NOÇÕES DO CÁLCULO INTEGRAL EM TERRAS INDÍGENAS DE ALAGOAS

Jendson Ferreira de Souza [1]
Maylan Erae Mendonça da Silva [2]
Vitor Alves de Mendonça [3]
João Ferreira da Silva Neto [4]
Libel Pereira da Fonseca [5]

RESUMO

O objetivo deste trabalho é descrever uma sequência didático-pedagógica para o desenvolvimento de noções do Cálculo Integral a partir da determinação de áreas de regiões irregulares. A sequência foi desenvolvida por 16 licenciandos em Matemática do curso de Licenciatura Intercultural Indígena - Clind - da Universidade Estadual de Alagoas - UNEAL. Para o cálculo das áreas, utilizou-se, em específico, terras indígenas Karapotó Plak-ô e Kariri-Xocó, realizando-se a subdivisão dessas regiões em pequenos retângulos e/ou trapézios e triângulos, seguido da soma de suas áreas e, comparando-se esse resultado com o que é apresentado em aplicativos de localização. É possível afirmar que a utilização dessa sequência, além de fornecer uma aplicação prática e possibilitar a exercitação dos conceitos do Cálculo Integral, propiciou a comprovação da eficiência do Cálculo para estabelecer a área de regiões irregulares.

Palavras-chave: Áreas irregulares, Cálculo Integral, Licenciatura, Intercultural, Indígena.

INTRODUÇÃO

Este trabalho objetiva descrever uma sequência didático-pedagógica para o desenvolvimento de noções do Cálculo Integral a partir da determinação de áreas de regiões irregulares, realizada junto aos indígenas licenciandos em Matemática do Baixo São Francisco alagoano. O Curso de Licenciatura Intercultural Indígena de Alagoas - CLIND-AL está vinculado à Universidade Estadual de Alagoas - UNEAL.

[1] Graduando do Curso de Licenciatura Intercultural Indígena em Matemática da Universidade Estadual de Alagoas/Uneal - AL, jendson.souza@alunos.uneal.edu.br;
[2] Graduando do Curso de Licenciatura Intercultural Indígena em Matemática da Universidade Estadual de Alagoas/Uneal - AL, maylan.silva@alunos.uneal.edu.br;
[3] Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Alagoas/Uneal - AL, vitor.mendonca.2022@alunos.edu.br
[4] Professor Assistente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Alagoas/Uneal - AL, joao.neto@uneal.edu.br;
[5] Professor orientador, Universidade Estadual de Alagoas/UNEAL - AL, libel.fonseca@uneal.edu.br.

A Uneal vem ofertando licenciaturas há pouco mais de 50 anos e, desde 2010, está formando indígenas de todas as aldeias alagoanas. Em 2019, iniciamos o Curso de Licenciatura Intercultural Indígena - CLIND - que oferta cinco licenciaturas - Geografia, História, Letras, Matemática e Pedagogia - a 280 indígenas alagoanos. As aulas desse curso intercultural ocorrem em fins de semana alternados em quatro regiões do estado - Agreste, Baixo São Francisco, Sertão e Zona da Mata.

A implementação do curso de Licenciatura Intercultural Indígena de Alagoas - CLIND-AL partiu do entendimento que é necessário responder a demandas educacionais específicas, possibilitando o atendimento adequado aos povos originários e a formação, inicial e contínua, deles (Uneal, 2018). Como bem ressaltam Peixoto e Campos (2021), a implementação do CLIND-AL atende à reivindicação e luta dos povos indígenas de Alagoas pelo direito a uma educação específica e diferenciada, reforçando o compromisso da Uneal enquanto instituição de ensino pública para contemplar os anseios dessas comunidades.

De modo específico a este trabalho, descreve-se uma sequência didático-pedagógica aplicada junto a 16 indígenas licenciandos em Matemática que residem em aldeias do Baixo São Francisco alagoano. Além desta região, a Licenciatura Intercultural Indígena em Matemática está sendo desenvolvida no Agreste e Sertão, formando 38 indígenas que atuarão como professores de Matemática nas escolas de Alagoas.

Incluindo uma sólida formação docente para o desenvolvimento de métodos, princípios e técnicas relativas ao ensino e à aprendizagem matemática, o Clind em Matemática objetiva o desenvolvimento de uma visão histórico-crítica da evolução da Matemática, de seu ensino e da Etnomatemática (Uneal, 2018). Nessa linha de pensamento, desenvolve ações que permitem ampliar a capacidade do discente para o estudo crítico, a investigação científica e para a articulação dos conhecimentos matemáticos aos processos interdisciplinares e, mais que isso, à interculturalidade.

Apresenta-se, pois, nesse trabalho, o relato de uma experiência em que utilizou-se de conceitos do Cálculo Integral para estabelecer áreas indígenas, possibilitando articular o conhecimento universitário ao conhecimento dos povos originários do Baixo São Francisco alagoano. Para isso, faz-se uma breve reflexão sobre o ensino de Cálculo em cursos de graduação e, em seguida, expõe-se o relato da sequência didático-pedagógica realizada.

O ENSINO DE CÁLCULO

Nasser (2009) afirma que diversos estudos têm ressaltado as dificuldades de aprendizagem dos alunos dos conceitos de Cálculo, embora esta área da Matemática tenha aplicações em diversas outras áreas acadêmicas. Diante destas dificuldades, Reis (2009) afirma que questões curriculares e metodológicas do ensino de Cálculo têm sido foco de diversas investigações sob a perspectiva da Educação Matemática Superior.

Muitos alunos não conseguem compreender os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral e o resultado disso são os altos índices de reprovação nesta disciplina. Paulin (2019) afirma que, além da deficiência em relação aos conceitos básicos, outro fator que dificulta o aprendizado é a linguagem do professor que apresenta alto grau de conhecimento formal, dificultando a compreensão e o interesse do discente.

Concordando com Barufi (2002), quando afirma que o Cálculo é uma construção humana que surge do enfrentamento de problemas matemáticos, compreende-se que é necessária a participação ativa dos alunos para haver aprendizagem significativa. Em face dessa problemática, o Clind em Matemática tem buscado desenvolver atividades capazes de ampliar as possibilidades de compreensão de conceitos matemáticos, inclusive os associados ao Cálculo Integral.

MÉTODO

Durante o período de desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, marcado por constantes conflitos entre as teorias de Newton e Leibniz, foram desenvolvidos alguns conceitos que são essenciais para o cálculo de áreas de regiões planas, como as primeiras noções de Derivadas e Integrais (Moreira, 2014).

O método utilizado neste trabalho está baseado nestes conceitos e técnicas para o cálculo de áreas, em que busca-se apresentar a noção formal do Cálculo Integral associada a uma aplicação prática, calculando a área de regiões delimitadas geograficamente.

Da geometria, sabe-se que a área de um retângulo é igual ao produto da sua base pela sua altura. As áreas de outras regiões planas, limitadas por linhas retas podem ser calculadas usando o mesmo princípio de um retângulo. A área de um triângulo é a metade da base vezes a altura. A área de um polígono pode ser obtida dividindo este polígono em triângulos e somando-se as áreas desses triângulos.

No caso de regiões planas limitadas por linhas curvas, o problema da área torna-se mais complexo.

Uma forma de resolver o problema da área de uma região com lados curvos é aproximar a região S utilizando retângulos e depois tomando o limite das áreas desses retângulos à medida que o número de retângulos aumenta (Stewart; Romo, 2017).

Para estimar, por exemplo, a área sob a parábola $y = x^2$ no intervalo [0,1] utilizando quatro retângulos de base igual a ¼ e cujas alturas são os valores da função $f(x) = x^2$ nas extremidades direitas, é possível repetir esse procedimento com um número maior de faixas, melhorando a estimativa da área, isto é, aproximando o valor calculado do valor real.

Generalizando a ideia, é possível dividir a área em n faixas de igual largura, conforme mostrado na Figura 1.

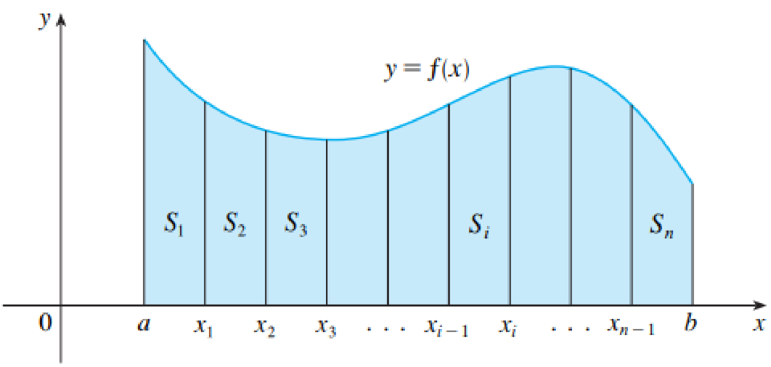


Figura 1 - Subdivisão da área S em n faixas (Fonte: Stewart; Romo, 2017)

A largura do intervalo [a, b] é b-a, assim a largura de cada n faixa é:

$$\triangle x = \frac{b - a}{n}$$

A área S é aproximada pela soma das áreas dos retângulos, ou seja,

$$f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \ldots + f(x_n)\Delta x = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Observa-se que a aproximação parece tornar-se cada vez melhor à medida que aumenta o número de faixas, quando n tende ao infinito, ou seja,

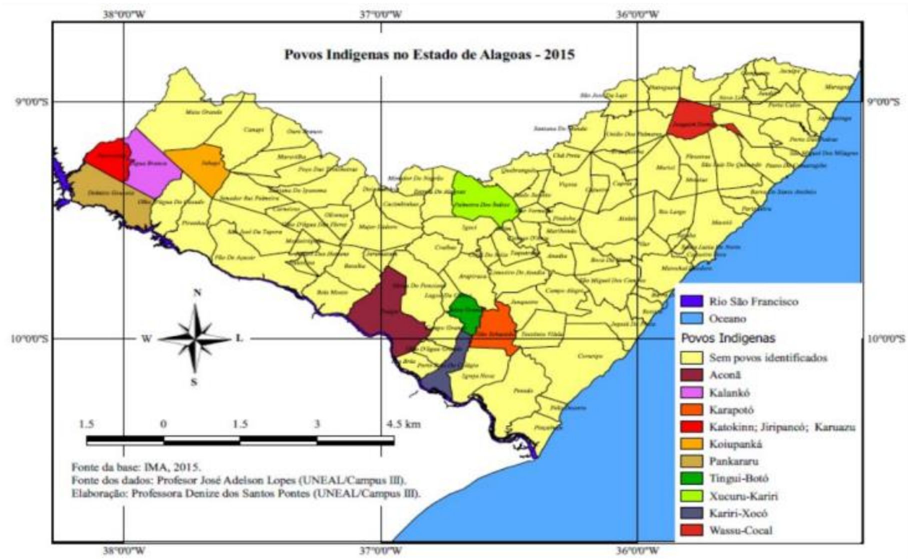
$$A = \lim_{n \to \infty} \left[f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \ldots + f(x_n)\Delta x \right] = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Desse modo, é possível estimar a área, utilizando o maior número de retângulos possíveis através do somatório das áreas desses retângulos.

Caracterização das áreas de estudo

A população indígena autodeclarada de Alagoas distribui-se em todos os municípios alagoanos. De acordo com o Censo Demográfico (2010), totalizam-se 14 509 indígenas, dos quais 4 486 habitam nas terras indígenas e 10 023 fora dessas terras (Alagoas, 2017. p.10)

De acordo com a FUNAI/Maceió, a atual população indígena de Alagoas é de 12 801 habitantes, distribuídos em várias aldeias, conforme o mapa abaixo (Peixoto; Campos, 2021):



<u>Área 1 - terra indígena Karapotó Plak-ô</u>

A área 1 escolhida para estudo é caracterizada como uma reserva indígena, localizada no município de São Sebastião, região agreste de Alagoas. Desde 1992, a área foi reconhecida como terra indígena da etnia Karapotó Plak-ô (Alagoas, 2017).

Uma área de 9,83 hectares, denominada como chã, atualmente é utilizada para o plantio de mandioca, feijão, batata, macaxeira, para o consumo da própria comunidade (Figura 2).

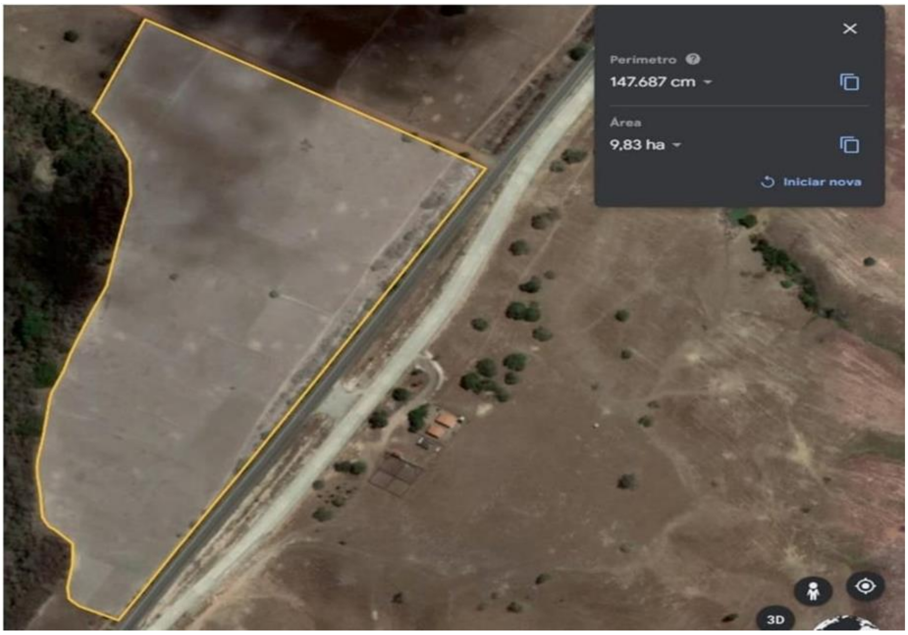


Figura 2 - Delimitação da área de estudo - terra Karapotó Plak-ô (fonte: Google Maps)

Área 2 - terra indígena Kariri-Xocó

A segunda área de estudo é das terras Kariri-Xocó, em Porto Real do Colégio, região do Baixo São Francisco de Alagoas. Conforme descrito no Estudo sobre as Comunidades Indígenas de Alagoas (2017), após quase dez anos de processo judicial para demarcação de suas terras, o Tribunal Regional Federal da 5ª Região decidiu anular a sentença de 1ª instância, concedida em favor dos indígenas, e devolver os autos para recomeçar o andamento do caso.

Especificamente para este trabalho foi escolhido o Centro cultural Sabuká, que é um centro de convivência dentro das terras Kariri-Xocó, conforme pode ser visto na Figura 3.

Figura 3 - Delimitação da área de estudo - Espaço Sabuká/terras Kariri-Xocó (fonte: Google Maps)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para obter uma estimativa da área denominada terra Karapotó Plak-ô foi utilizada a soma de Riemann. A região plana foi dividida em uma grade de retângulos, com o objetivo de aproximar a forma irregular da região. Quanto mais retângulos fossem utilizados, mais precisa seria a estimativa da área. A sequência utilizada para o cálculo da estimativa da área foi:

1.Inserção da área de estudo em um plano cartesiano (Figura 4)

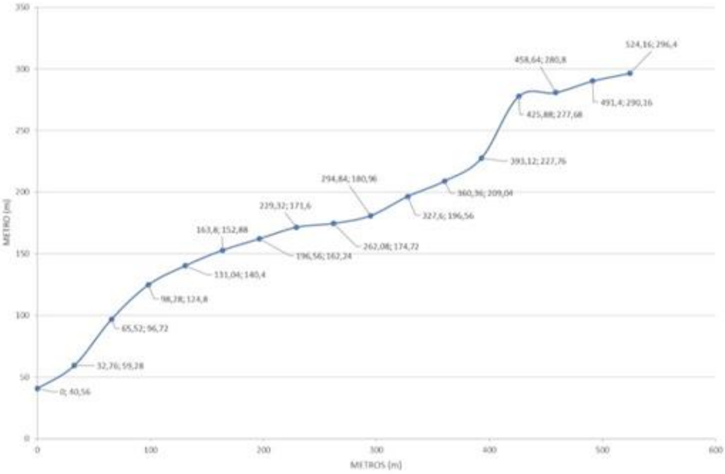


Figura 4 - Localização da área estudado em um plano cartesiano

2. Escolha dos pontos de amostragem: um ponto é escolhido em cada retângulo para representar a altura daquele retângulo.

3. Cálculo das áreas dos retângulos: as áreas dos retângulos são calculadas usando a base e a altura de cada retângulo.

4. Soma das áreas dos retângulos: a soma das áreas dos retângulos é calculada para obter a estimativa da área total da região.

Considerando os dados da Figura 4, temos que n = 16, o comprimento do intervalo é:

$$\triangle \square = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{524{,}16\ -\ 0}{16} = 32{,}76$$

E as extremidades da direita são:

$x_1 = 32{,}76, x_2 = 65{,}22, x_3 = 98{,}28, x_4 = 131{,}04, x_5 = 163{,}8, x_6 = 196{,}56,$

$x_7 = 229{,}32, x_8 = 262{,}08, x_9 = 294{,}84, x_{10} 327{,}6, x_{11} = 360{,}36, x_{12} 393{,}12,$

$x_{13} = 425{,}88, x_{14} 458{,}64, x_{15} = 491{,}4\ e\ x_{16} = 524{,}16;$

Logo, a soma de Riemann é:

$$R_{16} = \sum_{i=1}^{16} \quad f(x_i)\Delta x$$

f(32,76) Δx+ f(65,52) Δx+ f(98,28) Δx+ f(131,04) Δx+ f(163,8) Δx+ f(196,56) Δx+ (229,32) Δx+ f(262,08) Δx+ f(294,84) Δx+ f(327,6) Δx+ f(360,36) Δx+ f(393,12) Δx+ (425,88) Δx+ f(458,64) Δx+ f(491,4) Δx+ f(524,16) Δx

Colocando Δx em evidência e substituindo os valores de cada termo, temos:

32, 76 . (65,52 + 98,28 + 131,04 + 163,8 + 196,56 + 229,32 + 262,08 + 294,84 + 327,6 + 360,36 + 393,12 + 425,88 + 458,64 + 491,4 + 524,16)

= 32,76 . 3021,5986 $= 98987{,}5688m^2$

Assim,

$\square_{16} = 98987{,}5688m^2$

Considerando os documentos oficiais que delimitam a área de estudo denominada terra indigena Karapotó Plak-ô e também os dados contidos no aplicativo Google Maps, podemos afirmar que a estimativa da área obtida pela soma de Riemann, subdividindo a área em 16 retângulos foi considerada satisfatória.

Para obter uma estimativa da área 2 denominada terra Kariri-Xocó, também foi utilizada a soma de Riemann. A região plana é dividida em uma grade de retângulos, um trapézio e um triângulo (Figura 5) com o objetivo de aproximar a forma irregular da região. Também foi feita a escolha dos pontos de amostragem de forma que um ponto seja escolhido em cada retângulo para representar a altura daquele retângulo. Em seguida, foi feito o cálculo das áreas dos retângulos: as áreas dos retângulos são calculadas usando a base e a altura de cada retângulo, cálculo da área do trapézio e do triângulo. Por fim, foi feita a soma das áreas das figuras planas, pois esta soma é necessária para obter a estimativa da área total da região.

Considerando os dados da Figura 5, temos que: n = 4, o comprimento do intervalo é:

$$\triangle \square = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{217{,}24 - 0}{4} = 54{,}31$$

E as extremidades da direita são:

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 162{,}16,$

Logo, a soma de Riemann é:

$$R_4 = \sum_{i=1}^{4} f(x_i)\Delta x$$

Colocando Δx em evidência e substituindo os valores de cada termo, temos:

A_1=54, 31 . (162,16 + 162,16 + 162,16 + 162,16)=35227,64

Além disso, foi necessário calcular a área do trapézio:

$$A_2 = \frac{(\square + \square)h}{2} = \frac{(212{,}51 + 129{,}52).104{,}14}{2} = 17809{,}5$$

e calcular a área do triângulo:

$$\square_3 = \frac{(\square)h}{2} = \frac{(128{,}51).162{,}16}{2} = 10419{,}59$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 63455{,}64\ m^2$$

Figura 5 - Recorte da área de estudo 2 - subdivisão em figuras planas

Considerando os documentos oficiais que delimitam a área de estudo denominada terra indigena Kariri-Xocó e também os dados contidos no aplicativo Google Maps, podemos afirmar que a estimativa da área obtida pela soma de Riemann, subdividindo a área em 4 retângulos, 1 trapézio e um triângulo retângulo foi considerada satisfatória, porém com pouca precisão uma vez que foram usados poucos retângulos para representar a área.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo descrever uma sequência didático-pedagógica para o desenvolvimento de noções do Cálculo Integral a partir da determinação de áreas de regiões irregulares. Desse modo, desenvolveu-se uma sequência didática, calculando a área de regiões indígenas Karapotó Plak-ô e Kariri-Xocó, selecionadas pelos dois primeiros autores deste texto. A determinação das áreas foi realizada através da redução da área abaixo de uma curva irregular em diversos retângulos e/ou outras figuras planas, em que se aplicou a Soma de Riemann.

Após as análises realizadas, fica evidente a eficiência da utilização das noções de Cálculo Integral para a determinação da área dessas regiões. Esse processo, além de possibilitar aos discentes uma visualização prática do conteúdo propicia a exercitação dos conceitos matemáticos, interligando assim teoria e prática.

Vale ressaltar a importância do uso de conceitos matemáticos aparentemente abstratos para a solução de problemas reais, de ordem prática, como o cálculo de áreas rurais, objeto deste trabalho. Além disso, pretendeu-se que este trabalho servisse de exemplo para os futuros professores de matemática que desejem aplicar conceitos matemáticos para uma aprendizagem mais significativa.

REFERÊNCIAS

Alagoas. Secretaria de Estado do Planejamento, Gestão e Patrimônio. **Estudo sobre as Comunidades Indígenas de Alagoas**/Alagoas.Secretaria de Estado do Planejamento, Gestão e Patrimônio. – Maceió: SEPLAG, 2017.

BARUFI, M. C. B. O Cálculo no curso de Licenciatura em Matemática. In: **Educação Matemática em Revista**. SBEM. Ano 09, nº 11ª, abril de 2002

MOREIRA, E. **Leibniz versus Newton: sobre qualidades, milagres e leis da natureza**. Tese (Doutorado em Filosofia) - Universidade Estadual de Campinas. São Paulo. 2014.

NASSER, L. Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de cálculo no traçado de gráficos. In: Nasser, L.; FROTA, M. C. R. (org.) **Educação Matemática no Ensino Superior**: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, 2009.

PAULIN, J. Ensino e Aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo: algumas reflexões a partir de uma revisão sistemática de literatura. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, V.21, pp. 239-263, 2019.

PEIXOTO, J. A. L; CAMPOS, Z. D. P. Educação, direito e identidade: Licenciatura Intercultural Indígena em Alagoas–CLIND-AL. **Revista Entre Rios do Programa de Pós-Graduação em Antropologia**, v. 4, n. 1, p. 96-121, 2021.

REIS, F.S. Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise. In: Nasser, L.; FROTA, M. C. R. (org.) **Educação Matemática no Ensino Superior**: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, 2009.

STEWART, J.; ROMO, J. H. **Cálculo**. Cengage Learning, 2017.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE ALAGOAS. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura Intercultural Indígena** - CLIND. Palmeira dos Índios, 2018