



EXPLORANDO A COMBINATÓRIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA A PARTIR DO PRP

Raphael Vitory Botacin Silva ¹
Mara Gaspar Gróla ²
Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon ³
Tatiana Delesposte⁴

RESUMO

Relata-se aqui uma experiência vivenciada pelos bolsistas do Programa de Residência Pedagógica [PRP] no processo de planejamento e desenvolvimento de uma sequência didática fundamentada na Resolução de Problemas [RP] com o objetivo de trabalhar os conceitos iniciais de combinatória. A prática que se evidencia foi experienciada em uma turma de 2^a série do ensino médio de uma escola pública estadual parceira do PRP. Com ela, foi possível perceber que ainda existe certa resistência dos estudantes em relação à utilização de metodologias que se distanciam daquelas tradicionalmente instituídas. Tal fato ressalta a importância de os professores possibilitarem diferentes práticas pedagógicas que busquem ampliar o repertório de métodos de ensino e permitam que os alunos saiam da zona de conforto, fazendo-os compreender que a sala de aula é um ambiente colaborativo de construção de conhecimento no qual ele se torna protagonista de suas aprendizagens.

Palavras-chave: Combinatória, Resolução de problemas, Sequência didática, Ensino médio.

INTRODUÇÃO

O texto relata uma experiência vivenciada pelos bolsistas do Programa de Residência Pedagógica [PRP] no processo de planejamento e desenvolvimento de uma sequência didática fundamentada na Resolução de Problemas [RP] com o objetivo de trabalhar conceitos iniciais de combinatória. Ao nos inserirmos no PRP, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior [CAPES] com o objetivo de fomentar a formação inicial, promovendo-a de um modo mais prático e integrado para que os futuros professores possam vivenciar o ambiente escolar desde o início da sua formação, sentimos a necessidade de

¹ Licenciado em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo *campi* Cachoeiro de Itapemirim - Ifes, vitoryr14@gmail.com;

² Licenciada em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo *campi* Cachoeiro de Itapemirim - Ifes, maragrola@gmail.com;

³ Doutora em Educação. Professora do curso superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes, campus Cachoeiro de Itapemirim, thiarlax@ifes.edu.br;

⁴ Mestranda em Educação em Ciências e Matemática. Professora de Matemática da Educação Básica, SEDU - Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo, ES, tatydelesposte@hotmail.com.



promover ações de ensino que possibilitassem aos estudantes novos modos de se apropriarem dos conceitos matemáticos advindos do currículo proposto.

Na ocasião, vimos na RP uma possibilidade para que isso acontecesse, pois na concepção de Van de Walle (2009), a resolução de problemas estimula o trabalho a partir de conhecimentos prévios e das dificuldades dos estudantes colocando como papel do professor a necessidade de pensar/formular problemas que estimule e crie um ambiente motivador para os alunos. Além disso, para melhor compreender a RP, temos que discutir sobre suas interpretações para que possamos desenvolver um olhar mais crítico e entender melhor essa possibilidade metodológica.

Nas últimas décadas temos visto um número expressivo de discussões e pesquisas sobre a temática e, por isso, existem vários modos de interpretar a resolução de problemas, o que gera diferentes orientações e abordagens didáticas para esse tema. Dentre os distintos modos de se compreender a RP, Branca (1997), na década de 90, apresentou três interpretações acerca da resolução de problemas, são elas: (i) RP como meta; (ii) RP como processo; e (iii) RP como habilidade básica. Ao entendê-la como uma meta, o ensino é ofertado para que o aluno possa empregá-lo ao resolver problemas. Ou seja, os alunos devem “[...] possuir todas as informações e conceitos envolvidos nas situações propostas para depois estruturar o processo de resolução” (SCHASTAI; PEDROSO, 2009, p. 3). Na RP como processo, o professor busca ensinar a resolver problemas. Assim, valoriza “[...] os métodos, os procedimentos e as estratégias que os alunos usam na resolução das situações propostas” (SCHASTAI; PEDROSO, 2009, p. 3-4). Por fim, a RP como habilidade básica é entendida como uma competência básica para se aprender e adquirir conhecimentos. Desse modo, considera o que precisa ser ensinado “[...] levando-se em consideração o conteúdo específico, os diversos tipos de problemas e os métodos de resolução de problemas para que se alcance a aprendizagem matemática” (SCHASTAI; PEDROSO, 2009, p. 4).

Dentre essas interpretações, optou-se por planejar e construir uma sequência didática fundamentada na RP como processo para o trabalho com os conceitos iniciais de combinatória, pois ela leva em conta os diferentes modos e estratégias utilizados na resolução das situações problemas propostos aos sujeitos. Essa abordagem possibilita uma relação mais próxima do aluno com a sua aprendizagem e permite que o professor, através das ações do estudante de escrever, desenhar e falar possa perceber indícios de habilidades e conceitos que estão sendo desenvolvidos e/ou das dificuldades encontradas. Nesse processo, o diálogo é essencial para mediar a aprendizagem quando realizam diferentes questionamentos ou mudam a forma de abordagem (SCHASTAI; PEDROSO, 2019). Desse modo, temos a RP como uma possibilidade

metodológica voltada à percepção e a construção do conhecimento do aluno, oportunizando a eles a satisfação de aprender e participar do processo de construção do conhecimento.

Quanto à sequência didática, esta foi compreendida como sendo “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p.18). Nessa lógica, importa também compreender o que é combinatória. Segundo Morgado et al. (2016) ela é “[...] a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas” (p. 1). A combinatória, frequentemente se depara com desafios que têm como objetivo, sob condições específicas, comprovar a existência, efetuar a contagem ou classificação de sequências e subconjuntos que derivam de um conjunto finito previamente dado (ZANON, 2019). Nesse contexto, são aplicadas operações de agrupamento, tais como arranjos, permutações e combinações, e essas técnicas se fundamentam no Princípio Fundamental da Contagem.

A escolha do conteúdo trabalhado com a sequência didática foi proposto pela professora regente da turma. Na ocasião, ela viu a possibilidade de os residentes iniciarem um conteúdo, ainda não trabalhado, a partir da RP. Na sequência, expõe-se o processo de preparação e execução da sequência didática pensada para o trabalho com a combinatória através da RP. Apresenta-se ainda o relato da aplicação da proposta de ensino em uma turma de 2ª série do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Médio CEI “Áttila de Almeida Miranda”, localizada na cidade de Cachoeiro de Itapemirim, no sul do estado do Espírito Santo cujas aulas presenciais ocorreram nos dias 29/11/2022 e 06/12/2022, no turno vespertino, e contaram com a participação de 22 estudantes. Mostram-se, também, os resultados e as principais considerações oportunizadas pelo desenvolvimento desta proposta.

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na sequência didática elaborada (ver Quadro 1) pode-se notar que foi proposto para as aulas o início do trabalho com a combinatória através da RP. Desse modo, os residentes elaboraram uma sequência didática de quatro aulas, desenvolvidas duas em cada dia, fundamentada na concepção de RP como processo, conforme podemos ver a seguir.

Quadro 1 - Síntese da sequência didática

Objetivos	Metodologia
Geral:	1ª e 2ª Aulas (100 minutos): Momento 1: Dividir a turma em grupos de 3 a 5 estudantes. (Organizar, no mínimo, em 3 grupos)

<p>- Interpretar e solucionar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenados ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo.</p> <p>Específico:</p> <p>- Resolver problemas envolvendo o princípio multiplicativo.</p>	<p>Momento 2: Entregar aos alunos cinco problemas através dos quais é possível explorar os seguintes conceitos: 1º problema: Princípio Multiplicativo da Contagem; 2º problema: Fatorial; 3º problema: Arranjo simples; 4º problema: Permutação simples; e 5º problema: Combinações simples.</p> <p>Momento 3: Deixar que os grupos resolvam esses problemas com seus conhecimentos prévios. O docente, em caso de dúvida dos alunos, os orientará sem dar a resposta ou descrever o caminho a ser seguido.</p> <hr/> <p>3ª e 4ª Aulas (100 minutos): Momento 4: Solicitar que dois grupos, um de cada vez, apresentem no quadro suas resoluções, seguindo a ordem dos problemas propostos; Momento 5: Após a apresentação da resolução de cada problema, questionar aos demais alunos se algum grupo encontrou respostas distintas ou resoluções diferentes. Em caso positivo, solicitaremos que apresentem também as suas resoluções. Momento 6: Verificar as soluções, levantando os seguintes questionamentos junto aos alunos: “Qual caminho foi percorrido para chegar a essa solução?”; “É possível generalizar esse método, de forma que ele seja utilizado em problemas semelhantes?”; Momento 7: A partir dos questionamentos, os alunos serão levados a generalizar as ideias matemáticas por trás de suas resoluções, sendo convidados a pensar em outras situações em que a mesma abordagem poderia ser aplicada. Nesse processo, será formalizado os conceitos abordados em cada problema, sendo eles: Princípio Multiplicativo da Contagem, Fatorial, Arranjos Simples, Permutações Simples, Combinações Simples. Importante: Os momentos 4, 5, 6 e 7 serão realizados seguindo a ordem dos problemas propostos.</p>
--	--

Fonte: Elaborado pelos autores, 2022.

Nas duas aulas, do dia 29/11/2022, havia 22 alunos e, conforme planejado, solicitamos a divisão da turma em grupos e entregamos os problemas para serem solucionados a partir dos conhecimentos prévios. Os problemas propostos formam:

Problema 1: *Um determinado modelo de carro é fabricado em 4 diferentes cores, 2 tipos de motores e 2 opções de estofamento. De acordo com esses 3 itens, que quantidade de carros diferentes desse modelo podem ser fabricados? Já um segundo modelo de carro é fabricado em 8 cores diferentes, 4 tipos de motores e 3 estofados. Quantos carros podem ser fabricados desse modelo?*

Problema 2: *Ana, Bárbara e Bianca vão ao cinema. As amigas se sentarão em 3 cadeiras consecutivas. De quantas maneiras diferentes as 3 amigas podem se sentar nessas 3 cadeiras? Se Carlos se juntar ao grupo de amigas, for ao cinema e eles se sentarem em 4 cadeiras consecutivas, de quantas maneiras diferentes eles poderiam se organizar?*

Problema 3: *Em uma fila de banco há 5 cadeiras consecutivas vazias. De quantas formas Amanda, João e Pedro, podem se sentar nelas? Se Sabrina se juntar ao grupo, ocorreria alguma alteração nas maneiras encontradas? Justifique a sua resposta.*

Problema 4: De quantos modos é possível colocar em uma prateleira 2 livros distintos de matemática, 1 de física e 1 de inglês? Se tivesse 5 livros distintos de matemática, 3 diferentes de física e 2 diferentes de inglês, quantos modos seriam possíveis?

Problema 5: Uma escola fará um sorteio de três ingressos para um show, um para cada aluno, entre os 5 primeiros colocados na olimpíada de matemática. Após a realização da prova e conhecendo os 5 primeiros colocados, calcule as combinações possíveis para o resultado do sorteio. Se fossem os 10 primeiros colocados, esse valor alteraria? Se sim, qual será o novo valor?

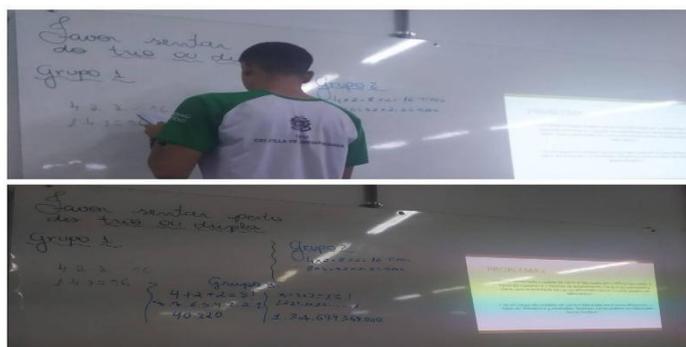
Eles tinham a premissa de proporcionar aos alunos formas diferentes para sua resolução. A ideia geral dos problemas era apresentar características e técnicas de contagem envolvendo princípio multiplicativo, fatorial, arranjo simples, permutação simples e combinação simples, respectivamente. Após a entrega dos problemas, os alunos nos seus respectivos grupos, realizaram o processo de leitura e interpretação dos problemas. Nesse momento, os residentes exerceram o papel de mediadores e questionadores quando solicitado, pois o objetivo era verificar quais os caminhos percorridos, os processos de resolução empregados pelos estudantes para a resolução dos problemas propostos e, ainda, que os alunos pudessem ser os protagonistas no processo de construção de seus conhecimentos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A proposta metodológica causou estranhamento em muitos estudantes. Alguns questionaram qual fórmula deviam usar para solucionar as situações e se a resposta encontrada por eles estaria certa. Os residentes buscaram demonstrar que não havia um único caminho e que o foco não era a resposta, mas, sim, o processo de construção da solução, além de ressaltar que a verificação das respostas aconteceria no coletivo. Desse modo, assim que os grupos finalizaram e obtiveram conclusões dos cinco problemas, deu-se início o momento de socialização e verificação das respostas encontradas, ainda no dia 29/11/23. A continuidade do planejamento da sequência didática aconteceu no dia 06/12/23 em mais duas aulas.

Para o problema 1, três grupos foram ao quadro apresentar as soluções encontradas e, nesse movimento, explicaram as estratégias utilizadas, conforme apresentado na figura 1.

Figura 1 - Solução do problema 1 apresentada pelos grupos

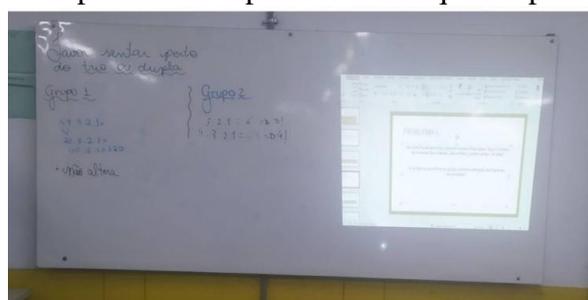


Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Além dos registros no quadro, cada grupo entregou ao final das aulas o registro das soluções das questões que conseguiram resolver. O fato de os grupos irem ao quadro e discutir a resposta encontrada nos possibilitou a percepção de diferentes maneiras de se solucionar um mesmo problema. Um dos grupos utilizou o diagrama como estratégia. Outro pensou em multiplicar as diferentes possibilidades, dentre outras propostas que surgiram naquela ocasião. Nessa etapa, os residentes mediarão a socialização, incentivando os grupos a comentarem suas resoluções, logo, a partir das discussões, os discentes conseguiram identificar que apesar das diferentes formas de chegar ao resultado, existia um padrão que era o uso da multiplicação. Por fim, foram apresentados o conceito do princípio multiplicativo da contagem, ideia essa subjacente ao problema e presente nas diferentes soluções dos estudantes.

Para o problema 2, foram apresentadas as seguintes soluções:

Figura 2 - Solução do problema 2 apresentada no quadro pelos grupos de alunos



Fonte: Acervo dos autores, 2022.

O problema abordava a ideia de fatorial. Um grupo já conhecia o conceito e logo conseguiu solucionar a situação proposta. Outro grupo escreveu as diferentes combinações possíveis (ver figura 3). O terceiro grupo visualizou a quantidade de lugares e pessoas que havia para se sentar. Logo após, realizou a multiplicação, ideia também presente no conceito de fatorial. Mas, diferentemente do primeiro grupo, este não o conhecia.

Figura 3 - Solução do problema 2 pelo segundo grupo



2- A BA. B. 1º	A. Amanda, Pedro, João	A.B.BA.C 1º
A B. BA 2º	Sabrina, João	BA.B.A.C 2º
B. A. BA 3º	discentes	B.BA.C.A 3º
BA. B. A 4º		C. BA. AB 4º
BA. A. B 5º		BA. A B. C 5º
B. BA. A C		A. C. BA. B 6º
A. B. BA C		C. B. BA. A

Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Essa questão gerou bastante diálogo sobre as diferentes formas de solucionar o problema. Alguns alunos questionaram se o conceito utilizado pelo grupo funcionava sempre ou se seria necessário detalhar as diferentes combinações em alguns casos e, a partir desses questionamentos, e para possibilitar uma melhor compreensão, representamos o problema na sala usando quatro cadeiras e quatro alunos. Aparentemente, a abordagem do problema como uma situação prática contribuiu de forma significativa para a construção do conhecimento e da aprendizagem dos discentes, pois eles puderam perceber que quando uma pessoa senta na primeira cadeira, tem-se menos uma pessoa para se sentar na próxima cadeira, e, que isso sempre se repete, quando o número de eventos é igual ao número de possibilidades.

A situação 3, apresentava a ideia de arranjo simples. Para essa questão, os alunos apresentaram os resultados mostrados na figura 4.

Figura 4 – Solução apresentada por um grupo de alunos a situação 3

$3! =$
 $3 \times 3 = 15$ sem a Sabrina.
 $3 \times 4 = 20$, sim.

Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Conforme apresentado na figura 4, pode-se observar que alunos utilizaram o princípio multiplicativo, no entanto, nessa questão, o número de possibilidades seria maior devido a ordem das pessoas distribuídas na quantidade de cadeiras. Vale ressaltar que um dos caminhos que poderiam ser percorridos seria pensar na multiplicação dos termos $(5 \times 3) \times 4 = 60$ possibilidades, pois, inicialmente, havia 5 maneiras diferentes para Amanda escolher uma das cadeiras, depois que Amanda escolhesse e se sentasse, restariam 4 cadeiras para João escolher e, em seguida, 3 cadeiras disponíveis para Pedro. Portanto, o número de maneiras de Amanda, João e Pedro se sentarem nas cadeiras seria 5 (para Amanda) $\times 4$ (para João) $\times 3$ (para Pedro) $= 60$ maneiras. Quando Sabrina se junta ao grupo, o número de maneiras de Amanda, João, Pedro e Sabrina se sentarem nas cadeiras seria 5 (para Amanda) $\times 4$ (para João) $\times 3$ (para Pedro) $\times 2$ (para Sabrina) $= 120$ maneiras. Os grupos tiveram dificuldade para solucionar o problema 3, por conta do número de cadeiras ser maior que o número de pessoas, muitos iniciaram

detalhando as combinações, mas não conseguiram dar continuidade por conta do grande número de combinações possíveis.

Após a nossa discussão e posteriormente à apresentação dos grupos, principalmente em relação ao problema 2, os alunos conseguiram perceber que ela tinha pontos em comum com a situação 3, mas divergiam na quantidade de pessoas e de cadeiras. Na situação 2 tínhamos a mesma quantidade de pessoas e cadeiras. Já no problema 3 haviam cadeiras sobrando, e, assim, concluíram que possivelmente o número de possibilidades aumentaria. No entanto, mesmo assim, eles tiveram grande dificuldade de chegar a uma resposta. Os residentes indagaram os estudantes, com as seguintes questões: “Podemos resolver a situação 3 usando o mesmo conceito da situação 2?”, “Quantos elementos eu preciso escolher ou organizar?”, “A ordem dos elementos importa?”, “Os elementos podem ser escolhidos mais de uma vez ou cada elemento só pode ser escolhido uma vez, ou seja, eles podem ser repetidos? Se sim, como se elimina essa repetição”. Essas questões serviram para que os estudantes pudessem ter ideias para solucionar o problema.

Desse modo, alguns alunos conseguiram chegar à ideia de que se fossem cinco cadeiras e cinco pessoas poderiam usar o conceito de fatorial. Mas como tinham menos pessoas, deveriam dividir por um número, e na hora, deduziram que seria o dois, chegando a 60 possibilidades. Após essa compreensão os residentes explicaram como os alunos poderiam ter solucionado o problema usando a mesma ideia da situação 2, pensando no número de cadeiras e no número de pessoas para sentar nelas. Além disso, evidenciaram que para encontrar a solução deveriam compreender que a ordem é importante e que não é possível ocorrer repetição, como detalhado na resolução anteriormente. Por fim, foi apresentado a generalização do conceito e da fórmula de arranjo simples.

Nota-se que a RP contribuiu de forma significativa para a compreensão e construção desses conceitos iniciais, por meio da busca por diferentes caminhos para se chegar a uma solução. Vale ressaltar que a RP como processo que focaliza no caminho percorrido pelo estudante para encontrar a solução, nos permitiu colocar o problema como impulsionador da construção dos conceitos matemáticos pretendidos e potencializar estratégias de resolução que partiram de ações concretas. Além disso, possibilitou a compreensão de que é possível resolver um problema com diferentes estratégias e ideias, não sendo necessário se ter um caminho já estabelecido.

Os problemas 4 e 5 abordavam os conceitos de permutação simples e combinação simples, respectivamente. Nessas duas situações os estudantes tiveram grande dificuldade no momento de interpretá-las, pois não conseguiram identificar se existia uma ordem específica e

se os dados poderiam se repetir. Assim, fizeram algumas resoluções para ambas as situações. A seguir, trazemos uma solução apresentada para o problema 4.

Figura 5 - Resolução do problema 4 apresentada por dois grupos

$(4) R_1$
 $1 \times 2 \times 2 = 4$ com 2 livros.
 $1 \times 5 \times 2 \times 2 = 30$ com 3 livros.

Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Nesta resolução vemos a utilização do princípio multiplicativo, na qual os alunos multiplicaram somente os dados apresentados. Mas, nesse caso, se referia à organização ou disposição ordenada de elementos de um conjunto, a contagem do número de maneiras diferentes pelas quais os elementos podem ser rearranjados sem repetições. Essa interpretação não foi compreendida pelos estudantes na resolução da situação. Isso talvez tenha ocorrido pelo fato de o processo de resolução ter acontecido antes da abordagem dos conceitos e da correção das situações anteriores. Na figura a seguir, apresenta-se a resolução da situação 5.

Figura 6 - Solução do problema 5 apresentada por um grupo

$(5) R_1$
 $3 \times 5 = 15$
 $3 \times 10 = 30$, sim alteraria.

Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Na resolução do problema 5, realizada antes da abordagem dos conceitos das questões anteriores, os estudantes enfrentaram dificuldades ao tentar compreender o enunciado. Eles não conseguiram desenvolver uma estratégia adequada para resolver o problema e, em vez disso, apenas multiplicaram os dados fornecidos. Após o diálogo e verificação dos resultados encontrados nos problemas anteriores e a construção dos conceitos, os estudantes perceberam que as suas respostas dadas para essas duas situações problemas, 4 e 5, estavam equivocadas. Assim, no quadro, no momento de apresentação da resposta da situação 4, eles mudaram suas resoluções e apresentaram aquela descrita na figura 7.

Figura 7 - Solução do problema 4 após conhecimento dos conceitos das situações anteriores

Problema 4:
 4 livros de mat }
 " de física }
 " de inglês }
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 = 4!$
 5 ma }
 3 f } 10!
 2 i }
 $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 = 5!$
 $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$

Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Tal comportamento e a resolução apresentada, demonstraram a compreensão do conteúdo nesse momento, na qual, os alunos perceberam os equívocos a partir dos conceitos já construídos e propuseram respostas corretas no registro feito no quadro. Para o primeiro caso, em que se tinha 2 livros distintos de matemática, 1 livro de física e 1 livro de inglês, o número de maneiras de organizar esses livros em uma prateleira seria dado por uma permutação simples: $P(4, 4) = 4! / (4 - 4)! = 4! / 0! = 4! / 1 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ maneiras. E, para o segundo, no qual se tinha 10 livros, a resolução poderia ser encontrada por $P(10, 10) = 10! = 3.628.800$ maneiras.

O problema 5 foi resolvido junto com os alunos, os questionando e construindo a solução. Isso aconteceu pelo fato de nenhum grupo ter conseguido chegar a uma solução para a questão, mesmo após o trabalho com os conceitos anteriores. Assim, os residentes, buscaram questionar os alunos sobre as principais características da situação problema apresentada, como: “Quantos elementos estão disponíveis para escolher?”, “A ordem dos elementos é importante para a solução?”. Desse modo, buscou-se abordar que a ordem dos elementos não importava e, por isso, se tratava do conceito de combinação simples, no qual, a resolução correta para escolher 3 alunos dos 5 primeiros colocados, seria a $C(5, 3)$, que representa o número de combinações de 5 elementos tomados 3 a 3. Portanto, existem 10 maneiras diferentes de se escolher 3 alunos dos 5 primeiros colocados para receberem os ingressos. E, na segunda situação, sendo os 10 primeiros colocados, haveriam 120 maneiras diferentes de escolher 3 alunos para receberem os ingressos.

Nesse momento, os alunos demonstraram curiosidade e questionaram sobre os jogos de loteria, nos perguntando se era possível calcular desse modo as combinações possíveis de jogos para se ganhar. Esse questionamento por parte dos estudantes gerou um momento de grande aprendizado, pois a partir dessas ideias, os residentes propuseram para os estudantes, com os conhecimentos que eles haviam adquirido nas aulas, respondessem: “Quais seriam as combinações possíveis de organização de jogos de Mega-Sena, Lotofácil e Quina?”. Na figura 8, apresentamos o registro dos alunos sobre as combinações dos jogos de loteria.

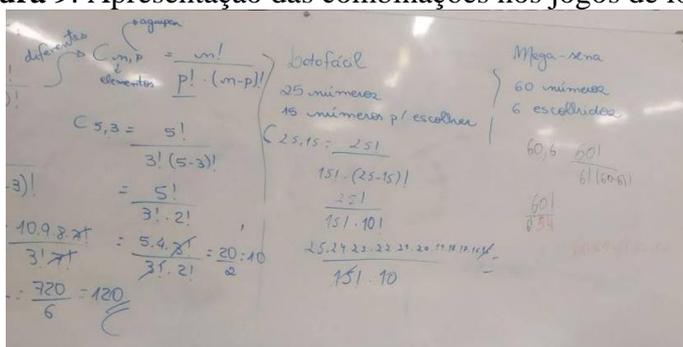
Figura 8 - Apresentação das resoluções das combinações de jogos de loteria



Fonte: Acervo dos autores, 2022.

Esse momento despertou muita curiosidade nos alunos, pois a partir do problema 5, foi levantado o questionamento acerca dos jogos de loteria e quais seriam as possibilidades existentes em cada um deles. Na figura 8 é possível observar dois estudantes no quadro apresentando suas resoluções e suas conclusões dos cálculos relacionados aos jogos. Na figura 9, mostramos o registro das combinações encontradas. Vejamos:

Figura 9: Apresentação das combinações nos jogos de loteria



Fonte: Acervo dos autores, 2022.

A partir desse momento, os alunos perceberam que os conceitos estudados em combinatória se fazem presentes dentro dos jogos de azar, quando se pensa nas possibilidades de se ganhar determinado jogo. Com isso, entendemos que os alunos conseguiram relacionar o conteúdo apresentado em aula com uma curiosidade existente no cotidiano, o que mostra que apesar de não estar dentro da sequência didática, oportunizou outro olhar em relação ao conteúdo por parte dos estudantes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em suma, a experiência vivenciada na prática relatada proporcionou importantes reflexões acerca do exercício da docência em sala de aula, mostrando que através da RP é possível estimular os alunos a pensar criticamente, analisar informações e encontrar soluções possíveis, habilidades valiosas para a vida. Além disso, despertou a curiosidade deles, incentivando-os a perguntar e a explorar novos conceitos.

O uso da sequência didática proporcionou aos residentes envolvidos uma maior versatilidade no momento da prática e da aplicação da aula planejada, pois foi possível se preparar para as adversidades que poderiam surgir no ambiente escolar. Além disso, repensar e investigar a própria prática pedagógica se apresenta como papel essencial no processo de formação do professor. Consideramos este como um sendo primordial para a construção da identidade docente, pois nos permite pensar sobre a prática e desenvolvermos um constante movimento de avaliação e reformulação dela (PONTE, 2002).

A partir disso, conseguimos implementar alterações na sequência apresentada de modo que proporcionasse a inclusão de ações de ensino não previstas. Dentre as mudanças pensadas, destacamos a necessidade de termos (i) um maior número de aulas, para se ter maior liberdade para trabalhar cada conceito de combinatória de forma aprofundada. Pois devido os questionamentos levantados pelos alunos, não conseguimos adentrar em alguns conceitos. Acreditamos que se houvesse um maior número de aulas teria sido possível uma (ii) melhor disposição para apresentar os problemas aos alunos. Apesar de trabalharmos com todos os cinco problemas, percebemos que alguns grupos não conseguiram realizar todas as resoluções, mostrando ser necessária uma alteração nos momentos iniciais. Uma alternativa seria entregar um problema por vez para que essa situação não aconteça em uma utilização posterior da sequência aqui evidenciada.

Também é possível destacar o uso da resolução de problemas em sala de aula. Este se mostrou uma importante estratégia para que o aluno fosse o principal agente nessa etapa de construção do conhecimento. Ao utilizar RP nas aulas de 2ª série, percebemos certa resistência dos próprios alunos ao se depararem com questões sem uma explicação prévia do conteúdo, modelo esse, mais tradicional nas salas de aula. No entanto, aos poucos foi perceptível uma melhor aceitação por parte dos alunos e como é importante levar a sala de aula metodologias que fogem do tradicional, para fazer com os discentes saiam da zona de conforto e que as aulas sejam mais atraentes.

AGRADECIMENTOS

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo valioso apoio concedido através da bolsa de incentivo.

REFERÊNCIAS

BRANCA, Nicholas Anthony. Resolução de Problemas como meta, processo e habilidade básica. In: **A Resolução de Problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

PONTE, João Pedro da. Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002.

SCHASTAI, Marta Burda; PEDROSO, Sandra Mara Dias. **A Resolução de Problemas numa perspectiva metodológica**. Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná –PDE, 2008/2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1573-8.pdf>. Acesso em: 17 jan 2022.

VAN DE WALLE, Jonh A. **Matemática no ensino fundamental**. 6. ed. edição. Artmed, 2009.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: Como Ensinar**. Porto Alegre, Artmed, p. 18 e p. 53-86, 1998.

ZANON, Thiarla Xavier Dal-Cin. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. 2019. Disponível em:
https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8091653. Acesso em: 16/09/2023.