário La Salle. Canoas, RS. 2009.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILLIERS, de M. **Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele**. Revista Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010.