

ÁREAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: DESENVOLVIMENTO DAS FÓRMULAS A PARTIR DO GEOPLANO

Fabiane Dekeper Tabile Hesnchel ¹
Alessandra Ponciano ²
Eduarda Weizenmann ³
Janilson Martinelli ⁴
Julhane Alice Thomas Schulz ⁵

RESUMO

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), traz como principais objetivos de seu desenvolvimento a inserção do licenciando em práticas educacionais e a melhoria da qualidade do ensino em escolas públicas de Ensino Básico. Neste sentido, buscar alternativas para tornar as aulas mais significativas para os educandos vem sendo um desafio a ser superado por quem busca seguir à docência. Acerca disso, o ensino e a aprendizagem da Matemática apresenta cada vez mais a necessidade de propor novos métodos e recursos didáticos que auxiliem tanto os professores quanto os alunos na construção de conhecimentos matemáticos. Em virtude disso, os acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática e bolsistas do PIBID, planejaram uma prática pedagógica abrangendo concepções de Áreas de Polígonos e suas deduções utilizando o material manipulável Geoplano. Além disso, a prática buscou retomar o estudo dos Polígonos através da identificação e compreensão dos conceitos acerca dos triângulos e quadriláteros. Assim, os alunos puderam estabelecer relações entre essas formas geométricas, o que acabou facilitando a compreensão das fórmulas usadas para calcular suas áreas. Ainda, destaca-se que a prática realizada mostrou-se motivadora e interativa, envolvendo ativamente os alunos e proporcionando uma aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Geometria, Geoplano, Área.

INTRODUÇÃO

Os conteúdos Matemáticos são considerados de difícil compreensão pelos alunos, dentro e fora do contexto escolar. Muitos acreditam que essa dificuldade é resultado do ensino tradicional, sem a utilização de recursos pedagógicos e metodologias diferenciadas ou, muitas vezes, por não haver relações dos conceitos com o cotidiano dos alunos. Sabe-se que muitos conteúdos não possibilitam a diferenciação das aulas, com atividades práticas e apresentações

¹ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - Campus Santa Rosa/RS, fabiane.2020001813@aluno.iffar.edu.br;

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - Campus Santa Rosa/RS, alessandra.2020010723@aluno.iffar.edu.br;

³ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - Campus Santa Rosa/RS, eduarda.2020001653@aluno.iffar.edu.br;

⁴ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - Campus Santa Rosa/RS, janilson.7007@aluno.iffar.edu.br;

⁵ Professor orientador: Julhane Alice Thomas Schulz, Doutora em Modelagem Computacional (UERJ), Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - Campus Santa Rosa/RS julhane.schulz@iffarroupilha.edu.br.

de situações em que os alunos estão familiarizados. Porém, o ensino da Geometria permite a realização de atividades práticas, com o uso das tecnologias digitais e materiais manipuláveis. A Geometria é uma unidade temática da Matemática muito ampla, distribuída em três subdivisões, sendo elas a Geometria Analítica, Geometria Plana e Espacial.

Nesse contexto, com o intuito de proporcionar aos alunos um ensino dinâmico, no qual eles sejam protagonistas do seu processo de aprendizagem e, por meio do material manipulável, compreendam os conceitos teóricos de forma prática. Por esse viés, foi elaborada uma prática pedagógica envolvendo uma revisão de polígonos, bem como a dedução das fórmulas de cálculo da área das principais figuras geométricas planas, por meio do Geoplano. Esse trabalho foi desenvolvido com alunos de uma Escola Estadual do Município de Santa Rosa/RS através do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - *Campus* Santa Rosa/RS

Desse modo, esse trabalho tem como objetivo relatar as reflexões acerca do momento da prática pedagógica, a importância do uso de materiais concretos e metodologias ativas, bem como as contribuições que o planejamento e desenvolvimento das atividades tiveram para com a formação docente dos acadêmicos de Licenciatura em Matemática, bolsistas do PIBID.

METODOLOGIA

A prática pedagógica foi desenvolvida com trinta e cinco alunos de duas turmas do 8º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual do Município de Santa Rosa/RS, durante o período de três horas. A metodologia utilizada na prática pedagógica descrita envolveu uma abordagem ativa e prática para o ensino de Geometria Plana.

A aula foi dividida em dois momentos distintos. Essa estruturação permite uma transição entre a introdução de conceitos e a aplicação prática, proporcionando aos alunos a construção do conhecimento de uma forma mais significativa, incentivando a participação ativa. Os alunos foram organizados em grupos, o que promove a colaboração e a discussão entre os pares, podendo surgir diversas ideias diferentes para o desenvolvimento das atividades.

No primeiro momento, foram realizadas perguntas investigativas a fim de estimular a reflexão dos alunos e avaliar seu conhecimento prévio sobre o tema. Essas perguntas também incentivaram a participação ativa e a expressão das ideias dos alunos.

No segundo momento, utilizou-se o Geoplano como um recurso didático no ensino da Geometria, de forma que as experiências de aprendizagem vivenciadas nesta prática levassem o aluno a construir, guiados pelo pensamento lógico, seus próprios conceitos geométricos. Os alunos foram incentivados, através de uma investigação matemática, a deduzir as fórmulas para calcular a Área das Figuras Planas usando o Geoplano, envolvendo uma abordagem construtivista, na qual participaram ativamente da construção do conhecimento.

REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (2017, p. 271) “A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”. Dessa forma, o ensino dessa área temática é de extrema importância para os alunos do Ensino Fundamental, visto que seus conceitos estão presentes no cotidiano e são necessários durante toda trajetória escolar.

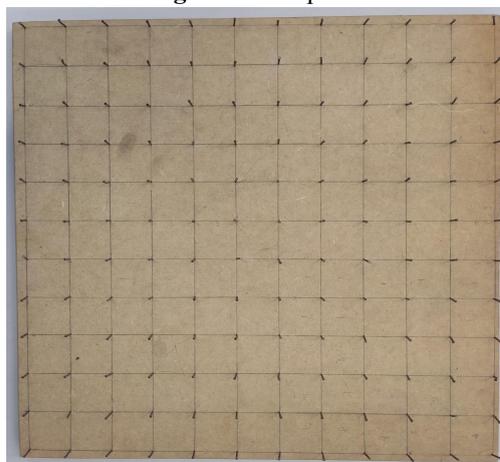
As habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) envolvendo o estudo da Geometria estão presentes em todos os anos finais do Ensino Fundamental, apresentando grande relevância de aprendizagem. Deve-se saber, segundo a EF06MA18, “Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos [...]” (BNCC, 2017, p. 305). Assim, estuda-se os triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos, entre outros polígonos.

Na família dos quadriláteros notáveis estão os quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios e losango. O quadrado possui seus lados iguais entre si e ângulos retos (LIMA, CARVALHO, 2010). Ainda segundo os autores, o retângulo tem todos os seus ângulos retos e dois lados desiguais e o paralelogramo tem como característica que os dois pares de lados opostos são paralelos entre si. Nasser e Tinoco (2010), citados por Costa (2016), afirmam que o trapézio apresenta um par de lados opostos paralelos, que são chamados de base. Por fim, os losangos possuem todos os lados com medidas iguais e seus ângulos podem ou não ser retos.

No cotidiano percebe-se o cálculo da área de superfícies em diversas situações, como por exemplo o tamanho de uma casa (FERREIRA, 2013). Dessa maneira, o estudo das figuras geométricas planas é de grande importância para os alunos em suas realidades. A BNCC (2017, p. 311), na habilidade EF07MA31 orienta que os alunos desenvolvam a capacidade de “estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros”. Juntamente a isso, na EF07MA32 evidencia-se a importância de resolver e elaborar problemas de cálculos de área de figuras planas que possam ser decompostas em outras, utilizando a equivalência.

Para isso, segundo Ferreira (2013), o uso de materiais concretos traz ao aluno a oportunidade de manipular e obter as informações necessárias para a construção do seu conhecimento. Nesse sentido, utilizou-se o Geoplano que se caracteriza por ser uma placa de madeira marcada por uma malha quadriculada, em que em cada vértice do quadrado é fixado um prego (Figura 1). Cada linha representa uma aresta (unidade de comprimento “u”) e cada quadrado formado por esses vértices representa uma unidade de área (u.a.). Esse material permite que o aluno observe para construir e construa para observar (COSTA, 2016), estimulando o pensamento autônomo para a representação do que se busca.

Figura 1: Geoplano

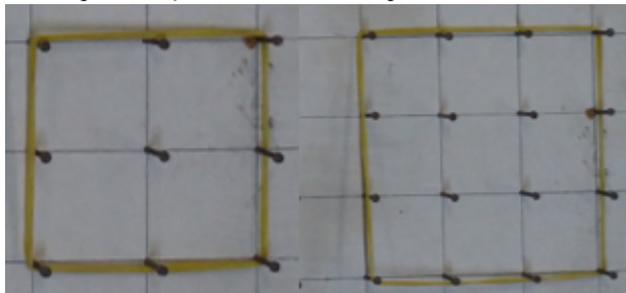


Fonte: Os Autores (2023)

Para a descoberta da área do quadrado, monta-se com borrachas elásticas dois quadrados, um com 2 unidades (u) de comprimento de lado e o outro com 3 unidades. Conta-se, então, quantas unidades de área estão contidas dentro de cada um deles. O primeiro possui 4 u.a., enquanto no segundo se encontram 9 u.a. (Figura 2). A partir dessa observação, pode-se constatar que a fórmula que se utiliza para calcular a área de um quadrado é $A(\text{quadrado}) = \text{lado} \times \text{lado}$ ou também representado por $A(\text{quadrado}) = \text{lado}^2$, visto que os lados são iguais.



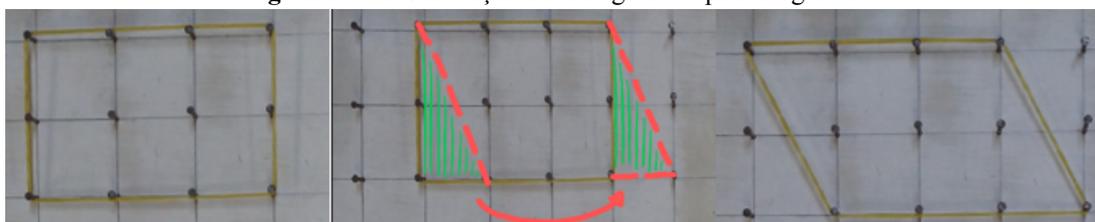
Figura 2: Representação da área de dois quadrados de lados diferentes.



Fonte: Os Autores (2023)

O mesmo pressuposto pode ser empregado para o retângulo, pois é possível perceber que a quantidade de u.a. é igual a um lado multiplicado pelo outro, ou, em outras palavras, a base multiplicada pela altura ($A(\text{retângulo}) = \text{base} \times \text{altura}$). Para descobrir a área de um paralelogramo se reorganiza a figura, de maneira a torná-la um retângulo (Figura 3). Assim, calcula-se da mesma forma: $A(\text{paralelogramo}) = \text{base} \times \text{altura}$ (PATARO e BALESTRO, 2018).

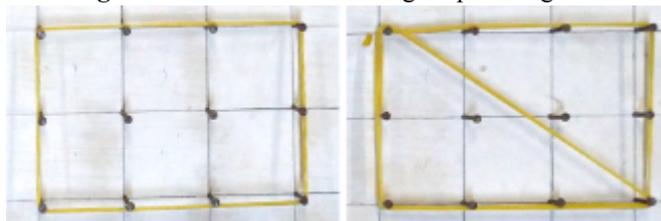
Figura 3: Transformação do retângulo em paralelogramo.



Fonte: Os Autores (2023)

Nesse viés, também é possível relacionar o retângulo com o triângulo, tendo em vista que ao dividir o retângulo a partir de sua diagonal se formam dois triângulos (Figura 4). Assim, pode-se perceber que a área do triângulo é a metade, ou seja, $A(\text{triângulo}) = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$.

Figura 4: Divisão de um retângulo pela diagonal.



Fonte: Os Autores (2023)

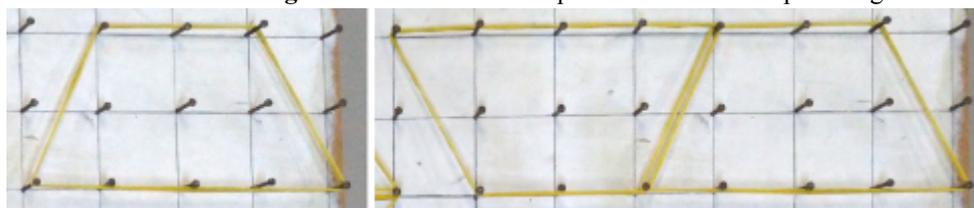




De acordo com Pataro e Balestri (2018), para encontrar a área de um trapézio se deve unir dois iguais, um com a base maior para cima e outro com a base menor para cima, de maneira que se forme um paralelogramo (Figura 5). Dessa forma:

A medida da altura do paralelogramo obtido é igual à do trapézio original, e a medida do comprimento da base no paralelogramo é igual à soma das medidas do comprimento das bases do trapézio original ($B + b$). Assim, a medida da área do trapézio original é igual à metade da medida da área do paralelogramo obtido. Portanto, a medida da área do trapézio original é dada por: $A = \frac{(B+b) \times h}{2}$. (PATARO e BALESTRI, 2018, p. 252).

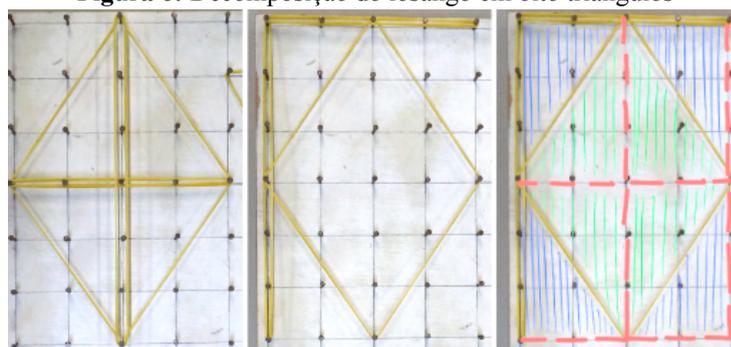
Figura 5: União de dois trapézios formando um paralelogramo



Fonte: Os Autores (2023)

O losango, que possui uma diagonal menor e outra maior, também apresenta relação com o retângulo. Pode-se envolver o losango por um retângulo de lados “D” e “d”, formando oito triângulos congruentes, porém apenas quatro deles compõem o losango (Figura 6). É possível notar, portanto, que “a medida da área do losango é a metade da medida da área do retângulo, cujos comprimentos dos lados medem D e d” (PATARO e BALESTRI, 2018), ou seja, $A (\text{losango}) = \frac{D \times d}{2}$.

Figura 6: Decomposição do losango em oito triângulos



Fonte: Os Autores (2023)

Para muitos alunos, o ensino de conceitos matemáticos é extremamente cansativo e desinteressante, por isso, torna-se necessário torná-lo mais atraente (COSTA, PEREIRA e MAFRA, 2011). O uso do Geoplano favorece a visualização e auxilia nos cálculos de áreas, permitindo um maior envolvimento dos alunos no processo de ensino e aprendizagem, propiciando uma melhor compreensão.



RESULTADOS E DISCUSSÕES

A prática pedagógica foi realizada com o intuito de revisar os conteúdos de Geometria Plana – Polígonos. Para este desenvolvimento a turma foi organizada em grupos e a prática organizada em dois momentos. No primeiro momento foram realizadas algumas perguntas investigadoras sobre o que é um polígono e quantos lados deve ter, de acordo com as respostas dos alunos os polígonos são figuras geométricas e alguns possuem dois lados, outros possuem três e outros relataram que um polígono possui quatro lados. Após essas respostas, os pibidianos explicaram que um polígono é uma figura plana formada por segmentos de reta, que possui alguns elementos, entre eles: lados, vértices, ângulos internos e ângulos externos, e que no mínimo deve ter três lados, que formará então um triângulo.

A partir da conceituação do polígono, para o segundo momento da prática, os pibidianos trabalharam com o Geoplano, na dedução de fórmulas das áreas das figuras planas. Cada prego do Geoplano representa um vértice, cada risco uma aresta. Então, foi demonstrado geometricamente o porquê da área do quadrado ser $A = l^2$. Para esta demonstração, os alunos montaram um quadrado de lado 2 (2×2), após foi contado os quadradinhos de dentro, descobrindo, por representação geométrica, que a área tem 4 unidades de área (u.a.). A partir disso, foi perguntado para os alunos de quantas formas diferentes podemos calcular algebricamente a medida da área desse quadrado. Alguns grupos não sabiam responder, enquanto outros responderam $2 + 2 + 2 + 2 = 8$, confundindo o perímetro, outros responderam $2 + 2 = 4$, ou $2 \times 2 = 4$, e por fim responderam, $2^2 = 4$, nesse caso todas as respostas dão 4, que é a medida da área de um quadrado de 2×2 .

Dando sequência, passou-se para o próximo quadrado, de lado 3 (3×3), que possui 9 u.a., e repetiu-se o processo com as respostas anteriores: *lado + lado* ($3 + 3 = 6$), *lado \times lado* ($3 \times 3 = 9$) e *lado^{lado}* ($3^3 = 27$). Porém, como pode-se perceber os resultados são diferentes para cada operação, nem todas as fórmulas aplicadas para chegar na área do quadrado de 2×2 valem para um quadrado de 3×3 . Logo, os alunos perceberam que a fórmula só poderia ser $A = \text{lado} \times \text{lado}$, o mesmo que $A = l^2$, visto que a medida de todos os lados do quadrado são iguais.

Após a demonstração do quadrado, foi realizada a do retângulo. O retângulo, cuja área é calculada através da fórmula $A = \text{base} \times \text{altura}$, é compreendido através de um cálculo semelhante ao do quadrado. Através deste entendimento, também estabeleceu-se uma relação entre o retângulo e o paralelogramo, uma vez que ambos compartilham da mesma fórmula de

cálculo de área. Essa equivalência surge a partir da reorganização da figura, a porção que é acrescentada a um dos lados do retângulo é contrabalançada pela redução correspondente no outro lado, resultando, desse modo, na formação de um paralelogramo. Os alunos facilmente perceberam essa correspondência, visto que, ao observarem o Geoplano, afirmavam que compreenderam a razão das fórmulas serem as mesmas.

Para a demonstração da fórmula do triângulo, foi utilizado a mesma relação do retângulo, pois o mesmo, foi dividido em duas partes iguais e a partir da sua diagonal, foi gerado dois triângulos, sendo assim a área do triângulo calculada a partir da fórmula $A = \frac{(base \times altura)}{2}$. Durante essa explicação, os alunos demonstraram ter entendido o procedimento e descoberta da fórmula, uma vez que rapidamente responderam que bastava apenas dividir por dois a área do retângulo.

Outra figura demonstrada com o auxílio do Geoplano, foi o losango, que com duas diagonais, uma maior e outra menor, divide-se em quatro triângulos retângulos iguais. A sua fórmula também deriva do retângulo, porém denominamos como $A = \frac{(diagonal\ maior \times diagonal\ menor)}{2}$. Ao fazer a multiplicação da diagonal maior com a menor, calculou-se a área do retângulo que contém o losango. Dentro dele obteve-se 8 triângulos retângulos iguais 4 nos cantos e 4 no centro, ao dividir por 2, descontou-se o valor dos triângulos dos cantos e restou somente os triângulos do centro, ou seja, o losango. Nesse processo os alunos demonstraram um pouco mais de dificuldade de compreensão, mas aos poucos, com a ajuda dos pibidianos, foram relacionando as figuras e desenvolvendo a fórmula.

Por último, foi demonstrado a fórmula do trapézio, sendo esta uma figura que possui duas bases de tamanhos diferentes. Para a dedução da fórmula uni-se dois trapézios iguais, um com a base maior para cima e outro com a base menor para cima, o que formou um paralelogramo, podendo então, substituir na fórmula do paralelogramo $A = base \times altura$. A área do paralelogramo é formada então por $(base\ maior + base\ menor) \times altura$, mas como nesse paralelogramo há dois trapézios, dividimos por dois para chegar à fórmula do trapézio, por tanto $A = \frac{(base\ maior + base\ menor) \times altura}{2}$. E assim realizamos as demonstrações das principais fórmulas do cálculo de área das figuras geométricas, utilizando o Geoplano.

Segundo Barros (2004, p.2),

O Geoplano entra como um excelente recurso, onde o professor pode fazer a construção do conhecimento, fazendo com que o aluno consiga trabalhar o mesmo conteúdo em diversos contextos, desenvolvendo assim o seu raciocínio, e não

somente de forma mecânica onde decoram fórmulas e apenas saber aplicá-las em problemas já conhecidos.

Portanto, o Geoplano se configura como um recurso complementar que permite aos educadores instigar o interesse dos estudantes por novos aprendizados. Ele viabiliza um papel mais ativo por parte dos estudantes durante o processo de aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os materiais manipuláveis possibilitam a visualização do abstrato, a compreensão de conceitos e a verificação da importância de se estudá-los. A Geometria Plana, por exemplo, faz parte do cotidiano da sociedade, porém, nem sempre é percebida pelas pessoas. Ao representar as figuras geométricas no Geoplano, pode-se recordar de maneira conjunta o formato de cada uma delas e a identificação de suas áreas, apenas analisando o material.

A análise da área correspondente das figuras planas é de extrema importância, tendo em vista que possibilita a comprovação das fórmulas de cálculo dessas medidas. Além disso, permite que os alunos atuem de forma ativa no processo de aprendizagem, através da investigação, compreensão e verificação dos resultados. A diferenciação das aulas, juntamente com uso de metodologias diferenciadas e recursos didáticos, favorecem maiores oportunidades de construção de conhecimentos e, como os alunos aprendem de diferentes maneiras, são fatores a serem considerados.

Nesse sentido, a prática pedagógica proporcionou aos alunos participantes uma experiência de manipulação e investigação que, conseqüentemente, resultou na compreensão das fórmulas utilizadas para calcular a área das figuras geométricas planas, bem como a revisão da representação e desenvolvimento de cada uma delas. Além disso, os bolsistas participantes do PIBID que conduziram as atividades tiveram a oportunidade de vivenciar o desafio de ensinar em um ambiente não familiar aos alunos, com muitos materiais e objetos que atraem suas atenções.

Portanto, é válido destacar que essa experiência contribuiu para a formação dos bolsistas, tanto quanto para os alunos, pois o planejamento das atividades, seguido da organização e desenvolvimento da prática, permitiu conhecer e vivenciar o contexto escolar, no qual nem sempre as coisas acontecem como planejado. Assim, pode-se concluir que os conhecimentos construídos e momentos compartilhados são essenciais para a constituição docente dos bolsistas e aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

BARROS, A. L. S.; ROCHA, C. A. **O Uso do Geoplano como material didático nas aulas de Geometria.** Recife, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, MEC/SEB, 2017.

COSTA, André Pereira da. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana.** 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

COSTA, Dailson Evangelista; PEREIRA, Marcos José; MAFRA, José Ricardo e Souza. Geoplano no ensino de matemática: Alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 7, p. 43-52, 2011.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. P. F. Geometria. In: CARVALHO, J. P. F. **Matemática: ensino fundamental** (Coleção Explorando o ensino). vol. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010.

FERREIRA, Paulo Sérgio de Mello. **O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos quadriláteros.** 2013. 53 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica - RJ, 2013.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática essencial 8º ano: ensino fundamental, anos finais.** 1ª ed. -- São Paulo: Scipione, 2018.