



## LÍNGUA NATURAL E EXPRESSÃO ALGÉBRICA – QUAL A CONFUSÃO?

Carol Biatríz de Carvalho<sup>1</sup>  
Bianca Vitória de Souza Rufino<sup>2</sup>  
Rodolfo Eduardo Vertuan<sup>3</sup>

### RESUMO

O presente relato tem como finalidade apresentar resultados obtidos mediante a coleta de dados em um nono ano do Ensino Fundamental, onde trabalhamos com uma das principais dificuldades que vivenciamos em algumas aulas observadas por nós no âmbito do PIBID: a transição da escrita em língua natural para a escrita algébrica e vice-versa. Neste contexto, temos como objetivo estudar as produções dos alunos ao desenvolverem uma atividade sobre o tema para refletir acerca do que denotam essas produções. A análise sugere que os alunos tendem a ter mais dificuldades para desenvolver a equação e chegar em uma resposta, do que especificamente formular a expressão numérica em sua escrita algébrica a partir de um texto, embora tenha havido, também, um número considerável de estudantes que apresentaram dificuldades em partir de uma expressão algébrica e construir um texto em língua natural que o representasse.

**Palavras-chave:** Pensamento Algébrico; Escrita Algébrica; Língua Natural; Educação Matemática.

### INTRODUÇÃO

As dificuldades encontradas pelos estudantes na Matemática escolar, fazem com que essa disciplina seja um obstáculo para muitos deles, implicando a desmotivação em relação à aprendizagem dos conceitos disciplina, bem como certa dificuldade em raciocinar de forma lógica nela.

O mesmo acontece no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem da álgebra. Caracterizações do Pensamento Algébrico na Educação Básica têm sido tema de debates e de pesquisas no campo da Educação Matemática, no âmbito nacional e internacional, como um modo de se vislumbrar a álgebra para além dos formalismos da escrita algébrica e dos

1 Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, [carolbiatriz1@gmail.com](mailto:carolbiatriz1@gmail.com);

2 Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, [biancavitoriarufino2@gmail.com](mailto:biancavitoriarufino2@gmail.com);

3 Professor orientador: Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, [rodolfovertuan@utfpr.edu.br](mailto:rodolfovertuan@utfpr.edu.br).





algoritmos que possibilitam lidar com essa escrita, mas também como um jeito de pensar situações do dia a dia e de lidar com generalizações, por exemplo.

Este artigo é resultado de um estudo abordando o pensamento algébrico na escola pública de Educação Básica. Tratamos do assunto na perspectiva da Educação Matemática, considerando o âmbito do Ensino Fundamental. Apresentamos no texto, ainda, as questões elaboradas para aplicação aos estudantes de uma turma do colégio em que os primeiros autores atuam na condição de bolsistas do PIBID<sup>4</sup>, nono ano do Ensino Fundamental.

São questões abordando a forma escrita em língua natural e a forma algébrica. A escolha pela atividade foi baseada na vivência dos bolsistas do PIBID ao observarem as dificuldades dos estudantes em relação ao conteúdo, com consentimento e orientação da professora supervisora do PIBID. Neste contexto, temos como objetivo estudar as produções dos alunos ao desenvolverem a referida atividade para refletir acerca do que denotam essas produções.

## **ÁLGEBRA E PENSAMENTO ALGÉBRICO**

A álgebra está entre os grandes ramos da matemática, se concentra no uso formal de equações, operações, polinômios, estruturas algébricas e, principalmente, da resolução de equações. ‘O estudo por trás da álgebra se iniciou na antiguidade como no Egito, Babilônia, China e na Índia’ (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p.5).

O desenvolvimento de um dado conceito não é direto. Os matemáticos levaram muito tempo para construir conceitos e admiti-los como verdadeiros. A matemática sempre esteve relacionada ao desenvolvimento de diferentes áreas da cultura humana, como a física, a filosofia ou a arte e, conseqüentemente, com o progresso da ciência e da sociedade. O conceito de equação e a Álgebra, com o tempo, passaram a ser entendidos também como o estudo da resolução de equações (ROSSETTO, 2013).

4 Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, CAPES.





Diofanto de Alexandria (201-298), considerado por alguns como o fundador da Álgebra, desenvolve diversos métodos para a resolução de equações e sistemas de equações num estilo de linguagem conhecido como “sincopado”. Deste modo, os enunciados dos problemas, que tinham começado por ser expressos em linguagem natural, passam a incluir pequenas abreviações (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p. 5).

O termo “Álgebra” só surge alguns séculos mais tarde, para designar a operação de “transposição de termos”, essencial na resolução de uma equação. No século XVI, com François Viète (1540-1603), dá-se uma transformação fundamental, entrando-se numa nova etapa, a da Álgebra simbólica. Nessa mesma época, dão-se grandes progressos na resolução de equações. É Scipione del Ferro (1465-1526) quem primeiro consegue resolver a equação geral do 3.º grau. No entanto, del Ferro não publica os seus resultados, e a mesma descoberta é feita igualmente por Tartaglia (1500-1557) e publicada por Cardano (1501-1576), na sua *Ars Magna*. Finalmente, a equação geral do 4.º grau é resolvida por Ferrari (1522-1565). O sucesso destes matemáticos italianos do Renascimento marca um momento importante na história da Matemática pois, como referem Kolmogorov et al. (1977) é a primeira vez que a ciência moderna ultrapassa claramente os êxitos da Antiguidade. (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p.6).

Em Educação Matemática, no contexto da Álgebra, há trabalhos que discutem o uso da escrita algébrica e da linguagem natural por estudantes. Jacomelli (2006), na dissertação intitulada *A linguagem natural e a linguagem algébrica: nos livros didáticos e em uma classe de 7ª série do Ensino Fundamental*, afirma que

Para escritores, a linguagem algébrica é um importante elemento a ser considerado, ou seja, quando se está no campo algébrico para a resolução de um problema há todo um trabalho no sentido de entender o que o problema propõe; de estabelecer relações [...]; de transformar o problema verbal em linguagem algébrica [...]. Para poder realizar um trabalho no sentido de entender o que um problema propõe é necessário não somente aprender, mas usar adequadamente a linguagem natural” (JACOMELLI, 2006, p.15).

Júnior (2002), investigou por meio de um teste diagnóstico, se os alunos que estavam no final do Ensino Médio conseguiam resolver alguns problemas de programação linear que poderiam ser solucionados principalmente com o sistema de inequações do 1º grau (já estudado pela turma). Depois de verificar que esses alunos teriam dificuldades de resolver esses problemas e considerando o tratamento<sup>5</sup>, a conversão<sup>6</sup> e a coordenação<sup>7</sup> dos registros de

5 Transformação de representações realizadas dentro do mesmo registro (KAMPHORST; NEHRING, 2016, p.1)





representação de um objeto matemático proposto por Duval, foi elaborada uma sequência didática aplicada a uma segunda turma de 3º ano do Ensino Médio. Com esses dados, foi feita

uma análise comparativa entre o teste-diagnóstico aplicado na primeira turma e o pós-teste aplicado na segunda turma.

O autor buscou observar, entre outras coisas, se o aluno teria condições favoráveis tanto para apreensão do objeto matemático (sistema de inequações de 1º grau) quanto para aplicar seus conhecimentos na resolução de problemas de otimização, a partir da sequência de

atividades. Para isto, inseriu no processo ensino-aprendizagem atividades que focassem o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representação algébrico, gráfico e da língua natural do objeto matemático em questão.

O estudo concluiu que a maior dificuldade dos alunos que fizeram o pós-teste foi em fazer a conversão da língua natural para a sentença matemática. Todavia, também constaram que a sequência permitiu um maior sucesso dos alunos da turma pós-teste em relação aos alunos da turma primeira turma, permitindo, assim, considerar que a sequência didática possibilitou uma significativa evolução no processo ensino-aprendizagem (JACOMELLI, 2006, p.13).

Segundo Coelho e Aguiar (2018), o grande objetivo do estudo da Álgebra na Educação Básica, é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Isso implica além de “compreender padrões, relações e funções; representar e analisar situações e estruturas Matemáticas usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; e analisar a variação em diversos contextos” (COELHO E AGUIAR, 2018, p.176).

<sup>6</sup> Mudanças de um registro para o outro sem alterar os objetos matemáticos que estão em jogo’ (KAMPHORST, NEHRING, 2016, p.1)

<sup>7</sup> Enxergar nos diferentes registros o mesmo objeto matemático representado (BARICCATTI, VERTUAN, 2012, p.6)





Todavia, segundo Onuchic (1999), “Em nosso país, o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (ONUCHIC, 1999, p. 200).

Neste contexto é que nos interessamos em investigar as produções dos alunos de um nono ano do Ensino Fundamental ao desenvolverem uma atividade que relaciona a escrita algébrica e a escrita em língua natural de ideias relativas à álgebra, para refletir acerca do que denotam as produções dos alunos. A atividade se constituiu também um momento de retomada de conteúdos para os alunos.

## **ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS**

Primeiramente, observamos, em sala de aula, quais eram os conteúdos nos quais os alunos sentiram mais dificuldades e para os quais ajudamos a tirar mais dúvidas, na condição de bolsistas do PIBID que acompanhavam turmas do nono ano do Ensino Fundamental no colégio parceiro do programa. Em seguida, discutimos como poderíamos fazer a elaboração e aplicação de uma atividade que abarcasse o conteúdo identificado. A atividade foi realizada

pelos estudantes no decurso natural da aula, como atividade de sala e não como uma atividade diferenciada.

Escrevemos com o auxílio do estudante<sup>6</sup> alguns rascunhos de possíveis questões sobre equações algébricas e sua escrita, para que pudéssemos apresentar ao professor orientador e, também, à professora supervisora, para que ambos tivessem de acordo com a quantidade e nível de dificuldade que cada enunciado teria.

Após algumas mudanças, decidimos adicionar questões na forma algébrica para que os alunos buscassem traduzir a equação em língua natural e, também, equações em língua natural para que os alunos escrevessem a forma algébrica correspondente (Figura 1).

6 A elaboração das questões e coleta de dados contou com a participação do estudante Mateus Lima Ribeiro.





Figura 1: Atividade de produção e coleta de dados

1-Monte as equações a seguir e resolva-as:

a) O quádruplo de um número, subtraído dez unidades é igual a quatorze.

\_\_\_\_\_

b) O quintuplo de um número, subtraído de quinze unidades resultará no dobro desse mesmo número.

\_\_\_\_\_

d) O dobro do quadrado de um número, somado quatorze unidades é igual a trinta.

\_\_\_\_\_

c) O dobro de um número, subtraído três, extraindo a raiz desse resultado, é igual a cinco.

\_\_\_\_\_

2-Interprete as equações abaixo e as transforme em texto:

a)  $5x - 15 = 3x$

\_\_\_\_\_

b)  $2x^2 + 14 = 30$

\_\_\_\_\_

c)  $\sqrt{2x-3} = 5$

\_\_\_\_\_

f)  $4x - 10 = 14$

\_\_\_\_\_

Fonte: dos autores.

Nesta atividade, de maneira proposital, até para observar se os alunos relacionavam as questões, repetimos a versão escrita em língua natural e a versão da escrita algébrica de uma mesma equação, em alguns momentos da atividade.

A atividade foi realizada por quase duas aulas, de modo que os estudantes puderam se dedicar a elas com calma e pudemos observar os modos de agir dos alunos nesse processo.

Optamos, também, por apresentar com dois exemplos de como os estudantes deveriam resolver as alternativas das questões propostas. No primeiro caso, com um exemplo que solicitava a transformação de uma equação em língua natural para a expressão algébrica, fazendo a resolução da equação na sequência e reforçando a importância da leitura dela. No segundo exemplo, por sua vez, atentando para a transição da equação em uma expressão algébrica para a língua natural.





## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiramente, apresentaremos os resultados obtidos pela turma, para na sequência tecer algumas reflexões. Na tabela 1 apresentamos os resultados obtidos para cada uma das questões.

Tabela 1: Resultados obtidos na aplicação da atividade<sup>7</sup>

	Questão 1-a)	Questão 1-b)	Questão 1-d)	Questão 1-c)
<b>Escrita da Equação:</b>	A3, A18, A21	A2, A6, A7, A8 A10, A3, A13 A14, A20, A21	A3, A6, A13, A18, A20, A21	A3, A20, A21
<b>Resolução da Equação:</b>	A3, A4, A5, A6 A7, A14, A15	A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A10, A13, A14, A15, A19, A20, A21	A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A13, A14, A17, A18, A20, A21	A6, A8, A10, A14, A15, A16, A17, A19, A20, A21
<b>Escritas "Erradas"</b>	Questão 2-a) A3, A4, A5, A10 A11, A14, A15, A16, A17, A18	Questão 2-b) A3, A5, A9, A13, A15, A16, A17, A18, A21	Questão 2-c) A3, A10, A11, A14, A18, A19, A20, A21	Questão 2-f) A3, A5, A15, A19, A20, A21
<b>Escritas "Idênticas" e "Corretas"</b>	A2, A6, A8, A13, A19	A2, A4, A10, A13, A14	A2, A4, A5, A6, A9, A17	A2, A4, A6, A9, A10, A11, A13, A14, A16, A17
<b>Escritas Corretas em relação ao exercício 1:</b>	A1, A7, A12, A20, A9	A1, A6, A7, A8, A11, A12, A19, A20	A1, A7, A8, A12, A15, A16	A1, A7, A8, A12, A18

Fonte: dos autores

Em relação à primeira questão, a primeira coluna da Tabela 1 apresenta os alunos que produziram a escrita da equação por meio de símbolos, bem como aqueles que empreenderam alguma resolução da equação. Em relação à segunda questão (para a qual os estudantes não

precisavam realizar uma resolução), a primeira coluna da Tabela 1 sinaliza aqueles que fizeram “escritas erradas”, “escritas idênticas e corretas”, no sentido de serem as mesmas resoluções (ou parecidas) que esperávamos obter ao elaborar a questão, e “escritas corretas em relação ao exercício 1”, no sentido de os estudantes terem percebido que se tratava de uma equação que correspondia à algum item produzido em língua natural na primeira questão.

<sup>7</sup> Utilizamos A12, por exemplo, para representar a produção do Aluno de número 12 de um total de 21 alunos, e assim, também procedemos com as demais produções.





Em nossos resultados, observamos que a maioria dos estudantes teve dificuldade para produzir a escrita algébrica das alternativas da primeira questão, principalmente na alternativa b, que solicitava pensar em uma igualdade entre o quádruplo de um número subtraído de 15 unidades, e o dobro desse mesmo número. Isso pode ser verificado na Figura 1.

Figura 1: Exemplo de resolução do item b da questão 1

b) O quádruplo de um número, subtraído de quinze unidades resultará no dobro desse mesmo número.

$$2x = 15 + 3 \quad x = \frac{15}{3}$$
$$2x = 15$$
$$2 \cdot 3x - 15$$
$$x = 5$$

*(Handwritten work includes a large 'X' mark and a checkmark.)*

Fonte: dados da pesquisa

Já a segunda questão para a qual houve um número de erros considerável, foi a questão d, que solicitava dos alunos fazerem a extração de uma raiz quadrada. Foi um dos itens com maior número de erros, tendo como foco, novamente, a ordem da escrita da equação e evidenciando a não familiarização do uso da palavra “o dobro do quadrado de um número”. O quadrado de um número foi considerado por muitos alunos como o “quadrado de um número” e, até mesmo, o “dobro de um número”, o que se pode verificar na Figura 2.

Figura 2: Exemplo de resolução do item d da questão 1

d) O dobro do quadrado de um número, somado quatorze unidades é igual a trinta.

$$2x^2 + 14 = 30$$

*(Handwritten work includes a large 'X' mark and a checkmark.)*

Fonte: dados da pesquisa

Mediante os resultados, verificamos que poucos alunos transitam bem entre a leitura de uma equação e sua escrita algébrica e vice-versa, se mostrando uma atividade de maior dificuldade para alguns alunos a transição da linguagem natural para a escrita algébrica, bem como a resolução da equação em si, corroborando com a pesquisa de Junior (2002).





## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta atividade, realizada com o nono ano do Ensino Fundamental, nos possibilitou um conhecimento sobre como são feitas e elaboradas questões visando atender as dificuldades dos estudantes, bem como nos permitiu analisar e conhecer como os alunos realizam a atividade e o que seus jeitos de fazer indicam em relação às suas aprendizagens e dificuldades.

Muitos dos estudantes do nono ano apresentaram dificuldades na resolução de algumas questões. Nas que ocorreram mais erros, houve um tempo maior para que eles conseguissem construir uma resposta.

A análise sugere que estes alunos participantes da pesquisa tiveram mais dificuldades para desenvolver a equação e chegar em uma resposta, bem como em formular a expressão numérica em sua escrita algébrica a partir de um texto, do que construírem um texto em língua natural a partir de uma expressão, embora tenha havido, também, um número considerável de estudantes que apresentaram dificuldades em partir de uma expressão algébrica e construir um texto em língua natural que a representasse.

A partir dessa experiência, entendemos que se faz importante criar planos em relação ao estudo da matemática, envolvendo também o incentivo à leitura e à interpretação de textos para a resolução de problemas de diferentes áreas, não só matemáticos.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, pelo que agradecemos.

Agradecemos também aos organizadores do ENALIC, por realizar mais uma vez este encontro das Licenciaturas, sem o qual não teríamos a possibilidade de compartilhar esse relato; e agradecemos, ainda, a participação e a colaboração do 9º ano do colégio parceiro do PIBID na realização desta pesquisa, sem deixar de lado também, a professora supervisora Sandra Barbosa de Andrade Gonçalves<sup>8</sup>, que disponibilizou suas aulas para que

<sup>8</sup> Pós graduada em matemática pela Universidade Norte do Paraná - UNOPAR.





conseguíssemos fazer este estudo e por fim, agradecer ao estudante Matheus Lima Ribeiro<sup>9</sup> que nos auxiliou no procedimento e coleta de dados neste presente artigo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARICCATTI, Karen Hyelmager; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Os diferentes sentidos das representações dos objetos matemáticos e as atividades de tratamento e conversão entre registros. **Revemat**. Florianópolis, v.07, n.1, p.32-47, 2012.
- COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p.171-187, dez. 2018.
- JACOMELLI, Karina Zolia. **A linguagem natural e a linguagem algébrica**: nos livros didáticos e em uma classe de 7<sup>a</sup> série do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis-SC, 2006.
- JÚNIOR, Armando Traldi. **Sistemas de Inequações do 1<sup>o</sup> Grau**: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.
- KAMPHORST, Eliane Miotto; NEHRING, Cátia Maria. Tratamento e conversão entre registros de representação semiótica dos conceitos de limite. **XXI Jornada de Pesquisa**, Unijuí, 2016.
- ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.
- PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico** Ministério da Educação: Divisão de Inovação e de Desenvolvimento, 2009.
- ROSSETTO, Hallynnee Héllenn P. **Um resgate histórico: a importância da História da Matemática**. Especialização (Universidade Tecnológica Federal do Paraná). Medianeira, 2013.

