

# UMA ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS DOS ALUNOS E PROFESSORES DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DA TEORIA DE VAN HIELE

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio – GT 10

Pedro Henrique Cavalcanti de ARRUDA FILHO  
Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte  
*pedro\_cavalcantii@hotmail.com*

Marilene Rosa dos SANTOS  
Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte  
*rosa.marilene@gmail.com*

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar o nível de conhecimento geométrico de alunos e professores dos anos finais do Ensino Fundamental em uma Escola Pública Estadual no Município de Camaragibe- PE. Sua fundamentação aborda especificamente o modelo proposto pelo casal Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em geometria. A metodologia apresenta uma abordagem qualitativa, apesar de também serem utilizados dados numéricos. Participaram 178 alunos que compõem as 6 turmas do 9º ano da escola e os 5 professores que lecionam a disciplina nas respectivas turmas. O instrumento de coleta de dados foram os testes de Van Hiele nível 1 e 2, respectivamente para os alunos e professores. Os resultados indicam um baixo nível de conhecimento de geometria, para ambos, visto que uma quantidade muito baixa encontra-se nos níveis respectivamente propostos por Van Hiele, confirmando pesquisas realizadas por outros autores, ainda na década de 90. Também indica a necessidade de aprimoramento da formação de professores.

Palavras - Chaves: Geometria Plana, Teoria de Van Hiele, Conhecimento geométrico.

### 1. Introdução

Muito já se discutiu e ainda se discute acerca da importância da Geometria na formação acadêmica dos alunos, seja no Fundamental ou no Ensino Médio, em relação à própria matemática, já que esta possibilita facilitar a compreensão de conteúdos que auxiliam na aprendizagem de disciplinas como a Física, Química, Geografia entre outras. Por seu turno, os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem para o ensino da matemática geométrica, que o aluno desenvolva a compreensão do mundo em que vive, a partir da descrição, representação e localização, de forma que se estimule a percepção de semelhanças e diferenças, entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Educadores e pesquisadores têm desenvolvido maneiras que façam o educando se interessar pelo estudo da geometria. A teoria de Van Hiele é uma maneira que já vem sendo utilizada como estratégia e, apesar de ser um modelo hierárquico, poderá ajudar o professor

na sua prática pedagógica. Trabalha com o desenvolvimento do raciocínio em Geometria plana, sugerindo cinco níveis hierárquicos de atividades. Pode ser usado para orientar a formação, e avaliar as habilidades do aluno.

Por tudo isso, tivemos como problema de pesquisa saber, qual o nível de desenvolvimento geométrico dos alunos e professores dos anos finais do Ensino Fundamental, em relação a conceitos geométricos planos? Assim, este trabalho tem como objetivo geral avaliar o nível de conhecimento geométrico dos alunos e professores de uma Escola Pública situada no município de Camaragibe/PE. De forma mais específica, verificar o desempenho dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em relação a conceitos geométricos planos, através do teste nível 1 de Van Hiele e verificar o desempenho dos professores que lecionam matemática em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, em relação a conceitos geométricos planos, através do teste nível 2 de Van Hiele;

## **2. O ensino da Geometria Plana**

Até o século XIX, a geometria era tida como uma descrição do espaço físico. Porém o primeiro passo dado no sentido de reduzir a geometria à álgebra se dá no século XVII, por Descartes. No século XIX Félix Klein é quem, segundo (NASSER, 2004) fornece as ferramentas necessárias para diferenciar os diferentes tipos de geometria. Em análises feitas ainda no século XIX passou-se a apresentar a geometria não mais apenas como o estudo do espaço físico, mas o estudo de qualquer espaço abstrato. Contudo, ainda há uma divergência muito grande quanto o papel da geometria hoje, pois alguns matemáticos defendem que ela deveria ceder espaço para outros ramos de pesquisa em matemática e outros defendem a ideia de que o conhecimento da geometria é de fundamental importância no processo de aprendizagem escolar, pois ela está interligada às diversas disciplinas. Conforme Fillos (2006, p. 2):

A Geometria é descrita como um corpo de conhecimentos fundamental para a compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade, pois facilita a resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento e desenvolve o raciocínio visual.

No Brasil durante muito tempo a geometria quase não era trabalhada em sala de aula. Pesquisas realizadas na década de 90 já apontavam esse abandono, como por exemplo, Lorenzato (1995). Esse autor acredita que uma das causas pode ser o fato de muitos professores não possuírem conhecimentos geométricos que são essenciais para realização de sua prática pedagógica. No entanto, no final da década de 90, cresceu a tentativa de resgate de conteúdos geométricos em sala de aula. “Nas últimas décadas, uma necessidade de

modificações no ensino da geometria cresceu ao redor do mundo, devido às dificuldades encontradas e ao fraco desempenho mostrado por alunos secundários em geometria”. (Nasser, 2000, p. 32)

E assim, segundo a autora, preocupados, educadores pesquisadores têm desenvolvido maneiras que façam o educando se interessar e envolver-se no estudo da geometria. Um caso que exemplifica tal afirmativa tem-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), que propõem para o ensino da geometria, a compreensão do mundo pelo aluno, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a se localizar nele desde as séries iniciais.

### **3. O ensino aprendizagem de geometria e a teoria de Van Hiele**

O ensino da geometria deve se iniciar na Pré-Escola, promovendo a observação e a exploração das formas presentes, de forma que nos anos iniciais do Ensino Fundamental, esta deva se apresentar como algo que esteja presente no meio ambiente da própria criança e no universo que o cerca. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente do sexto ao nono ano, o ensino da geometria, segundo Lopes (1996) deve-se apresentar como meio de descrever o mundo físico, explorando as transformações das figuras geométricas, e a utilizando para resolver problemas, aplicando propriedades geométricas, integrando a geometria à aritmética e a álgebra. Apresenta-se nessa fase aos alunos as devidas nomenclaturas de utilização da geometria. Contudo faz-se importante um bom material didático para a concretude do ensino da Geometria.

Concorda-se com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, p. 51) quando afirma que:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

Dessa forma, encontra-se na Teoria de Van Hiele a possibilidade do aluno observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades como descritas nos PCN.

A teoria de van Hiele trata-se de um modelo fundamentado na visão que valoriza a aprendizagem da geometria como um processo gradual, global e construtivo. Em breves palavras trata-se de um modelo que trabalha com o desenvolvimento do raciocínio em geometria plana, sugerindo cinco níveis hierárquicos de atividades adequadas ao estudo das figuras planas.

De acordo com Nasser e Sant’Anna (2000), a filosofia da teoria de Van Hiele remete ao entendimento de que o progresso na aprendizagem da geometria amarra-se as intervenções

do professor no objetivo de averiguar no aluno a elevação de cada nível e, conseqüentemente, a construção do conhecimento. Originariamente, a teoria surgiu em 1957, desenvolvida pelo casal Dina Van Hiele e Pierre Van Hiele, referenciando o ensino e aprendizagem da geometria, a qual oportuniza ao professor um papel fundamental de construir conceitos e práticas geométricas através de atividades sequenciais (SERRAZINA, 1996). O quadro a seguir esclarece o funcionamento da teoria:

Quadro 1: Descrição dos níveis de Van-Hiele

<b>Nível de Van Hiele</b>	<b>Características</b>	<b>Exemplo</b>
<b>1º Nível Reconhecimento</b>	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
<b>2º Nível Análise</b>	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
<b>3º Nível Abstração</b>	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra;  Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos.  Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
<b>4º Nível Dedução</b>	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
<b>5º Nível Rigor</b>	Capacidade de compreender demonstrações formais; Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Nasser et al (2000, p. 05).

Observa-se com a exposição do quadro, que no nível 1, denominado de reconhecimento, os educandos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência. Os alunos são capazes de dizer se uma dada figura é ou não retângulo, mas as razões apresentadas serão apenas de percepção visual. Já no nível 2, os mesmos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades e usam essas propriedades para resolver problemas. Assim podem se realizar outras atividades sobre retângulos.

A abstração, no nível 3, permite que os educandos ordenem logicamente as propriedades das figuras, percebem a necessidade de uma definição precisa e percebe que uma propriedade pode decorrer de outra. A dedução, no nível 4 permite que os educandos entendam a Geometria como um sistema dedutivo e reconhecem as condições necessárias e suficientes. Por fim o nível 5, chamado de rigor – permite que os educandos estudem diversos sistemas axiomáticos para a Geometria. Os alunos reveem e resumem o que aprenderam sobre as propriedades. Quanto ao nível de rigor os estudantes são capazes de trabalhar com diferentes sistemas axiomáticos e estabelecer a diferença entre os objetos e a sua essência.

Assim, a teoria apresenta algumas características para o seu desenvolvimento. Apoiaremos-nos em Nasser (2000) para descrevê-las abaixo:

- Sequencial: O aluno deve passar por todos os níveis não sendo possível atingir um nível superior antes que o anterior não seja superado.
- Avanço: A progressão de cada nível independe da maturação biológica do aluno. Assim sendo, a formação do conhecimento dependerá do nível escolar do aluno.
- Intrínseco e Extrínseco: Os objetivos implícitos em um nível ficam explícitos no nível seguinte. Assim um nível depende do outro.
- Linguísticas: Cada nível possui uma linguagem apropriada e um conjunto de relações interligando-os.

Segundo essa autora, o professor deverá utilizar para lecionar, o tipo de linguagem que esteja dentro do nível em que os alunos se encontram, de modo que as informações passadas pelo docente para o alunado sejam claramente percebidas.

- Combinação adequada: O professor e o material devem ser compatíveis com o nível de aprendizagem em que o aluno se encontra. Finalmente, “numa sala de aula, deveremos ter o aluno, o professor e o livro didático funcionando no mesmo nível, na medida do possível”. (NASSER, 2004, p. 79)

Assim, de acordo com os níveis apontados acima, percebe-se que o Modelo de Van Hiele, leva o aluno a partir do nível da visualização de um conceito geométrico, seguir ao nível da análise, prosseguir pelo nível da dedução formal e, finalmente atingir o nível do rigor da conceituação do ente geométrico, passando a entender e relacionar conceitos geométricos abstratos.

#### **4. Metodologia**

Essa pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa de caráter exploratório. A qual, de acordo com Gil (2007), proporcionará uma maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-la mais explícito, a mesma buscará aprimorar a ideia a partir do levantamento bibliográfico e do estudo de caso.

Apesar de ser utilizado, ao longo da análise dos resultados dados quantitativos, o maior interesse mostra-se em avaliar o nível de conhecimento geométrico dos alunos e professores, e nesse caso específico, os dados numéricos apenas irão subsidiar essa avaliação.

##### **4.1. Universo da pesquisa**

O caso foi particularmente estudado nos 9º anos (turmas – A, B, C, D, E, F) de uma Escola Pública da rede oficial de ensino do Estado de Pernambuco, no município de Camaragibe, escola essa localizada em uma região de fácil acesso e com infra-estrutura que proporciona condições necessárias para utilização por parte de alunos e professores.

##### **4.2. Sujeitos da pesquisa**

Participaram dessa pesquisa 178 alunos com idades entre 14 e 15 anos, de seis turmas de ensino fundamental, sendo estas do 9º ano, (turmas – A, B, C, D, E, F). Sendo escolhidos pelo fato de estarem concluindo mais uma etapa da escolaridade e que, no próximo ano estarão cursando o ensino médio. Foram pesquisados também os 5 professores que lecionam a disciplina de matemática nas turmas analisadas.

##### **4.3. Instrumentos de coletas de dados**

Para obtenção dos dados, aplicaram-se dois tipos de testes enquadrados na teoria de Van Hiele. O teste de nível 1 foi aplicado aos alunos dos 9º ano; o teste de nível 2 foi aplicado aos 05 professores que compuseram a população estudada. Sendo disponibilizados 50 minutos para a sua realização.

O teste de nível 1 é composto por cinco questões, as quais buscam trabalhar respectivamente com o reconhecimento visual das seguintes figuras geométricas planas: triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo e retas paralelas. Cada questão é composta por cinco alternativas, ilustradas uma a uma por apenas uma figura geométrica plana, com isso o aluno deve visualizar, identificar e assinalar apenas “as”, ou, “a” figura pedida na questão.

Em relação ao teste de nível 2, utilizado para a avaliação dos professores, trabalha com a análise e conhecimento das propriedades das figuras geométricas planas seguinte: retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo e quadriláteros, seguindo esta ordem. A primeira questão trata do reconhecimento das propriedades das diagonais de um retângulo, no qual o professor tem que assinalar dentre as quatro alternativas, apenas as corretas. Na segunda é solicitada três propriedades do quadrado. Com relação à terceira questão o docente deve identificar dentre as quatro alternativas, apenas as que estejam corretas com relação às propriedades dos ângulos de um triângulo isósceles. Da mesma forma, a quarta questão propõe que o professor cite três propriedades de um paralelogramo. Por fim, a quinta questão pede que seja desenhado um quadrilátero, no qual possua diagonais com comprimentos diferentes.

#### **4.4. Critérios de análise dos dados**

Após a realização dos testes, os mesmos passaram por um processo de correção baseado na nossa fundamentação teórica, quanto aos conceitos geométricos e a teoria de Van Hiele.

Os testes quantitativos foram analisados de maneira qualitativa para que assim fosse possível chegar a determinadas conclusões a respeito do ensino da geometria, nessa escola específica. De forma qualitativa, categorizamos os testes dos alunos e professores quanto aos respectivos níveis de Van Hiele que foram aplicados, estando esses acima ou abaixo do nível.

#### **5. Resultados e análise dos dados**

Para melhor entendimento dos resultados essa análise será dividida em dois momentos, a saber: resultado obtido pelas turmas pesquisadas e pelos professores.

##### **5.1. Resultado obtido pelas turmas pesquisadas**

No geral a quantidade de acertos totais é de 2,2%, um número muito baixo de alunos tendo em vista que esse percentual representa apenas 4 de um grupo de 178 estudantes, os outros 97,8% ficaram enquadrados no acerto parcial. Vale ressaltar, que não houve nenhum aluno errando tudo, sendo este um aspecto positivo.

Neste sentido, percebe-se em Nasser (2004, p. 78) que, “as pesquisas mostram que a maioria dos alunos chega ao 4º ciclo do ensino fundamental raciocinando no nível de conhecimento (nível 1), ou abaixo dele”. Essa afirmação da autora é confirmada nesta pesquisa, uma vez os nossos alunos estão terminando o Ensino Fundamental sem reconhecer as figuras básicas da geometria plana.

Tomando como referência esse resultado e a Teoria de Van Hiele, conclui-se que apenas 4 alunos do total pesquisado encontram-se no nível 1. Em relação ao resultado por questão, temos:

Tabela 1: Reconhecimento de figuras geométricas planas (nível 1 de Van Hiele), com 178 alunos dos 9º anos (A, B, C, D, E, F)

Questões	Quantidade de alunos que acertaram totalmente %	Quantidade de alunos que acertaram parcialmente %	Quantidade de alunos que erraram totalmente %
1º	29,2%	69,7%	1,1%
2º	36%	58,4%	5,6%
3º	41%	46%	13%
4º	24,1%	39,9%	36%
5º	30,9%	44,9%	24,2%

Fonte: ARRUDA FILHO, P. H. C./2012.

Observando a tabela 1, é importante ressaltar que mais de um terço, precisamente 64 alunos analisados, o que corresponde a 36% do total de alunos, erraram completamente a 4ª questão, a qual se refere aos paralelogramos. Esse fator pode não só a vir prejudicar a compreensão e diferenciação das figuras que serão trabalhadas nas séries posteriores, como também o estudo de suas propriedades, por exemplo, área e volume.

O melhor desempenho destes alunos foi obtido na 3ª questão onde se trata dos retângulos, 73 alunos acertaram essa questão por completo, situação preocupante, já que a figura retangular é a que mais utilizamos no dia a dia, e essa quantidade de alunos não representa nem 50% do total.

## 5.2. Resultado obtido pelos professores pesquisados

Antes de analisar a tabela 2 abaixo é importante ressaltar que nem todos os professores possuem formação em matemática, apenas dois dos cinco são graduados na área, os outros três possuem formação em outras áreas, como por exemplo: química e ciências biológicas. É importante salientar que todos lecionam a disciplina de matemática nas turmas pesquisadas.

Tabela 2: Conhecimento das propriedades geométricas das figuras planas (nível 2 de Van Hiele), com 5 professores

Questões	Quantidade de profs. que acertaram totalmente %	Quantidade de profs. que acertaram parcialmente %	Quantidade de profs. que erraram totalmente %
6º	60%	40%	0%
7º	80%	20%	0%
8º	80%	20%	0%
9º	20%	80%	0%
10º	80%	0%	20%

Fonte: ARRUDA FILHO, P. H. C./2012.

Para analisar os professores foi utilizado o teste de nível 2 de Van Hiele, com o objetivo de verificar o desempenho dos profissionais que lecionam matemática em turmas do 9º ano do ensino fundamental desta escola.

Analisando a tabela podemos verificar que na 6ª questão onde se trata de algumas propriedades do retângulo, ainda houve um número alarmante de acertos parciais de 40%. Já na sétima questão, na qual se trata das propriedades dos quadrados o índice de acertos total é maior atingindo 80%, o mesmo acontece na 8ª questão a qual trabalha com as propriedades dos triângulos. A 9ª questão apresenta um número bastante preocupante, pois 80% dos professores acertaram parcialmente a questão que é relacionada à propriedade dos paralelogramos. Esse fato torna-se curioso, pois, se compararmos a tabela 2 com a tabela 1 vê-se que nas questões de paralelogramo há uma coincidência nos resultados obtidos pelos alunos e pelos professores. Na 10ª questão do teste onde se trata das propriedades dos quadriláteros verifica-se que ainda ocorre uma margem de 20% de erro total, o que não é muito preocupante já que 80% dos professores acertaram por total esta questão.

Verificou-se que ao final da análise da tabela tem-se uma média geral dos resultados de desempenho apresentados pelos professores, o qual nos mostra que segundo a Teoria de Van Hiele apenas 20% dos professores pesquisados encontram-se no nível 2, o que corresponde a 1 discente apenas dentre os professores analisados.

### **Considerações finais**

A partir dos resultados obtidos nesta pesquisa conclui-se que, o nível que se encontram os alunos dos 9º anos da escola pesquisada é insatisfatório dado o baixo nível de acerto de cada questão respondida no teste pelos mesmos. Assim, de maneira geral, 98% dos alunos não atingiram nem mesmo o nível 1 de Van Hiele diante do que foi analisado a partir dos testes.

Além disso, com relação aos docentes, observou-se que apenas 1 dos 5 professores de matemática está no nível 2 de Van Hiele, o que nos demonstra o despreparo desses profissionais. Embora 3 desses professores não tenham formação acadêmica em matemática, mas em ciências biológicas e química, o que talvez tenha influenciado para o resultado dos testes.

Portanto, diante dos resultados encontrados, sugere-se elaboração de uma proposta de intervenção pedagógica para o ensino da geometria aos alunos do 9º ano da escola em que esta pesquisa foi realizada. Como também a elaboração de políticas públicas para a formação de professores e cursos de extensão, no propósito de preparar e aperfeiçoar continuamente o conhecimento desses profissionais.

## Referências

ARRUDA FILHOS, P. H. C. **Uma análise dos conhecimentos geométricos dos alunos e professores dos anos finais do ensino fundamental**: um estudo sob a ótica da teoria de van hiele. Pernambuco. 2012. 61 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/Secretaria de Educação Fundamental.– Brasília: MEC/SEF, 1998.

FILLOS, L.M. **O ensino da geometria**: depoimentos de professores que fizeram história. In: EBRAPEM, Belo Horizonte, 2006. Anais, Encontro Brasileiro dos Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/05-11.pdf>>. Acesso em: 26 abr. 2012.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

LOPES, Maria Laura M. Leite (Coord.); NASSER, Lílian (Coord.). **Geometria**: na era da imagem e do movimento. Rio de Janeiro, Projeto Fundação IM/UFRJ, 1996.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

NASSER, Lílian (Coord.); SANT'ANNA, Neide P. (Coord.). **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Rio de Janeiro, Projeto Fundação IM/UFRJ, 2000.

NASSER, L. e TINOCO, L. **Curso básico de geometria**: enfoque didático. – 3 ed.- - Rio de Janeiro: UFRJ/IM. Projeto Fundação, 2004.

SERRAZINA, Maria de Lurdes; MATOS, José Manuel. **Didática da matemática**. Portugal, Universidade Aberta, 1996.