

O ENSINO DE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA¹

Rafael Augusto Evangelista Gonçalves²

Magno Nicolau de Souza³

Maria Eduarda Kobylinski da Silva⁴

Luciana Schreiner de Oliveira⁵

Wagner Alexandre do Amaral⁶

RESUMO:

O trabalho aborda o ensino de Medidas de Tendência Central utilizando a metodologia Investigação Matemática. Desenvolvido por licenciandos em Residência Pedagógica, a atividade ocorreu com turmas do segundo ano do Ensino Médio. A escolha da Investigação Matemática foi fundamentada no interesse prévio dos alunos em lançamentos de dados. A metodologia envolveu a divisão da turma em quartetos, cada aluno lançando um dado e registrando os resultados. Os alunos calcularam média, moda e mediana, respondendo a questões propostas. O referencial teórico destaca a importância de atividades que estimulem a participação ativa dos alunos, promovendo a coleta e análise de dados. Os resultados revelaram sucesso na socialização dos resultados e no estímulo ao pensamento crítico, mas também mostraram desafios, especialmente na compreensão da mediana e na realização de cálculos com frações. Apesar disso, a atividade proporcionou um ambiente propício para o desenvolvimento das habilidades dos alunos como pesquisadores, evidenciando a eficácia da abordagem da Investigação Matemática no ensino de Estatística Descritiva.

Palavras-chave: Estatística, Média Aritmética, Moda, Mediana, Investigação Matemática.

INTRODUÇÃO

A fim de abordar o conteúdo de Medida de Tendência Central de uma forma mais atrativa e estimulando o trabalho em grupo, nossa equipe, composta por licenciandos participantes do Programa de Residência Pedagógica desde novembro de 2023, optou por

¹ Artigo resultado do Programa de Residência Pedagógica

² Graduando pelo Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR; rafgon@alunos.utfpr.edu.br;

³ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR; magnosouza@alunos.utfpr.edu.br;

⁴ Graduanda pelo Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR; marsil.2002@alunos.utfpr.edu.br;

⁵ Professor orientador: Professor do Magistério Superior da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR; lucianaoliveira@utfpr.edu.br;

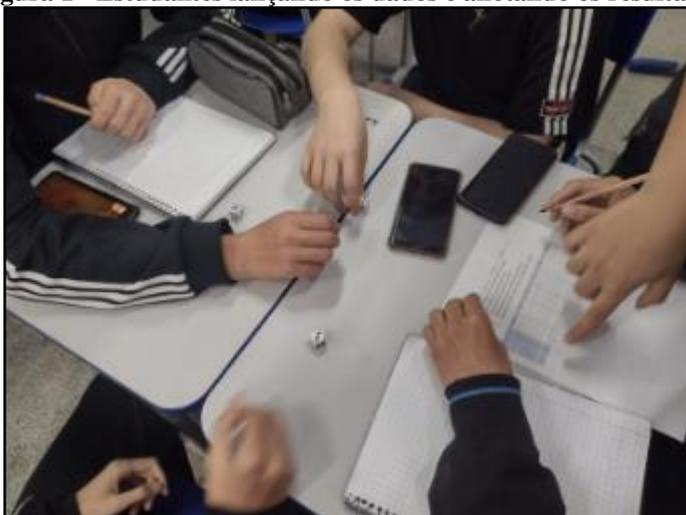
⁶ Professor preceptor: Professor do Ensino Fundamental e Médio do Colégio Estadual Júlia Wanderley - Curitiba-PR; wagamaral@hotmail.com.

realizar uma aula embasada na metodologia Investigação Matemática com as turmas do segundo ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Júlia Wanderley - Ensino Fundamental, Médio e Profissional, localizado na cidade de Curitiba, Paraná. Sendo assim, com a supervisão do professor preceptor Wagner Alexandre do Amaral e da professora orientadora Dr^a. Luciana Schreiner de Oliveira, a nossa atividade foi elaborada a partir do resultado dos lançamentos de um dado de seis faces, cujos valores serão definitivos para determinar a moda, a média e a mediana da amostra construída pelos próprios discentes.

METODOLOGIA (OU MATERIAIS E MÉTODOS)

A aula iniciou com a divisão da turma em quartetos e com a distribuição dos dados - um para cada aluno. Em seguida, uma ficha foi entregue aos grupos com o objetivo de não somente auxiliá-los a marcar a frequência de lançamentos de um dado, mas como também serviu de apoio para o processo avaliativo. Além da tabela, foram apresentadas na ficha as seguintes perguntas: “Qual a média, moda e mediana dos lançamentos individuais?” e “Qual a média, moda e mediana dos lançamentos em grupo?”. A Figura 1 apresenta as equipes lançando os dados e coletando as informações pertinentes para responder os questionamentos da atividade.

Figura 1 - Estudantes lançando os dados e anotando os resultados



Fonte: Autoria própria (2023)

A atividade desenvolvida pelo grupo consistiu em colocarmos em uma tabela de frequência o lançamento de um dado de seis faces. Nesse sentido, individualmente, cada aluno escreveu em uma folha qual foi o valor da face voltada para cima em cada um dos dez lançamentos. Após esse passo, os integrantes do grupo analisaram qual foi o valor da face do primeiro lançamento que teve a maior frequência e marcaram um “x” na Face 1, Face 2, Face

3, Face 4, Face 5 ou Face 6 - dependendo do seu resultado. Dando sequência a atividade, o grupo continuou marcando um “x” na face que mais se repetiu em cada um desses dez lançamentos consecutivos do grupo. Com a finalização do preenchimento da tabela, os alunos integrantes de cada quarteto responderam às questões propostas.

REFERENCIAL TEÓRICO

A utilização de dados no tópico de Estatística era um alvo de interesse para nosso grupo, visto que os estudantes demonstraram entusiasmo no passado quando esboçamos exercícios que citavam lançamentos de dados. Dessa forma, julgamos adequado e necessário a utilização desse material para trabalharmos o conteúdo de Medidas de Tendência Central com duas turmas do segundo ano do Ensino Médio, já que seria um assunto bem vindo principalmente ao trabalharmos média, moda e mediana em uma perspectiva diferente da metodologia de Resolução de Problemas que eles estavam habituados.

Sendo assim, a Investigação Matemática oportuniza um cenário mais interessante para trabalharmos o conteúdo de Medidas de Tendência Central ao colocar o aluno como pesquisador e coletor de seu conjunto de dados. Lamonato e Passos (2011) destacam que para potencializarmos atividades desenvolvidas com foco em Investigação Matemática devemos ministrar trabalhos em grupo que proporcionem trocas de saberes entre os alunos; que favoreçam o registro para a análise e comunicação de processos e resultados e que, sobretudo, nutram o desenvolvimento dos alunos para a observação e a exploração de forma a se tornarem capazes de estabelecer relações com independência, além de articularem conhecimentos desenvolvidos anteriormente.

O tema da nossa aula foi Medidas de Tendência Central (MTC), que são objeto de estudo da Estatística. Em relação ao ensino da Estatística, a Base Nacional Comum Curricular formaliza que é necessário que os cidadãos desenvolvam habilidades de coleta, organização e análise de dados em diferentes contextos (BRASIL, 2017, p. 274). Para tanto, as Medidas de Tendência Central desenvolvem essas competências citadas, visto que a BNCC normatiza que, com as MTC “[...] os estudantes têm oportunidades não apenas de interpretar estatísticas divulgadas pela mídia, mas, sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as medidas de tendência central, e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, incluindo representações gráficas adequadas” (BRASIL, 2017, p. 527).

Em face dessas considerações, Silva, Souza e Valetini (2018, p.3) concluem que utilizar Investigação Matemática como Metodologia pode atrair os estudantes ao estudo da Estatística, pois, além de colocar o aluno em ação, tem o objetivo de “aprimorar seus conhecimentos sobre

organização e análise de dados; potencializar e consolidar as ideias já conhecidas sobre conteúdos fundamentais da Estatística, tais como: medidas de posição”. Ademais, essas atividades investigativas trazem prazer ao aluno quando “expõe suas estratégias, seus limites, suas formas de raciocínio, bem como negocia significados e sentidos” (GOMES; NACARATO, 2010, p. 4).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No dia 03 de julho de 2023 nossa aula foi realizada em duas turmas de segundo ano do Ensino Médio e podemos afirmar que nosso objetivo de aplicar uma atividade que os auxiliassem a desenvolver habilidades sociais foi alcançado, visto que os quartetos se organizaram, refletiram e aprenderam uns com os outros. Por exemplo, um dos membros de uma equipe não conseguia lembrar como calcular a média individual de seus dez lançamentos e um dos seus colegas de grupo explicou que era necessário somar cada valor do dado em cada lançamento e dividir por dez. Segundo Araújo e Abar (2019), é importante que o aluno entenda que a média é alterada a partir de alterações feitas no conjunto de dados e, por muita vezes durante essa aula, percebemos que isso não estava muito claro. Boaventura e Fernandes (2004) comentam que é comum os alunos não compreenderem que a média é influenciada pelo valor de cada um dos dados e que alterações na amostra implicam necessariamente na alteração do valor da média.

Em seguida, o estudante, ainda confuso, perguntou por qual razão seria dez ao invés de seis (número de faces) e seu colega o respondeu dizendo que deveríamos dividir sempre pela quantidade de números que estavam entre as chaves. Essa explicação se deve pelo fato que esse grupo organizou sua amostra entre chaves - nesse caso, $\{1,6,5,2,2,4,1,3,5,2\}$. A média, portanto, seria a soma de todas essas observações divididas não pelo número de faces, mas sim com a quantidade de elementos que compõem a amostra em questão, ou seja, dez.

Esse caso chamou a nossa atenção, pois esse estudante conseguiu reunir alguns conceitos interessantes de Estatística, começando pela escolha de chaves que usualmente é utilizada quando explicamos sobre amostra e até mesmo quando damos um conjunto de dados genéricos no tema de Medidas de Tendência Central. Quando questionado sobre o porquê de organizar sua amostra dessa forma, o aluno respondeu que ficava mais visível os números que ele deveria somar. Além disso, comentou que separar com vírgula o ajudava a contar quantos números estavam dentro das chaves e que o resultado dessa adição seria aquele do denominador. Utilizando essa técnica, o grupo não só calculou a média individual, mas a média de lançamentos do grupo inteiro, obtendo êxito nos resultados encontrados.

Ainda sobre média, essa mesma turma, em um dos exercícios de Estatística em que os alunos precisavam calcular a média aritmética, cometeram um erro semelhante. No exercício em questão, foi oferecido uma amostra de tamanho 6, composta por um 0 além de outros números. Os alunos somaram todos esses valores, mas dividiram por 5 ao invés de 6, excluindo completamente o zero, pois o consideravam um elemento neutro que não fazia diferença para os cálculos. Contudo, a média definitivamente se altera ao acrescentar o zero, pois a média é representativa do conjunto de dados a ser considerado, o que significa que ela muda conforme os valores são alterados. Sendo assim, fica explícito que alguns alunos ainda não compreenderam que a média é influenciada pelo valor de cada um dos dados e que se a amostra é mudada, a média também é.

A Figura 2 ilustra o cálculo da média realizada pelos quatro estudantes de uma das equipes (para preservar os nomes dos discentes, foram omitidos seus nomes e o nome da equipe). Conforme pode ser observado, todos os participantes dessa equipe alcançaram êxito no cálculo da média e somente um dos estudantes realizou as anotações, já que a letra é a mesma para os quatro cálculos apresentados.

Figura 2 - Cálculo das médias aritméticas dos lançamentos individuais

Equipe: _____
Nomes: _____

- 1) Qual a média aritmética dos lançamentos individuais?
- 2) Qual a moda dos lançamentos individuais?
- 3) Qual a mediana dos lançamentos individuais?
- 4) Qual foi a menor frequência dos lançamentos individuais?
- 5) Qual a média aritmética, moda e mediana dos lançamentos do grupo?

① _____ : $\frac{4+3+5+6+5+6+4+4+5+3}{10} = \frac{45}{10} = 4,5$

_____ : $\frac{6+3+2+3+2+5+4+3+5+3}{10} = \frac{36}{10} = 3,6$

_____ : $\frac{3+3+2+5+5+6+5+2+4+6}{10} = \frac{41}{10} = 4,1$

_____ : $\frac{5+4+5+2+3+2+2+6+4+4}{10} = \frac{37}{10} = 3,7$

Fonte: Autoria própria (2023)

Todavia, o erro que mais se repetiu foi com a mediana. A maior parte dos estudantes se esqueceram de colocar em ordem crescente e analisar se a quantidade de dados da amostra era par ou ímpar. Através da correção das fichas, conseguimos perceber que essa noção não estava consolidada entre os discentes, pois ainda estavam muito apegados às definições e ao passo a passo do livro didático e não conseguiam se lembrar do algoritmo da mediana com clareza. Além disso, muitos alunos não selecionaram corretamente a mediana, ao invés disso, alguns escolheram o elemento que tinha o valor numérico mais central entre todos os valores numéricos do conjunto. Por exemplo, na amostra {1,6,4,6,5,2,3,1,5,4} o quarteto em questão anotou o 3 como a mediana desse conjunto, já que o 3 parecia ser o elemento que está no “meio” quando consideramos as 6 faces de um dado. Outro quarteto anotou que sua amostra duas medianas, confundindo a definição dessa medida de tendência central com moda. Costa e Moura (2020, p.121) afirmam que o aluno deve entender que a “mediana é a medida que divide a distribuição dos dados em duas partes cada uma com o mesmo número de elementos”, apesar disso, alguns alunos não entenderam o significado de mediana e muito menos conseguiram aplicar seu algoritmo satisfatoriamente.

Na Figura 3 tem-se o cálculo da mediana realizada por uma outra equipe. Fica evidente que os estudantes não tomaram o cuidado de organizar os dados em ordem crescente, obtendo resultados incoerentes. Todavia, os alunos dessa equipe sabiam determinar a mediana para uma quantidade par de dados, conforme fica patente na figura em apreço.

Figura 3 - Cálculo da mediana

| P | G | W | A |
|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 6 |
| 1 | 1 | 4 | 5 |
| 3 | 5 | 3 | 2 |
| 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 4 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 5 | 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 1 | 3 | 6 | 3 |
| 1 | 2 | 1 | 3 |

$(4) = 3$ $(5) = 3$ $(6) = 5$ $(4) = 3,5$ + mediana q

Fonte: Autoria própria (2023)

Em relação à moda, podemos afirmar que a maior parte dos alunos não tiveram dúvidas quanto à sua definição, muito menos com a sua seleção dentro da amostra. Entretanto, um dos

quartetos, embora encontraram a moda corretamente, estavam inseguros se era possível ou não um conjunto ter mais de uma moda.

Cabe relatar que muitos alunos não seguiram com rigor a ordem das operações aritméticas fundamentais, cometendo erros básicos. Apesar da dificuldade em realizar as operações matemáticas de forma satisfatória, tais estudantes conseguiram compreender as Medidas de Tendência Central, conteúdo do nosso trabalho. Muitos também expressaram dificuldades em calcular fração, visto que efetuar a divisão quando o denominador é maior que o numerador tornou-se um desafio, pois o algoritmo desta operação parecia obscuro para vários desses alunos demasiadamente dependentes da calculadora.

Apesar das dificuldades relatadas, a nossa atividade possibilitou a socialização dos resultados, visto que os alunos argumentaram e justificaram suas respostas a partir dos seus lançamentos. Além disso, o registro se torna fundamental nessa atividade, já que é através do que foi escrito e analisado que a comunicação em grupo foi possível e a credibilidade das conjecturas de cada aluno pôde ser posta à prova. Nesse sentido, Teodoro e Beline (2013) afirmam que é compartilhando suas conjecturas para o grupo que o aluno começa a questionar seus resultados e estratégias, e mobiliza com sucesso seu pensamento matemático.

Com o cálculo da média, moda e mediana, fizemos com que o estudante retomasse conhecimentos pretéritos, como os métodos de cálculo empregados e os conceitos de frequência e amostra. Porém, o objetivo principal foi proporcionar o sentimento de pesquisa nos discentes ao explorarem o resultado de seus lançamentos e ao buscarem suas respostas a partir de um conjunto de dados que não foi dado a priori, mas que foi construído pelos próprios alunos. Em tempo, os estudantes foram incitados a relacionar seus resultados (lançamentos) com os do restante do grupo e, a partir dos resultados elencados, vislumbrar de forma prática o conceito de frequência. Posteriormente, o discente estava apto a calcular a média, moda e mediana a partir de suas descobertas, dos dados coletados e das regularidades e semelhanças averiguadas através da socialização e do debate entre os participantes de cada grupo. Essa movimentação verificada na atividade enriquece o processo de investigação, pois, segundo Beline e Teodoro (2013), a investigação matemática quando realizada em grupo estimula o aluno a apresentar as estratégias utilizadas e a refletir, desenvolvendo não só o pensamento crítico, mas sua comunicação matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho abordamos o assunto de Medidas de Tendência Central, tema importante da Estatística Descritiva. A metodologia adotada, ou seja, a Investigação Matemática,

possibilitou maior engajamento dos discentes, colocando-os como pesquisador e coletor dos dados. A atividade proposta possibilitou a socialização dos resultados e o sentimento de pesquisa nos participantes, enriquecendo o processo de Investigação Matemática ao passo que a reflexão e o exercício do pensamento crítico favoreceu a comunicação matemática que nem sempre é exercitada nas aulas de matemática. A maior parte dos alunos tiveram resultados satisfatórios, embora alguns conceitos ainda não estivessem concretizados. Sugere-se, para aplicação futura dessa atividade, a anterior apresentação de uma lista de exercícios que contenha os conceitos abordados, além de uma aula de nivelamento sobre a operação de divisão e frações. Finalmente, trabalhar em equipe e colocar em prova conjecturas e ideias fomentam o processo de investigação matemática, e isso, conforme observado na atividade, os alunos conseguiram alcançar com sucesso.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, José Ronaldo Alves; ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira. Contribuições do GeoGebra nas dialéticas de uma situação didática para o estudo das Medidas de Tendência Central. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 9, p. 282-302, 2019.

BOAVENTURA, Maria Gracelina Matos de; FERNANDES, José António. Dificuldades de alunos do 12º ano nas Medidas de Tendência Central: o contributo dos Manuais Escolares. 2004.

GOMES, A. A. Molina e NACARATO, O Mendes. Pistas, indícios... A comunicação de ideias matemáticas na EJA. REMAT – ISSN 2177 5095, nº 2 2010 –Revista eletrônica de matemática. Disponível em [HTTP/ufg.br/ojs/index.php/matematica](http://ufg.br/ojs/index.php/matematica). Acesso em 31 jul.2023.

IFRN. **Ensino de estatística com uso de jogo de dados em uma intervenção didática com alunos do 3º ano do ensino médio.** Disponível em: <https://ead.ifrn.edu.br/coloquio/anais/2017/trabalhos/eixo2/E2A21.pdf>. Acesso em: 06 jun. 2023.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, v. 19, n. 2, 2011.

SILVA, Aleff Hermínio Da et al.. **O ensino de estatística por meio da investigação matemática: um relato e reflexão de experiência.** Anais V CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/48043>>. Acesso em: 13/08/2023 17:52.

TEODORO, F. P.; BELLINE, W. Investigação matemática em sala de aula na educação básica: um estudo com alunos do 3º ano do ensino médio. **O método científico. VIII encontro de produção científica e tecnológica**, 2013.