

A CONSTANTE DE DECAIMENTO DO MÉSON $\rho(2S)$ EM REGRA DE SOMA DA QCD COM POLO DUPLO

Mikael Souto Maior de SOUSA¹, Romulo Rodrigues da SILVA¹

¹ Unidade Acadêmica de Física, Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Campina Grande-PB. E-mail: kaelsousa@gmail.com. Telefone: (83)2101 1060.

RESUMO

Nós introduzimos o método das Regras de Soma da QCD com polo duplo e estudamos o comportamento teórico para a massa do méson $\rho(2S)$. Nós conseguimos uma boa aproximação para a massa de acordo com os valores experimentais e mostramos uma boa predição para a constante de decaimento do méson $\rho(2S)$ que dado por volta de (177 ± 13) MeV.

PALAVRAS CHAVE: QCD, quarks leves, mésons vetoriais, física nuclear.

1 INTRODUÇÃO

Em 1979, Shifman, Vainshtein and Zakharov criaram o método bem sucedido das Regras de Soma da QCD (SHIFMAN, VAINSHTEIN AND ZAKHAROV, 1979) ou simplesmente QCDSR. Com este método podemos calcular vários parâmetros hadrônicos como a massa dos hádrons, constantes de decaimento, constantes de acoplamento e fatores de forma, tudo isso em termos dos parâmetros da QCD que são a massa dos quarks constituintes, o acoplamento forte e os parâmetros não perturbativos que são os condensados de quarks e os condensados de glúons.

O ponto de partida para este método consiste que, os números quânticos e o conteúdo de quarks constituintes são descritos por uma corrente interpolante onde nós temos a função de correlação como um operador de ordenamento temporal de suas correntes (GREINER, 2003). Para determinar a massa do estado fundamental do hádron nós usamos a função de correlação de dois pontos, onde essa função de correlação possui duas interpretações distintas os quais chamamos de Lado da QCD e Lado Fenomenológico. O Lado da QCD diz que a função de correlação pode ser escrita em termos de uma relação de dispersão, onde a densidade espectral não possui polos, de contrapartida o Lado Fenomenológico possui uma soma de todos os estados que acoplam com a corrente, deste modo para representar o Lado Fenomenológico Shifman, Vainshtein e Zakharov propuseram o Ansatz de que a

densidade espectral do lado da fenomenologia pode ser representada da forma “polo+contínuo”.

Neste Trabalho aplicamos o método proposto por Shifman, porém, propusemos o fato de que a densidade espectral do Lado Fenomenológico para o méson ρ pode ser apresentada pelo Ansatz “polo+polo+contínuo” (SOUSA E RODRIGUES, 2012) onde os dois polos dessa vertente representam as contribuições significativas do estado fundamental e do primeiro estado excitado $\rho(2S)$ o qual queremos determinar de maneira teórica sua massa e compará-la com os dados experimentais (BERINGER *et. al.*, 2012) mostrando assim a eficácia do nosso método.

A partir do valor obtido para a massa do $\rho(2S)$ iremos mostrar também uma estimativa para a constante de decaimento do méson $\rho(2S)$, que seria uma estimativa inédita uma vez que na literatura atual não se tem dados experimentais (BERINGER *et. al.*, 2012) consolidados para que tenhamos um valor claro, por isso partimos da observação de outros mésons vetoriais como a J/ψ e esperamos que o méson $\rho(2S)$ como sendo um méson vetorial também, tenha o mesmo comportamento do méson J/ψ no qual já foi observado experimentalmente, o que mostra mais uma vez a eficácia do nosso método.

2 METODOLOGIA

Para a obtenção dos resultados utilizamos uma abordagem teórica observacional, tendo como suporte os softwares Maple 13 e o Mathematica 6.0, este ultimo com o pacote denominado FeynCalc muito útil nos cálculos de traços.

Após a obtenção dos resultados tomamos como base comparativa os dados experimentais na literatura atual (BERINGER *et. al.*, 2012) cujas referências experimentais para a comparação com os dados teóricos obtidos são as mais atuais e a mais seguras possíveis.

Para implementar nosso método, primeiramente nós usamos a parte invariante da função de correlação genérica e aplicamos a transformada de Borel que pela dualidade quark-hádron podemos comparar o Lado Fenomenológico com o Lado da QCD, logo:

$$B[\Pi^{fen.}(q^2)] = \int_0^\infty ds \rho^{fen.}(s) e^{-s\tau}, \quad (1)$$

onde $\tau = 1/M^2$. Considerando a densidade espectral da seguinte forma:

$$\rho^{fen.} = \lambda_1^2 \delta(s - m_1) + \lambda_2^2 \delta(s - m_2) + \rho^{cont.}(s)(s - s'_0). \quad (2)$$

Onde m_1 é a massa do estado fundamental e m_2 é a massa do primeiro estado excitado e por sua vez, s'_0 marca o início do contínuo de estados. Logo temos que:

$$B[\Pi^{fen.}(q^2)] = \lambda_1^2 e^{-m_1^2\tau} + \lambda_2^2 e^{-m_2^2\tau} + \int_{s'_0}^\infty ds \rho^{fen.}(s) e^{-s\tau}. \quad (3)$$

Pelo Lado da QCD, seguindo um procedimento análogo temos que a sua transformada de Borel tem a seguinte forma:

$$B[\Pi^{QCD}(q^2)] = \int_{s_0^{min}}^\infty ds \rho^{QCD}(s) e^{-s\tau}. \quad (4)$$

Note que na Eq.(4) podemos dividir a integral em uma soma com duas partes, a primeira de s_0^{min} até s'_0 e a segunda de s'_0 até ∞ , logo segundo a dualidade quark-hádron temos a seguinte igualdade:

$$\int_{s_0^{min}}^\infty ds \rho^{QCD}(s) e^{-s\tau} = \lambda_1^2 e^{-m_1^2\tau} + \lambda_2^2 e^{-m_2^2\tau}. \quad (5)$$

Como usualmente se faz nas regras de soma da QCD tomando a derivada com respeito ao parâmetro τ na Eq.(5) podemos encontrar soluções para as massas logo temos:

$$-m_1^2 \lambda_1^2 e^{-m_1^2\tau} - m_2^2 \lambda_2^2 e^{-m_2^2\tau} = \frac{d}{d\tau} \Pi^{QCD}(\tau). \quad (6)$$

Tomando as seguintes substituições:

$$\Pi^{QCD}(\tau) = \int_{s_0^{min}}^\infty ds \rho^{QCD}(s) e^{-s\tau}, \quad (7)$$

$$B(\tau) = \lambda_2^2 e^{-m_2^2 \tau}, \quad (8)$$

$$A(\tau) = \lambda_1^2 e^{-m_1^2 \tau}. \quad (9)$$

Combinando a Eq.(5) com a Eq.(6) e usando as simplificações dadas por Eq.(7), Eq.(8) e Eq.(9) temos as seguintes soluções:

$$A(\tau) = \frac{D \Pi^{QCD}(\tau) + \Pi^{QCD}(\tau) m_2^2}{m_2^2 - m_1^2}, \quad (10)$$

$$B(\tau) = \frac{D \Pi^{QCD}(\tau) + \Pi^{QCD}(\tau) m_1^2}{m_1^2 - m_2^2}. \quad (11)$$

Para eliminar a dependência com a constante de acoplamento que aparece nas duas equações toma-se a deriva com respeito ao mesmo parâmetro τ , e divide-se o resultado pela Eq.(10) para $A(\tau)$ e pela Eq.(11) para $B(\tau)$. Logo temos as seguintes equações:

$$m_1 = \sqrt{-\frac{D \Pi^{QCD}(\tau) m_2^2 + D \Pi^{QCD}(\tau)}{D \Pi^{QCD}(\tau) + \Pi^{QCD}(\tau) m_2^2}} \quad (12)$$

$$m_2 = \sqrt{-\frac{D \Pi^{QCD}(\tau) m_1^2 + D \Pi^{QCD}(\tau)}{D \Pi^{QCD}(\tau) + \Pi^{QCD}(\tau) m_1^2}} \quad (13)$$

Ou seja, nas Eq.(12) e Eq.(13) vemos uma dependência entre as massas do estado fundamental e o do primeiro estado excitado.

Para estimarmos o valor da constante de decaimento para o méson $\rho(2S)$ utilizamos um método denominado Método da Subtração da Função de Correlação (COLANGELO AND KHODJAMIRIAN, *et. al.*) que consiste em:

$$\Pi'(q^2) = \Pi(q^2) - \Pi(0). \quad (14)$$

Sabendo que a função de correlação é dada por:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = i \int d^4x \langle 0 | T \{ J_\mu(x) J_\nu^\dagger(0) | 0 \rangle e^{iqx} = (g_{\mu\nu} q^2 - q_\mu q_\nu) \Pi(q^2). \quad (15)$$

Por este método e utilizando o fato de que pelo lado fenomenológico $\langle 0|j(0)|V(q)\rangle = f_V m_V \epsilon_\mu^{(V)}(q)$ obtemos:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = (g_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu) \frac{f_V^2}{m_V^2 - q^2}, \quad (16)$$

$$\Pi'(q^2) = q^2 \int_0^\infty ds \frac{\bar{\rho}(s)}{s - q^2}. \quad (17)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho nós usamos os seguintes parâmetros: $\alpha_s = 0.3$, $m_q = 4$ MeV, $\langle \bar{q}q \rangle = -(0.23)^3 \text{ GeV}^3$ e $\langle g_s^2 G^2(0) \rangle = 0.88 \text{ GeV}^4$. Para estudar a massa do méson ρ em função da massa do méson $\rho(2S)$ como é mostrado na Fig.1. Neste caso definimos a Janela de Borel entre 40% a 90% que determina a contribuição do polo duplo (SOUSA E SILVA, 2012).

Para o espectro méson ρ onde usamos o seguinte parâmetro $s_0 = (m_2 + \Delta)^2$ sendo $\Delta = 0.1 \text{ GeV}$ em Fig.1 temos a convergência da massa do méson ρ como função da massa do méson $\rho(2S)$ onde para o Δ escolhido a massa converge perfeitamente em $m_\rho = (0.75 \pm 0.05) \text{ GeV}$ que esta de acordo com os valores experimentais onde $m_\rho^{exp.} = 0.77 \text{ GeV}$ (EIDELMAN *et. al.*, 2004) o que mostra como este método de polo duplo é eficaz.

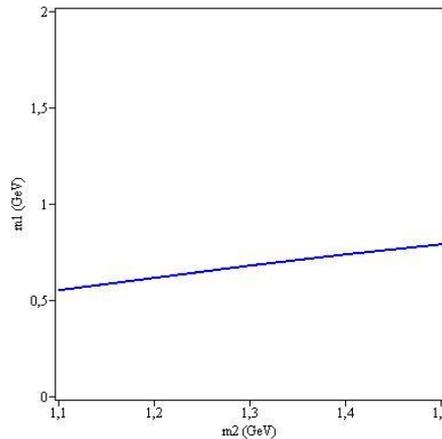


Fig.1 – mostra a convergência da massa m_ρ como função da massa $m_{\rho(2S)}$

Para estimar a constante de decaimento para o méson $\rho(2S)$ nós usamos os valores das massas experimentais onde $m_\rho = 0.77 \text{ GeV}$, $m_{\rho(2S)} = 1.46 \text{ GeV}$ e mantemos $\Delta = 0.1 \text{ GeV}$, como mostra a Fig.2 onde vemos que a constante de decaimento para o méson ρ atinge um platô em 200 MeV (linha sólida), este valor obtido para o méson ρ como função da massa de Borel esta em concordância com

os dados experimentais onde a constante de decaimento é igual a 216 MeV (BERINGER *et. al.*, 2012) o que é muito bom, mais uma vez, para solidificar a eficácia deste método de duplo polo, já para a constante de decaimento do méson $\rho(2S)$ (linha tracejada) vemos que a constante de decaimento é menor e atinge uma estabilidade em aproximadamente 165 MeV.

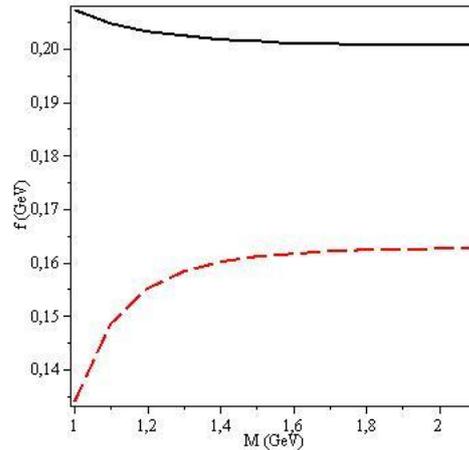


Fig.2 – Mostra o comportamento das constantes de decaimento com a massa de Borel

Porém devido a larga banda de decaimento do méson $\rho(2S)$ devemos levar em consideração a incerteza no parâmetro Δ' e a incerteza na massa do $\rho(3S)$, nós variamos $\Delta' = (0.15 \pm 0.05)$ GeV e conseguimos a estimativa para a constante de decaimento em:

$$f_{\rho(2S)} = (177 \pm 13) \text{ MeV}$$

Podemos ver de maneira bem prática o que fizemos neste trabalho segundo a tabela abaixo.

Tab.1 – Comportamento da constante de decaimento em MeV

méson	Neste trabalho	(WILSON, 2012)	(RICHARDS, 2006)	(BERINGER, 2012)
ρ	200 ± 2	268	--	216 ± 5
$\rho(2S)$	177 ± 13	155	--	--

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho mostramos um método novo para as Regras de Soma QCD com polo duplo e aplicamos este método para o problema do méson ρ , que é bem estabelecido nas Regras de Soma da QCD.

Obtemos neste trabalho valores para as massas bem próximos dos valores experimentais e conseguimos estimar um valor para a constante de decaimento do méson $\rho(2S)$ utilizando este método.

REFERÊNCIAS

BERINGER, J., *et. al.* (Particle Data Group), Phys. Ver. D 86, 010001, 2012.

COLANGELO, P., KHODJAMIRIAN, A., *In SHIFMAN, M. (ed.): **At the frontier of the particle physics**, vol. 3* 1495-1576, arXiv: 0010175 [hep-ph].

DUDEK, J. J., EDWARDS, R.G., RICHARDS, D. G., , **Radiative Transitions in Charmonium from lattice QCD**, Phys. Rev. D 73, 074507, 2006.

GREINER, W., SCHRAMM, S., STEIN, E., **Quantum chromodynamics**, Third Edition, Springer, 2004.

KAKU, M., **Quantum Field Theory: A Modern Introduction**, New York, Oxford, OXFORD UNIVERSITY PRESS, 1993.

SHIFMAN, M. A., VAINSHTEIN, A. I., ZAKHAROV, V. I., **QCD And Rsonance Physics**, Nucl. Phys., B 147, 358, 1979.

SOUSA, M. S. M., SILVA, R. R., **The $\rho(2S)$, $\Upsilon(2S)$ and $\Psi(2S)$ mesons in a Double Pole QCD Sum Rules**, arXiv: 1205.6793v2 [hep-ph], 2012.

QIN, S. -X., CHANG, L., LIU, Y, -X, ROBERTS, C. D., WILSON, D. J., **Quark Spectral Function above T_c** , Phys. Rev. C 85, 035202, 2012.