

EXPLORANDO FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU TENDO COMO BASE A PRÓPRIA ALTURA E SUA SOMBRA CORRESPONDENTE

Karoline Vitoria Ribeiro ¹
Rodolfo Eduardo Vertuan ²

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de uma atividade de Modelagem Matemática, tomada na perspectiva da Educação Matemática, e realizada em um segundo ano do Ensino Médio de um colégio público localizado no oeste do Paraná. Para isso, utilizamos como metodologia de pesquisa o estudo de caso e a pesquisa bibliográfica, trazendo um breve referencial sobre a Modelagem Matemática e apresentando o relato da atividade que tinha como tema a determinação da sombra correspondente à altura de uma pessoa de acordo com o horário do dia.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Função, Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

No presente trabalho, abordamos o relato de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida no contexto de duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do estado do Paraná, Didática da Matemática, no que tange à elaboração de um plano de aula, e Modelagem Matemática 1, no que diz respeito à elaboração e vivência de uma atividade de Modelagem Matemática em uma turma da Educação Básica. As disciplinas ocorreram em semestres diferentes.

A aula foi elaborada para o primeiro ano do Ensino Médio, mas como a professora que aplicou o plano, primeira autora deste texto, possuía apenas turmas do segundo ano do Ensino Médio, resolveu, juntamente com o professor orientador, aplicar a atividade para esse nível escolar, a fim de ver qual seria a funcionalidade da aula preparada, assim como a aceitação dos alunos perante uma metodologia pouco utilizada em salas de aulas, a Modelagem³.

A atividade de determinação do comportamento da sombra de uma pessoa de acordo com o horário do dia, apresentou resultados positivos e negativos, assim como pontos para melhorar e repensar. Sobre essa experiência é que apresentamos o presente relato, que inicia

¹ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, karolineribeiro@alunos.utfpr.edu.br;

² Professor orientador: Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL, Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, rodolfovertuan@utfpr.edu.br

³ Por vezes utilizaremos Modelagem, em vez de Modelagem Matemática e de Modelagem Matemática na Educação Matemática, como expressões sinônimas, para evitar repetições.

com a apresentação da fundamentação teórica sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

1. MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Estamos acostumados a entrar em sala de aula, “passar” teorias e as definições no quadro, realizar alguns exemplos e já partir para a resolução de inúmeros exercícios, o famoso “arme e efetue”. Em alguns poucos casos, contextualizamos. Mas será que essa é a melhor metodologia para ser trabalhada em sala? De acordo com Caldeira (2009, p.2), precisamos de “uma racionalidade sustentada por uma forma não mais sobre os pilares do determinismo e das verdades imutáveis, mas aquela baseada em pressupostos do pensamento sistêmico e da complexidade”. Para o autor, a Modelagem Matemática pode ser considerada “uma nova concepção de educação matemática” (CALDEIRA, 2009, p.2) que vai ao encontro dessa racionalidade.

Afinal, algumas vezes ensinamos aos nossos alunos uma matemática distante da realidade vivida por eles, e queremos que compreendam de maneira íntegra e de preferência não perguntem muito, assim como foi feito quando éramos alunos. Por conta disso se torna difícil quebrar o ciclo. Porém é um fato que atrapalha muito a formação dos estudantes, os distanciando da matemática e muitas vezes sendo fato principal para a famosa frase “não gosto de matemática”. Há de se considerar, assim como afirmam Setti, Rocha e Vertuan (2016, p.564), “[...] à medida que os anos passam, o futuro docente vai incorporando em si, mesmo que de modo inconsciente, as experiências de seus professores, de modo que sua própria prática é constituída, também, das situações que vivenciou na condição de estudante”.

Pensando em uma metodologia que possa mudar a realidade apresentada acima, temos a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, que tem como base principal a escuta ativa do professor acerca das manifestações de seus alunos, que por meio de perguntas mediadoras possibilita ao discente chegar onde for necessário, explorando os conteúdos matemáticos de uma maneira diversificada e principalmente, significativa.

(...) compreendemos que a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática tende a potencializar a presença da reflexão, do diálogo e da crítica nas aulas de matemática, por favorecer que os estudantes passem a investigar, por meio da matemática, situações da sua vivência e interesse (SCHRENK e VERTUAN, 2022, p.197).

Mesmo sendo uma metodologia considerada ainda hoje, como inviável e uma perda de tempo por alguns professores, percebemos a necessidade de mudança no ensino nas escolas,

principalmente no nosso âmbito, a Matemática, principalmente considerando que muitos de nossos alunos estão terminando o ensino básico tendo o mínimo de conhecimento e de vontade de perseverar nos estudos.

Uma das maneiras para a realização dessa mudança é a Modelagem Matemática, mostrando aos alunos como a matemática pode estar, de fato, presente no dia a dia. Para isso precisamos tirar eles da zona de conforto, os fazendo pensar, refletir, buscar o conhecimento e, claro, precisamos ainda incorporar a Modelagem Matemática à prática dos professores e aos documentos normativos da escola, para que seja utilizada de modo mais efetivo e contínuo.

Mas de fato, o que é a Modelagem Matemática? Segundo HOUAISS (2009), um dicionário de língua Portuguesa, Modelagem significa dar forma por meio de um modelo, e modelo é a representação de alguma coisa. Portanto, em uma primeira compreensão, podemos entender que Modelagem é representar um problema por meio de um modelo, nesse caso, matemático.

Ao ensinarmos utilizando Modelagem Matemática, notamos que os conteúdos podem ser interligados de maneira bastante clara, fugindo da ideia de caixinhas separadas para cada “parte” da matemática e partimos para um emaranhado de ideias e conceitos, fazendo que os conteúdos vão e voltem a serem debatidos e isso é algo extremamente favorável e necessário em sala de aula, ainda mais pensando que quando esse aluno sair da escola e tiver que resolver problemas externo ao meio escolar, terá que usar todo seu conhecimento para tal feito, não apenas uma única caixinha que um conteúdo específico.

O desenvolvimento de atividades de modelagem está [...] ancorado, por um lado, na possibilidade de ensinar e aprender matemática e perceber suas aplicações para a resolução de problemas com que o aluno se depara fora da escola. Por outro lado, o uso da modelagem matemática também vem pautado nas potencialidades que se percebem neste uso para o ensino e aprendizagem de alguns conteúdos. (ALMEIDA, VERTUAN, 2014, p.18)

Neste contexto é que passamos a apresentar a atividade de Modelagem e relatar a experiência que tivemos com ela, na condição de professores que utilizam a Modelagem em suas aulas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Mesmo a atividade de Modelagem tendo sido, inicialmente, pensada para alunos do primeiro ano do Ensino Médio, ela foi realizada no segundo ano Técnico em Administração e no segundo ano de exatas⁴, ambas em escolas públicas da cidade de Cascavel-PR.

A atividade consistia em descobrir qual seria o tamanho da sombra de uma pessoa em qualquer horário do dia. O problema foi apresentado para os alunos da seguinte maneira, “**Se eu quisesse saber o tamanho da minha sombra ao nascer do Sol, as 9h da manhã, as 14h da tarde e quando o Sol está se pondo, teria que medir ela em todos esses horários?**”

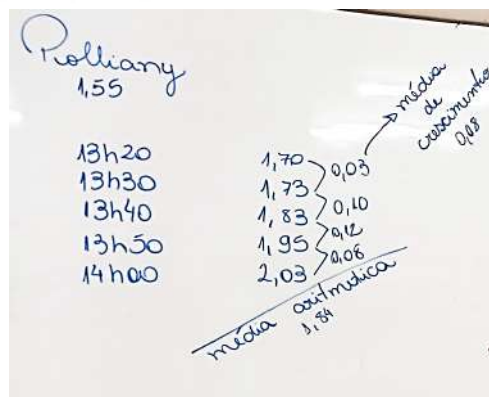
Nesse momento, os alunos foram questionados se no dia em que fossem medir, se estivesse chovendo, o que seria feito? Com isso e com a mediação da professora, concluíram que precisariam de uma forma de ter um modelo pronto, apenas para colocar o horário do dia e já terem o tamanho da sombra. A professora realizou inúmeras perguntas e suposições até chegarem nessa conclusão, que foi o ponto de partida para começar a se pensar em como faríamos tal feito.

As duas turmas estudam no período matutino, logo, tiveram que fazer a primeira medição da sua sombra como uma tarefa, que foi feita individualmente cada um na sua casa. Posteriormente a isso, em sala, analisamos como se comportava o crescimento da sombra em relação ao horário em que ela foi medida, tomando dois alunos dentre os que realizaram a atividade como exemplos para a discussão no coletivo, sendo ambos na mesma turma.

Percebemos então que, diferente da hipótese inicial de que a movimentação do sol produziria um aumento ou diminuição exatamente igual da sombra, em intervalos iguais de tempo, algo diferente aconteceu. Fizemos então a primeira adaptação da atividade, calculando uma média desse crescimento, todavia, mantendo a hipótese de que o crescimento seria constante.

Figura 1 - Média de Crescimento de um aluno do 2º ADM

⁴ NEM: Novo Ensino Médio

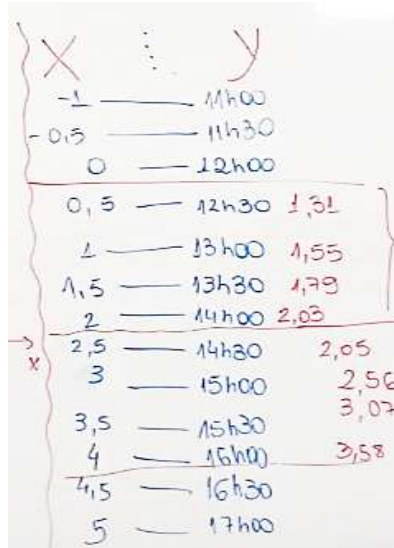


Fonte: da pesquisa

O próximo passo foi um momento em que os alunos sentiram uma certa dificuldade para a realização. Eles transformaram o horário real (do relógio) em número decimal, proporcionais às horas. A turma de exatas, compreendeu com facilidade o que se pedia, assumiram 12h00 como o número 0, e foram aumentando e diminuindo a hora e os número de meia em meia hora. A turma do ADM, por outro lado, não conseguiu relacionar números decimais com horas sem uma mediação. Assim, a professora auxiliou para que chegassem na ideia de como funcionava a conversão e assim, conseguiram realizá-la com êxito.

Posteriormente a isso, os alunos foram instigados a pensar sobre a média de crescimento da sombra e o horário correspondente às medidas feitas. Logo, eles teriam que assumir um dos valores medidos como a base para analisar a construção dos demais, que seria a partir da soma ou subtração da média de crescimento, fizeram isso em um período de 1h30, como mostra a imagem abaixo.

Figura 2 - Relação hora com hora convertida e crescimento da sombra.



Fonte: da pesquisa

Tendo a tabela acima como dados da atividade, ao horário convertido associamos a variável X e na parte relativa ao tamanho da sombra associamos a variável Y. Os alunos do Ensino Médio, itinerário formativo de exatas, com auxílio da professora, conseguiram concluir que poderia existir uma relação entre os dois dados. Segue a fala de um dos alunos dessa turma: *Professora, se pensarmos em uma relação do número com vírgula e minha sombra, eu consigo adivinhar o tamanho da sombra às 17h da tarde?*

Com a pergunta, chegávamos exatamente aonde queríamos chegar com a aula planejada. Porém, na turma de administração, a professora teve que praticamente falar para os estudantes dessa relação e de como ela poderia acontecer. Nessa segunda turma também houve várias falas que nos fizeram pensar sobre a atividade desenvolvida, mas principalmente, sobre as aulas de Matemática e a ideia de como funciona uma aula de Matemática que os alunos manifestavam. Foram falas como: *Isso nem é matemática de verdade; não tem lógica minha sombra e números decimais, ter algo a ver com matemática do ensino médio?*

Porém, após muita conversa e explicação, perguntas reflexivas feitas para os alunos do ADM, pareceu contribuir para que compreendessem o que seria realizado e os levasse a se interessar, tornando a realização da atividade mais similar em ambas as turmas.

Ao final da atividade, no momento de estabelecer uma relação entre a sombra e o horário de sua medida, tivemos várias dificuldades nas duas classes de segundo ano. Mesmo interessados, agora, não conseguiam compreender o que deveria ser feito para chegar em uma relação entre X e Y, ou como deixar Y em função de X. Foi por meio da mediação da professora que eles passaram a pensar em alguma relação.

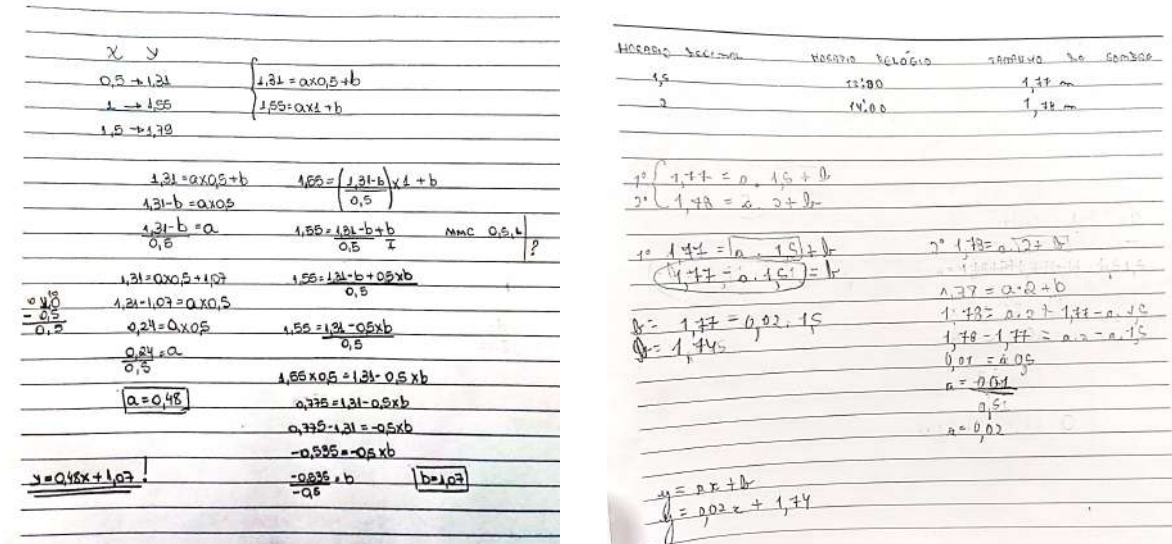
*Gente, o que queremos descobrir? A sombra.
Em relação a que? A hora.
Mas a hora é a do relógio ou a convertida? A convertida.
Tá, então temos que ter uma relação da hora convertida que vai resultar no tamanho da sombra certo? Sim.*

E assim, seguiram as perguntas até que na sala de exatas e de ADM, alguns dos alunos compreenderam como encontrar os coeficientes a e b de uma função linear que poderia ajustar os dados, dado que o crescimento da sombra era aproximadamente constante.

Esse foi o momento em que apareceram mais dúvidas, pois mesmo estudando sistemas lineares no primeiro ano do Ensino Médio, nenhuma das turmas lembrava como resolver um. Portanto, passamos duas aulas, retomando sobre resolução de sistemas lineares, até que, por

fim, como tarefa de casa, alguns alunos conseguiram encontrar os coeficientes e montar as primeiras funções das sombras.

Figura 3 - Resolução feita por um aluno de cada turma

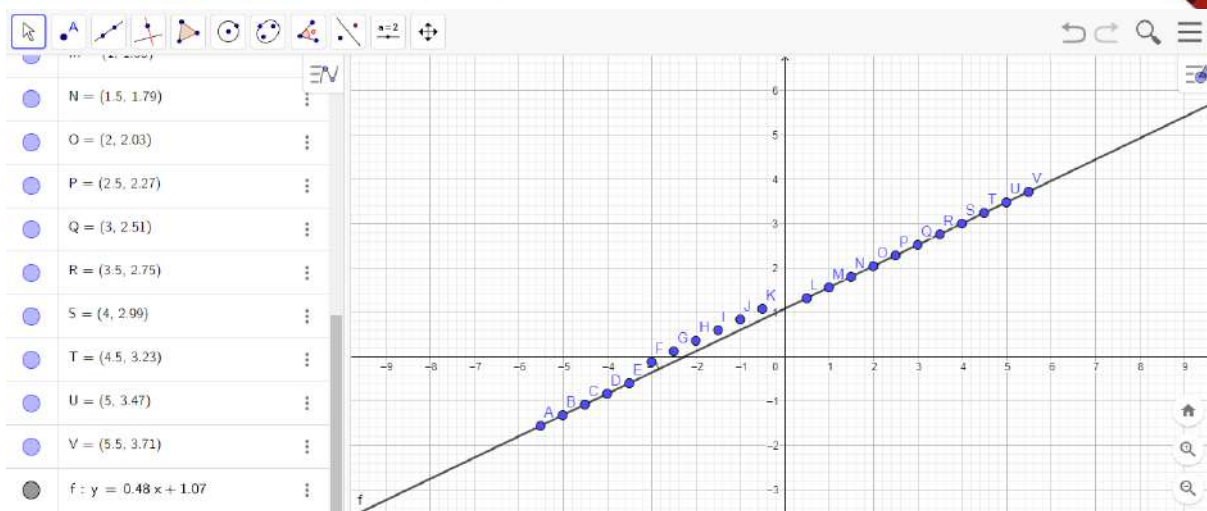


Fonte: da pesquisa

Alguns alunos não conseguiram calcular os coeficientes da função de primeiro grau, então os alunos que conseguiram os auxiliaram em sala, sendo orientados a realizarem da mesma forma que a professora mediava, fazendo perguntas para que os estudantes ajudados pensassem na resolução, não apenas falando o que deveria ser feito.

Para finalizar, depois de sete aulas, realizamos a sistematização, de fato, do conteúdo de funções do primeiro grau, trazendo um mapa mental sobre o que cada coeficiente faz na função, como é gráfico e assim por diante. Também foi solicitado que colocassem os pontos (x,y), da hora convertida em relação à sombra no *Software Geogebra*, para observarem se realmente formava uma reta e se era da função que tinham encontrado.

Figura 4 - Pontos da hora convertida e da sombra, juntamente com a função da reta



Fonte: da pesquisa

No gráfico, $x=0$ significa o horário do meio-dia, momento que os estudantes consideraram para análise dos dados, como momento inicial. Como alguns haviam medido momentos anteriores ao meio-dia, faz sentido considerar valores negativos para x . Vale ressaltar para os alunos, ainda, que a função encontrada é uma aproximação da situação investigada, já que desconsideramos algumas variáveis, assim como cada altura (de estudantes distintos) resultará em uma função e um gráfico diferente.

E assim, conseguimos, com algumas dificuldades, desenvolver a atividade de Modelagem em duas turmas de Ensino Médio. Dificuldades que talvez sejam decorrentes da não realização de atividades similares em sala de aula. Quando acontecem, os estudantes não sabem bem como agir, nem mesmo os professores sabem lidar com as situações que em vez de cotidianas, acabam sendo esporádicas. Uma saída? Possivelmente a realização de práticas de Modelagem e outras atividades em que os alunos sejam protagonistas de suas aprendizagens e o professor o mediador de suas aprendizagens e ações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar a realização da atividade de Modelagem, pudemos sentar e refletir sobre como foi esse processo. Tendo agora seus pontos positivos e negativos. Analisando as duas turmas, podemos concluir que ambas possuem uma diferença gritante no quesito de aceitação das atividades de Modelagem e na parte pedagógica, onde uma turma se apresentou mais receptiva e mais preparada com os conteúdos prévios que deveriam ter, enquanto a outra, por sua vez, teve recusas, falas mostrando descontentamento e desconfianças sobre a metodologia utilizada, sendo assim a turma que demorou mais e necessitou de maior mediação.

Foram utilizadas sete aulas para a realização da atividade como um todo, sendo uma para introduzir e explicar como funcionaria a medição da sombra, duas aulas para a transformação das horas em números decimais correspondentes e a relação da sombra com a sua média de crescimento, mais duas para a retomada dos sistemas lineares, uma aula para construir o modelo linear da situação e a última aula para a sistematização do conteúdo e realização de mais uma tarefa do GeoGebra, realizada em casa pelos estudantes.

Esse período de aulas usadas, pode ser visto de duas maneiras, uma delas positiva e a outra negativa. Analisando o lado positivo, foram vários conteúdos retomados e abordados para que a atividade pudesse terminar, o que esperamos resultar em um melhoramento do conhecimento desses alunos nessas temáticas revistas, assim como foi um momento de grande interação entre eles, onde um auxiliava o outro, ocorrendo até competições de quem terminaria primeiro. Conseguimos observar inclusive como é difícil para eles aceitarem uma metodologia diferente da habitualmente utilizada em sala, mas que depois de um certo tempo, começam a gostar e a se empenhar verdadeiramente.

Porém, o lado negativo, também irá depender de qual ponto de vista estamos observando, pensando em prazos colocados pelo governo, coordenação..., foi algo que atrasou muito a continuação dos conteúdos que viriam a seguir, mas cabe aqui uma reflexão a respeito desse “prazo” para se ensinar e aprender. Estamos pensando nos próprios alunos ou no rol de conteúdos que deve ser cumprido? Além disso, a quem interessa um ensino focado no conteúdo e não no aluno e no tempo em que ele tem para aprender, pensar e refletir?

Mas de modo geral, foi uma atividade muito proveitosa, deixando claro como as metodologias ativas devem ser colocadas na sala de aula em todas as disciplinas e anos escolares, afinal, precisamos, como educadores e formadores desses seres humanos, fazer com que eles gostem de aprender e sintam vontade de ir em busca de mais e mais conhecimento. Só que ao continuarmos com as metodologias tradicionais, estamos cada vez mais engessando o ensino e afastando os alunos do conhecimento efetivo.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, apoio imprescindível para o desenvolvimento do presente trabalho.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da (orgs.). **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 33-54, 2009.

HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

SCHRENK, Maykon Jhonatan; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática como prática pedagógica: uma possível caracterização em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 24, n. 1, p. 194-224, 2022.1

SETTI, Elenice Josefa Kolancko; VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ROCHA, Zenaide de Fátima Dante Correia. Reflexões acerca da Prática Docente em uma Primeira Experiência com Modelagem Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, 2016.