

A PERCEPÇÃO DO ESPAÇO PELO ALUNO: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA¹

Bruna Carolina Mascotte²

Luana Silva Faustino³

Sandra Regina D'Antonio Verrengia⁴

RESUMO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê que desde o início da vida escolar o aluno deve desenvolver habilidades relacionadas à percepção, reconhecimento e localização de figuras e objetos no espaço tridimensional, porém, para Lemos e Bairral (2010), visualizar não é uma tarefa simples, ao contrário, é uma habilidade de caráter individualizado que envolve vários aspectos como, por exemplo, o de observar e perceber movimentos e mudanças de formas. Nesse sentido, faz-se importante que o professor, por sua vez, busque estratégias e metodologias com vistas a fazer com que essa dificuldade seja superada. Uma das estratégias possíveis é a de utilização dos jogos e materiais manipulativos. Neste estudo buscamos relatar as observações feitas a partir das oficinas realizadas pelo subprojeto de Residência Pedagógica em Matemática, com o Jogo da Velha 3D. Nosso objetivo é o de descrever os desafios enfrentados pelos alunos em perceber o espaço tridimensional e, com isso, traçar melhores estratégias de jogo. A atividade nos permitiu evidenciar que, por tais conceitos não serem explorados de forma prática em sala de aula com os estudantes há por parte dos mesmos uma grande dificuldade em perceber o espaço tridimensional como um todo sendo mais comum o pensar sobre os diferentes planos de forma individualizada do todo como estratégia para conseguir marcar mais pontos no mesmo.

Palavras-chave: Matemática, Percepção do Espaço, Jogo da Velha 3D.

INTRODUÇÃO

Enquanto licenciandos em matemática cabe a nós pensarmos em como nosso aluno aprende e para além disso, como ele enxerga seus arredores. É comum achar que todos nós enxergamos o espaço em que vivemos da mesma forma, mas é na hora de passar para o papel, ou neste caso, de jogar um jogo, que percebemos as dificuldades de visualizar nossa dimensão.

[...] Acontece que a perspectiva supõe um relacionamento entre o objeto e o ponto de vista próprio, tornado consciente de si mesmo, e que, aqui como em outros lugares, tomar consciência do ponto de vista próprio consiste em diferenciá-lo dos outros e, em consequência, em coordená-los com eles [...] (Piaget; Inhelder, 1993, p. 224).

Apesar de existirem diversos estudos sobre as estruturas algébricas que um Jogo da Velha 3D carrega, como o de Paul (1978) onde ele estuda o Jogo da Velha em n dimensões e quantos e quais são seus *winning sets* (conjuntos vencedores, em português) ou os de Mercer e Kolb (1971) onde eles estudam qual a expressão algébrica indica quantas formas há de se

¹ Agência Financiadora: CAPES

² Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá - UEM, ra117060@uem.br;

³ Graduanda pelo Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá - UEM, ra119219@uem.br;

⁴ Professora orientadora: Coordenadora, Departamento de Matemática - UEM, srdantonio@uem.br.

ganhar um Jogo da Velha $n \times n \times n$, nenhum deles traz reflexões sobre as aplicações desse jogo, ou observações sobre os alunos, seus pensamentos e suas estratégias ao jogar.

Para pensar sobre isso traremos como fundamento a constituição de esquemas de ação caracterizado por Piaget: [...] “O esquema de ação é, por definição, o conjunto estruturado dos caracteres generalizáveis desta ação, isto é, dos que permitem repetir a mesma ação ou aplicá-las a novos conteúdos” (Battro, 1978, p. 92). Nesse sentido, um esquema pode ser caracterizado como uma totalidade dinâmica, organizada, uma aplicação (no sentido matemático) que toma suas entradas (informações) e suas saídas (ações, comando motores) espaços multidimensionais, isto porque, para o autor, ao agir sobre o objeto o sujeito é capaz de coordenar esquemas entre si e, por consequência encaixá-lo num sistema regido por leis de totalidade.

Desse modo, a ação exerce um papel decisivo na própria elaboração desta representação, uma vez que será por suas ações e expectativas que o sujeito elaborará e corrigirá suas representações. A ação poderá, portanto, servir para interrogar o real mais que transformá-lo. Nesse sentido, Piaget (1967) diz que apesar de o esquema de ação não se constituir como um conceito de pensamento, por ser um conceito prático, favorece a visualização de ações que não se sucedem por acaso, mas que são análogas, se repetem, se aplicam de forma similar em situações comparáveis ou se diferenciam, se combinam de alguma forma se as necessidades ou as situações mudarem.

Por isso, podemos dizer que “onde houver uma atividade inteligente, aí haverá esquemas” (Dolle, 1981, p.58) sendo impossível falarmos de aprendizagem sem pensar a respeito dos esquemas que se tornam, portanto, possibilidade necessária para a aprendizagem e a construção de novos esquemas.

De sensórios motores, mediados pela representação, os esquemas tornar-se-ão, aos poucos esquemas simbólicos, intuitivos, operatórios concretos e operatórios formais, podendo também ser mais amplos e diferenciados conforme a proposição da atividade.

Ao pensar sobre os esquemas e relacioná-los a construção da representação do espaço, Piaget (1975) fornece exemplos de análises envolvendo a atividade prática dos sujeitos, como por exemplo: os gestos de verificação do alinhamento de vários objetos interpretados como um testemunho e um critério de conceitualização das propriedades afins desse espaço.

A atividade aqui descrita envolverá, portanto, o conceito de esquemas em ação que serão estruturados pelos estudantes a partir da prática e observação em relação a atividade desenvolvida, bem como, a elaboração de pensamentos e estratégias de jogos mais ou menos

elaborados que surgem a medida em que os estudantes conseguem compreender a relação entre os diferentes planos e o espaço e, a partir dessa compreensão, tentar traçar estratégias mais eficientes por perceber que elas fazem parte de um sistema mais amplo regido por características que podem ser generalizadas na totalidade.

A atividade descrita faz parte de um rol de atividades realizadas pelos residentes do Projeto de Residência Pedagógica de Matemática nas três escolas estaduais de Maringá parceiras ao projeto: Adaile Maria Leite, Juscelino Kubitschek e Vital Brasil, com aproximadamente 800 alunos de Ensino Fundamental II e Médio. Intitula-se Jogo da Velha 3D, um jogo em que a percepção do espaço é extremamente importante para garantir mais pontos. Neste relato explicitaremos algumas estratégias empreendidas pelos alunos que passaram pela atividade tentando descrever suas formas de visualização dos planos e do espaço presentes no jogo.

METODOLOGIA

Esta pesquisa se deu de forma qualitativa pois “se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada” (Lüdke; André, 1986, p. 18) e, além disso, se trata de um estudo baseado na observação direta intensiva que, segundo Lakatos & Marconi (1992, p. 222), é um tipo de observação que “[...] utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar”.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O Jogo da Velha 3D, que chamaremos de JV3D, utilizado nas oficinas aplicadas pelo Projeto de Residência Pedagógica em Matemática consiste em um tabuleiro de madeira com 9 hastes de aproximadamente 15cm, dispostas de forma simétrica por uma base quadrada e 32 peças, sendo 16 em formato de “X” e 16 em formato de “O”, esculpidas em madeira com um furo no meio para ser encaixado nas hastes.

Figura 1 - Representação gráfica do JV3D



Fonte: os autores

O objetivo do jogo para os alunos era de colocar as peças no tabuleiro de forma a somar a maior quantidade de pontos possíveis, usando estratégias próprias. No final quem conseguisse a maior quantidade de pontos somados ganhava. Existiam três formas de obter pontos: a primeira sendo como no Jogo da Velha usual, ou seja, montando trilhas, com a diferença que, por ser 3D, estas trilhas poderiam ser feitas em todos os planos (Figura 3). A segunda forma seriam os pontos na vertical, ou seja, empilhando uma torre de três peças iguais e a terceira na diagonal, formando uma “escada”, além dos pontos usuais na horizontal nos três planos.

Figura 2 – Representação das formas a se pontuar no JV3D



(a) Ponto na vertical

(b) Ponto na diagonal

(c) Ponto na horizontal

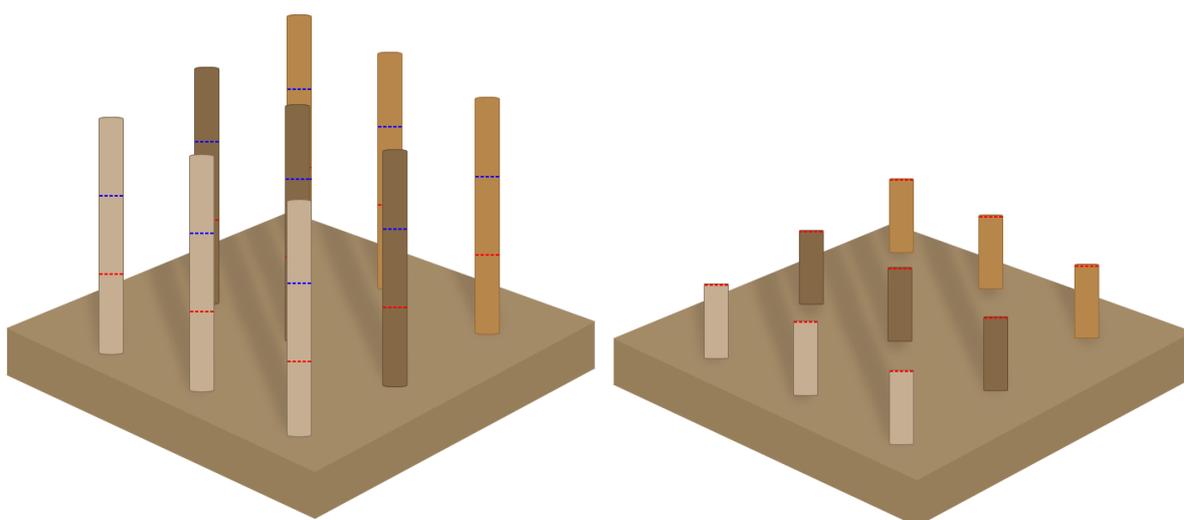
Fonte: os autores.

Para nós, residentes, o objetivo do jogo era identificar as dificuldades e facilidades dos alunos ao lidar com um objeto onde não apenas o plano importa, mas sim o espaço, e as estratégias tomadas pelos mesmos enquanto jogavam.

É importante ressaltar que, de acordo com as regras estabelecidas durante a oficina, o jogo pode terminar em empate (ou velha, como é comumente conhecido), o que não acontece quando é utilizada a regra tradicional de "vence quem fizer o primeiro ponto". Essa peculiaridade acrescenta um elemento interessante ao jogo, possibilitando partidas equilibradas

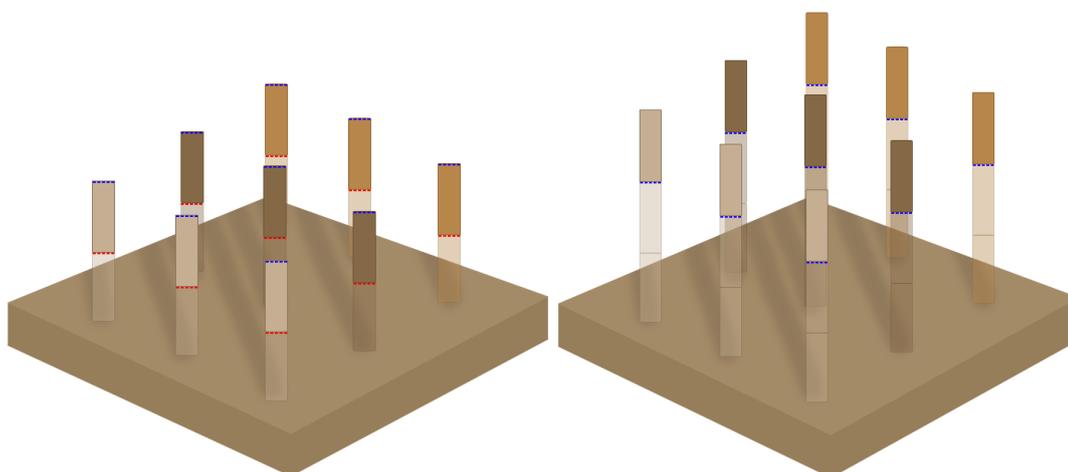
e estimulando o pensamento dos jogadores a explorarem diferentes estratégias. Em estudos feitos por Paul (1978) e Camenga (2004), é dito que mesmo que o jogo termine em empate nos três planos, ainda sim o jogo nunca terminará em um empate de 0 x 0, ou seja, em nosso caso, um aluno pode vencer com 1 ou mais pontos de vantagem, ou os jogadores podem terminar com o placar empatado onde cada um conseguiu fazer pelo menos 1 ponto.

Figura 3 – Planos do JV3D



(a) O “todo” (espaço).

(b) Plano 1.



(c) Plano 2.

(d) Plano 3.

Fonte: os autores

Após explicadas as regras do jogo para os alunos, indicávamos que eles poderiam iniciar o jogo como preferissem, ou seja, já subindo uma torre ou jogar plano por plano até chegar ao terceiro. Alguns, por achar muito complicado enxergar o todo, preferiam jogar plano por plano, e passavam a tratar o jogo como um Jogo da Velha usual. Dessa forma os jogadores

consideravam a seguinte estratégia: fazer a maior quantidade de pontos em cada plano, sem se importar com o todo. Isso fazia com que perdessem muitos pontos e acabassem fazendo alguns sem perceber, pois, como dito anteriormente, mesmo que desse velha nos três planos quando jogados de modo usual, quando passávamos a enxergar o todo, já no final da partida, eles haviam feito pontos e acabavam por ficar surpresos ao verem os pontos sendo acrescentados ao placar, pois tinham feito sem pensar. Isso os incentivava a jogar novamente, porém tentando, agora, ver o espaço.

Apesar de já terem passado da fase sensório-motora, os alunos encontravam muita dificuldade em enxergar o todo do objeto e esses pontos feitos sem querer os incentivava a tentar percebê-lo. Segundo Piaget (1979):

[...] se a conquista do objeto, no plano sensório-motor, não se prolonga de imediato no plano conceptual, mediante uma objetivação suscetível de garantir a permanência racional, é porque o egocentrismo, reaparecendo nesse novo plano, impede o pensamento de atingir logo uma estruturação lógica necessária [...] (Piaget, 1979, p. 348).

Ao decorrer das partidas, alguns alunos começaram a tentar traçar estratégias, mesmo que ainda tivessem dificuldade em enxergar suas próprias peças. Alguns focavam nas peças do adversário, tentando impedir de fazer pontos e outros em acumular a maior quantidade de pontos considerados normais (por serem do Jogo da Velha usual) antes que o jogo acabasse. O problema dessa segunda estratégia era o de que na maior parte das vezes que um aluno focava nela, o colega também acabava fazendo o mesmo só que em outro plano, por exemplo: o aluno 1 fazia um ponto na horizontal do plano 1, enquanto o aluno 2 se aproveitava das peças recém colocadas do colega nesse plano para fazer o mesmo ponto, porém no plano 2 como mostra a Figura 4. Com o jogo seguindo dessa forma o placar acabava em velha na maior parte das vezes.

Figura 4 – Pontos da estratégia de acumulação de pontos usuais.



Fonte: os autores.

Depois de um tempo jogando e observando outros jogarem, alguns alunos começaram enxergar o tabuleiro de forma diferente, conseguiam ver suas próprias peças e a do outro, assim, somando pontos facilmente. Durante as primeiras jogadas, se o amigo colocasse uma peça em uma das hastes internas, eles colocariam sua peça logo acima, para garantir o segundo plano do tabuleiro e assim acumular mais pontos na diagonal externa (Figura 5).

Figura 5 – Estratégia da diagonal externa.



(a) Bloqueio da peça X na vertical a fim de garantir o segundo plano da diagonal externa

(b) Ponto pretendido

Fonte: os autores

Se as peças fossem colocadas nas hastes do canto, colocariam em uma das hastes internas, para garantir o primeiro plano da diagonal interna (Figura 6). A partir desse

pensamento, tentavam pontos verticais nas hastes dos cantos e pontos horizontais nos planos 2 e 3. Alguns dos placares de alunos que começaram a pensar dessa maneira sem que o outro colega estivesse pensando também foi de 10×2 , 9×2 e 8×1 . Porém quando ambos utilizavam da estratégia os placares eram menores e mais apertados, sendo alguns deles 4×1 , 4×3 (Figura 7).

Figura 6 – Estratégia da diagonal interna.

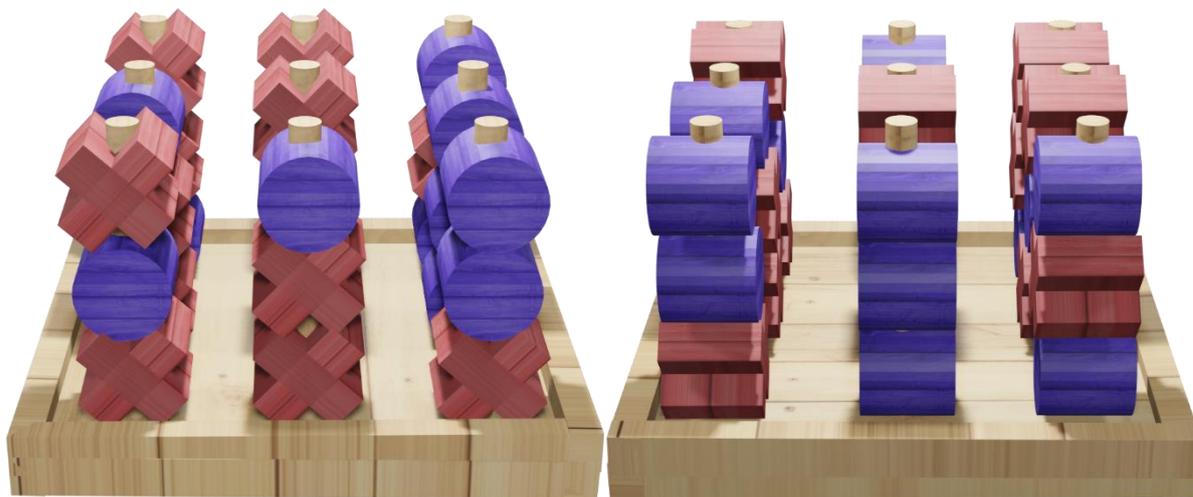


(a) Bloqueio da peça X na horizontal a fim de garantir o primeiro plano da diagonal interna

(b) Ponto pretendido

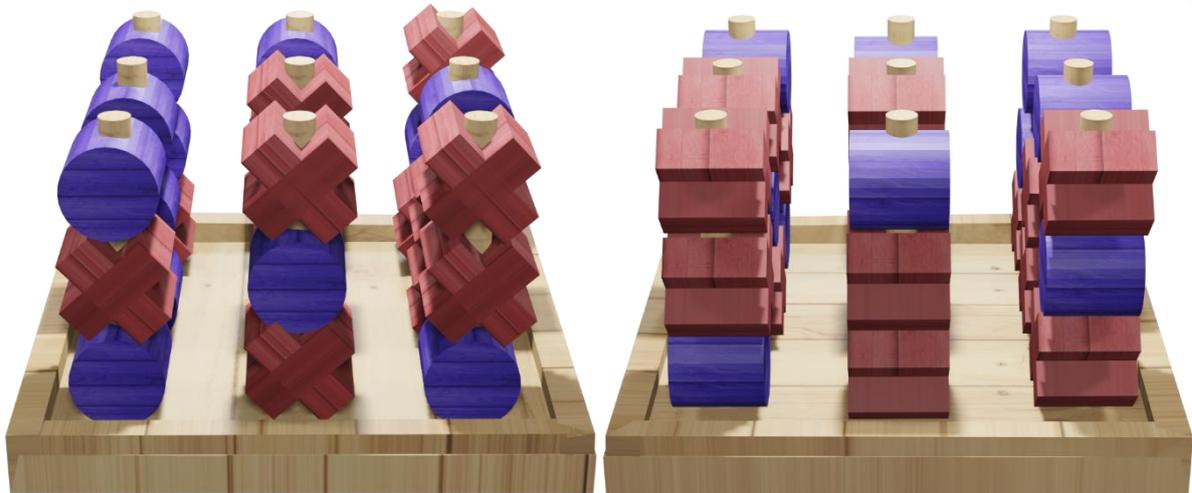
Fonte: os autores

Figura 7 – Exemplo de jogo dos alunos utilizando estratégias citadas com o placar final de 4 pontos para O e 3 para X.



(a) Jogo visto pelo ângulo 1, de frente para jogador A

(b) Jogo visto pelo ângulo 2



(c) Jogo visto pelo ângulo 3, de frente para o jogador B

(d) Jogo visto pelo ângulo 4

Fonte: os autores

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento deste trabalho, foi possível observar e refletir sobre as dificuldades que os alunos enfrentam ao lidar com o espaço, o que reflete a importância de trabalhar esse aspecto no ensino da matemática de forma lúdica. A partir das observações feitas, constatamos que a maioria dos alunos conseguem estabelecer esquemas sensório-motores e até mesmo operatórios, contudo, tem grande dificuldade em transformar esses esquemas em situações intuitivas e abstratas relacionadas as características que poderiam ser generalizadas ao olharmos as partes e o todo o que contribuiria para a visualização de estratégias mais eficientes e a obtenção de mais pontos no jogo.

Ao longo das primeiras partidas foi evidente a dificuldade dos alunos em enxergar o jogo como um objeto espacial e conforme as partidas avançavam, alguns alunos começaram a traçar suas próprias estratégias enxergando o jogo de forma diferenciada, compreendendo o tabuleiro e as peças tridimensionalmente, assim sendo capazes de somar pontos com mais facilidade, criando estratégias que envolviam as diferentes dimensões do jogo.

No geral, a experiência de desenvolver oficinas com o Jogo da Velha 3D proporcionou um ambiente de aprendizado enriquecedor, no qual foi possível observar as dificuldades e os avanços dos alunos ao lidar com o espaço. Sabemos que é importante para o professor explorar metodologias no ensino da matemática, a fim de estimular o pensamento criativo e o

desenvolvimento pleno dos estudantes. Essa abordagem lúdica e prática demonstrou ser uma maneira eficaz de desenvolver habilidades espaciais e de raciocínio matemático.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente à CAPES pelo apoio financeiro para o desenvolvimento deste artigo.

À Professora Dr^a Sandra Regina D'Antonio Verrengia, coordenadora do subprojeto de Residência Pedagógica em Matemática na Universidade Estadual de Maringá, pela orientação deste trabalho e pelos muitos debates que nos fazem refletir enquanto licenciandos, tanto durante as reuniões quanto pelos corredores do departamento. À Professora Ma. Marli, Professora Geisa e ao Professor Me. Ademir, supervisores do subprojeto, pelas discussões enriquecedoras e ensinamentos durante nossas reuniões.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CAMENGA, K. Tic-Tac-Toe game variations. **Math Explorer's Club**, Nova Iorque, 12 fev. 2004. Disponível em: <<https://pi.math.cornell.edu/~mec/2003-2004/graphtheory/tictactoe/howtoplayttt.html>>. Acesso em: 12 de jul. 2023.

DOLLE, J. M. Para compreender Jean Piaget. Rio de Janeiro: Zahar, p. 58, 1981.

LAKATOS, E.; MARCONI, M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, p. 222, 1992.

LEMONS, W. G.; BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio**. Série InovaComTic, v. 2. Rio de Janeiro: Edur, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, p. 18, 1986.

MERCER, G. B; KOLB, J. R. Three-Dimensional Tic-Tac-Toe. **The Mathematics Teacher**, Virginia, Vol. 64, No. 2, p. 119-122, 1971.

PAUL, J. L. Tic-Tac-Toe in n-Dimensions. **Mathematics Magazine**, [S.I.], v. 51, n. 1, p. 45-49, jan. 1978.

PIAGET, J. Prefácio. in BATTRO, A. **Dicionário terminológico de Jean Piaget**. São Paulo: Pioneira, p. 92, 1978.

PIAGET, J. **A psicologia da criança**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.

PIAGET, J. **A construção do real na criança**. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, p. 348, 1979.

PIAGET, J. **Biologia e conhecimento** – Ensaio sobre as relações entre as relações orgânicas e os processos cognoscitivos. Petrópolis: Vozes, 1967.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A Representação do Espaço na Criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, pg. 224, 1993.

PIAGET, J; & INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.